Nagyobb változatosság, több profit
A termékvariánsok számának növelése mint a profitmaximalizálás eszköze

Csekő Imre

Kivonat
A tanulmány azt a kérdést vizsgálja egy duopólium modellben, hogy egy termelőnek érdemes-e lényegében ugyanazt a terméket több formában, differenciáltan piacra dobnia. A modell ebben a csupasz formájában csak igen korlátozott mértékben épít a játékosok közti interakciókra, egy egyszerű szimultán döntési folyamatot ábrázol, azt is statikus környezetben. Az elemzés azt mutatja, hogy a keresleti paraméterek bizonyos értékei mellett még akkor is érdemes új, az eddigiektől eltérő tulajdonságú, differenciált termék piacra vitele, ha annak ára nem tér el a már korábban bevezetett terméktől, és így annál önmagában nem tekinthető nagyobb nyereséget biztosítónak. Az a tény, hogy egy vállalat több differenciált termékvariánst árusít, arra vezet, hogy a korábbi egyensúlyi helyzethez képest kedvezőbb pozícióba kerül, mint a versenytársa.

1. Bevezetés

Kissé rendhagyó módon a köszönetnyilvánítással kezdem. Teszem ezt azért, mert ez egyben a tanulmány témaválasztásának (egyáltalán nem megalapozott) indoklása is lesz.

Az 1970-es évek második felében Forgó Ferenc a két féléves Matematikai programozás nevű tárgyat tanította nekünk, tervgazdasági szakos diákoknak. Noha maga a tárgy – nehézsége és irdatlan nagy, megértendő, megtanulandó és (főleg) a vizsgán visszaadandó anyaga miatt – eleinte nem volt túl közkedvelt a hallgatóság körében, a Tanár Úr szakmai tudása, pedagógiai készsége, humorérzéke persze mindannyiunkat megfogott, népszerűsége vitán felül állt. A két félév során aztán lassanként hozzáedződtünk a feladatokhoz, ki jobban,

Csekő Imre
Budapesti Corvinus Egyetem, Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés Tanszék,
email: cseko@uni-corvinus.hu

ki kevésbé. Engem érdekelt ez a terület, egyre inkább beleástam magam, és meglehetősen nagy lelkesedéssel tanultam. Olyannyira, hogy amikor a következő félévben szakszemináriumra kellett jelentkeznem, Forgó Tanár Urat kértem meg, legyen a témavezetőm. A közösen választott téma kapcsolódott az ő kutatási területéhez, a nemkonvex programozáshoz: a globális programozás (sztochasztikus) módszereivel foglalkoztam, később ezekből írtam a szakdolgozatomat. Közben azonban egy kissé megfertőződtem a játékelmélettel is, ezt a tárgyat szintén ő tanította, igaz, ekkor már csak a szak töredékének.

Mindezek miatt úgy gondoltam, érdemes olyan kérdést választanom e rövid, tisztelgő írás témájául, ami kapcsolódik az említett területekhez. Találtam is egy roppant érdekes szavazáselméleti modellt, ami alapvetően játékelméleti probléma, és benne a (társadalmilag) optimális megoldás megkeresése egy nemlineáris, nemkonvex feladat megoldását igényli. Ez az úgynevezett *Állampolgár–Jelölt*-modell, amelynek eredeti változatát az Osborne és Slivinski (1966) cikkben találhatjuk. Itt az állampolgárokat, akik először arról döntenek, indulnak-e a választáson, majd az induló jelöltek ismeretében szavaznak, egy szakasz mentén ábrázoljuk, ahol a szakaszbeli elhelyezkedésük a politikai bal–jobb spektrumban elfoglalt helyüket reprezentálja. Ez a korábban általánosan elfogadott modellkeret lehetővé teszi, hogy a differenciált termékekre vonatkozó *Hotelling*-modellbeli eszközökkel vizsgáljuk a problémát. Az utóbbi évtizedekben azonban egyre több támadás éri ezt az egyszerű, egydimenziós felfogást, arra a nyilvánvaló tényre alapozva, hogy az emberek egyes politikai állásfoglalásai nem szoríthatók be egy dimenzióba.[1] Az *Osborne–Slivinski*-modellt többféleképpen általánosíthatjuk.[2] Én arra tettem kísérletet, hogy az állampolgárok helyzetét egy kétdimenziós téglában ábrázoljam, és e tégla fölött keressem a modell megoldásait: az egyensúlyokat és a társadalmilag optimális pontot. Sajnálatos módon azonban – remélem, csak a rendelkezésemre álló idő rövidsége, és nem az én alkalmatlanságom miatt – mindeddig nem sikerült igazi, általános megoldást találnom a problémára.

Ezért két lehetőségem maradt. Az egyik az, hogy precízen megfogalmazzam a modellt, a feltevéseket és a sejtéseimet, és megkérjem Tanár Urat, segítsen a bajba jutott diákján.[3] Aztán arra gondoltam, hogy a megoldást pillanatok alatt kirázza a kisujjából, és furcsán néz majd rám. Ezt inkább elkerülném, ezért a második lehetőséget választottam. Előkotortam és kicsit leporoltam korábbi munkáimból egy eddig nem publikált dolgozatot, amiben – bár csak elrejtve – szintén van (egyszerű) stratégiai interakció és (sajnos, konvex) optimalizálás, és ezt küldöm „Tanár Úrnak, szeretettel”.

Tisztelt Tanár Úr, Kedves Feri! Köszönöm mindazt, amit tanultam Tőled, azt, hogy a tanár–diák viszony kollegiális barátsággá alakult, és persze a finom borokat is!

---

[1] Kellemes szórakozásként érdemes ellátogatni a http://www.politicalcompass.org/ oldalra és kitölteni az ott található tesztet.

[2] Lásd például a Besley és Coate (1977) cikket.

[3] Ez a javaslat Temesi Józseftől származik, köszönet érte, nagy ötlet.

2. Az alapmodell

Ebben a tanulmányban a piaci verseny egy speciális formájával foglalkozunk. Azt a kérdést vizsgáljuk egy duopólium modellben, hogy érdemes-e lényegében ugyanazt a terméket több formában, differenciáltan piacra dobni. Nem az a kérdés foglalkoztat minket, hogy érdemes-e a saját termékünket megkülönböztetni a versenytársétól, ezt a problémát számtalan tanulmány taglalja. A termékdifferenciálás problémaköre alaposan és széleskörűen kikutatott terület.[4] A legtöbb modellben, legyen az horizontális vagy vertikális termékdifferenciálásos modell, a szereplők (oligopolisták[5] vagy monopolisztikus versenyben[6] részt vevő vállalatok) egy terméket termelnek, és a többiekkel versenyeznek a piacért. Mi arra koncentrálunk, hogy megéri-e saját magunknak „versenyt hirdetni".

Azzal az egyszerű esettel kezdünk, amikor a két szereplő (vállalat) egy-egy terméket visz a piacra. Ezek a termékek gyakorlatilag azonosnak tekinthetők: lényegében ugyanazt a szolgáltatást nyújtják, de egyben lehetővé teszik, hogy a fogyasztók válasszanak bizonyos karakterisztikák alapján.

A modell három szereplője a két vállalat – ezeket egy alsó indexszel különböztetjük meg a jelölésben – és egy reprezentatív fogyasztó, aki a modell keresleti oldalát jeleníti meg. A vállalatok termelését a q_i, $i = 1,2$ szimbólumokkal jelöljük. Feltesszük, hogy a termelés határköltsége zérus. Kezdetben a vállalatok teljesen szimmetrikus szerepet töltenek be, döntésüket szimultán módon hozzák meg, döntési változójuk a termékük p_i, $i = 1,2$ ára.

A fogyasztói keresletek jellemzése kissé hiányos: nem követjük végig azt az utat, hogy a preferenciák alapján vezetjük le a keresleti viselkedést, hanem posztuláljuk azt.[7] Ebben a modellben ugyan könnyen megtehetnénk, hogy nem így járunk el, így az alkalmazandó keresleti függvényeink egyszerűen adód(ná)nak a fogyasztó kvázilineáris hasznossági függvényéből:

$$\begin{aligned} &\max_{q_1,q_2 \geqq 0} \left\{ U(q_1,q_2) = \alpha(q_1+q_2) - \frac{1}{2}\beta\left(q_1^2 + 2\theta q_1 q_2 + q_2^2\right) + m \right\} \\ &\text{feltéve, hogy} \quad p_1 q_1 + p_2 q_2 + m = I, \end{aligned}$$

ahol $\alpha, \beta > 0, 0 < \theta < 1$ keresleti paraméterek és I a fogyasztó (kívülről adott) exogén jövedelme.

Ebből a feladatból levezethető inverz keresleti függvényeink:

$$\begin{aligned} p_1 &= \alpha - \beta(q_1 + \theta q_2), \\ p_2 &= \alpha - \beta(\theta q_1 + q_2). \end{aligned}$$

---

[4] Csak néhány alapvető hozzájárulást említünk: klasszikus cikkeket (Hotelling, 1929; Spence, 1976) és összefoglaló jellegű munkákat (Gabszewicz és Thisse, 1992; Eaton és Lipsey, 1989).

[5] Például Vives (1985).

[6] A klasszikus példa Dixit és Stiglitz (1977).

[7] Az első ilyen típusú modellt Bowley (1924) cikkében találhatjuk.

Könnyen megmutatható, hogy ezekhez a

$$q_1 = a - b(p_1 - \theta p_2) = a - bp_1 + cp_2,$$
$$q_2 = a - b(-\theta p_1 + p_2) = a + cp_1 - bp_2$$

alakú keresleti függvények tartoznak, ahol az a, b és c paraméterek pozitívak és $c < b$. A c paraméter pozitivitása azt tükrözi, hogy a termékek helyettesítő jellegűek, a $c < b$ reláció pedig azt, hogy e helyettesítés nem tökéletes. A továbbiakban ezekkel a keresleti függvényekkel dolgozunk.

A vállalatok profitjukat maximalizálják:

$$\max_{p_i} p_i q_i = \max_{p_i} p_i \left(a - bp_i + cp_j\right), \; i = 1,2; \; j \neq i.$$

Ezeket a profitfüggvényeket a vállalatok saját áraiban deriválva, a deriváltakat zérussal egyenlővé téve, majd az egyenleteket átrendezve kapjuk a vállalatok reakció- vagy más szóval legjobbválasz-függvényeit.

$$p_i = \frac{a + cp_j}{2b}, \; i = 1,2; \; j \neq i.$$

A két egyenletből álló egyenletrendszert megoldva kapjuk a vállalatok optimális árait:

$$p_i = \frac{a}{2b - c}, \; i = 1,2, \tag{1}$$

illetve optimális termelését:

$$q_i = \frac{ab}{2b - c}, \; i = 1,2. \tag{2}$$

Ezek alapján a vállalati profitok:

$$\pi_i\left(p_1, p_2\right) = \frac{a^2 b}{(2b - c)^2}, \; i = 1,2. \tag{3}$$

Noha első pillantásra nem látszik, mégis megmutatható, hogy amennyiben a korábban bevezetett θ paraméter értéke nő, azaz a termékek egyre homogénebbek lesznek, a vállalati profitok csökkennek, ha pedig θ tart a zérushoz (a termékek egyre differenciáltabbakká válnak), akkor a vállalati profitok emelkednek. Ugyanis az eredeti inverz keresleti függvények paramétereivel a $\pi_i\left(p_1, p_2\right)$ függvények

$$\frac{\left(\dfrac{(1-\theta)\,\alpha}{\beta\left(1-\theta^2\right)}\right)^2 \left(\dfrac{1}{\beta\left(1-\theta^2\right)}\right)}{\left((2-\theta)\left(\dfrac{1}{\beta\left(1-\theta^2\right)}\right)\right)^2}$$

alakúak lesznek, melyek θ szerinti deriváltja negatív. A vállalatok tehát abban érdekeltek, hogy minél differenciáltabb termékeket dobjanak piacra.

Nézzük meg mindezt az inverz keresleti függvényekre:

$$p_i = \frac{(1-\theta)\,\alpha}{2-\theta},\ i=1,2, \tag{4}$$

$$q_i = \frac{(1-\theta)\,\alpha}{2-\theta},\ i=1,2, \tag{5}$$

$$\pi_i(p_1,p_2) = \frac{(1-\theta)^2}{(2-\theta)^2}\alpha^2,\ i=1,2. \tag{6}$$

Felmerül a kérdés, vajon nem növelhető-e tovább a vállalati profit, ha a vállalat a differenciáltságot azzal növeli, hogy új terméket dob a piacra? Ez a stratégia nyilván alapvetően megváltoztatja a feladat eddigi egyszerű szerkezetét azáltal, hogy a keresleti rendszerben megjelenik egy új termék, és ennek helyettesítési viszonyai befolyásolják a vállalati profitfüggvényeket.

A probléma kicsit hasonlít ahhoz a feladathoz, amikor a reprezentatív fogyasztó három vállalat által termelt termék iránt „érdeklődik”.

Anélkül, hogy részletesen belemennénk a keresleti függvények mögött meghúzódó hasznosságmaximalizálási feladatba, megadjuk erre az esetre is a fogyasztó inverz keresleti függvényeinek rendszerét:

$$\begin{aligned}
p_1 &= \alpha - \beta\,(q_1 + \theta q_2 + \theta q_3)\,,\\
p_2 &= \alpha - \beta\,(\theta q_1 + q_2 + \theta q_3)\,,\\
p_3 &= \alpha - \beta\,(\theta q_1 + \theta q_2 + q_3)\,.
\end{aligned}$$

A továbbiakban egy, az irodalomban is gyakran alkalmazott egyszerűsítő feltevéssel élünk, nevezetesen feltesszük, hogy a helyettesítési viszonyok szimmetrikusak.[8] A hosszadalmas levezetéseket mellőzve közöljük az ebben az esetben kialakuló egyensúlyi árakat és mennyiségeket, most az eredeti inverz keresleti függvény paramétereinek függvényében:

$$p_i = \frac{1-\theta}{2}\alpha,\ i=1,2,3, \tag{7}$$

$$q_i = \frac{(1-\theta)\,(1+\theta)}{2}\alpha,\ i=1,2,3. \tag{8}$$

Ezek ismeretében a profitfüggvények:

$$\pi_i(p_1,p_2) = \frac{(1-\theta)^2\,(1+\theta)}{4}\alpha^2,\ i=1,2,3. \tag{9}$$

[8] Ez a feltevés meglehetősen valószerűtlen, feloldása elvileg lehetséges, de a számításokat szükségtelenül bonyolulttá teszi, anélkül, hogy érdemben módosítana az eredményeinken.

Erről deriválás után könnyen belátható, hogy a θ paraméterben csökkenő, azaz itt is ugyanúgy mint az előző, két vállalatos esetben a differenciáltság növeli a vállalati profitot.

Ugyanakkor az is látható, hogy amennyiben a pótlólagos vállalat belép a piacra a posztulált helyettesítési tulajdonságú termékével, akkor a vállalati profitok csökkennek:

$$\frac{(1-\theta)^2}{(2-\theta)^2}\alpha^2 - \frac{(1-\theta)^2(1+\theta)}{4}\alpha^2 > 0,\ \forall\theta \in (0,1).$$

Ez a csökkenés két hatás eredményeképpen jön létre: egyrészt az árak csökkennek, ugyanakkor a vállalati output növekszik, de nem olyan mértékben, ami képes lenne ellensúlyozni az árcsökkenést.[9] Ebből a tényből arra következtethetnénk, hogy egy vállalatnak nem éri meg önmagában a kínálat differenciáltságát fokozni. Ez a gondolatmenet azonban nem biztos, hogy megállja a helyét, hiszen az ismertetett modellben a belépő versenyző mintegy ellene dolgozik a már bent lévőknek, ha azonban a vállalat egymaga növeli a differenciáltságot, akkor figyelembe veheti azt, hogy az új terméke ronthatja a már eddig is kínált termékének az árát. Pontosan e miatt a megfontolás miatt érdemes végiggondolnunk a problémát.

3. Az önkéntes differenciálás modellje

Alapgondolatunk a következő: Abból a helyzetből indulunk ki, amit az előző pont két szereplős modellje ír le. A piacon két vállalat kínál két egymástól esetleg különböző, de lényegében véve azonos terméket. A fogyasztó az ott specifikált keresleti függvények alapján vásárol a piacról. Feltesszük, hogy a szimultán árdöntés elvezetett a *Bertrand*-egyensúlyba. Ezt az egyensúlyt a (1) – (3) egyenletrendszer írja le. Feltesszük, hogy az első vállalat úgy dönt, hogy új terméket dob a piacra. Annak érdekében, hogy a jelöléseinkkel is könnyen követhetővé tegyük a gondolatmenetet, kicsit eltérünk az eddigiektől. Az új termékre egy „$*$" felső indexszel utalunk. A második vállalat termékére vonatkozó jelölések változatlanok.

Az előző modellben a reprezentatív fogyasztó keresleti rendszerét a következő egyenletrendszer írta le:

$$\begin{aligned} q_1 &= a(\theta) - b(\theta)(p_1 - \theta p_2) = a(\theta) - b(\theta)p_1 + c(\theta)p_2, \\ q_2 &= a(\theta) - b(\theta)(-\theta p_1 + p_2) = a(\theta) + c(\theta)p_1 - b(\theta)p_2, \end{aligned}$$

ahol $a(\theta)$ a θ paraméter csökkenő, $b(\theta)$ és $c(\theta)$ pedig növekvő függvénye volt. Ezen a ponton azonban vigyáznunk kell. Ha egy harmadik termék kerül a piacra (akár ugyanazzal a helyettesítési paraméterrel), akkor e keresleti függvények alakjai megváltoznak.

9 Ebben a modellben nem csak a vállalati termelés változik, hanem az összkereslet is. Shubik és Levitan (1980) könyvében olyan keresleti rendszerre találhatunk példát, amiben az összkereslet nem változik az újonnan megjelenő termékvariánsok hatására.

Tekintsük akkor a modellnek azt az alakját, amiben ugyanazok a „keresleti viszonyok”. Ezeket először az inverz keresleti függvényekkel írjuk le:

$$
\begin{aligned}
p_1 &= a - b(q_1 + \theta q^* + \theta q_2), \\
p^* &= a - b(\theta q_1 + q^* + \theta q_2), \\
p_2 &= a - b(\theta q_1 + \theta q^* + q_2).
\end{aligned}
$$

Az ebből származtatott kereslet-függvények rendszere kicsit bonyolult:

$$
\begin{aligned}
q_1 &= \frac{(1-\theta)}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}\alpha - \frac{(1+\theta)}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}p_1 + \frac{\theta}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}p^* + \frac{\theta}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}p_2, \\
q^* &= \frac{(1-\theta)}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}\alpha + \frac{\theta}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}p_1 - \frac{(1+\theta)}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}p^* + \frac{\theta}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}p_2, \\
q_2 &= \frac{(1-\theta)}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}\alpha + \frac{\theta}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}p_1 + \frac{\theta}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}p^* - \frac{(1+\theta)}{\beta\,(1+\theta-2\theta^2)}p_2,
\end{aligned}
$$

egyszerűbb jelöléssel:

$$
\begin{aligned}
q_1 &= a - bp_1 + cp^* + cp_2, \\
q^* &= a + cp_1 - bp^* + cp_2, \\
q_2 &= a + cp_1 + cp^* - bp_2.
\end{aligned}
$$

Ezek után írjuk fel az első vállalat profitmaximalizálási feladatát:[10]

$$
\max_{p_1,p^*} (a - bp_1 + cp^* + cp_2)\,p_1 + (a + cp_1 - bp^* + cp_2)\,p^*.
$$

Az optimum szükséges feltételeit megkapjuk, ha ezt a függvényt a két változója szerint parciálisan deriváljuk, majd azokat zérussal egyenlővé tesszük:

$$
\begin{aligned}
a - 2bp_1 + 2cp_2 + cp_3 &= 0, \\
a + 2cp_1 - 2bp_2 + cp_3 &= 0.
\end{aligned}
$$

Ezekből nyerjük az első vállalat reakciófüggvényeit:[11]

$$
\begin{aligned}
p_1 &= \frac{1}{2}\frac{a + cp_2}{b - c}, \\
p^* &= \frac{1}{2}\frac{a + cp_2}{b - c}.
\end{aligned}
$$

---

[10] Egyelőre maradunk az egyszerűbb jelölésrendszernél, amikor szükségünk lesz rá, visszatérünk az eredeti keresleti paraméterekhez.

[11] Azért a többes szám, mert a feladat az első vállalat két változójában azok szimmetriája miatt „szétesik”.

A második vállalat reakciófüggvényét szintén a profitmaximalizálási feladatának elsőrendű feltételeiből származtatjuk:

$$\max_{p_2} (a + cp_1 + cp^* - bp_2)\, p_2\,,$$

amiből

$$p_2 = \frac{a + c(p_1 + p^*)}{2b}\,.$$

Egyensúlyban a reakciófüggvények metszik egymást, mindenki a legjobb választ adja a másik stratégiájára. Ebből az egyensúlyi megoldás az árakban:

$$p_1 = p^* = \frac{1}{2}(2b + c)\frac{a}{2b^2 - 2cb - c^2}\,,$$
$$p_2 = a\frac{b}{2b^2 - 2cb - c^2}\,.$$

Mielőtt továbbmennénk, érdemes megvizsgálnunk az árak meghatározásában szereplő törtek nevezőjét, nehogy negatívvá váljanak. Szerencsére ez nem következhet be, hiszen

$$2b^2 - 2cb - c^2 = 2\left(\frac{(1+\theta)}{\beta(1+\theta-2\theta^2)}\right)^2 - 2\left(\frac{\theta}{\beta(1+\theta-2\theta^2)}\right)\left(\frac{(1+\theta)}{\beta(1+\theta-2\theta^2)}\right) - $$
$$-\left(\frac{\theta}{\beta(1+\theta-2\theta^2)}\right)^2 > 0,\ \forall\theta \in (0,1)\,.$$

Ehhez az árrendszerhez tartozó keresletek a következők:

$$q_1 = \frac{1}{2}a\frac{2b^2 - cb - c^2}{2b^2 - 2cb - c^2}\,,$$
$$q^* = \frac{1}{2}a\frac{2b^2 - cb - c^2}{2b^2 - 2cb - c^2}\,,$$
$$q_2 = b^2\frac{a}{2b^2 - 2cb - c^2}\,.$$

4. Az eredmények elemzése

4.1. Az új árak

Mielőtt végső következtetéseinket levonnánk, vizsgáljuk meg először azt a kérdést, hogy ez a piaci stratégia miképpen befolyásolta a piaci árakat. Tekintsük először az új terméket piacra dobó első vállalat által az eredeti termékére szabott árat:

$$p_1 = \frac{1}{2}(2b+c)\frac{a}{2b^2-2cb-c^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\left(2\left(\frac{(1+\theta)}{\beta(1+\theta-2\theta^2)}\right)+\left(\frac{\theta}{\beta(1+\theta-2\theta^2)}\right)\right)\cdot$$

$$\cdot\frac{\frac{(1-\theta)}{\beta\left(1+\theta-2\theta^2\right)}\alpha}{2\left(\frac{(1+\theta)}{\beta\left(1+\theta-2\theta^2\right)}\right)^2-2\left(\frac{\theta}{\beta\left(1+\theta-2\theta^2\right)}\right)\left(\frac{(1+\theta)}{\beta\left(1+\theta-2\theta^2\right)}\right)-\left(\frac{\theta}{\beta\left(1+\theta-2\theta^2\right)}\right)^2}.$$

Ezt egyszerűsítve:

$$p_1 = \frac{1}{2}(-1+\theta)\,\alpha\frac{3\theta+2}{\theta^2-2\theta-2}.$$

Az árváltozás ezek után a (4) egyenletből:

$$\Delta p_1 = \frac{1}{2}(-1+\theta)\,\alpha\frac{3\theta+2}{\theta^2-2\theta-2}-\frac{(1-\theta)\,\alpha}{2-\theta} =$$

$$= \frac{1}{2}(-1+\theta)\,\alpha\frac{\theta^2}{(\theta^2-2\theta-2)(-2+\theta)} < 0,$$

hiszen a nevező mind a két tényezője és a számláló második tényezője szükségképpen negatív. Ez azt jelenti, hogy az újdonságot piacra dobó vállalat csökkenti az árat, és ennek megfelelően szabja meg az új termékvariáns árát is.

Nézzük most meg a másik vállalat egyensúlyi árát:

$$p_2 = a\frac{b}{2b^2-2cb-c^2} =$$

$$= \left(\frac{(1+\theta)}{\beta(1+\theta-2\theta^2)}\right)\frac{(1-\theta)}{\beta(1+\theta-2\theta^2)}\alpha\cdot$$

$$\cdot\frac{1}{2\left(\frac{(1+\theta)}{\beta\left(1+\theta-2\theta^2\right)}\right)^2-2\left(\frac{\theta}{\beta\left(1+\theta-2\theta^2\right)}\right)\left(\frac{(1+\theta)}{\beta\left(1+\theta-2\theta^2\right)}\right)-\left(\frac{\theta}{\beta\left(1+\theta-2\theta^2\right)}\right)^2},$$

egyszerűsítve:

$$p_2 = (-1+\theta)\,\alpha\frac{1+\theta}{\theta^2-2\theta-2}.$$

Az árváltozás a (4) egyenletből:

$$\Delta p_2 = (-1+\theta)\,\alpha\frac{1+\theta}{\theta^2-2\theta-2}-\frac{(1-\theta)\,\alpha}{2-\theta} =$$

$$= \theta(-1+\theta)\frac{\alpha}{(-2+\theta)(\theta^2-2\theta-2)} < 0,$$

amiből jól látszik, hogy a második vállalat ára nagyobb mértékben csökken, hiszen

$$\Delta p_1 - \Delta p_2 = \frac{1}{2}\left(-1+\theta\right)\alpha\frac{\theta}{\theta^2-2\theta-2} > 0.$$

4.2. Az új keresletek

Nézzük most meg a vállalatok keresletét!

Az első vállalatnál az árváltozások után

$$q_1 = \frac{1}{2}a\frac{2b^2-cb-c^2}{2b^2-2cb-c^2},$$

ez az érték természetesen egyenlő az újonnan bevezetett termék iránti kereslettel:

$$q^* = \frac{1}{2}a\frac{2b^2-cb-c^2}{2b^2-2cb-c^2}.$$

Az első vállalat összes kereslete tehát:

$$a\frac{2b^2-cb-c^2}{2b^2-2cb-c^2} = -\frac{1}{\beta}\alpha\frac{3\theta+2}{\left(\theta^2-2\theta-2\right)\left(2\theta+1\right)}.$$

Vizsgáljuk meg, hogyan viszonylik ez az eredeti keresletéhez:

$$-\frac{1}{\beta}\alpha\frac{3\theta+2}{\left(\theta^2-2\theta-2\right)\left(2\theta+1\right)} - \frac{\left(1-\theta\right)\alpha}{2-\theta} =$$
$$= -\alpha\frac{-4\theta+3\theta^2-4+2\beta\theta^4-5\beta\theta^3-3\beta\theta^2+4\beta\theta+2\beta}{\beta\left(-2+\theta\right)\left(\theta^2-2\theta-2\right)\left(2\theta+1\right)}.$$

A nevező biztos pozitív, így a számláló előjele dönti el, hogy növekszik-e a vállalat kereslete. Miután $\alpha > 0$, ezért a β és a θ paraméterek viszonyán múlik ez az előjel.

(i) Tegyük fel, hogy

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left(\theta+\varepsilon\right) = 1,$$

azaz a termékek majdnem tökéletesen homogének. Ekkor

$$-4+3-4+2\beta-5\beta-3\beta+4\beta+2\beta \approx -5,$$

azaz a kereslet növekszik.

(ii) A másik szélsőséges esetben, ha $\theta = 0$, azaz a tökéletes differenciáltság esetén, a számláló előjele a $-4+2\beta$ kifejezés nagyságán múlik. Ha $\beta > 2$, akkor a kereslet csökken, ellenkező esetben növekszik.

Fordítsuk figyelmünket a versenytárs keresletére:

$$q_2 = b^2 \frac{a}{2b^2 - 2cb - c^2} = -\frac{1}{\beta}\alpha \frac{(1+\theta)^2}{(\theta^2 - 2\theta - 2)(2\theta + 1)} > 0,$$

$$\begin{aligned}\Delta q_2 &= -\frac{1}{\beta}\alpha \frac{(1+\theta)^2}{(\theta^2 - 2\theta - 2)(2\theta + 1)} - \frac{(1-\theta)\,\alpha}{2-\theta} = \\ &= -\frac{-2 - 3\theta + \theta^3 + 2\beta\theta^4 - 5\beta\theta^3 - 3\beta\theta^2 + 4\beta\theta + 2\beta}{\beta} \cdot \\ &\qquad \cdot \frac{\alpha}{(-2+\theta)(\theta^2 - 2\theta - 2)(2\theta + 1)} \quad .\end{aligned}$$

A nevező itt is szükségképpen pozitív, tehát megint a számláló előjele a döntő. Az előzőekhez hasonlóan:

(i) Ha $\lim_{\varepsilon \to 0}(\theta + \varepsilon) = 1$, akkor

$$-2 - 3\theta + \theta^3 + 2\beta\theta^4 - 5\beta\theta^3 - 3\beta\theta^2 + 4\beta\theta + 2\beta \approx -4,$$

azaz a kereslet növekszik.

(ii) Ha $\theta = 0$, a tökéletes differenciáltság esetén a számláló előjele a $-2 + 2\beta$ kifejezés nagyságán múlik. Ha $\beta > 1$, akkor a kereslet csökken, ellenkező esetben növekszik.

4.3. Az új profitok

Ezek után vizsgáljuk meg a vállalatok profitjait!

Az első vállalat nyeresége:

$$\begin{aligned}\pi_1(p_1, p^*, p_2) &= \left(\frac{1}{2}(-1+\theta)\,\alpha \frac{3\theta + 2}{\theta^2 - 2\theta - 2}\right)\left(-\frac{1}{\beta}\alpha \frac{3\theta + 2}{(\theta^2 - 2\theta - 2)(2\theta + 1)}\right) = \\ &= -\frac{1}{2}\frac{-1+\theta}{\beta}(3\theta + 2)^2 \frac{\alpha^2}{(\theta^2 - 2\theta - 2)^2 (2\theta + 1)}.\end{aligned}$$

A profit változása:

$$\Delta\pi_1(p_1, p^*, p_2) = -\frac{1}{2}\frac{-1+\theta}{\beta}(3\theta + 2)^2 \frac{\alpha^2}{(\theta^2 - 2\theta - 2)^2 (2\theta + 1)} - \frac{(1-\theta)^2}{(2-\theta)^2}\alpha^2 =$$

$$= \frac{-\frac{1}{2}\alpha^2(-1+\theta)}{(\theta^2-2\theta-2)^2\beta(2\theta+1)(-2+\theta)^2}\cdot$$

$$\left(-8\theta^2-24\theta^3+9\theta^4+32\theta+16-18\beta\theta^5+6\beta\theta^4+40\beta\theta^3-24\beta\theta-8\beta+4\beta\theta^6\right).$$

Itt az első tényező biztosan pozitív, emiatt a második tényező előjele dönti el, érdemes-e új terméket vinni a piacra.

Tekintsük a szokásos eseteinket!

(i) Ha $\lim_{\varepsilon\to 0}(\theta+\varepsilon)=1$, akkor

$$-8-24+9+32+16-18\beta+6\beta+40\beta-24\beta-8\beta+4\beta=25,$$

azaz a profitnövekmény pozitív.

(ii) Ha $\theta=0$, akkor a $16-8\beta$ kifejezés előjele a döntő. Ha $\beta<2$, akkor a profit növekszik.

Most vizsgáljuk meg a versenytárs profitját!

$$\pi_2(p_1,p^*,p_2) = \left((-1+\theta)\alpha\frac{1+\theta}{\theta^2-2\theta-2}\right)\left(-\frac{1}{\beta}\alpha\frac{(1+\theta)^2}{(\theta^2-2\theta-2)(2\theta+1)}\right) =$$

$$= -(-1+\theta)\alpha^2\frac{(1+\theta)^3}{(\theta^2-2\theta-2)^2\beta(2\theta+1)},$$

a profitváltozás pedig

$$\Delta\pi_2(p_1,p^*,p_2) = -(-1+\theta)\alpha^2\frac{(1+\theta)^3}{(\theta^2-2\theta-2)^2\beta(2\theta+1)} - \frac{(1-\theta)^2}{(2-\theta)^2}\alpha^2 =$$

$$= \frac{-\alpha^2(-1+\theta)}{(\theta^2-2\theta-2)^2\beta(2\theta+1)(-2+\theta)^2}\cdot$$

$$\cdot\left(4+8\theta+\theta^2-5\theta^3-\theta^4+\theta^5-9\beta\theta^5+3\beta\theta^4+20\beta\theta^3-12\beta\theta-4\beta+2\beta\theta^6\right).$$

Az első tényező pozitív, ezért ismét a második tényező dönti el, szerencsés volt-e ez a vállalat. Tekintsük a szokásos eseteinket!

(i) $\lim_{\varepsilon\to 0}(\theta+\varepsilon)=1$. Ekkor

$$(4+8-5-1+1-9\beta+3\beta+20\beta-12\beta-4\beta+2\beta)=7,$$

tehát a második vállalat profitja is növekszik.

(ii) $\theta=0$. Ekkor a $4-4\beta$ kifejezés előjele számít. Ha $\beta<1$, akkor a versenytárs profitja is növekszik.

Végezetül azt nézzük meg, hogy az új termék bevezetése miként változtatja meg a nyereségarányokat a vállalatok között. Nézzük meg, melyik vállalat tett szert nagyobb profitnövekményre. Miután a kiinduló helyzetünkben egyenlő volt a profitjuk, elegendő azt kiszámítani, hogy melyiküké a nagyobb most, az új termék bevezetése után.

$$\pi_1\left(p_1, p^*, p_2\right) - \pi_2\left(p_1, p^*, p_2\right) =$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\frac{-1+\theta}{\beta}\left(3\theta+2\right)^2 \frac{\alpha^2}{\left(\theta^2-2\theta-2\right)^2\left(2\theta+1\right)}\right) -$$

$$- \left(\left(-\left(-1+\theta\right)\right)\alpha^2 \frac{\left(1+\theta\right)^3}{\left(\theta^2-2\theta-2\right)^2 \beta\left(2\theta+1\right)}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\alpha^2 \frac{-1+\theta}{\beta\left(\theta^2-2\theta-2\right)} > 0,$$

azaz függetlenül a paraméterek nagyságától az iparági profitból az új terméket bevezető vállalat biztosan nagyobb részt hasít ki.

5. Összefoglalás

Ebben a szándékosan leegyszerűsített modellben, amiben csak felületesen specifikáltuk a fogyasztók haszonmaximalizálási problémáját és az abból adódó keresleti viszonyokat, csak a versenynek arra az aspektusára koncentráltunk, hogy érdemes-e önkéntes módon növelnünk a differenciált termékeink számát. A modell ebben a csupasz formájában csak igen korlátozott mértékben épít a játékosok közti interakciókra, egy egyszerű szimultán döntési folyamatot ábrázol, azt is statikus környezetben. Azt sem vizsgáltuk, hogy a második vállalat milyen stratégiai ellenakciókra vállalkozhat. Éppen ezért vizsgálatunk hatóköre nagyon korlátozott.

Az elemzésünk azt mutatta, hogy a keresleti paraméterek bizonyos értékei mellett még akkor is érdemes új, az eddigiektől eltérő tulajdonságú differenciált terméket a piacra dobni, ha annak ára nem tér el a már korábban bevezetett terméktől, így önmagában nem tekinthető annál nagyobb nyereséget biztosítónak. Ha egy vállalat több differenciált termékvariánst árusít, az ahhoz vezet, hogy a korábbi egyensúlyi helyzethez képest kedvezőbb pozícióba kerül, mint versenytársa. Sejtésünk szerint a modell sugalmazta eredmények bonyolultabb szituációkban is igazak maradnak.

Hivatkozások

Besley, T., Coate, S. (1977). An economic model of representative democracy. *The Quarterly Journal of Economics*, 112:85–114.

Bowley, A. (1924). *The Mathematical Groundwork of Economics*. Oxford University Press.

Dixit, A., Stiglitz, J. (1977). Monopolistic competition and optimum product diversity. *American Economic Review*, 67:297–308.

Eaton, B., Lipsey, R. (1989). Product differentiation. In: Schmalensee, R., Willig, R. (szerk.) *Handbook of Industrial Organization, Volume 1*, North-Holland, Amsterdam, pp. 723–768.

Gabszewicz, J., Thisse, J. (1992). Location. In: Aumann, R., Hart, S. (szerk.) *Handbook of Game Theory, Vol. 1*. North-Holland, Amsterdam, pp. 281–304.

Hotelling, H. (1929). Stability in competition. *Economic Journal*, 39:41–57.

Osborne, M. J., Slivinski, A. (1966). A model of political competition with citizen-candidates. *The Quarterly Journal of Economics*, 111:65–96.

Shubik, M., Levitan, R. (1980). *Market Structures and Behavior*. Harvard University Press.

Spence, M. (1976). Product differentiation and welfare. *American Economic Review*, 66:407–414.

Vives, X. (1985). Efficiency of Bertrand and Cournot equilibria with product differentiation. *Journal of Economic Theory*, 36:166–175.