JAVASLAT AZ OPTIMÁLIS JÁRADÉKFÜGGVÉNYRE[1]

BANYÁR JÓZSEF
Budapesti Corvinus Egyetem

A tanulmány Simonovits András optimális járadékfüggvényt vizsgáló tanulmányaihoz kapcsolódik. Más eszközökkel, mint ő, szemléletesen bemutatom a hiperbolikus járadékfüggvény általa feltárt és leírt hibáit, majd ugyanezekkel az eszközökkel megmutatok egy egész függvénycsaládot, amelyek elkerülik ezeket a hibákat, s így eleget tesznek Simonovits optimális járadékfüggvényre megalkotott kritériumainak. Majd összehasonlítom ezeket a járadékfüggvényeket a tapasztalati halandóság alapján konstruáltakkal, mint olyanokkal, amelyeket a gyakorlatban alkalmazni szoktak, s megállapítom, hogy azok nagyon hasonlítanak a gyakorlati járadékfüggvényekre. Egyben kiterjesztem elemzésemet —az újonnan bevezetett szemléletes technikával— ezekre a gyakorlati járadékfüggvényekre is, s megállapítom, hogy ezek kismértékben, de tartalmazzák a hiperbolikus járadékfüggvények Simonovits által feltárt negatív tulajdonságait. Megmutatom, hogy használva az ezekhez nagyon hasonló, az optimális járadékfüggvény kritériumainak megfelelő függvénycsaládot, ezek a negatív tulajdonságok kiküszöbölhetőek, különösen, ha figyelembe vesszük, hogy a várható élettartam növekedése miatt, a historikus halandósági táblák nem alkalmasak a járadék-kalkulációra, ezek helyett projektáltakat kell alkalmazni. A projekció során viszont könnyen elvégezhető azok szükséges simítása, amivel azok optimális járadékfüggvénnyé tehetők. A tanulmány egyben bemutatja, hogy Simonovits a ,,biztosításmatematikai korrektség” nem szokásos fogalmát használja.

1 Kiindulás

1.1 A kiinduló modell az optimális járadékfüggvény kereséséhez

Az alábbi vizsgálódásommal az optimális járadékfüggvény kereséséhez szeretnék hozzájárulni. A témát Simonovits András vetette fel egy évtizeddel ezelőtt, s elemezte több tanulmányában, azóta. Több lehetséges függvény- ,,jelöltről” bizonyította be, hogy az nem tesz eleget az optimális járadékfüggvénnyel szemben támasztott követelményeknek. Kitüntetetten vizsgálta a hiperbolikus járadékfüggvényt, ami a vizsgálatra alkotott modelljéből, mintegy automatikusan következett. Mivel vizsgálatom szorosan kapcsolódik Simonovitséhoz, azt az ő modelljének az ismertetésével kezdem.

[1] A szerző köszönetet mond Kovács Erzsébetnek és Szegő Lászlónak értékes észrevételeikért. Beérkezett: 2011. augusztus 4. E-mail: `banyarj@gmail.com`.

Simonovits alapmodelljét 2001-ben alkotta meg (Simonovits [2001]), amit —némi finomításokkal— a további tanulmányaiban is alkalmazott. A modellben a következő egyszerűsítő feltételezésekkel él:

- mindenki dolgozik, s mindenki ugyanabban az életkorban kezdi el a munkát (az egyszerűség kedvéért 0 korban)
- egységnyi időre, életkortól függetlenül 1 bért kap (vagyis eltekint a kor szerint növő fizetésektől, a képzettség szerinti fizetési eltérésektől és a reálbér-növekedéstől)
- az egyénnek a kormányzat előírja, hogy évente keresetének hányadrészét tegye félre (vagyis a nyugdíjjárulék τ^*, amire igaz, hogy $0 < \tau^* < 1$), de az egyén dönthet arról, hogy mennyi időt dolgozik, és mennyit tölt nyugdíjban (kötött választás). Erre vonatkozólag csak egyetlen, mesterkélt korlátozás van, ami a modellből következik (ld. alább!): senki sem mehet nyugdíjba a várható átlagos élettartama eltelte után, mert (az alábbi modell szerint) negatív nyugdíjat kapna!
- minden dolgozónak torzítatlan várakozása van saját élettartamáról, jele D. Ez a D élettartam szóródik. Az egyéni várakozások átlaga pedig D^*.
- a biztosításmatematikai korrektség miatt teljesülnie kell, hogy

  $$\tilde{b}(R) \cdot (D^* - R) = \tau^* R \, ,$$

  vagyis a kifizetett összes járadéknak egyenlőnek kell lennie a befizetett összes járulékkal. (A $\tilde{b}(R)$ a $b(R)$ általános járadékfüggvény egy konkrét megvalósulása.)
- ennek alapján a kormányzat meghirdeti, hogy ha valaki R évig dolgozik, az a D^* átlagos élettartamra vett

  $$\tau R = b(D - R) \, , \quad 0 < R < D$$

  szerinti nyugdíjat kapja haláláig.
- A modellből következik egy járadékfüggvény, mégpedig az alábbi, az R változó szerint *hiperbolikus függvény:*

  $$\tilde{b}(R) = \frac{\tau^* R}{D^* - R} \, , \quad 0 < R < D^*$$

- ez azt fejezi ki, hogy a törvényhozók azt feltételezik, hogy a különböző életkorban nyugdíjba menőknek a nyugdíjkorhatár-minimum elérésekor a várható élettartamuk azonos.
- A fenti hiperbolikus járadékfüggvény által megvalósított ösztönzést Simonovits ,,tompítatlannak" nevezi, magát a hiperbolikus járadékfüggvényt pedig ,,biztosításmatematikailag tisztességesnek". Ennek a tompítatlan ösztönzésnek az eredménye, hogy

- valakinek minél hosszabb/rövidebb az élettartama, annál később/hamarabb megy nyugdíjba. Ezen belül a hiperbolikus járadékfüggvény
    1. azoknak kedvez, akik az átlagosnál tovább akarnak dolgozni, mert azok tovább élnek, és emiatt többet nyernek (a biztosításmatematikailag tisztességes rendszerben), mint ami biztosítási alapon indokolható,
    2. túlbünteti azokat, akik az átlagosnál korábban mennek nyugdíjba, mert ők az átlagosnál kevesebb ideig élnek, s emiatt kevesebbet kapnak, mint ami biztosítási alapon indokolható.
- vagyis a hiperbolikus járadékfüggvény által a későbbi nyugdíjba vonulásra bevetett ösztönző túl erős, ami ahhoz vezet, hogy nagyon nagy redisztribúció történik az ex-ante rövidebb élettartamúaktól az ex-ante hosszabb élettartamúak felé.
- összességében a fenti jutalmak és büntetések nem kompenzálják egymást, hanem *a kormányzat ráfizet a rugalmas ösztönzésre.*
- ,,Tehát az állítólagosan tisztességes rendszer a hosszabb életűeknek kedvez, míg a rövidebb életűeket bünteti. … Ezt a torzítást vélhetőleg tovább fokozza az a tény, hogy a nagyobb keresetűek statisztikailag tovább élnek – és tovább is dolgoznak." Ezt ő ,,anomáliának" (Simonovits [2001] 395. o.) látja.
- emiatt (Simonovits [2001] 403. o.) ,,az úgynevezett biztosításmatematikailag tisztességes megoldás inkonzisztens."
- A fentieket, mint ,,sejtést" megfogalmazók között említi saját magát, már egy korábbi írásában is (Simonovits [1998]). Ebben a tanulmányban a következőképpen fogalmaz: (699-700. o.) ,,Nagyon valószínűnek tartom, hogy azok az emberek, akik tovább akarnak dolgozni, az átlagosnál tovább élnek, és emiatt többet nyernének, mint ami biztosítási alapon indokolható. Hasonló a helyzet, csak éppen fordított előjellel, azok esetében, akik korai nyugdíjazást vesznek igénybe. Kisebb a várható élettartamuk és emiatt többet vesztenének, mint ami akár biztosítási alapon indokolt."

A megoldást (Simonovits [2001] 403. o.) ,,Az információ-gazdaságtanból ismert módon a biztosítás és a hatékonyság összehangolását a kellően *tompított ösztönzés* jelentheti." ,,Tompított ösztönzésről beszélünk, ha 1. a nyugdíj a szolgálati idő nem csökkenő pozitív függvénye: b^* nem csökken; és 2. a nyugdíj kisebb/nagyobb az úgynevezett biztosításmatematikailag tisztességes nyugdíjnál, ha a szolgálati idő nagyobb/kisebb a kormányzati optimumnál." (403. o.)

A Simonovits [2007]-ben megállapítja, hogy a tompítás segíti ugyan az egyensúlyt, de nagyon lerontja az ösztönzést a későbbi nyugdíjba vonulásra, és összességében nem világos, hogy mi lesz annak célszerű mértéke. Vagyis szerinte a túlösztönzés hatalmas, a tompítás ereje korlátozott. Itt két konkrét megoldást említ. Eszerint:

- a lineáris járadékfüggvény (vagyis, ha a járadékfüggvény lineárisan emelkedne a nyugdíjkorhatár emelésével) jobb, mint hiperbolikus, de a problémát nem oldja meg. Számításai szerint ez javítja az eredményeket, a tanulmányban közölt szimuláció ezt mutatja.
- a probléma triviális megoldása, ha a járadékot kisebb járulékkulccsal számolják ki, mint amit befizettek (vagyis annak mértékét általában, kortól függetlenül csökkentik).

1.2 A pénz időértéke, s ami ebből következik – néhány egyszerűsítő feltételezés

A fentiek alapján az is világos, hogy ebben a modellben —egy magából értődő egyszerűsítő feltételezésként— a pénz időértéke állandó. A továbbiakban, elemzésemben én is ezzel az egyszerűsítő feltevéssel élek. Ebből azonban több dolog is következik, amelyeket célszerű expliciten számba venni:

- a különböző időpontbeli pénzeket nem kell (vagy ami ugyanaz: 0%-os kamatlábbal kell) diszkontálni. Ezért például a járadékfüggvény, a járadékkal kapcsolatos aktuáriusi számítások többségétől eltérően nem tartalmaz diszkontálást (illetve 0%-os kamatlábbal történő diszkontálást tartalmaz).
- Emiatt az egyes egyének életpályáján, az általuk különböző időpontokban teljesített befizetéseket, illetve kapott kifizetéseket egyszerűen összeadhatjuk egymással. Így ha például azt vizsgáljuk, hogy az állam ráfizet-e, vagy sem az ösztönzésre egyszerűen úgy lehet megállapítani, hogy a befizetések egyszerű összegét hasonlítjuk a kifizetések egyszerű összegéhez.

Természetesen az egyén számára, szubjektíve különbözhetnek a különböző időpontokban kapott pénzek értékei. Simonovits ezt be is vezeti a modelljébe, mindegyik egyénhez hozzárendel egy hasznossági függvényt, s feltételezi, hogy az alternatívák között ez alapján dönt. Én magam ezt a mozzanatot kihagytam a vizsgálódásból a következő megfontolásból:

- az állam szintjén végzett vizsgálatoknál (s mikor az optimális járadékfüggvényt keressük, akkor ilyet végzünk) mindegy, hogy a különböző időpontokban kapott, illetve adott pénzeket az egyes egyének hogyan értékelik, az állam szempontjából 1 Ft az 1 Ft, akármikor is kerül kifizetésre, illetve akármikor is folyik be (hiszen a pénz időértéke állandó). Vagyis ugyan lehetséges, hogy mondjuk 5 Ft kifizetését szubjektíve valaki 4-nek, vagy 6-nak értékel összesen, attól függően, hogy milyen ütemezésben kapja azt meg, de abból a szempontból, hogy az állam ráfizet-e vagy sem a kifizetésre, mindkét esetben az 5 Ft-ot kell használni.

- természetesen az ösztönzés szempontjából lehet jelentősége annak, hogy valaki szubjektíven hogyan értékeli egy járadékfüggvény kifizetéseit, de a befizetések és kifizetések egyensúlya szempontjából az államnak csak az számít, hogy ő vajon preferálja-e vagy sem az abszolút értékben minél nagyobb kifizetést. Az állam, illetve az egyensúly szempontjából ez a legrosszabb eset, így csak ezt vizsgálom, illetve ezt teszem fel. Ha a legrosszabb esetben is megfelelő eredményre jutok, akkor a többi esettel már nem kell foglalkozni. (Az ösztönzés kérdésével később még foglalkozom.)

2 A hiperbolikus járadékfüggvény hibái

A hiperbolikus járadékfüggvény valóban túlösztönzést, és túlelosztás valósít meg (vagyis nem biztosítja a befizetések és kifizetések közti egyensúlyt és összességében fenntarthatatlanná teszi a nyugdíjrendszert). Ezt —Simonovitsétól eltérő módon (de a lényeget, illetve eredményt tekintve azonosan) szemléltetve— a következő módon lehet megmutatni. Ha a

$$\tilde{b}(R) = \frac{\tau^* R}{D^* - R}\,, \quad 0 < R < D^*$$

járadékfüggvényt helyettesítem a(z ugyanúgy hiperbolikus)

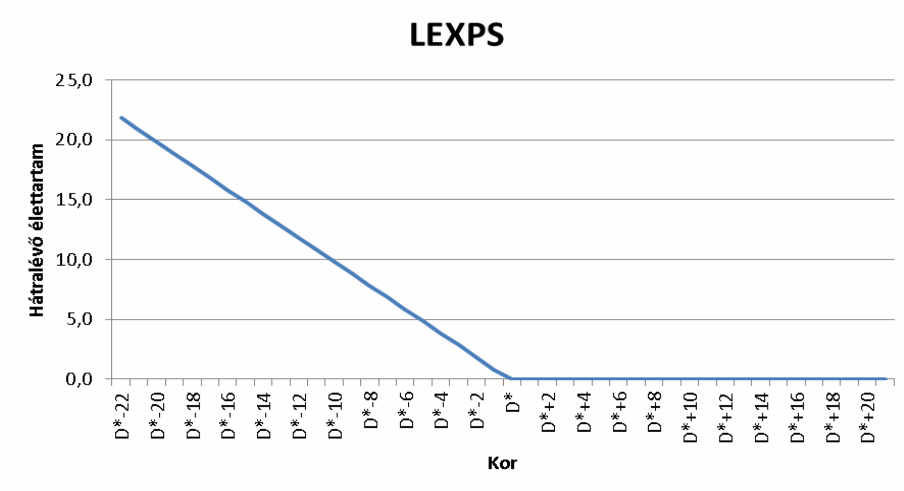
$$\bar{b}(R) = \frac{1}{D^* - R}\,, \quad 0 < R < D^*$$

járadékfüggvénnyel, ahol D^* jelenti (Simonovitssal megegyezően) a születéskor (=munkába álláskor) várható hátralévő élettartamot, R viszont a nyugdíjba vonulási életkort jelenti (szintén Simonovitssal megegyezően, bár ő ezt elsősorban, mint az ezzel amúgy megegyező szolgálati időt tekinti). Mint már jeleztem, e mögött az az implicit feltételezés húzódik meg, hogy:

- minden nyugdíjas azonos korban (D^*) hal meg, vagyis
- sem D^* kor előtt, sem utána nem hal meg senki, vagyis
- a várható hátralévő élettartam függvénye (LEXPS – a végén az S arra utal, hogy ez a „Simonovits-féle" hátralévő élettartam függvény) az R szerint lineáris függvény:

$$LEXPS(R) = \begin{cases} D^* - R\,, & \text{ha } 0 < R < D^* \\ 0\,, & \text{ha } R \geq D^*\,. \end{cases}$$

Ez utóbbi állítás, és az az állítás, hogy a járadékfüggvény hiperbolikus, egymással ekvivalens (*1. ábra*).



1. ábra. A hiperbolikus járadékfüggvény várható hátralévő élettartam-függvénye.
Forrás: saját számítás.

Most az a kérdés, hogy ez milyen ösztönzést valósít meg (feltéve, hogy mégsem igaz, amit a kormány feltételez a várható hátralévő élettartamokról, vagyis nem mindenkire érvényes a fenti LEXPS)? A kormányra, illetve a TB egyensúlyára nézve legrosszabb eset, ha

- az egyes nyugdíjasok pontosan ismerik a hátralévő élettartamukat (vagyis haláluk idejét)
- az a céljuk, hogy —a fenti információt kihasználva— maximalizálják a hátralévő élettartamuk alatt kapott összes járadékot.

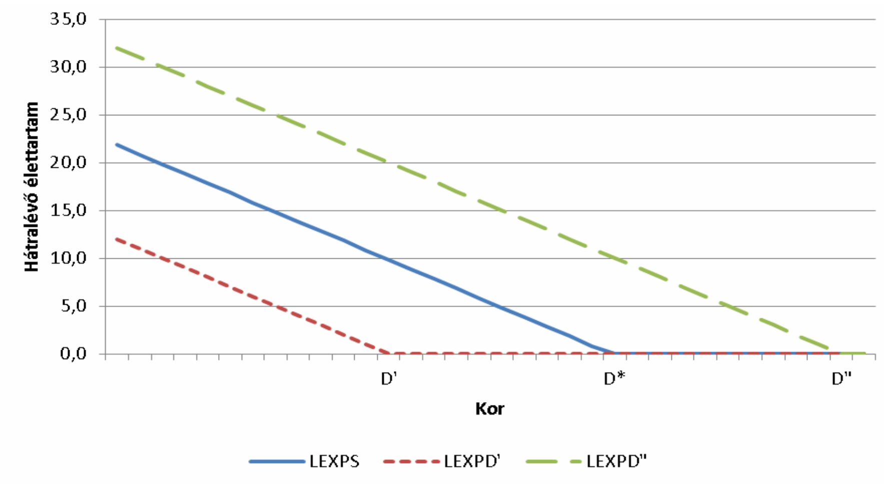
Ez a két feltételezés Simonovits eredeti feltételezéseinek a szélső esete, vagyis ez valósítja meg az általa feltételezett (a TB egyensúlya szempontjából) legrosszabb szcenáriót.

Nézzünk két esetet, az egyikben a nyugdíjas tudja, hogy rövidebb ideig él (mondjuk $D' < D^*$ évig), a másikban pedig tudja, hogy hosszabb ideig (mondjuk $D'' > D^*$ évig), mint a kormányzat által feltételezett átlag. Ekkor az ő személyes várható hátralévő élettartamukat a lehetséges nyugdíjba vonulási korokban a *2. ábra* mutatja (LEXPD'-vel és LEXPD"-vel —általánosan pedig LEXPD-vel— jelölve az egyes eseteket).

Ha feltételezzük, hogy a járadékfüggvény hiperbolikus a LEXPS feltételezései szerint, akkor az egész hátralévő élettartam alatt kapott járadék, 1 egység összegyűjtött tőke esetén[2]:

$$\frac{D-R}{D^*-R} = \frac{LEXPD(R)}{LEXPS(R)}\ .$$

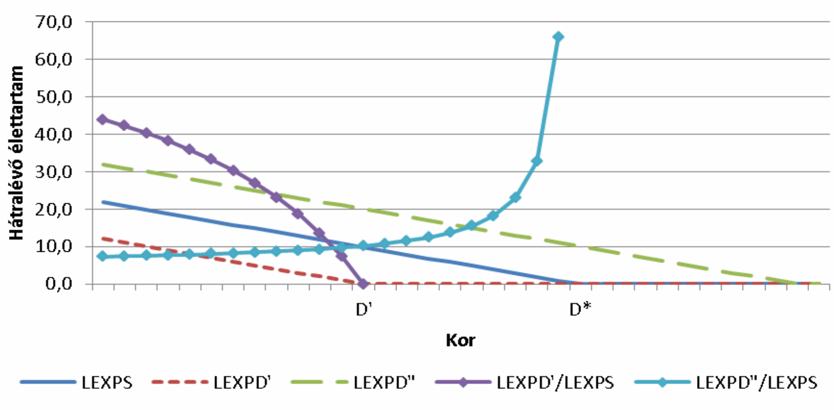
[2]Ezt $\tau^* R$-rel kellene megszorozni, hogy a Simonovits-féle nyugdíjat kapjuk, de az abszolút értékek eltérése nem befolyásolja a görbék egymáshoz viszonyított alakját, ami az elemzés lényege.



2. ábra. A feltételezett társadalmi átlagos és ,,biztos tudáson alapuló" egyéni hátralévő élettartam függvények. *Forrás:* saját számítás.

Vagyis a két konkrét példában a fenti két-két egyenes hányadosát kell maximalizálni. A *3. ábrába* berajzolom (az áttekinthetőség kedvéért némileg felnagyítva) a két-két egyenes hányadosait.

Látszik, hogy aki hosszabb élettartamot vár, mint a ,,hivatalos", annak egyre előnyösebb halasztani, egészen addig, amíg egyáltalán lehetséges, vagyis a ,,hivatalos" élettartamig, aki viszont annál rövidebbet, annak az első lehetséges alkalommal érdemes elmennie nyugdíjba. Aki pontosan D^* élettartamot vár, annak a kapott összjáradék ugyanannyi lesz, bármikor is megy nyugdíjba (természetesen D^* kor előtt, mint mindenki más!).



3. ábra. A hátralévő élettartam függvények és hányadosaik (ezek felnagyítva). *Forrás:* saját számítás.

A D^* kort várók számára ezért a hányados egy egyenes lesz, ami a két fenti görbe közötti átmenetet jelenti. Ezek a megállapítások a középiskolai geometriai tételek (hasonló háromszögek, párhuzamos szelők tétele) alapján egyszerűen beláthatóak.

A hiperbolikus járadékfüggvény tehát nagyon erősen jutalmazza azokat, akik egy ,,hivatalos" élettartamnál többre számítanak, vagyis nagyon erős ösztönzést valósít meg körükben a minél későbbi nyugdíjba vonulásra. Körükben annál jobban jár valaki, minél később vonul nyugdíjba, hiszen itt lényegében az a szabály, hogy valaki akármikor megy is nyugdíjba, de még D^* kor előtt, s megéli ezt a D^* kort, akkor eddig a korig összességében megkapja a teljes addig felhalmozott nyugdíjtőkéjével (a befizetett összes járulékával) megegyező járadékot, s ez után a kor után pedig még évente haláláig egy pluszt, ami (évente!) annál nagyobb, minél később megy valaki nyugdíjba.

Az érintett kör pedig, akinek megéri később nyugdíjba vonulni, nem a nyugdíjasok fele, hanem —a magyar néphalandósági táblák tanulsága alapján— ennél valamivel több. Ilyen feltételek mellett, mondhatni ilyen bikaerős ösztönzés mellett —anélkül, hogy részletesebben utána kellene ennek számolnunk— intuitíve is beláthatjuk, hogy a hiperbolikus járadékfüggvény nagyon erős túlelosztást valósít meg, vagyis több nyugdíjat ad összességében, mint a befizetett járulékok, vagyis ez felborítja a TB nyugdíjkasszát.

3 A biztosításmatematikai korrektség fogalma

Tehát az eddigi elemzés is kimutatta, hogy a hiperbolikus járadékfüggvény a Simonovits által feltárt hibákkal rendelkezik. Mielőtt továbbmennénk azonban, pontosítani szükséges Simonovits egy másik állítását, miszerint a hiperbolikus járadékfüggvény egyben ,,biztosításmatematikailag tisztességes" lenne. (A magam részéről az eredeti angol fogalom, az ,,actuarial fair" egy másik fordítását, a ,,biztosításmatematikailag korrektet" preferálom.) Simonovits ugyanis nem pontosan használja a biztosításmatematikai korrektség fogalmát, s ennek van jelentősége, ugyanis a hiperbolikus járadékfüggvény általa feltárt hibáit általában a biztosításmatematikai korrekt járadékfüggvények hibáinak is tartja. Ugyanakkor ez nem ,,korrekt", mert a hiperbolikus járadékfüggvény nem biztosításmatematikailag korrekt járadékfüggvény.

A biztosításmatematikai korrektséget ugyanis leginkább az aktuáriusok (biztosításmatematikusok) által használt kalkulációs alapelv, az ekvivalencia elv fejezi ki. Eszerint a befizetések jelenértékei várható értékeinek meg kell egyezni a kifizetések jelenértékeinek várható értékével. Másképp: várható értékben meg kell egyezni az ügyfél befizetéseinek és kifizetéseinek.

Az ekvivalencia elv alkalmazható az egyes biztosítottakra, s a biztosítottak egy csoportjára is, ami akár az (adott típusú biztosításon belüli) összes biztosítottat is jelentheti. A gyakorlati lehetőségek döntik el, hogy milyen kicsi csoportra alkalmazzák. Ez úgy jelenik meg, hogy mennyire tesznek különbséget a biztosítottak egyes csoportjai között. Lényegében minél inkább, annál inkább lehet a kalkulációt biztosításmatematikailag korrektnek nevezni.

Simonovits egy olyan példát hoz, ahol a ,,kalkulációkor" irreális feltevésből indulnak ki, de ezen feltevés mellett teljesül az ekvivalencia elv, tehát a befizetések (a nyugdíjazásig befizetett összes járulék) megegyeznek a kifizetésekkel (a halálozásig várható összes nyugdíjjal). Az irreális feltevés, hogy mindenki ugyanabban a korban hal meg. Erről azonban mindenki tudja, hogy nem igaz, s ilyen feltevést biztosításmatematikus kalkulációkor sohasem tesz. Ehelyett abból a közismert gyakorlati megfigyelésből indulnak ki, hogy valaki minél tovább élt már eddig, annál nagyobb lesz a várható összes élettartama (vagyis annál magasabb korban hal meg).

Ez egyszerűen abból következik, hogy az x évesek várható élettartamába beleszámítják azoknak az élettartamát is, akik abban az évben meghalnak, míg az $x+1$ évesek élettartamába már —értelemszerűen— nem, s pont ők húzták le az x évesek várható élettartamát. Tehát a kor előrehaladtával mindenkinek a várható összes élettartama (vagyis az aktuális kora, s az abban a korban várható hátralévő élettartam összege) automatikusan magasabb lesz, akár számít erre, s ez alapján cselekszik (mint Simonovitsnál is), akár nem. A gyakorlatban, a nyugdíjjáradék-biztosításra konkretizálva ez azt jelenti, hogy minél később megy valaki nyugdíjba, egyre több évre kell elosztani az összegyűjtött járulékát ahhoz képest, mint amennyi abban a korban még a születéskor (vagy munkába álláskor) átlagos hátralévő élettartamból még hátra van. Ha kalkulációkor ezt az egyszerű tényt nem veszik figyelembe (márpedig a hiperbolikus járadékfüggvény pont ennek a figyelmen kívül hagyását jelenti), akkor azt a kalkulációt nem lehet biztosításmatematikailag korrektnek nevezni.

Azt, hogy a hiperbolikus járadékfüggvény biztosításmatematikailag nem korrekt, egyszerűen is láthatjuk, hiszen itt azért sem teljesül a befizetett járulékok és a kapott járadékok várható egyenlősége, mert aki D^* kornál tovább él, az *biztosan* (tehát nem várhatóan!) többet kap, mint amit befizetett. A biztosításmatematikailag korrekt kalkuláció esetén nincs ilyen bizonyosság, itt egy jóval szűkebb kör kap többet a befizetéseinél: azok, akik tovább élnek annál, ami a nyugdíjba vonulási koruk esetén a várható hátralévő élettartam.

Mindezekből az következik, hogy a megoldást, vagyis a megfelelő járadékfüggvényt nyugodtan kereshetjük a biztosításmatematikailag korrekt járadékfüggvények között, s az alábbiakban ezt is teszem. Fel kell viszont oldani azt a feltevést, hogy minden korban megegyezik (állandó) a kor plusz abban a korban várható hátralévő élettartam, s ehelyett a kor plusz abban a korban várható élettartamra a kor függvényében növekvő függvényt kell feltételezni.

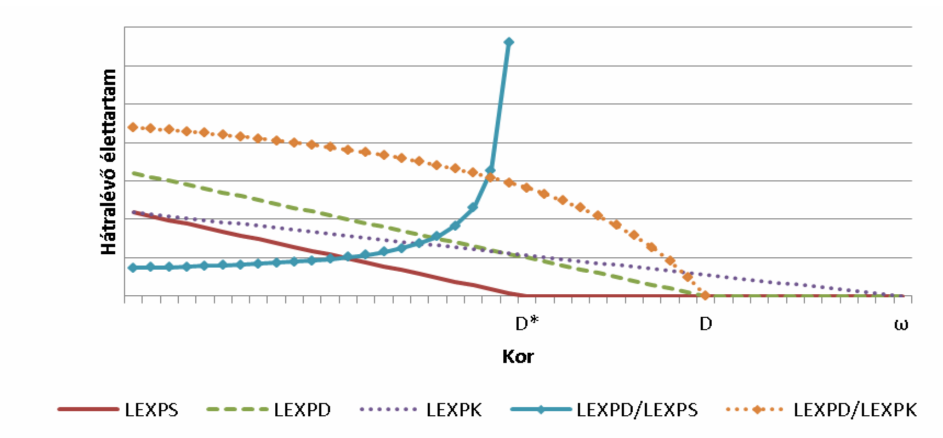
Az alábbiakban ilyen függvényt keresek, s ezt jól meg is alapozza az, hogy a hiperbolikus járadékfüggvény hibáinak bemutatásában Simonovitsétól eltérő gondolatmenetet használtam.

4 Egy analitikusan jól viselkedő, releváns függvényosztály

Az általam használt gondolatmenetben a fő eltérés Simonovitstól az volt, hogy én nem közvetlenül a járadékfüggvényt, hanem (az aktuáriusoknál szokásos módon) annak reciprokát, a „járadékosztót” (annuity divisor) próbáltam megragadni. Ez a járadék-osztó 0%-os diszkontrátánál (amit ebben a tanulmányban végig feltételezek – ld. fent!) megegyezik a várható hátralévő élettartammal a LEXP függvénnyel. Mint megmutatom, analitikusan jól viselkedő (releváns) LEXP függvényt sokkal könnyebb konstruálni, mint annak reciprokát, a járadékfüggvényt.

Kezdhetjük mindjárt a legkézenfekvőbb jelölttel, a lineáris LEXP függvénnyel! Ez nem vezet túlösztönzésre, amint azt az alábbi ábra mutatja. Legyen ez az alábbi ábrában a LEXPK (a K a „konstruáltra” utal) egy olyan lineáris függvény, ami ω kornál (a szokásos jelölés a megfigyelt legmagasabb életkorra) éri el a 0-t. (Ez a függvény természetes módon teljesíti az előbbi követelményünket, hogy a kor + abban a korban várható hátralévő élettartam növekvő legyen, egyszerűen azzal, hogy nem olyan meredek, mint a Simonovits-féle – (-1) meredekségű – LEXPS függvény.) Ekkor az ösztönzést a *4. ábra* mutatja egy tetszőleges $D < \omega$ várható élettartamnál, ahol feltesszük, hogy valaki pontosan ismeri magára vonatkozólag ezt a D értéket:

Az ábrából látszik, hogy a Simonovits-féle LEXPS alkalmazása esetén, ha valaki tudja, hogy tovább él, mint D^*, akkor a lehető legkésőbbi időpontban (D^*-ban) kell nyugdíjba vonulnia, ha maximalizálni akarja az össznyugdíját. Ezzel szemben egy lineáris LEXPK alkalmazása esetén bármeddig él is valaki, a leginkább az éri meg neki, ha az első lehetséges alkalommal nyugdíjba vonul – megint csak: ha célja az, hogy a kapott össznyugdíját maximalizálja.



4. ábra. A hiperbolikus járadékfüggvény és a lineáris várható hátralévő élettartamon alapuló járadékfüggvény összehasonlítása. *Forrás:* saját számítás.

Vagyis egy ilyen LEXP (=inverz járadékfüggvény) nem alkalmaz túlösztönzést. Emiatt túlelosztást sem valósíthat meg, hiszen ha valaki később megy nyugdíjba, akkor minden esetben csökken a kapott össznyugdíj (változatlan tőkét feltételezve, vagyis az össznyugdíj kisebb mértékben nő, mint amilyen mértékben a további munkavállalás miatt a befizetett összjáradék). Vagyis, ha a nyugdíjba vonulási kornál jól volt kiszámítva a járadék (tehát a rendszer egyensúlyban volt), akkor a későbbi nyugdíjba vonulás miatt ez az egyensúly nem romlik!

Összességében találtunk egy analitikusan jól viselkedő függvényt, ami biztosítja a fenntarthatóságot, és elkerüli a túlösztönzést. Ráadásul ez még eléggé realisztikus is, hiszen tudjuk, hogy a realisztikus LEXP-nek monoton kell csökkennie egészen 0-ig, amit csak ω-nál ér el (akkor viszont eléri azt). Ezt a feltételt pedig a fenti, lineáris LEXPK teljesíti (a LEXPS pedig nem).

A LEXPK-ból kiindulva viszont —bizonyos mértékig azt általánosítva— találunk egy egész függvényosztályt, amelyre szintén igaz, hogy:

1. az előbbi értelemben realisztikus LEXP-ket adnak,
2. a reciprokukként előálló járadékfüggvény elkerüli a túlösztönzést – vagyis a kor növekedésével egyre kisebb összjáradékot szolgáltat.

Ez a függvényosztály a

$$LEXP(R) = \frac{D^*}{\omega^n} \cdot (\omega - R)^n \ ,$$

aminek speciális esete az $n = 1$, vagyis a lineáris LEXP függvény, a fenti LEXPK. Az n egyfajta „intuitív” paraméter, azt biztosítja, hogy lineáristól eltérő eseteket is vizsgálhassunk. Ekkor $R = 0$ életkornál a várható hátralévő élettartam D^* (egyezően az induló modell feltételezésével), $R = \omega$-nál pedig 0. A függvények alakjáról, ami nyilván n függvényében változik, az *5. ábra* ad képet. A kép alapján látszik, hogy —szemben a lineáris esettel— $n \neq 1$ esetén már nem magától értetődő, hogy a nyugdíjba vonulási kor növekedésével itt is csökken a kifizetett összjáradék, természetesen most is egységnyi megtakarításra. Emiatt ezt analitikusan bizonyítom be, illetve analitikusan keresem azt a feltételt n-re, amikor még ez a csökkenés igaz lesz. Vagyis az a kérdés, hogy a

$$\frac{D - R}{\frac{D^*}{\omega^n}(\omega - R)^n}$$

függvény csökkenő-e, vagyis, hogy a deriváltja negatív-e? A függvény azt mutatja, hogy, ha valaki tudja, hogy $D \leq \omega$ életkorig fog élni, akkor menynyi várható össznyugdíja az R nyugdíjba vonulási kor függvényében, feltéve természetesen, hogy egyáltalán megéri a nyugdíjkorhatárt R $(< D)$, és, hogy egységnyi tőkét halmozott fel. Ahhoz, hogy megtudjuk, hogy a fenti függvény az R csökkenő függvénye-e, azt R szerint deriválni kell. A derivált

$$\frac{-(\omega - R) + n \cdot (D - R)}{\frac{D^*}{\omega^n}(\omega - R)^{n+1}} \ .$$

Az adott feltételek mellett ennek nevezője mindig pozitív, vagyis a tört akkor negatív, ha a számlálója negatív:

$$-(\omega - R) + n(D - R) < 0 \ .$$

Ezt n-re megoldva:

$$n < \frac{\omega - R}{D - R}$$

a feltétele a derivált negativitásának. Mivel ennek R-szerinti deriváltja

$$\frac{\omega - D}{(D - R)^2} > 0 \ ,$$

ezért ez monoton növekvő függvény, vagyis a legkisebb értékét $R = 0$-nál veszi fel (ennél kisebb nyugdíjba vonulási kort nem tudunk elképzelni). Tehát ha $R = 0$-nál igaz lesz az összefüggés, akkor a derivált minden R-re negatív lesz, vagyis teljesülnie kell a

$$n < \frac{\omega}{D}$$

egyenlőtlenségnek. Viszont minden, ennek az egyenlőtlenségnek megfelelő n-re egy, a nyugdíjba vonulási korra monoton csökkenő össznyugdíjat produkáló, analitikusan jól viselkedő LEXP függvényt kapunk. Az n konkrét értéke függ a várt élettartamtól, de mivel $\omega \geq D$ minden élettartamra, ezért ezek között a függvények között mindig szerepel a lineáris LEXP függvény is.

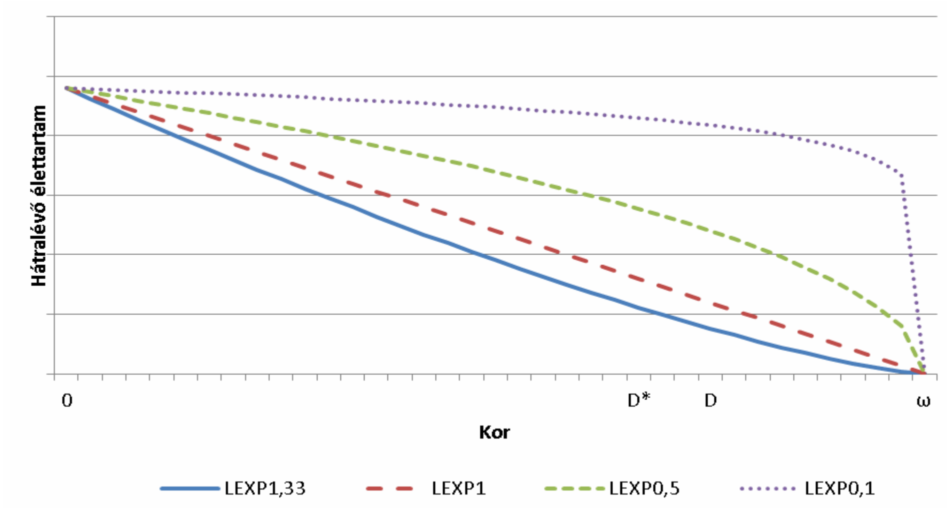
Az érdekesség kedvéért nézzük meg ezeknek a függvényeknek az alakját például a $D = (\omega + 3D^*)/4$ értékre, és tegyük fel[3], hogy $D^* = 2/3\omega$. Ekkor n-re teljesülnie kell, hogy

$$n < \frac{\omega}{D} = \frac{\omega}{(\omega + 3D^*)/4} = \frac{4 \cdot \omega}{\omega + 3 \cdot 2/3 \cdot \omega} = \frac{4}{3} \ .$$

$n = 1{,}25$ még biztos eleget tesz ennek, ezért megnézhetjük a függvények alakját ennél nagyobb és kisebb értékekre, például legyen $n = 1{,}33$, $n = 1$, $n = 0{,}5$ és $n = 0{,}1$ (*5. ábra*).

Tehát az analitikusan jól viselkedő, releváns LEXP függvényosztály, amely nem okoz túlösztönzést és túlelosztást, az egyenes körül helyezkedik el felfele is és lefele is, bár lefele erősen korlátozott, hogy meddig terjedhet. Mint alább látni fogjuk, pont ez a lefele eltérő (viszont korlátozott) függvényhalmaz fog leginkább hasonlítani a ténylegesen megfigyelt LEXP értékekhez.

[3]Vagyis a születéskor várható élettartam a maximális lehetséges kétharmada (Magyarországon pl. a szokásos $\omega = 100$ esetében ez 66,7 évet jelent, ami közel van a férfiak '90-es években megfigyelt születéskori várható hátralévő élettartamához. D pedig így a D^* és az ω olyan lineáris kombinációja, ami közelebb van a várható élettartamhoz.



5. ábra. A lineáris várható hátralévő élettartam függvényből általánosított, konstruált hátralévő élettartam függvény-osztály. *Forrás:* saját számítás.

Ezt a releváns függvényosztályt az előbbiekhez képest még lehet bővíteni, úgy, hogy a D^*-nak nem szükséges azt az értéket adni, amit Simonovits adott neki, vagyis nem szükséges, hogy az a születéskor várható hátralévő élettartam legyen. Adhatjuk annak például a nyugdíjba vonuláskor érvényes hátralévő élettartam értéket is, s ezzel bővítettük a függvényosztályt. Ekkor a függvényosztály a következőképpen módosul:

$$LEXP(R) = \frac{D^*}{(\omega - R^*)^n} \cdot (\omega - R)^n \ ,$$

ahol R^* a hivatalos nyugdíjkorhatár (elvileg ez előtt nem lehet nyugdíjba menni) és D^* ekkor az ehhez tartozó várható hátralévő élettartam. Ekkor a várható össznyugdíj D várható életkor esetén, R tényleges nyugdíjba vonulási kor esetén:

$$\frac{D - R}{\frac{D^*}{(\omega - R^*)^n} \cdot (\omega - R)^n} \ .$$

Ennek deriváltja:

$$\frac{-(\omega - R) + n \cdot (D - R)}{\frac{D^*}{(\omega - R^*)^n} \cdot (\omega - R)^{n+1}}$$

negatív, ha teljesül, hogy

$$-(\omega - R) + n \cdot (D - R) < 0 \ .$$

Vagyis

$$n < \frac{\omega - R^*}{D - R^*} \ .$$

5 Az eredmény elemzése, további problémák

Bizonyos szempontból itt befejezhetnénk az elemzésünket, hiszen találtunk egy túlösztönzésre nem bíztató, releváns függvényosztályt a járadékokra. Azonban az eredménnyel kapcsolatosan logikusan vetődnek fel további kérdések:

1. Hogyan viszonyul egymáshoz a gyakorlatban alkalmazott járadékfüggvény, és a fenti függvényosztály? Elkerüli a gyakorlati járadékfüggvény is a túlelosztást?

2. Ha nem, akkor mit lehet tenni?

3. Megfelelően ösztönöznek a „javított” járadékfüggvények?

Az alábbiakban ezeket a kérdéseket vizsgálom meg egyenként.

5.1 A gyakorlati és a konstruált járadékfüggvény összehasonlítása

A gyakorlatban a járadékfüggvényeket a megfigyelt halandósági táblával számolják ki, vagyis járadékosztóként a megfigyelt várható hátralévő időtartamokat használják. Felvetődik egyrészt, hogy ezek hasonlítanak-e, illetve mennyire hasonlítanak a mi konstruált várható hátralévő időtartam függvényeinkhez, másrészt pedig, hogy a megfigyelt halandósági táblával számolt járadékfüggvény mentes-e, vagy sem a Simonovits által feltárt hibától?

Nézzük először az első kérdést. Ez lényegében azt jelenti, hogy a

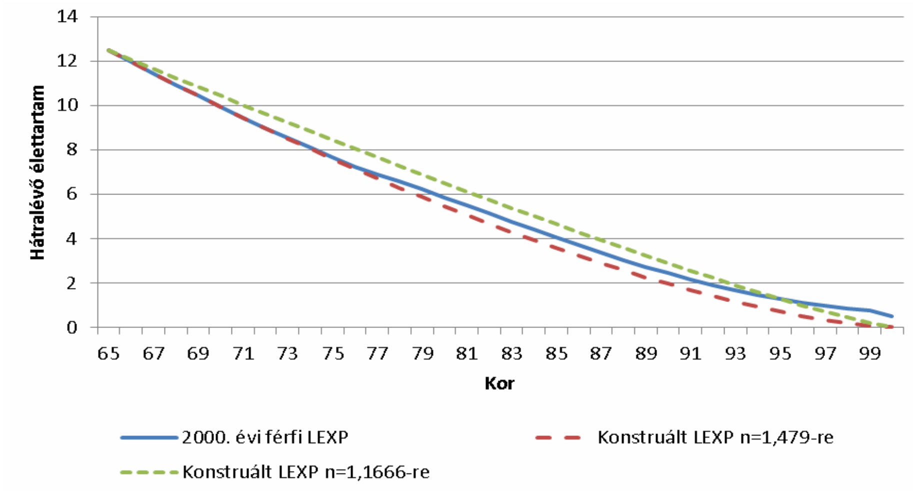
$$\frac{D-R}{\frac{D^*}{\omega^n}\cdot(\omega-R)^n}$$

függvény hasonlít-e a konkrét LEXP függvényekhez? A dolog természetéből adódóan ezt csak példálódzva tudjuk bemutatni. Vegyük például a 2000. év magyar férfi néphalandósági táblája alapján számított LEXP értékeket. Ez a *6. ábrán* látható görbe, a hivatalos, $R^* = 65$ éves életkortól számítva (az ábrába két másik, konstruált LEXP-t is berajzoltunk, ezekről alább).

Ekkor egyébként $R^* = 65$-nél $D^* = 12{,}49$. Néhány próbálgatással kiderül, hogy ha $n > 1{,}478$, akkor a

$$LEXP(R) = \frac{D^*}{(\omega-R^*)^n}(\omega-R)^n$$

görbe ($\omega = 100$) mindig ez alatt a tényleges LEXP görbe alatt lesz.



6. ábra. A konstruált és a megfigyelt hátralévő élettartam függvények. *Forrás:* saját számítás.

Ha az

$$n < \frac{\omega - R^*}{D_0 - R^*}$$

egyenlőtlenséget most ,,visszafele" megoldjuk D-re $n = 1{,}479$ értékre, akkor azt kapjuk, hogy

$$1{,}479 = \frac{100 - 65}{D - 65} \quad \rightarrow \quad D = \frac{35}{1{,}479} + 65 = 88{,}66 \, .$$

Ha most ,,rendesen" $D = 95$-re is megoldjuk, akkor kapjuk, hogy

$$n = \frac{100 - 65}{95 - 65} = 1{,}16 \, .$$

Mindkét konstruált LEXP-t berajzoltuk a 6. ábrába. Látjuk, hogy megfelelő n érték esetén a konstruált LEXP értékek a megfigyelt LEXP-hez nagyon hasonló görbét adnak. Ugyanakkor a görbék nem ,,simulnak" teljesen össze, főleg a magas élettartamoknál tér el a megfigyelt és a konstruált LEXP függvény.

Ha áttérünk a második kérdésre, akkor a fenti ábrán a megfigyelt és a konstruált LEXP görbe metszéspontját úgy is interpretálhatjuk, hogy ha valaki a hivatalos nyugdíjba vonulási korban várható 12,49 évnél hosszabb, de 23,66 évnél rövidebb élettartamra számít, akkor —ha a járadékokat a tapasztalati LEXP-el számolják ki— nem éri meg neki csak azért elhalasztani a nyugdíjba vonulást, hogy összességében több nyugdíjat kapjon. Ekkor ugyanis nem fog többet kapni. Ha ellenben ennél hosszabb élettartamra számít, akkor előfordulhat, hogy halasztás esetén némileg magasabb lesz a nyugdíja. Nézzünk erre néhány konkrét számítást az *1. táblázatban.*

Kor	Hátralévő élettartam (elhalálozási korban)													
	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
65	1,76	1,84	1,92	2,00	2,08	2,16	2,24	2,32	2,40	2,48	2,56	2,64	2,72	2,80
66	1,76	1,84	1,92	2,01	2,09	2,17	2,26	2,34	2,42	2,51	2,59	2,67	2,76	2,84
67	1,75	1,83	1,92	2,01	2,10	2,18	2,27	2,36	2,45	2,53	2,62	2,71	2,80	2,88
68	1,74	1,83	1,92	2,01	2,10	2,19	2,29	2,38	2,47	2,56	2,65	2,74	2,83	2,93
69	1,72	1,82	1,92	2,01	2,11	2,20	2,30	2,40	2,49	2,59	2,68	2,78	2,87	2,97
70	1,71	1,81	1,91	2,01	2,11	2,21	2,31	2,41	2,51	2,62	2,72	2,82	2,92	3,02
71	1,69	1,80	1,90	2,01	2,12	2,22	2,33	2,43	2,54	2,64	2,75	2,86	2,96	3,07
72	1,67	1,78	1,89	2,00	2,12	2,23	2,34	2,45	2,56	2,67	2,78	2,89	3,01	3,12
73	1,64	1,76	1,88	1,99	2,11	2,23	2,35	2,46	2,58	2,70	2,82	2,93	3,05	3,17
74	1,61	1,73	1,86	1,98	2,10	2,23	2,35	2,47	2,60	2,72	2,85	2,97	3,09	3,22
75	1,57	1,70	1,83	1,96	2,09	2,22	2,35	2,48	2,61	2,74	2,88	3,01	3,14	3,27
76	1,52	1,66	1,80	1,93	2,07	2,21	2,35	2,49	2,63	2,76	2,90	3,04	3,18	3,32
77	1,45	1,59	1,74	1,88	2,03	2,17	2,32	2,46	2,61	2,75	2,90	3,04	3,19	3,33
78	1,37	1,52	1,68	1,83	1,98	2,13	2,29	2,44	2,59	2,74	2,90	3,05	3,20	3,35
79	1,29	1,45	1,61	1,77	1,93	2,09	2,26	2,42	2,58	2,74	2,90	3,06	3,22	3,38
80	1,20	1,37	1,54	1,71	1,88	2,05	2,22	2,39	2,56	2,73	2,91	3,08	3,25	3,42
81	1,09	1,28	1,46	1,64	1,82	2,00	2,19	2,37	2,55	2,73	2,91	3,10	3,28	3,46
82	0,98	1,17	1,37	1,56	1,76	1,95	2,15	2,34	2,54	2,73	2,93	3,12	3,32	3,51
83	0,84	1,05	1,26	1,47	1,68	1,89	2,10	2,31	2,52	2,73	2,94	3,15	3,36	3,57
84	0,68	0,91	1,14	1,36	1,59	1,82	2,05	2,27	2,50	2,73	2,96	3,18	3,41	3,64
85	0,50	0,74	0,99	1,24	1,48	1,73	1,98	2,23	2,47	2,72	2,97	3,22	3,46	3,71
86	0,27	0,54	0,81	1,08	1,35	1,62	1,90	2,17	2,44	2,71	2,98	3,25	3,52	3,79
87	0,00	0,30	0,60	0,89	1,19	1,49	1,79	2,09	2,38	2,68	2,98	3,28	3,58	3,87
88		0,00	0,33	0,66	0,99	1,32	1,65	1,98	2,31	2,64	2,97	3,30	3,63	3,96
89			0,00	0,37	0,74	1,10	1,47	1,84	2,20	2,57	2,94	3,31	3,67	4,04
90				0,00	0,41	0,82	1,23	1,65	2,06	2,47	2,88	3,29	3,70	4,11
a)	-2,9	-1,7	-0,6	0,5	1,4	2,3	3,2	3,9	4,7	5,3	6,0	6,6	7,1	7,7
b)	-11,0	-7,8	-4,8	-2,1	0,4	2,7	4,9	6,9	8,8	10,5	12,2	13,7	15,2	16,6
c)			0,0	0,5	1,6	3,1	4,9	7,1	9,3	11,3	16,3	25,1	36,0	46,8
d)		2,5	2,3	2,0	1,7	1,4	1,1	0,8	0,6	0,3	0,2	0,1	0,0	0,0

[a] Nyereség 70 évnél (%) [b] Nyereség 75 évnél (%) [c] Maximális nyereség (%)
[d] A nyugdíjas népesség %-a, aki ennyi idős korban megy nyugdíjba

1. táblázat. Az össznyugdíj 1 Ft tőkére különböző nyugdíjba vonulási korok esetén.
Forrás: saját számítás, KSH

A 2000-es magyar férfi néphalandósági tábla szerint 88,66 éves korig (tehát akik maximum ilyen hosszú élettartamot várnak) senkinek nem éri meg elhalasztani a nyugdíjba vonulást. Ez látszik is a fenti, 87 éves korban induló táblázaton, hiszen 87 és 88 éves korban is (vagyis azoknál, akik ennyi éves korig élnek, s ezt tudják is magukról) akkor kapják a maximális össznyugdíjat, ha a hivatalos nyugdíjba vonulási kornál (65 évnél) mennek nyugdíjba. A maximális össznyugdíjat az áttekinthetőség kedvéért aláhúzással jelöltem. (Ez a táblázatban nem szereplő, 87 évnél kisebb várható életkoroknál is 65 évnél van.) Látszik, hogy például, aki 93 éves korig „tervezi" életben maradni (az átlagos 77,49 év helyett), annak 75 éves korban érdemes nyugdíjba vonulnia, s ezért egész életében összesen 4,9%-kal többet fog kapni, mintha már 65 éves korban nyugdíjba menne. Ez viszont csak a 65 évet megéltek (vagyis a nyugdíjba vonulók) 1,1%-ára vonatkozik. Jóval többet nyer az a 6 fő, aki 100 éves maximális kort remél, 46,8%-ot nyernek, de ehhez 90 éves korban kell nyugdíjba vonulniuk. Ha ezt nem tudják kivárni, s már 75 éves korban nyugdíjba mennek, akkor nyereségük csak 16,6%.

Látható, hogy a nyugdíjba vonulók 86,8%-ának a legjobb döntés, ha azonnal nyugdíjba vonulnak, amint az lehetséges, s csak a maradék 13,2%-nak éri meg később nyugdíjba vonulni. Többségüknek azonban a nyeresége csekély. Ráadásul, egyáltalán nem biztos, hogy valaki csak azért vár 87 éves koráig a nyugdíjjal, hogy a maximális 25,1%-os többletet ,,tegye zsebre". Lehet, hogy neki megéri a 6%-os nyereség 70 évnél, ami viszont már nagyon csekély hatással van az egyensúlyra.

Összességében tehát azt mondhatjuk, hogy a megfigyelt halandósági tábla felhasználásával készült járadékfüggvény esetében is ki lehet mutatni a hiperbolikus járadékfüggvénynél feltárt problémákat, viszont nagyon erősen korlátozott körben. Ugyanakkor ez a ,,hiba" lehet egy ok arra, hogy a tényleges járadékkalkulációban ne ezeket a várható hátralévő élettartamokat használják. Ugyanakkor erre van más ok is.

5.2 A gyakorlati járadékfüggvény hibái és lehetséges kijavításuk

A megfigyelt halandósági táblával számolt járadékfüggvénnyel vannak más gondok is, nevezetesen kettő:

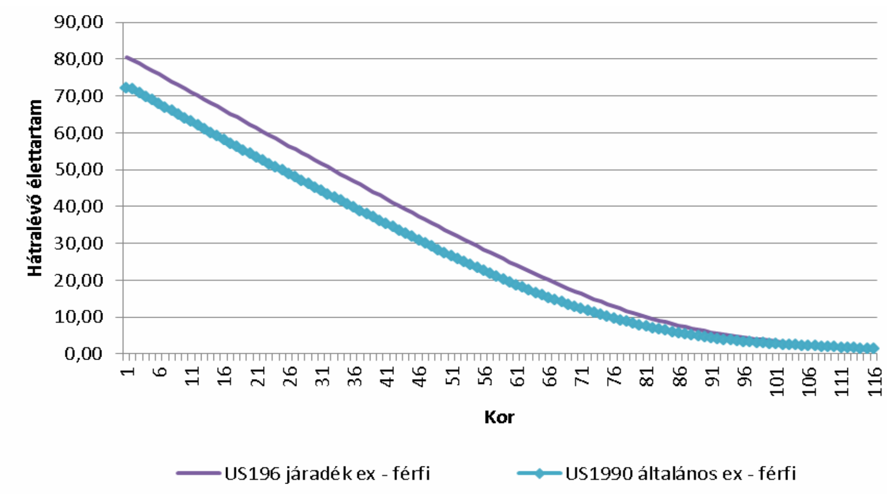
1. A kormányzati hivatalos LEXP adatok aktuálisan megfigyelt, vagyis ,,historikus" adatok. Olyan emberek halálozási valószínűségeiből állították össze őket, akik már meghaltak, miközben olyan emberekre kell ezeket alkalmazni, akik még élnek. Ha a várható hátralévő élettartam stacionér lenne, akkor ezzel nem lenne semmi baj, de tudjuk, hogy az a fejlett világban (s most már Magyarországon is) már évtizedek óta dinamikusan változik, alapvetően nő. Így ha aktuáriusilag korrekt járadékfüggvényt akarunk használni, akkor projektált, s nem megfigyelt várható hátralévő élettartammal kell dolgozni.

   Példaként álljon itt egy amerikai példa a néphalandósági és a járadék célból projektált várható hátralévő élettartamok különbségére (*7. ábra*). A projekció módszertana ismert, s a kormányhivatalok több-kevesebb rendszerességgel adnak is közzé minden országban projektált halandósági táblákat. Ráadásul semmi akadálya nincs, hogy a projektált halandósági táblákat (várható hátralévő élettartamokat) a fenti függvényekkel úgy ,,simítsák", hogy elvileg is kiküszöböljük belőlük a túlösztönzést. Beépített problémája azonban a projekciónak, hogy arról csak utólag derül ki, hogy jó volt-e.

2. A másik probléma, hogy nem világos, hogy a LEXP milyen rétegre vonatkozik. A statisztikákat általában az egész ország népességére, férfi-nő bontásban szokták megadni. Ugyanakkor az ország egészének a népessége és a nyugdíjas népesség nem teljesen egyforma halandósági

jellemzőkkel bír. A nyugdíjas népességen belül is vannak különböző halandóságú alcsoportok, hiszen a végzettség, lakóhely, munkahely/munkakör, fizetés, stb. erős korrelációt mutat az élettartammal. Indokolt lenne ezért az egész lakosságra vonatkozó, csak kor szerint differenciált halandósági táblák helyett más jellemzők szerint is differenciált táblákat alkalmazni, hogy méltányosabb legyen a járadék. Az aktuáriusi korrektség fogalmába a differenciálás is beletartozik. Úgy tűnik azonban, hogy a politika akadálya a differenciálásnak. Újabban még a korábban szokásos férfi és nő szerinti differenciálást is tiltják[4], s további, más tényezők szerinti differenciálásról szó sem lehet.

Összességében azonban megállapítható, hogy lehetséges megfelelően kisimított, projektált halandósági tábla készítése, amivel túlösztönzéstől mentes és biztosításmatematikailag korrekt járadékfüggvényeket készíthetünk. Ráadásul úgy tűnik, hogy ha a „simítatlan" adatokat alkalmazzuk, a túlösztönzés hatóköre akkor is erősen korlátozott. Ugyanakkor a simítást az is indokolja, hogy tudjuk, hogy a néphalandósági táblában a 85 éves kor feletti korokra (tehát pont azokra a korokra, ahol a túlösztönzés fent előfordult) vonatkozó értékeket már eleve nagyvonalúan, erőteljes matematikai „simítással" számítják, vagyis már az sem a tényleges, pontos érték. Tehát ha már úgyis simítanak, akkor azt a fenti probléma figyelembe vételével célszerű megtenni.



7. ábra. Az 1990-es amerikai férfi néphalandósági táblából számolt és az 1996-os projektált férfi várható hátralévő élettartam függvények. *Forrás:* U.S. Department of Health and Human Services, NAIC.

[4]Az életbiztosításban, vagyis a piaci járadékok vonatkozásában. A TB járadékok esetében a nemek szerinti differenciálás eleve nem volt szokásban.

5.3 A biztosításmatematikailag korrekt kalkuláció ösztönző hatása

A fentiek alapján a biztosításmatematikailag korrekt járadékfüggvény esetében —mint láttuk— szinte mindig (vagyis a nyugdíj előtt állók túlnyomó többsége számára) az a célszerű, ha valaki minél korábban megy nyugdíjba, vagyis az nem tartalmaz túlösztönzést. Tehát az eleget tesz a Simonovits-féle ,,tompított ösztönzés" követelményének, vagyis a nyugdíj nő a nyugdíjba vonulási korral, de (messze!) nem annyira, mint amit a hiperbolikus járadékfüggvény adna. Ezzel ráadásul egyfajta ,,természetes" módon megválaszoltuk Simonovitsnak azt a kérdését is, hogy mi legyen a tompítás mértéke.

A ,,tompítás" viszont Simonovits szerint ,,lerontja az ösztönzést". Valóban, mivel a biztosításmatematikailag korrekt járadékfüggvény szinte mindig kisebb össznyugdíjat ad a később nyugdíjba vonulóknak, mint akik az első adandó alkalommal nyugdíjba vonulnak, ez egyáltalán nem ösztönöz a későbbi nyugdíjba vonulásra. Vagyis az aktuáriusilag korrekt járadékfüggvény ,,csak" korrektebbé teszi a nyugdíjrendszert azokkal szemben, akik maguktól is tovább dolgoznának. Ilyen emberek vannak, emiatt szerintem nem úgy kell feltenni a kérdést, hogy hogyan ösztönözzük az embereket a továbbdolgozásra, hanem, hogy hogyan kell eltávolítani azokat az ellenösztönzőket, amelyek ettől a szándékuktól eltántorítják. Ha ugyanis a korábban nyugdíjba menők aránytalanul jól járnak, akkor —bármennyire is szeretnének néhányan tovább dolgozni— mindenki inkább a korai nyugdíjba vonulást (vagyis az első lehetséges alkalmat) választja. Tehát a biztosításmatematikailag korrekt járadékfüggvény valójában nem ösztönöz a továbbdolgozásra, hanem egyszerűen azzal, hogy korrektül jár el, megszünteti a további munkavállalással szembeni ellenösztönzést.

Irodalom

1. Banyár József [2003]: *Életbiztosítás*. Budapest, Aula.
2. Banyár József – Mészáros József [2003]: *Egy lehetséges és kívánatos nyugdíjrendszer*, Budapest, Gondolat.
3. Banyár József [2007]: A kötelező életjáradék lehetséges működése és szabályozása, in: Banyár József – Gál Róbert Iván – Mészáros József: *Van megoldás – nyugdíjreform*, Budapest, Barankovics István Alapítvány. 254–371. o.
4. Banyár József – Gál Róbert Iván – Mészáros József [2010]: A névleges egyéni számlás rendszer, in: *Jelentés a Nyugdíj és Időskor Kerekasztal tevékenységéről.*
5. Banyár József [2012]: *A kötelező öregségi életjáradékok lehetséges modelljei*, Budapest, Gondolat.
6. Simonovits András [1998]: Az új magyar nyugdíjrendszer és problémái. *Közgazdasági Szemle*, 45. 7-8. 689–708. o.
7. Simonovits András [2001]: Szolgálati idő, szabadidő és nyugdíj – ösztönzés korlátokkal. *Közgazdasági Szemle*, 48. 5. 393–408. o.
8. Simonovits András [2007]: Improving on the Notional Defined Benefit, kézirat (publikálva Marin, B., Zaidi, A., Lipszyc and Makovec, M. (2008): *Mainstreaming Ageing: Indicators to Monitor Sustainable Progress and Policies*, Ashgate. pp. 637–653.)

A PROPOSAL FOR THE OPTIMAL ANNUITY FUNCTION

This paper joins to the papers of András Simonovits examining the optimal annuity function. With different tools as used by Simonovits, I also present the faults of the hyperbolic annuity function revealed and described by him. Following that with the same tools I also present a whole function-family which avoids these faults, so they fulfill the criteria for the optimal annuity functions made by Simonovits. Comparing these annuity functions with ones constructed upon the experienced mortality used in the daily practice I concluded that they quite resemble to each other. Extending my analysis —with the newly introduced graphical tool— to these annuity functions used in the practice I conclude that these functions share —however quite a limited manner— some faults of hyperbolic annuity functions revealed by Simonovits. I show that using a specific function family fulfilling the criteria of the optimal annuity functions and which are quite resemble to these practical annuity functions, these faults can be eliminated. Moreover we have to take into account that the historic mortality tables are not really appropriate calculating annuities because of the phenomenon of „longevity", so we have to project the mortality. During the projection it is quite easy to „smooth" the data, so the practical annuity functions can easily make to optimal annuity functions. The paper also presents that Simonovits uses a non conventional concept of „actuarial fairness".