KÖZGAZDASÁGI SZEMLE, LX. ÉVF., 2013. JÚNIUS (703–721. o.)

SZÜLE BORBÁLA

Demográfiai hatások és implicit hozamok kapcsolata a nyugdíjrendszerekben

E tanulmány központi témája a nyugdíjrendszerek implicit hozama. Az együtt élő nemzedékek figyelembevételével felépülő nyugdíjmodellekben kétféle implicit hozamot különböztetünk meg. A *hosszmetszeti* implicit hozamot valamely adott nemzedékhez tartozó, különböző években esedékes pénzáramlások alapján, a *keresztmetszeti* implicit hozamot pedig több, különböző nemzedék adott évben jellemző pénzáramlásai alapján számíthatjuk ki. A hosszmetszeti és keresztmetszeti implicit hozamok értékeit és a közük lévő összefüggéseket a tőkefedezeti, a névleges egyéni számlás és a hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjrendszerek egyszerű elméleti modelljeiben hasonlítjuk össze. A számításokhoz használt modellkeret fontos eleme a várható élettartam figyelembevétele. Az eredmények azt mutatják, hogy a maximális és a várható élettartam eltérésekor a hosszmetszeti és a keresztmetszeti implicit hozamok közötti összefüggések még egyszerű elméleti modellben is meglehetősen összetettek lehetnek.
Journal of Economic Literature (JEL) kód: H55, G23.

A nyugdíjrendszerek működését a gyakorlatban számos tényező befolyásolhatja. Ezek közül az utóbbi években gyakran említik az „idősödő társadalom" jelenségét, amely az élettartam növekedése, illetve a születési ráták csökkenése által nehezítheti a hagyományos felosztó-kirovó[1] nyugdíjrendszerek pénzügyi stabilitásának fenntartását (*OECD* [2005*b*], *Kovács* [2010]). E demográfiai változások ugyanakkor másfajta nyugdíjrendszerekre, például a tőkefedezeti nyugdíjrendszerre is hatással lehetnek, többek között azért, mert egyes demográfiai folyamatok és bizonyos eszközárak között is lehet összefüggés (ahogyan erre például *Mosolygó* [2010] és *Takáts* [2010] írásai is utalnak). A demográfiai folyamatok hatásai a nyugdíjrendszerek esetében például az implicit hozamok értékén keresztül mérhetők.

A nyugdíjrendszerekkel kapcsolatos szakirodalom eddig főként a *hosszmetszeti* implicit hozamokkal foglalkozott (például *Samuelson* [1958] és *Aaron* [1966] írásaiban főként az értékük meghatározásával, *Dutta és szerzőtársai* [2000], *Matsen–Thøgersen* [2004] írásaiban pedig egyéb modellek kiinduló adataként). A hosszmet-

[1] A felosztó-kirovó *(pay-as-you-go, PAYG)* nyugdíjrendszer elnevezés helyett *Banyár* [2011] a folyó finanszírozású nyugdíjrendszer kifejezést alkalmazza.

Szüle Borbála a Budapesti Corvinus Egyetem oktatója (e-mail: borbala.szule@uni-corvinus.hu).

szeti és keresztmetszeti implicit hozamok közötti különbség lényegében azt jelenti, hogy a hosszmetszeti hozam elméletileg valamely generáció összes nyugdíjrendszerrel kapcsolatos bevételének (nyugdíjak) és kiadásának (járulékfizetések) figyelembevételével számolható ki, míg a keresztmetszeti implicit hozam alapvetően valamely időszakra (például adott évre) vonatkozóan, több generációhoz kapcsolódó bevételek és kiadások együttes figyelembevételével határozható meg. A keresztmetszeti hozamok említése a szakirodalomban az utóbbi években egyre gyakoribb (például *Settergren–Mikula* [2006] és *Gál–Simonovits* [2012] írásaiban).

Tanulmányunk az implicit hozamok elméleti modellezésével foglalkozik. Elsősorban arra a kérdésre keressük a választ, hogy egyes nyugdíjrendszerekben milyen jellegűek az összefüggések a hosszmetszeti és a keresztmetszeti implicit hozamok között, illetve hogy az elemzéseinkben szereplő nyugdíjmodellek (a hagyományos felosztó-kirovó, a tőkefedezeti és a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellek) között milyen különbségek vannak a kétféle implicit hozam értékeit, illetve kapcsolatát tekintve. A kétféle implicit hozam értékét sokféle tényező befolyásolhatja, ezért az e témával kapcsolatos kérdések is meglehetősen szerteágazók. A sokféle lehetséges hatás közül elsősorban annak bemutatására törekszünk, hogy a kétféle implicit hozamra, illetve összefüggésükre milyen hatással van, ha az egyének várható élettartama eltérhet a modellben definiált maximális lehetséges élettartamtól.

Ha elsősorban a különböző nyugdíjmodellek közötti különbségek kiemelése a célunk, akkor előnyösebb az elméleti jellegű modellezési szemléletmód. Az általunk bemutatott modell azonos jellemzőjű egyénekből álló generációkat és együtt élő nemzedékeket vesz figyelembe, és bizonyos paramétereket konstansnak tekint. Az elméleti modellek alapvető jellemzője, hogy általában nem alkalmasak a valóságos helyzetek teljesen pontos leírására. *Simonovits* [2009] írásában – a nyugdíj-szakirodalom több elméleti írását összehasonlítva – megemlíti például, hogy bár a várható élettartam témája csak a halálozási kockázat figyelembevételével értelmezhető megfelelően, a halálozási kockázat gyakran nem szerepel az elméleti modellekben (mivel ez sokkal bonyolultabbá tehetné a modellszámításokat). Tanulmányunkban a halálozási kockázat modellezése azonban központi szerepet kap: a kétféle implicit hozam bizonyos esetekben a várható élettartam (illetve a túlélési valószínűség) függvényeként írható fel.

Tanulmányunk egyik megállapítása, hogy a várható és a maximális élettartam megkülönböztetésével a leginkább összetett eredmények a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben alakulnak ki. Ez a helyzet azzal is összefügg, hogy a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben az implicit hozamok értékei többféle egyéb hozamkategóriával (a technikai kamattal, illetve a névleges egyéni számlára vonatkozóan elszámolt hozammal) is összefüggnek. A modell eredményei szerint abban az esetben, ha a várható élettartam kisebb, mint a maximális élettartam, akkor a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben számolható hosszmetszeti implicit hozam kisebb, mint a tőkefedezeti nyugdíjmodellbeli hosszmetszeti hozam, míg a keresztmetszeti implicit hozam nagyobb lehet, mint a hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjmodellben számolható hosszmetszeti implicit hozam.

Egy másik eredményünk: a modellfeltevések nagymértékű egyszerűsítésével olyan helyzet is létrejöhet, amelyben a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben a járulékbevételek meghaladják a nyugdíjkiadásokat, miközben a névleges egyéni számla hozama a kockázatmentes hozam. A viszonylag egyszerű feltevésekkel együtt modellünk alkalmas lehet az elemzésben szereplő háromféle nyugdíjmodell egyes (demográfiai hatásokkal összefüggő) működési jellemzőinek összehasonlítására is.

A nyugdíjrendszerek modellezésével hatalmas szakirodalom foglalkozik. A szakirodalom egyik részét elméleti modellek alkotják, amelyek mindössze néhány – jellemzően egyszerű matematikai – összefüggés alapján vonnak le következtetéseket bizonyos (általában jól lehatárolt) kutatási kérdésekkel kapcsolatban. A szakirodalom egy másik része elsősorban gyakorlati megközelítésű, amely a valós helyzetek minél pontosabb leírásával, empirikus jellegű kutatások alapján törekszik nyugdíjrendszerekkel kapcsolatos következtetések megfogalmazására. E két kutatási szemléletmód összehangolása nem egyszerű: például a modellben alkalmazott paraméterek számának növekedése egyfelől „gyakorlatorientáltabbá" teheti a modelleket, másfelől viszont így csökkenhet a matematikai módszerekkel levezethető eredmények mennyisége. A következőkben elméleti modellszámításokkal foglalkozunk.

Először bemutatjuk az implicit hozamok elméleti modelljét. Majd a már említett háromféle nyugdíjmodellben összehasonlítjuk a hosszmetszeti és keresztmetszeti implicit hozamok értékeit. Ezután az implicit hozamok közötti összefüggésekkel foglalkozunk, illetve az implicit hozamok és a modellben szereplő demográfiai tényezők kapcsolatát vizsgáljuk. Végül a fontosabb megállapításainkat összegezzük.

A modell felépítése

E tanulmány fő témája többféle nyugdíjrendszer implicit hozamainak összehasonlítása. A hagyományos felosztó-kirovó és a tőkefedezeti, valamint a befizetéssel meghatározott *(defined contribution)* és szolgáltatással meghatározott *(defined benefit)* nyugdíjrendszerek megkülönböztetésével[2] négy csoportba soroljuk a nyugdíjmodelleket, amelyek közül a következő három esetében foglalkozunk a demográfiai tényezők implicit hozamokra gyakorolt hatásával:

1. felosztó-kirovó, szolgáltatással meghatározott nyugdíjmodell,
2. a befizetéssel meghatározott tőkefedezeti nyugdíjmodell,
3. a névleges egyéni számlás nyugdíjmodell *(Notional/Non-Financial Defined Contribution, NDC*), amely a szakirodalomban *Palmer* [2006] (18. o.) definíciója szerint a befizetéssel meghatározott felosztó-kirovó nyugdíjmodell.

Elsősorban a demográfiai hatásokra koncentrálunk, így a szolgáltatással meghatározott tőkefedezeti nyugdíjrendszer elemzése tanulmányunkban nem szerepel, mivel ennél az implicit hozamok számolása a tőkepiaci hozamok összetett modellezését is igényelné. A tanulmányban mindössze a saját jogú nyugdíjakkal kapcsolatos számolásokkal foglalkozunk, a hátramaradotti és egyéb lehetséges nyugdíjfajtákat nem modellezzük. Nem elemezzük a nyugdíjrendszerek közötti átmenet kérdését, illetve

[2] E fogalmak lehetséges definíciói megtalálhatók például az *OECD* [2005*a*] összefoglalóban.

a nyugdíjrendszer bevezetését közvetlenül követő átmeneti időszak jellemzőit sem. A tanulmányban az implicit hozamokat az „érett" nyugdíjrendszerek esetében hasonlítjuk össze (amikor a számolásokban szereplő összes generáció a nyugdíjrendszer indulása után kezdte el a járulékfizetést). Az átmeneti időszakokban az „érett" rendszer jellemzőitől eltérő tendenciák érvényesülhetnek, ahogyan erre például *Sinn* [2000] és *Simonovits* [2002] (85. o.) is utal.

Az elméleti modellben az egyének maximális élettartama – eltérően a *Samuelson* [1958] írásában szereplő háromperiódusos élettartamtól és a szakirodalom több írásában (például *Aaron* [1966]) is szereplő kétperiódusos élettartamtól – az aktuáriusi számításokban előforduló halandósági tábla hosszához igazodik. Erre a feltevésre elsősorban a várható és a maximális élettartam egyértelmű elkülönítése érdekében van szükség.[3]

A tanulmány elsősorban az implicit hozamok és a várható élettartam közötti kapcsolat levezetésére koncentrál, és nem foglalkozik dinamikus makroökonómiai öszszefüggésekkel [például a gazdaság állandósult állapotának *(steady state)* leírásával]. A modellben ezzel együtt feltételezhető, hogy a tőkepiaci hozam értéke nagyobb, mint a járulékalap növekedési üteme (ez a feltevés dinamikusan hatékony gazdaság esetében megfelelőnek tekinthető).

Az elméleti modellben a feltevések szerint az egyének először x évesen szereznek jövedelmet, életben maradás esetén maximum m_1 éven keresztül dolgoznak, majd (életben maradás esetén legfeljebb) m_2 éven keresztül nyugdíjban részesülhetnek. (A tanulmány fontosabb eredményeinek levezetéséhez egyébként nincs szükség e két időszak eltérő maximális hosszúságának feltevésére.) A modellben a következő életkor megélésének valószínűségét egységesen (minden életkorban) p jelöli, és azt is feltételezzük, hogy a tényleges halandóság a túlélési valószínűségeknek megfelelően alakul (vagyis a tanulmányban nem foglalkozunk a halandóság sztochasztikus modellezésével). A modellfeltevések szerint a járulékfizetések és a nyugdíjjáradékok fizetése évente esedékes olyan módon, hogy a nyugdíjrendszer indulásakor az első járulékfizetés azonnal, az első nyugdíjkifizetés (a nyugdíjrendszer indulásakor legfiatalabb nemzedék számára) pedig m_1 év múlva esedékes.

A modellben a nyugdíjrendszer indulásának kezdetén a legfiatalabb dolgozó generáció létszámát N_0, az e generáció egy tagja által szerzett éves jövedelem értékét B_0 jelöli. A feltevések szerint a fizetendő nyugdíjjárulék a jövedelem konstans (k) aránya, az éves jövedelemnövekedési ütem minden munkavállaló esetében azonos (b), az egyes években a népesség növekedési üteme (n) azonos, valamint a népességhez viszonyítva a munkavállalók aránya minden generáció esetében konstans, így a népesség növekedési üteme megegyezik a munkavállalók számának növekedési ütemével.[4] E feltevések alapján a járulékalap növekedési üteme a modellben tehát

[3] Érdemes megemlíteni azt is, hogy például *Blanchard* [1985] és *Bommier–Lee* [2003] is rámutat arra, hogy az egyes nemzedékek élettartamára vonatkozó feltevés hatással lehet az elméleti modellekkel számolt eredményekre.

[4] A modellben tehát az áttekinthetőbb eredmények számolása érdekében nem foglalkozunk például a népességszám alakulásának sztochasztikus modellezésével sem (*Knell* [2010] említi például, hogy a kohorszok méretének változásával kapcsolatban alkalmazott automatikus kiigazító tényezők is befolyásolhatják a nyugdíjrendszerekben számolható implicit hozamok értékeit).

$(1 + b)(1 + n) - 1$. A szakirodalom korábbi írásai (például lényegében *Aaron* [1958], *Sinn* [2000]) általában ezt az értéket tekintik a hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjmodell implicit hozamának elméleti, együtt élő nemzedékes modellkeretben. A tanulmány későbbi részeiben e megállapítás elfogadhatóságával is foglalkozunk.

A hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjmodell esetében azt feltételezzük, hogy a bevételek és a kiadások minden időszakban megegyeznek. Érdemes megemlíteni, hogy az előzőkben tett feltevésekkel együtt ebben az esetben (ha minden nyugdíjas azonos értékű nyugdíjat kap) az utolsó kapott jövedelem és az első kapott nyugdíj értékének hányadosa minden évben ugyanakkora az „érett" nyugdíjmodellben. Az egyszerű modellfeltevések esetén ezek alapján a hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjmodell szolgáltatással meghatározottnak is tekinthető.

A tőkefedezeti nyugdíjmodell esetében feltesszük, hogy az aktuáriusi számítások során feltételezett befektetési hozam és a későbbi tényleges befektetési hozam értéke megegyezik. Ebben az esetben a tőkefedezeti nyugdíjmodellben az adott évi pénzáramlások egyenlegének nincs nagy jelentősége a nyugdíjrendszer egyensúlya szempontjából, mivel – mint ahogyan arra *Banyár* [2011] is utal – a tőkefedezeti nyugdíjrendszerben először felhalmozódik valamekkora tőke, amiből azután sor kerül a nyugdíjjáradékok fizetésére.

A névleges egyéni számlás nyugdíjmodell esetében a névleges számla hozamától, illetve a technikai kamat (a nyugdíjjáradék-számolásnál alkalmazott hozam) értékétől is függ, hogy adott évben a járulékbevételek meghaladják-e a nyugdíjkifizetéseket. A gyakorlatban a névleges egyéni számlás *(Notional Defined Contribution, NDC)* nyugdíjrendszerekben ez a két érték különbözhet: előfordulhat például hogy a járadékszámolásnál feltételezett hozamérték nulla (például Lettországban és Lengyelországban), míg a névleges hozam értéke például a teljes bérösszeg növekedési ütemével (*covered wage bill growth,* Lettországban és Lengyelországban), az egy főre jutó bérnövekedés ütemével (*per capita wage growth,* Svédországban), illetve a GDP-növekedéshez kapcsolódó értékkel (Olaszországban) egyezik meg (*Chłoń-Domińczak és szerzőtársai* [2012]).

A tanulmányban szereplő modellben e kétféle hozam értékének egyezőségét feltételezzük. Ez a feltevés összhangban van azzal, hogy az elemzés elsősorban a demográfiai hatásokra koncentrál, és nem foglalkozik a befektetési hozamokkal kapcsolatos kockázattal (a befektetési kockázat elemzése számos további kérdést vetne fel a modellben, például a többlethozam-visszatérítéssel vagy a különböző hozamgaranciákkal kapcsolatban).

A tanulmányban az implicit hozam mérésével kapcsolatban a belső megtérülési ráta *(internal rate of return, IRR)* fogalmát alkalmazzuk. A belső megtérülési rátán azt a diszkontrátát értjük, amely mellett a nettó jelenérték nulla (*Brealey–Myers* [1998] 89. o.). A nyugdíjrendszerbe való befizetéseket tehát egyfajta „befektetésnek" tekintve, a hosszmetszeti implicit hozam azzal a diszkontrátával egyezik meg, amelynek alkalmazásakor a nyugdíjrendszerbe való befizetések és a kapott nyugdíjak öszszes jelenértéke éppen nulla.

Az implicit hozamnak (illetve a belső megtérülési rátának) többféle értelmezése is lehetséges a nyugdíjrendszerek esetében. *Settergren–Mikula* [2006] (118. o.) említi a keresztmetszeti belső megtérülési ráta *(cross-section internal rate of return)* fogalmát, amelyet lényegében úgy definiál, hogy a nyugdíjrendszer kötelezettségeinek olyan hozama, amely esetében a nyugdíjrendszer nettó jelenértéke tetszőleges ideig nem változik meg.

Ezt a definíciót – kissé átfogalmazva – a tanulmányban szereplő modell keretein belül is lehet alkalmazni. E definíció átfogalmazásakor figyelembe vesszük, hogy *Settergren–Mikula* [2006] elemzései folytonos szemléletű modellben alapvetően a névleges egyéni számlás nyugdíjrendszer egy olyan modelljéhez kapcsolódnak, amelyben a felosztó-kirovó finanszírozáson kívül bizonyos mértékű felhalmozott tartaléktőke *(buffer fund)* is jellemzi a nyugdíjrendszert. Ezzel szemben modellünk nem folytonos szemléletű, és az előzőkben bemutatott feltevések figyelembevételével az „érett" nyugdíjrendszerekben speciális összefüggések teljesülnek. A modellben alkalmazott feltevések egyik hatásaként például az „érett" nyugdíjrendszerben az egyenlegek (a bevételek és kiadások különbségei az egyes években) évente konstans ütemben változnak. Az „érett" nyugdíjrendszerben számolható valamely egyenleg értékéből tehát viszonylag egyszerűen meghatározható a többi egyenleg értéke is. A *Settergren–Mikula* [2006] által a keresztmetszeti belső megtérülési rátára adott definíció modellünkben tehát úgy alkalmazható, hogy az a hozamérték tekinthető keresztmetszeti belső megtérülési rátának, amelynél az adott éves egyenlegek értéke nulla (mivel ekkor a nyugdíjrendszer egésze esetében számolható adott időpontbeli nettó jelenérték is nulla).

A tanulmányban bevezetett feltevések következtében mindhárom nyugdíjmodell esetében az implicit hozamnak egy hosszmetszeti és egy keresztmetszeti értéke számolható, mivel az egyszerű modellfeltevések eredményeképpen a hosszmetszeti hozamnál az egyes modellben szereplő generációk esetében, a keresztmetszeti hozamnál pedig az egyes időszakokban számolható implicit hozam értékei azonosak. A hosszmetszeti és keresztmetszeti implicit hozamok ennek következtében az egyes nyugdíjmodellek esetében egyszerűen összehasonlíthatók.

Hosszmetszeti és keresztmetszeti implicit hozamok

A hosszmetszeti belső megtérülési ráták számolásakor először érdemes azzal foglalkozni, hogy milyen egyének szintjén történjen a pénzáramlások figyelembevétele. Egy adott generációban az életben maradási valószínűségek modellbe beépítése miatt nem minden egyén él azonos ideig, a különböző időtartamon keresztül esedékes pénzáramlások belső megtérülési rátái pedig eltérnek egymástól (minél tovább él valamely egyén, annál nagyobb lehet az adott egyén esetében számolható hosszmetszeti implicit hozam). A továbbiakban így a belső megtérülési rátákat nem valamelyik adott vagy valamely „átlagos" egyén szintjén, hanem az adott nemzedék egészére számszerűsítjük.

A hosszmetszeti implicit hozam számolása valamely nemzedék esetében a kapott nyugdíjak és a fizetett nyugdíjjárulékok adott időpontra vonatkozóan számolt értékének összevetésével oldható meg. A modellfeltevések alapján mindegyik nemzedéknél azonos a hosszmetszeti implicit hozam, így ennek értékét a következőkben elég egyetlen nemzedék esetében kiszámolni. Jelölje a továbbiakban *J* a nyugdíjrendszer indulásakor legfiatalabb nemzedék egy tagja esetében kezdetben kapott nyugdíj értékét, *i* pedig ennek éves növekedési ütemét. Ekkor az éves diszkontáláshoz alkalmazott hozam (*r*) figyelembevételével a generáció egészére a hosszmetszeti implicit hozamot az (1) összefüggés alapján lehet számolni:

$$B_0 N_0 k C_1 = J N_0 p^{m_1} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{m_1} C_2, \tag{1}$$

ahol a képletek könnyebb áttekinthetősége érdekében bevezettük a következő jelöléseket:

$$C_1 = \left\{ \left[\frac{(1+b)p}{1+r} \right]^{m_1} - 1 \right\} \Big/ \left\{ \left[\frac{(1+b)p}{1+r} \right] - 1 \right\} \quad \text{és} \quad C_2 = \left\{ \left[\frac{(1+i)p}{1+r} \right]^{m_2} - 1 \right\} \Big/ \left\{ \left[\frac{(1+i)p}{1+r} \right] - 1 \right\}.$$

Az (1) képlet arra az egyszerű eredményre is utal, hogy a modellben a járulékalap növekedési üteme évente $(1 + b)(1 + n) - 1$.

A *J* kezdő nyugdíj értéke a tőkefedezeti nyugdíjmodellben aktuáriusi számolással határozható meg: a nyugdíjba vonulás időpontjára számított (a generáció egésze által felhalmozott) nyugdíjcélú megtakarítás értékét elosztjuk egy kezdetben egységnyi kifizetést teljesítő, évente *i* százalékkal növekvő járadék értékével, figyelembe véve a járulékfizetés és a nyugdíjkifizetések lehetséges maximális időtartamát is. Az elméleti tőkefedezeti nyugdíjmodellben tehát a nyugdíjba vonulás időpontjában a feltevések szerint a nemzedék tagjai összességében rendelkeznek valamekkora megtakarítással, amelyből növekvő életjáradékot vásárolhatnak (a nemzedék életben lévő tagjai).[5] Az aktuáriusi számítások során a továbbiakban alkalmazott technikai kamatot *z* jelöli. Az életbiztosítási számítások során *z* értéke gyakran az adott életbiztosítás számára releváns (gyakran hosszú) távon kockázatmentesen elérhető befektetési hozam értékéhez igazodik. A modellben azt feltételezzük, hogy a járulékbefizetések mint befektetések ténylegesen realizált hozama megegyezik a járadékszámításnál alkalmazott technikai kamattal (értéke tehát *z*). Ez a feltevés úgy is értelmezhető, hogy a nyugdíjcélú megtakarítások befektetései mindössze nagyon alacsony kockázatú (illetve kockázatmentes) befektetések lehetnek.[6]

A tőkefedezeti nyugdíjmodellben – amire a (2) képletben a *T* jelölés utal – a feltevések alapján a nyugdíjrendszer indulásakor dolgozni kezdő nemzedék egy életben lévő tagja részére fizetett kezdő nyugdíj értéke:

[5] A nemzedék egésze esetében számolt összesített tőkefelhalmozás értéke ilyen modellkeretben egyfajta díjtartaléknak felel meg olyan értelemben, hogy a díjtartalék elsősorban az egész veszélyközösségre értelmezhető érték (*Banyár* [2003] 219. o.).

[6] A gyakorlatban egyébként az életbiztosítások esetében a technikai kamat értékén felül elért többlethozam visszatérítésére is vonatkoznak jogszabályok, ezeket azonban nem modellezzük, hanem mindössze azt feltételezzük, hogy a befektetéseken elért hozam a járulékfizetés és a járadékszolgáltatás időszakában egyaránt *z* értékű.

$$J^T = B_0 k \left(\frac{1+z}{p} \right)^{m_1} \frac{C_3}{C_4}, \tag{2}$$

ahol a képletek könnyebb áttekinthetősége érdekében bevezettük a következő jelöléseket:

$$C_3 = \left\{ \left[\frac{(1+b)p}{1+z} \right]^{m_1} - 1 \right\} \Big/ \left\{ \left[\frac{(1+b)p}{1+z} \right] - 1 \right\} \text{ és } C_4 = \left\{ \left[\frac{(1+i)p}{1+z} \right]^{m_2} - 1 \right\} \Big/ \left\{ \left[\frac{(1+i)p}{1+z} \right] - 1 \right\}.$$

Ezt a kezdő nyugdíjértéket figyelembe véve az (1) összefüggés alapján számolható a hosszmetszeti belső megtérülési ráta értéke:

$$(1+r)^{m_1} = (1+z)^{m_1} \frac{C_3}{C_4} \frac{C_2}{C_1}. \tag{3}$$

A (3) összefüggés azt mutatja, hogy még egy viszonylag egyszerű elméleti modellben is meglehetősen bonyolult lehet az implicit hozamra vonatkozó eredmény. Ha azonban feltételezzük, hogy $i = b$ (vagyis a nyugdíjak éves növekedési üteme megegyezik a munkavállalók jövedelme éves növekedési ütemével) és $m_1 = m_2$ (vagyis valamely generáció esetében a járulékbefizetések és nyugdíjkifizetések időpontjainak lehetséges maximális száma megegyezik),[7] akkor a tőkefedezeti nyugdíjmodellben a hosszmetszeti implicit hozam értéke a befektetési hozammal egyezik meg.

A tőkefedezeti nyugdíjmodellben a feltevések szerint a járulékfizetéseket hozamokkal együtt a nemzedék egésze számára elkülönítetten tartják nyilván, és nincs központi jelentősége annak, hogy a különböző generációk befizetéseinek és kifizetéseinek egyenlege valamely évben mekkora. A felosztó-kirovó nyugdíjrendszerekben ezzel szemben az adott évi (keresztmetszeti) egyenlegnek fontos szerepe van, a deficit a gazdaság egészét tekintve is szerteágazó hatásokkal járhat. Érdekes kérdés tehát, hogy milyen hatásokkal függ össze (ebben a modellben az implicit hozam esetében), ha a befizetéssel meghatározott nyugdíjrendszerben egyidejűleg felosztó-kirovó szemlélet is érvényesül. Az ilyen módon definiált nyugdíjrendszer lényegében a névleges egyéni számlás *(notional defined contributions, NDC)* nyugdíjrendszerek egyszerű modelljének is tekinthető (a névleges egyéni számlás nyugdíjrendszer definiálásával például *Palmer* [2006] és *Whitehouse* [2010] ennél jóval alaposabban foglalkozik). A magyar nyelvű szakirodalomban az ehhez hasonló nyugdíjrendszerrel például *Banyár és szerzőtársai* [2009], a „természetes nyugdíjrendszer” témájával kapcsolatban *Németh* [2009] is foglalkozott.

A névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben a továbbiakban azt feltételezzük, hogy az egyének nyugdíját az egyének által „névlegesen” felhalmozott tőkéből lehet számolni aktuáriusi módszerekkel. Ez azt jelenti, hogy az egyének által befizetett járulékokat a feltevések szerint egy „névleges” egyéni számlán nyilvántartják, majd adott nagyságú hozam figyelembevételével kiszámolható, hogy mekkora (növekvő)

[7] Érdemes azt is megemlíteni, hogy a maximális és a várható élettartam természetesen nem azonos ha $m_1 = m_2$ és $p < 1$.

nyugdíjjáradékot lehet ebből a „névlegesen" felhalmozott tőkéből vásárolni. A *névleges* jelzőt azért is érdemes kiemelni, mert a feltevések szerint a befizetett járulékokat a felosztó-kirovó szemlélettel összefüggésben ebben a modellben az adott évi nyugdíjfizetések finanszírozására fordítják.

A „névleges" egyéni számlára vonatkozó hozamot és a járadékszámításban alkalmazott technikai kamatot ebben a modellben is (a tőkefedezeti nyugdíjmodell eredményeivel való jobb összehasonlíthatóság érdekében) z jelöli. Érdemes azt is kiemelni, hogy a járulékfizetésre (mint befektetésre) ígért hozam ebben a modellben nem kapcsolódik a (nyugdíjrendszertől elkülönülten működő) tőkepiachoz, hanem a nyugdíjrendszeren belül egyfajta „technikai szemléletű" hozamot jelent. A z értéket is figyelembe véve, a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben – amire a (4) képletben az N jelölés utal – a feltevések alapján a nyugdíjrendszer indulásakor dolgozni kezdő nemzedék egy életben lévő tagja részére fizetett kezdő nyugdíj értéke:

$$J^N = B_0 k \left(1+z\right)^{m_1} \frac{C_5}{C_4}, \tag{4}$$

ahol a képletek könnyebb áttekinthetősége érdekében bevezettük a következő jelölést:

$$C_5 = \left[\left(\frac{1+b}{1+z}\right)^{m_1} - 1\right] \Big/ \left[\left(\frac{1+b}{1+z}\right) - 1\right].$$

A kezdő nyugdíjnak ezt az értékét figyelembe véve, az (1) összefüggés alapján kiszámolható a hosszmetszeti belső megtérülési ráta értéke, amire a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben az (5) képletben az r érték utal:

$$\left(1+r\right)^{m_1} = \left(1+z\right)^{m_1} p^{m_1} \frac{C_5}{C_4} \frac{C_2}{C_1}. \tag{5}$$

A (3) összefüggéshez hasonlóan az (5) összefüggésben szereplő eredmény is viszonylag összetett (még az egyszerű elméleti modellben is). A (3) és az (5) összefüggések összehasonlításával az is megállapítható, hogy a tőkefedezeti és a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellek hosszmetszeti implicit hozamai nem egyeznek meg, ha $p < 1$, mivel $C_3 > p^{m_1} C_5$. Ennek oka, hogy C_3 és $p^{m_1} C_5$ egyaránt m_1 tagú összegek, amelyek esetében a tagokat nagyság szerint sorba rendezve, minden tag esetében megállapítható, hogy a C_3 értékhez tartozó tag nagyobb, mint a $p^{m_1} C_5$ értékhez tartozó tag, mivel $p^{m_1} < 1$, ha $p < 1$. A névleges egyéni számlás nyugdíjrendszerben a hosszmetszeti implicit hozam tehát kisebb, mint a z érték.

A feltevések szerint a nyugdíjrendszer indulása után $m_1 + m_2 - 1$ évvel teljesül legelőször az, hogy az összes nyugdíjas a nyugdíjrendszer indulása után kezdte fizetni a nyugdíjjárulékokat. A hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjmodellnél ezzel összefüggésben annak a generációnak az adatai alapján számoljuk a következőkben a hosszmetszeti implicit hozamot, amely $m_1 + m_2 - 1$ évvel a nyugdíjrendszer indulása után a nyugdíjas generációk közül a legfiatalabb nyugdíjasokból áll. A feltevések szerint ebben a nyugdíjmodellben minden (életben lévő) nyugdíjas egyenlő értékű nyugdíjban részesül, és az egyes években a nyugdíjrendszer bevételei megegyeznek a kiadásokkal.

A nyugdíjasok száma $m_1 + m_2 - 1$ évvel a nyugdíjrendszer indulása után összesen

$$N_0 p^{m_1+m_2-1}\left[\left(\frac{1+n}{p}\right)^{m_2}-1\right]\Big/\left[\left(\frac{1+n}{p}\right)-1\right],$$

így ebben az időszakban az egy nyugdíjas által kapott nyugdíj értéke:

$$\frac{B_0 k(1+b)^{m_1+m_2-1}(1+n)^{m_2}}{p^{m_2}}\frac{C_6}{C_7}, \tag{6}$$

ahol a képletek könnyebb áttekinthetősége érdekében bevezettük a következő jelöléseket:

$$C_6=\left[\left(\frac{1+n}{p}\right)^{m_1}-1\right]\Big/\left[\left(\frac{1+n}{p}\right)-1\right] \quad \text{és} \quad C_7=\left[\left(\frac{1+n}{p}\right)^{m_2}-1\right]\Big/\left[\left(\frac{1+n}{p}\right)-1\right].$$

Az $m_1 + m_2 - 1$ évvel a nyugdíjrendszer indulása után legfiatalabb nyugdíjas-generáció esetében a nemzedék egészére korábban befizetett járulékok és a későbbi nyugdíjak $m_1 + m_2 - 1$ év végére számított értéke (jövőértéke, illetve jelenértéke) összevetésével számolható a hosszmetszeti implicit hozam, amit a (7) képletben r érték jelöl:[8]

$$(1+r)^{m_1}=(1+b)^{m_1}(1+n)^{m_2}\frac{p^{m_1}}{p^{m_2}}\frac{C_6}{C_7}\frac{C_8}{C_1}, \tag{7}$$

ahol a képletek könnyebb áttekinthetősége érdekében bevezettük a következő jelölést:

$$C_8=\left\{\left[\frac{(1+b)p}{1+r}\right]^{m_2}-1\right\}\Big/\left\{\left[\frac{(1+b)p}{1+r}\right]-1\right\}.$$

A (3) és (5) képlethez hasonlóan a (7) képlet is meglehetősen összetett, azonban az $i = b$ és $m_1 = m_2$ egyszerűsítést bevezetve belátható, hogy a hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjmodell hosszmetszeti implicit hozama a járulékalap növekedési ütemével egyezik meg. Ez az eredmény a szakirodalom számos más írásában (például lényegében *Aaron* [1958], *Sinn* [2000]) bemutatott eredményekkel is összhangban van. A (7) összefüggésből az is látszik azonban, hogy az $i = b$ és $m_1 = m_2$ egyszerűsítés nélkül a hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjmodell hosszmetszeti implicit hozama még viszonylag egyszerű modellfeltevések esetében is eltérhet a járulékalap növekedési ütemétől.

A elemzésben szereplő három nyugdíjmodell esetében tehát eltérhetnek a hosszmetszeti implicit hozamok értékei. E különbségek jobban szemléltethetők az $i = b$ és $m_1 = m_2$ egyszerűsítő feltevések alkalmazásával. Az elméleti modell eredményeit az *1. táblázat* foglalja össze, abban az esetben, ha e két feltevésen túl azt is feltételezzük, hogy a maximálisan lehetséges és a várható élettartam különbözik (vagyis hogy $p < 1$).

[8] Érdemes megemlíteni azt is, hogy a (7) képletben az r érték az egyenlet mindkét oldalán szerepel.

1. táblázat
Hosszmetszeti belső megtérülési ráták a modellben

	Tőkefedezeti	Felosztó-kirovó
Szolgáltatással meghatározott	nem szerepel a modellben	$IRR = (1 + b)\ (1 + n)\ -1$
Befizetéssel meghatározott	$IRR = z$	$IRR < z$

A hosszmetszetitől eltérő keresztmetszeti implicit hozam *(cross-section internal rate of return)* számolásával és értelmezésével a szakirodalomban például *Settergren–Mikula* [2006] foglalkozott részletesen. Modellünkben az általa alkalmazott definíciót – az elméleti modell feltevéseihez hozzáigazítva – úgy értelmezzük, mint azt a hozamértéket, amely esetében a nyugdíjrendszer egészének hátralévő bevételeit és kiadásait valamely időpontra jelenértékben meghatározva, az összesített jelenérték nulla. Az elméleti modellben ez akkor lehetséges, ha minden év esetében a keresztmetszeti egyenleg (az adott évben a nyugdíjrendszer bevételeinek és kiadásainak különbsége) pontosan nulla, mivel a modellben az egyenlegek értéke évente konstans ütemben változik.

A keresztmetszeti implicit hozamokat a következőkben a nyugdíjrendszer indulását követő $m_1 + m_2 - 1$ év elteltével számoljuk (ez az első olyan év a nyugdíjrendszer indulása után, amikor az összes járulékfizető és nyugdíjas egyén a nyugdíjrendszer indulása után kezdett el járulékot fizetni). Jelölje az előzőkben leírtakhoz hasonlóan J a nyugdíjrendszer indulásakor legfiatalabb nemzedék egy tagja esetében kezdetben kapott nyugdíj értékét, i pedig ennek éves növekedési ütemét. A nyugdíjrendszer indulása után $m_1 + m_2 - 1$ év múlva a keresztmetszeti implicit hozam a járulékfizetések és a nyugdíjak összes értékének összevetéséből számolható:

$$J\left(1+i\right)^{m_2-1} p^{m_2} C_9 = B_0 k\left(1+b\right)^{m_1+m_2-1}\left(1+n\right)^{m_2} C_6, \tag{8}$$

ahol a képletek könnyebb áttekinthetősége érdekében bevezettük a következő jelölést:

$$C_9 = \left\{\left[\frac{(1+b)(1+n)}{(1+i)p}\right]^{m_2} - 1\right\} \Bigg/ \left\{\left[\frac{(1+b)(1+n)}{(1+i)p}\right] - 1\right\}.$$

A (8) összefüggésben az is felfedezhető, hogy legfeljebb akkor szerepel benne valamilyen hozamérték, ha az a J értékben szerepel, különben a keresztmetszeti implicit hozam számolása ebben az elméleti modellben nem jól értelmezhető feladatot jelent. Ilyen helyzet adódik például a hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjmodell esetében: ekkor a (8) egyenlőség két oldala automatikusan megegyezik. Érdemes azonban azt is megemlíteni, hogy természetesen kevésbé egyszerűsített modellkeretben, illetve gyakorlati számolások során nem feltétlenül járhatna ehhez hasonló értelmezési problémákkal a hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjrendszerek keresztmetszeti implicit hozamának számítása.

Mivel a (2) képletnek megfelelően a tőkefedezeti nyugdíjmodellben az előzőkben leírtak alapján

$$J^T = B_0 k \left(\frac{1+z}{p} \right)^{m_1} \frac{C_3}{C_4},$$

így a (8) összefüggés ebben az esetben:

$$\left(1+z^{\star}\right)^{m_1} = \frac{\left(1+b\right)^{m_1+m_2-1}}{\left(1+i\right)^{m_2-1}} \left(1+n\right)^{m_2} \frac{p^{m_1}}{p^{m_2}} \frac{C_6}{C_9} \frac{C_4}{C_3}. \tag{9}$$

A (9 összefüggésben a $z^{\star}$ érték értelmezhető hozamként. A keresztmetszeti implicit hozamot tehát a tanulmányban úgy értelmezhetjük a tőkefedezeti nyugdíjmodellnél, hogy a nyugdíjrendszerbe való befektetéseken elért olyan hozamérték, amely esetében az „érett" nyugdíjrendszerben nulla a nyugdíjrendszer bevételeinek és kiadásainak különbsége. A (9) összefüggésben szereplő eredmény viszonylag bonyolult, azonban az előzőkben leírtakhoz hasonlóan az $i = b$ és $m_1 = m_2$ egyszerűsítéseket bevezetve a tőkefedezeti nyugdíjmodell keresztmetszeti implicit hozama a járulékalap növekedési ütemével egyezik meg:

$$(1 + z^{\star}) = (1 + b)(1 + n). \tag{10}$$

Ha a (10) összefüggésben szereplő eredményt összevetjük a hosszmetszeti implicit hozamnál számoltakkal, akkor az is megállapítható, hogy ha a tőkefedezeti nyugdíjmodellben a z érték (az „ígért" hozam) a keresztmetszeti implicit hozamnak megfelelő érték, akkor a hosszmetszeti implicit hozam is a járulékalap növekedési ütemével egyezik meg. Ennek az eredménynek természetesen nincs nagy gyakorlati jelentősége, mivel a tőkefedezeti nyugdíjrendszerekben nem feltétlenül központi jelentőségű az adott évi befizetések és a kifizetések azonossága.

A „névleges egyéni számlás" nyugdíjmodellben a nyugdíjrendszer indulásakor legfiatalabb nemzedék egy tagja esetében kezdetben kapott nyugdíj értéke a (4) képlet alapján

$$J^N = B_0 k \left(1+z\right)^{m_1} \frac{C_5}{C_4}.$$

A (8) összefüggés figyelembevételével ezek alapján a névleges egyéni számlás nyugdíjmodell keresztmetszeti implicit hozama a (11) összefüggés alapján határozható meg:

$$p^{m_2} \left(1+z^{\star\star}\right)^{m_1} = \frac{\left(1+b\right)^{m_1+m_2-1}}{\left(1+i\right)^{m_2-1}} \left(1+n\right)^{m_2} \frac{C_6}{C_9} \frac{C_4}{C_5}. \tag{11}$$

A (9) összefüggéshez hasonlóan a (11) összefüggésben $z^{\star\star}$ tekinthető olyan hozamértéknek, amelyet keresztmetszeti implicit hozamként értelmezhetünk. Az előzőkben leírtakhoz hasonlóan az $i = b$ és $m_1 = m_2$ egyszerűsítéseket bevezetve, a (11) összefüggés tovább egyszerűsödik:

$$\left(1+z^{\star\star}\right)^{m_1} p^{m_1} \frac{C_5}{C_4} = \left(1+b\right)^{m_1} \left(1+n\right)^{m_1}. \tag{12}$$

A (12) összefüggés alapján az is megállapítható, hogy ha $p < 1$, akkor a névleges egyéni számlás nyugdíjmodell keresztmetszeti implicit hozama nagyobb, mint a járulékalap növekedési üteme. A keresztmetszeti belső megtérülési rátákkal kapcsolatban az elméleti modellben számolt eredményeket ($i = b$, $m_1 = m_2$ és $p < 1$ feltevések esetén) a *2. táblázat* foglalja össze:

2. táblázat
Keresztmetszeti belső megtérülési ráták a modellben

	Tőkefedezeti	Felosztó-kirovó
Szolgáltatással meghatározott	nem szerepel a modellben	nem értelmezhető a modellben nyugdíjkötelezettség-hozam
Befizetéssel meghatározott	$IRR = (1 + b)(1 + n) - 1$	$IRR > (1 + b)(1 + n) - 1$

Az eredmények egyik érdekessége, hogy a keresztmetszeti implicit hozam értékeit a járulékalap növekedési üteméhez lehet hasonlítani. A tőkefedezeti nyugdíjmodellben az $i = b$ és $m_1 = m_2$ feltevések esetén elméletileg mind a kétféle implicit hozam megegyezhet a járulékalap növekedési ütemével, függetlenül attól, hogy mekkora a túlélési valószínűség értéke. A névleges egyéni számlás nyugdíjmodellnél ezzel szemben mindössze akkor egyezhet meg mind a kétféle implicit hozam értéke a járulékalap növekedési ütemével, ha a túlélési valószínűség feltételezett értéke egységnyi (vagyis a várható élettartam megegyezik a maximális élettartammal).

Demográfiai tényezők hatása az eredményekre

A nyugdíj-szakirodalom a demográfiai tényezők közül a népesség növekedési ütemével már „hagyományosan" sokat foglalkozott, a várható élettartam elemzése azonban korábban viszonylag kisebb figyelmet kapott. A feltevések alapján a tanulmányban a várható élettartam értéke a túlélési valószínűség függvénye, az e két érték közötti kapcsolatot a *Függelék* mutatja be.

Az elméleti modell eredményei alapján megállapítható, hogy ha (minden egyéb tényező hatását változatlannak feltételezzük) a népességnövekedési ütem (*n*) értéke magasabb, akkor:

– a hagyományos felosztó-kirovó nyugdíjmodell hosszmetszeti implicit hozama nagyobb,

– a tőkefedezeti és a névleges egyéni számlás nyugdíjmodell keresztmetszeti implicit hozama nagyobb,

– a névleges egyéni számlás nyugdíjmodell hosszmetszeti implicit hozama keresztmetszeti egyensúlyban nagyobb, egyébként a népességnövekedési ütem ezt az implicit hozamot közvetlenül nem befolyásolja,

– a tőkefedezeti nyugdíjmodell hosszmetszeti implicit hozamát közvetlenül nem befolyásolja a népességnövekedési ütem változása (abban az esetben lehetne összefüggés e két érték között, ha a z hozamérték meghatározására úgy kerülne sor, hogy a befizetések és a kifizetések pontosan megegyeznek valamely évben).[9]

Ha (minden egyéb tényező változatlanságát feltételezve) a túlélési valószínűség értéke emelkedik (vagyis nagyobb a várható élettartam), akkor a modell eredményei szerint ez az elemzésben szereplő implicit hozamok értékeit összetett módon befolyásolhatja. A következőkben e hatásokat az $i = b$, $m_1 = m_2$ és $p < 1$ feltevések esetén tekintjük át:

– ez a változás a hagyományos felosztó-kirovó és tőkefedezeti nyugdíjmodell hosszmetszeti implicit hozamára, valamint a tőkefedezeti nyugdíjmodell keresztmetszeti implicit hozamára nincs hatással,

– a névleges egyéni számlás nyugdíjmodell keresztmetszeti implicit hozama ebben az esetben csökken (ez az eredmény például úgy is értelmezhető, hogy nagyobb várható élettartamnál kisebb az az „ígért" hozam – vagyis a z hozamérték –, amely esetében a befizetések és kifizetések megegyeznek),

– a névleges egyéni számlás nyugdíjmodell hosszmetszeti implicit hozamára a várható élettartam emelkedésének keresztmetszeti egyensúlyban nincs hatása, azonban más esetekben a hosszmetszeti implicit hozam ilyenkor emelkedik (másfajta nyugdíjmodellben ezzel ellentétes eredmény is előfordulhatna).

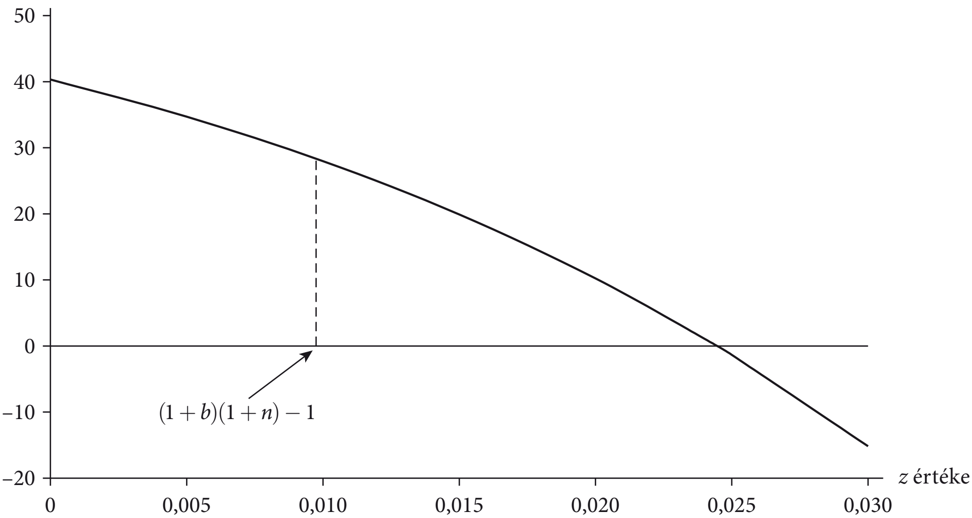
A névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben az implicit hozamok és a keresztmetszeti egyenlegek összefüggése is érdekes. Ha például az „ígért" hozam nagyobb, mint a keresztmetszeti implicit hozam, akkor az adott évi nyugdíjkiadások meghaladják a járulékbevételeket, vagyis a nyugdíjakat folyósító intézmény szempontjából az egyenleg deficites. Ha viszont az „ígért" hozam kisebb a keresztmetszeti implicit hozamnál, akkor lehetőség van szufficites egyenleg elérésére. Felmerül az a kérdés is, hogy a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben elméletileg van-e lehetőség olyan „ígért" hozam meghatározására, amely valamilyenfajta tőkepiaci hozammal (például a kockázatmentes befektetések hozamával) úgy egyezik meg, hogy az egyenleg nem deficites (vagyis a nyugdíjkiadások nem haladják meg a bevételeket).

Ha $p < 1$, $i = b$ és $m_1 = m_2$, akkor a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben nagyobb „ígért" hozam (z érték) egyidejűleg eredményez nagyobb hosszmetszeti implicit hozamot és (a nyugdíjakat folyósító intézmény szempontjából) kisebb egyenleget. Ezt a helyzetet az *1. ábra* szemlélteti ($n = -0{,}01$, $b = i = 0{,}02$, $k = 0{,}25$, $p = 0{,}975$, $m_1 = m_2 = 41$, $B_0 = 1$, $N_0 = 100$). Az ábra *a)* része a nyugdíjrendszer indulása után $m_1 + m_2 - 1$ év elteltével számolható egyenleg és a B_0N_0k érték hányadosát mutatja. Ez az érték az „ígért" hozam emelkedésekor csökken. Az egyenleg a nulla értéket akkor éri el, amikor az „ígért" hozam a keresztmetszeti implicit hozammal egyezik meg (ebben a példában ez az érték kerekítve 2,45 százalék). Az *ábra b)* része azt mutatja, hogy ekkor a hosszmetszeti implicit hozam a járulékalap növekedési ütemével egyezik meg (ebben a példában ennek értéke 0,98 százalék). A *1. ábra b)* részén az

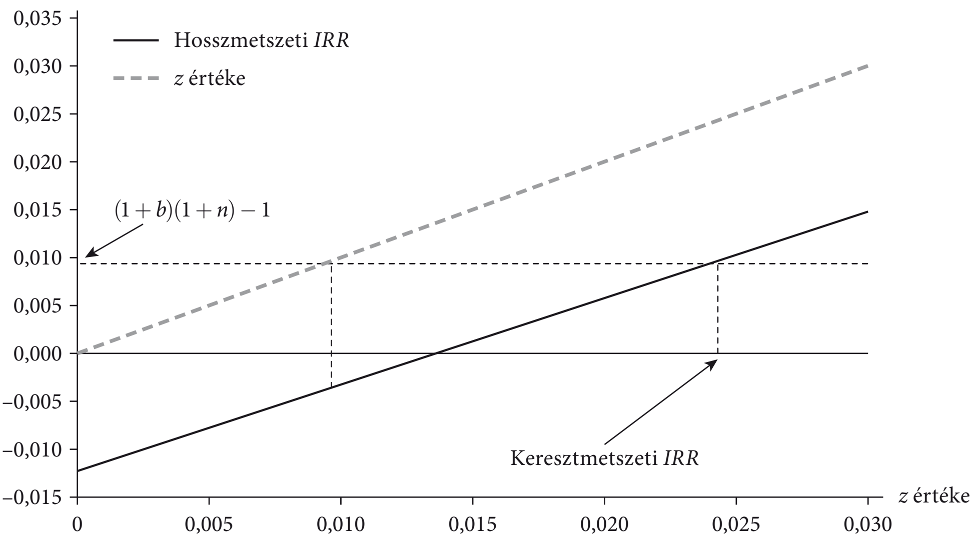
[9] Az adott évi nyugdíjjárulék-befizetések és nyugdíjjáradék-kifizetések egyezősége természetesen nem feltétlenül jelenti azt, hogy az egyes években a felhalmozott vagyon értéke változatlan a tőkefedezeti nyugdíjmodellben.

is megfigyelhető, hogy az „ígért” hozam emelkedésekor magasabb a hosszmetszeti implicit hozam is.

1. ábra
Az ígért hozam hatása
($n = -0{,}01$, $i = b = 0{,}02$, $k = 0{,}25$, $p = 0{,}975$, $m_1 = m_2 = 41$, $B_0 = 1$, $N_0 = 100$)
a) Az egyenlegre gyakorolt hatás



b) A hosszmetszeti implicit hozamra gyakorolt hatás



Forrás: saját számítások.

A modellben feltételezhető, hogy a tőkepiaci hozam nagyobb, mint a járulékalap növekedési üteme (makroökonómiai szempontból értelmezett dinamikus hatékonyság esetén ez elfogadható feltevésnek tekinthető). E feltevés további részletes elemzésével a tanulmányban nem foglalkozunk, ez mindössze azzal összefüggésben lehet érdekes a további elemzésben, hogy lehetséges-e a névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben a járulékalap növekedési ütemét meghaladó „ígért" hozam megállapítása úgy, hogy az egyenleg (a nyugdíjakat folyósító intézmény szempontjából) nem mutat hiányt. Ahogyan az *1. ábra* mindkét része is mutatja, előfordulhat a modellben ilyen helyzet, bár azt is érdemes megemlíteni, hogy ebben a példában a hosszmetszeti implicit hozam negatív, ha az „ígért" hozam a járulékalap növekedési ütemével egyezik meg.

A (12) összefüggés alapján az $i = b$, $m_1 = m_2$ és $p < 1$ feltevések esetén az is belátható, hogy a keresztmetszeti implicit hozam nagyobb, mint a járulékalap növekedési üteme. Ebből adódik, hogy ebben az esetben nem lehetetlen (ahogyan ebben a példában is lehetséges) olyan, a keresztmetszeti implicit hozam és a járulékalap növekedési üteme közötti „ígért" hozamérték meghatározása, amelynél a hosszmetszeti implicit hozam pozitív érték. Ilyen jellemzőjű „ígért" hozamokból ebben a példában nemcsak egyetlen van, hanem ezek az értékek egy viszonylag széles intervallumban helyezkednek el. A tőkepiaci hozamok további részletesebb modellezése nélkül az elméleti eredmények alapján az is megállapítható tehát, hogy ebben az intervallumban valamelyik „ígért" hozamérték megegyezhet valamely tőkepiaci hozammal (például a kockázatmentes befektetések hozamával).

Összefoglalás

A tanulmány egyik fő következtetése, hogy bár elméleti modellekben a nyugdíjrendszerek implicit hozamainak számolása egyszerűnek tűnhet, már az elméleti feltevések körének kis bővítése sokkal összetettebbé teheti a számításokat. Az együtt élő nemzedékek viszonylag egyszerű (de nem csak két periódusos) elméleti modelljében ezt a változást a várható élettartam (illetve a túlélési valószínűség) modellben való szerepeltetésével szemléltettük.

Háromféle nyugdíjmodell hosszmetszeti és keresztmetszeti implicit hozamait hasonlítottuk össze. Az egyfajta tőkefedezeti és kétfajta felosztó-kirovó nyugdíjmodell közül a leginkább összetett eredmények a névleges egyéni számlás modellben adódtak. A várható élettartam hatásának jelentőségét jól mutatja, hogy néhány egyszerűsítő feltevés alkalmazásakor az elemzésben számolható implicit hozamok mindegyike a járulékalap növekedési ütemével egyezik meg, ha a várható élettartam értéke megegyezik a maximális élettartammal és a nyugdíjrendszer bevételei és kiadásai azonosak. Ha viszont a várható élettartam kisebb, mint a maximális élettartam, az implicit hozamokkal kapcsolatos eredmények már bonyolultabbakká válnak a modellben.

A tanulmány számos eredményt mutatott be a kétféle implicit hozam összefüggésére, illetve a háromféle különböző nyugdíjmodellben számolható implicit hozamok különbségeire vonatkozóan. Ezek közül említést érdemel például az az eredmény, amely szerint bizonyos egyszerűsítő feltevések alkalmazásakor a névleges egyéni számlás nyugdíjmodell hosszmetszeti implicit hozama is emelkedik, ha a várható élettartam értéke emelkedik. A névleges egyéni számlás nyugdíjmodellben ezen egyszerűsítő feltevések alkalmazásával az is előfordulhat, hogy a névleges számlára vonatkozóan „ígért” hozam valamilyen tőkepiaci hozammal, például a kockázatmentes befektetések hozamával egyezik meg úgy, hogy ezzel egyidejűleg a nyugdíjbevételek nem kisebbek a nyugdíjkiadásoknál.

A tanulmányban bemutatott eredményeket egy számos feltevést tartalmazó elméleti modell alapján lehet számolni. E feltevések következtében a modell eredményei elsősorban különböző összefüggések bemutatására és egyes nyugdíjmodellek közötti különbségek kiemelésére alkalmasak.

Hivatkozások

Aaron, H. [1966]: The social insurance paradox. The Canadian Journal of Economics and Political Science, Vol. 32. No. 3. 371–374. o.

Banyár József [2003]: Életbiztosítás. Aula Kiadó, Budapest.

Banyár József [2011]: A nyugdíjreform miatti államháztartási hiány elszámolhatósága. Közgazdasági Szemle, 58. évf. 7–8. sz. 666–688. o.

Banyár József–Gál Róbert Iván–Mészáros József [2009]: A névleges egyéni számlás rendszer (*NYndc és NDCtbki*). 14. melléklet. Megjelent: *Holtzer Péter* (szerk.): Jelentés a Nyugdíj és Időskor Kerekasztal tevékenységéről. Miniszterelnöki Hivatal, Budapest.

Blanchard, O. J. [1985]: Debt, deficits and finite horizons. Journal of Political Economy, Vol. 93. No. 2. 223–247. o.

Bommier, A.–Lee, R. D. [2003]: Overlapping generations models with realistic demography. Journal of Population Economics, Vol. 16. No. 1. 135–160. o.

Brealey, R. A.–Myers, S. C. [1998]: Modern vállalati pénzügyek. 6. kiadás, Panem–McGraw-Hill, Budapest.

Chłoń-Domińczak, A.–Franco, D.–Palmer, E. [2012]: The first wave of NDC reforms: the experiences of Italy, Latvia, Poland, and Sweden. Megjelent: *Holzmann, R.–Palmer, E.–Robalino, D.* (szerk.): Nonfinancial defined contribution pension schemes in a changing pension world: Vol. 1. Progress, lessons, and implementation. World Bank, Washington, D.C., 2. fejezet.

Dutta, J.–Kapur, S.–Orszag, J. M. [2000]: A portfolio approach to the optimal funding of pensions. Economics Letters, 69. 201–206. o.

Gál Róbert Iván–Simonovits András [2012]: A magyar nyugdíjrendszer éves hozamrátái. Közgazdasági Szemle, 59. évf. 9. sz. 963–987. o.

Knell, M. [2010]: How automatic adjustment factors affect the internal rate of return of PAYG pension sytems. Journal of Pension Economics and Finance, Vol. 9. No. 1. 1–23. o.

Kovács Erzsébet [2010]: A nyugdíjreform demográfiai korlátai. Hitelintézeti Szemle, 9. évf. 2. sz. 128–149. o.

Matsen, E.–Thøgersen, O. [2004]: Designing social security – a portfolio choice approach. European Economic Review, Vol. 48. 883–904. o.

Mosolygó Zsuzsa [2010]: A tőkefedezeti rendszer alapkérdéseinek új megközelítése. Közgazdasági Szemle, 57. évf. 7–8. sz. 612–633. o.

Németh György [2009]: A „természetes nyugdíjrendszer”. 16. melléklet. Megjelent: *Holtzer Péter* (szerk.): Jelentés a Nyugdíj és Időskor Kerekasztal tevékenységéről. Miniszterelnöki Hivatal, Budapest.

OECD [2005*a*]: Private pensions: OECD classification and glossary. Pensions Glossary. www.oecd.org.

OECD [2005*b*]: Ageing and pension system reform. Implications for financial markets and economic policies. OECD Publishing, Financial Market Trends, Supplement 1. www.oecd.org.

Palmer, E. [2006]: What is NDC? Megjelent: *Holzmann, R.–Palmer, E.* (szerk.): Pension reform. Issues and prospects for non-financial defined contribution (NDC) schemes. The World Bank, Washington, D.C. 2. fejezet.

Samuelson, P. A. [1958]: An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money. The Journal of Political Economy, Vol. 66. 467–482. o.

Settergren, O.–Mikula, B. D. [2006]: The rate of return of pay-as-you-go pension systems: a more exact consumption-loan model of interest. Megjelent: *Holzmann, R.–Palmer, E.* (szerk.): Pension reform, Issues and prospects for non-financial defined contribution (NDC) schemes. The World Bank, Washington, D.C. 7. fejezet, 117–142. o.

Simonovits András [2002]: Nyugdíjrendszerek: tények és modellek. Typotex Kiadó, Budapest.

Simonovits András [2009]: Népességöregedés, tb-nyugdíj és megtakarítás – parametrikus nyugdíjreformok. Közgazdasági Szemle, 56. évf. 4. sz. 297–321. o.

Sinn, H.-W. [2000]: Why a funded pension system is useful and why it is not useful. International Tax and Public Finance, 7. 389–410. o.

Takáts Előd [2010]: Ageing and asset prices. Bank for International Settlements, BIS Working Papers, No. 318. www.bis.org.

Whitehouse, E. R. [2010]: Decomposing notional defined-contribution pensions. Experience of OECD countries' reforms. OECD Social, Employment and Migration Working Papers, No. 109. http://www.oecd-ilibrary.org/social-issues-migration-health/decomposing-national-defined-contribution-pensions_5km68fw0t60w-en.

Függelék

A várható élettartam és az életben maradási valószínűség összefüggése

A biztosításmatematikai számítások alapja a gyakorlatban gyakran a halandósági tábla. A tanulmányban x jelöli azt az életkort, amikor az egyének először fizetnek járulékot, ehhez az életkorhoz tartozóan a halandósági táblában található l_x érték az x évesen életben lévők számára utal. Az x éves korban tehát l_{x+1}/l_x annak a valószínűsége, hogy valamely egyén egy év múlva is életben van. Ez a valószínűség az egyes életkorokban a gyakorlatban különböző lehet [ahogyan ez például *Banyár* [2003] (411–413. o.) található (férfi) néphalandósági tábla esetében is számolható]. A modellben azonban az egyes életkorokban jellemző p életben maradási valószínűség (illetve arány) konstans. A halandósági táblában szereplő maximális életkort általában ω jelöli, amelynek értéke a modellben x és $m_1 + m_2 - 1$ összege. A halandósági tábla általános definiálásakor az x éves életkorban számolható várható élettartam:

$$\sum_{t=0}^{\omega-x-1}(x+t)\frac{l_{x+t}-l_{x+t+1}}{l_x}+\omega\frac{l_\omega}{l_x}.$$

Mivel $p = (l_{x+1} - l_{x+t+1})/l_x$ konstans a modellben, egy kivételtől eltekintve (ami a halandósági táblában szereplő maximális életkor elérésével függ össze), ezért e kivételen kívül $l_{x+t} - l_{x+t+1} = (1 - p) \times l_{x+t}$, illetve $l_{x+t} = l_x p^t$ is teljesül. A várható élettartam tehát a modellben szereplő konstans életben maradási valószínűség függvénye:

$$(1-p)\left[\sum_{t=0}^{\omega-x-1}(x+t)p^t\right]+\omega p^{(\omega)}.$$