Lovas Anita

Eszközárazás és portfóliókezelés

Budapesti Corvinus Egyetem

Budapest, 2017

Szerző:
Lovas Anita

Kiadja:
Budapesti Corvinus Egyetem
Budapest, 2017

ISBN 978-963-503-665-3

.

Tartalomjegyzék

Előszó

A kiadvány a Budapesti Corvinus Egyetem Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszéke által oktatott Eszközárazás és portfóliókezelés című kurzushoz készült. A tárgy tematikájának kialakításánál arra törekedtünk, hogy a pénzügyi eszközök széles köre kerüljön bemutatásra. A kurzus során áttekintjük a legfontosabb elméleti modelleket és összefüggéseket, valamint a portfólió- és a teljesítményértékelés elveit.

Jelen kiadvány a tárgyhoz kapcsolódó tananyagot követi példamegoldásokon keresztül. A feladatok a korábbi években zömében vizsgafeladatokként funkcionáltak. Bár kétségkívül jó tesztje lehet a tudás mérésének a példák önálló megoldása, de figyelmeztetnünk kell az érdeklődő olvasót, hogy még a példatár alapos tanulmányozása sem váltja ki a tankönyv elolvasását és megértését. A példák több helyen olyan ismeretekre kérdeznek rá, amelyek pedig közvetlenül csak a kontaktórákon hangzanak el. Felesleges hangsúlyozni, hogy a jegyzet nem helyettesíti az órákon való részvételt, csupán segítséget nyújt a vizsgára való felkészülésben azon hallgatók számára, akik a tananyagot már jórészt ismerik. Nem ajánljuk, hogy az olvasó csupán a jegyzet felhasználásával próbálja meg elsajátítani az Eszközárazás és portófóliókezelés elveit.

A feladatgyűjtemény 7 fejezetre tagolt. A fejezetek sorrendje tükrözi a félév során történő előrehaladást. Minden példánál szerepel a végeredmény, a példáknak a részletes megoldási menete is, útmutatásul. Azt javaslom az olvasónak, hogy az egyes példákat kezdje el a megoldások megtekintése nélkül feldolgozni, majd saját eredményeit vesse össze a megoldásokkal. Eltérés esetén a részletes megoldási útmutató szolgálhat segítségül.

A megoldások az alapos átnézés után is tartalmazhatnak hibákat, elírásokat, ezért szívesen veszek minden javító szándékú megjegyzést. Az ezekkel kapcsolatos visszajelzéseket és észrevételeket az anita.lovas@uni-corvinus.hu e-mail címen köszönettel fogadok. Köszönöm a feladatokat a vizsgák során megoldó hallgatóknak és a tantárgy oktatásában résztvevő kollégáknak és demonstrátoroknak, hogy a példák csiszolásában aktívan részt vettek.

Budapest, 2017. december

A szerző

I. Kötvények

I.1. Az egy, két, illetve három év múlva lejáró, kamatszelvény nélküli (zérókupon) államkötvények árfolyama rendre 92,31%, 84,37% és 76,34%. Egy két évvel ezelőtt kibocsátott, eredetileg 5 éves futamidejű 'A' jelzésű fix kamatozású államkötvény évente fizet 12% kamatot és lejáratkor egyösszegben törleszt. Az idei kifizetések éppen ma lesznek esedékesek.

a) Határozza meg az egy, két, illetve három éves futamidejű kockázatmentes hitelek éves loghozamát!

b) Határozza meg a kötvények bruttó és nettó árfolyamát!

Megoldás:

a)

$$r_1 = -\frac{\ln(0{,}9231)}{1} = 0{,}08 \ \rightarrow 8\%$$

$$r_2 = -\frac{\ln(0{,}8437)}{2} = 0{,}085 \ \rightarrow 8{,}5\%$$

$$r_3 = -\frac{\ln(0{,}7634)}{3} = 0{,}08999 \ \rightarrow 9{,}0\%$$

b)

$$P_{br}(A) = 12 + 12 * 0{,}9231 + 12 * 0{,}8437 + 112 * 0{,}7634 = 118{,}702$$

$$P_{net}(A) = 118{,}702 - 12 = 106{,}702$$

I.2. Az egy, két, illetve három év múlva lejáró, kamatszelvény nélküli (zérókupon) államkötvények árfolyama rendre 89,29%, 78,31%és 71,18%.

a) Határozza meg az egy, és a két év múlvai egyéves forward loghozamot!

b) Határozza meg azt a fix kamatlábat, amelyet egy 2, illetve egy 3 éves csereügyletben cserélnek, ha évente egyszer van kamatfizetés!

Megoldás:

a)

$$f_1 = ln\left(\frac{1}{0{,}8929}\right) = 0{,}1133 \rightarrow 11{,}33\%$$

$$f_2 = ln\left(\frac{0{,}8929}{0{,}7831}\right) = 0{,}1312 \rightarrow 13{,}12\%$$

$$f_3 = ln\left(\frac{0{,}7831}{0{,}7118}\right) = 0{,}0955 \rightarrow 9{,}55\%$$

b)

$$par_2 = \frac{1 - 0{,}7831}{0{,}7831 + 0{,}8929} = 0{,}1294 \rightarrow 12{,}94\%$$

$$par_3 = \frac{1 - 0{,}7118}{0{,}7831 + 0{,}8929 + 0{,}7118} = 0{,}1207 \rightarrow 12{,}07\%$$

I.3. Az 1, 2, 3 és 4 éves befektetésekre vonatkozó diszkontfaktorok a következő évben:

év	1	2	3	4
Diszkontfaktor	0,9802	0,9512	0,9139	0,8676

a) Határozza meg a loghozamgörbe 1,2,3 és 4 éves pontjait!

b) Határozza meg az egy év múlvai 1,2 és 3 éves hitelek határidős forward kamatát! (${}_1f_2, {}_1f_3, {}_1f_4$)

c) Várhatóan milyen lesz a hozamgörbe 1 év múlva, ha a hozamgörbe tiszta várakozási hipotézise teljesül?

Megoldás:

a)

$$r_1 = -\ln(0{,}9802) = 0{,}02 \rightarrow 2\%$$

$$r_2 = -\frac{\ln(0{,}9512)}{2} = 0{,}025 \rightarrow 2{,}5\%$$

$$r_3 = -\frac{\ln(0{,}9139)}{3} = 0{,}03 \rightarrow 3{,}0\%$$

$$r_4 = -\frac{\ln(0{,}8676)}{4} = 0{,}0355 \rightarrow 3{,}55\%$$

b)

$$f_{12} = \frac{2 \cdot 2{,}5\% - 1 \cdot 2\%}{2-1} = 3\%$$

$$f_{13} = \frac{3 \cdot 3\% - 1 \cdot 2\%}{3-1} = 3{,}5\%$$

$$f_{14} = \frac{4 \cdot 3{,}55\% - 1 \cdot 2\%}{4-1} = 4{,}07\%$$

c)

Várakozási szerint a várható hozamok a forward kamatokkal egyeznek meg: $E_1(r_t) = f_{1t}$, azaz az előző feladatban kapott hozamok.

I.4. Az 1, 2 és 3 éves diszkontfaktorok rendre 0,95, 0,89 és 0,82.

a) Határozza meg az effektív forward hozamgörbe 1,2 és 3 éves pontjait!

b) Mekkora az átlagideje egy 3 éves, lejáratkor egy összegben törlesztő, évente 8% kamatot fizető névértéken kiadott államkötvénynek?

c) Hogyan változna a b, pontnak szereplő államkötvény átlagideje, ha kamatszelvény nélküli lenne?

d) Mekkora a kétéves annuitásfaktor?

Megoldás:

a)

$$f_1 = \frac{1}{0{,}95} - 1 = 0{,}0526 \rightarrow 5{,}26\%$$

$$f_2 = \frac{0{,}95}{0{,}89} - 1 = 0{,}0674 \rightarrow 6{,}74\%$$

$$f_3 = \frac{0{,}89}{0{,}82} - 1 = 0{,}0854 \rightarrow 8{,}54\%$$

b)

	CF	DCF	w(t)	t*w(t)
1	8	7,6	0,074	0,074
2	8	7,12	0,069	0,138
3	108	88,56	0,857	2,572
	P =	**103,28**	**D =**	**2,784**

c)

Ha kamatszelvény nélküli, akkor elemi kötvény és az átlagideje a futamidő, azaz 3 év.

d)

$$AF(2) = 0{,}95 + 0{,}89 = 1{,}84$$

I.5. Önnek lehetősége van a következő három államkötvénnyel kereskedni, melyeket éppen most bocsátottak ki. Lejáratuk 3 év, névértékük 100. Az A kötvény lebegő kamatozású (Bubor-t fizet), a B kötvény fix kamatozású (k=5%) és a C kötvény fordítottan lebegő kamatozású (10%-Bubor).

a) Határozza meg a három kötvény arbitrázsmentes árfolyamát, ha a piaci hozamgörbe 7%-on vízszintes!

b) Határozza meg a 3 kötvény árfolyamát fél év múlva, ha akkor a hozamgörbe 6%-on vízszintes!

Megoldás:

a)

$$P(A) = \frac{100 + 7}{1{,}07} = 100$$

$$P(B) = \frac{5}{1{,}07} + \frac{5}{1{,}07^2} + \frac{105}{1{,}07^3} = 94{,}75$$

C pénzáramlása kikeverhető: 2B-A=C, ezért az ára a másik kettőből meghatározható

$$P(C) = 2 \cdot P(B) - P(A) = 2 \cdot 94{,}75 - 100 = 89{,}5$$

b)

$$P(A) = \frac{107}{1{,}06^{0{,}5}} = 103{,}93$$

$$P(B) = \frac{5}{1{,}06^{0{,}5}} + \frac{5}{1{,}06^{1{,}5}} + \frac{105}{1{,}06^{2{,}5}} = 100{,}20$$

$$P(C) = 2 \cdot P(B) - P(A) = 2 \cdot 100{,}20 - 103{,}93 = 96{,}48$$

I.6. Az Ön portfóliójában 3 kötvény szerepel: (1) egy 2 hónapja kibocsátott eredetileg 9 hónapos futamidejű diszkontkincstárjegy (elemi kötvény), (2) egy lebegő kamatozású kötvény, melyet amely hátralévő futamideje 3,5 év, a kamatokat évente fizetik és az utolsó kamatfizetés fél éve volt, (3) egy 8%-os kamatozású, lejáratkor egyösszegben törlesztő kötvény, amelyet fél éve bocsátottak ki és a határlévő futamideje 1,5 év.

Határozza meg a három kötvény átlagidejét, ha a hozamgörbe 9%-on vízszintes és fél évvel ezelőtt 10%-on volt vízszintes!

Megoldás:

(1) 9 – 2 = 7 hónap

(2) 12 – 6 = 6 hónap

(3) 1,43

t	CF	DCF	w(t)	t*w(t)
0,5	8	7,66	0,07	0,04
1,5	108	94,90	0,93	1,39
	P =	**102,57**	**D =**	**1,43**

I.7. Egy befektető portfóliójában 3 kötvény szerepel: (1) egy 5 hónapja kibocsátott eredetileg 9 hónapos futamidejű diszkontkincstárjegy (elemi kötvény), (2) egy lebegő kamatozású kötvény, melyet amely hátralévő futamideje 3,5 év, a kamatokat évente fizetik és az utolsó kamatfizetés fél éve volt, (3) egy 6%-os kamatozású, egyenletes tőketörlesztésű kötvény, amelyet másfél éve bocsátottak ki és a hátralévő futamideje 2,5 év.

Határozza meg a három kötvény átlagidejét, ha a hozamgörbe 7%-on vízszintes és fél évvel ezelőtt 6%-on volt vízszintes!

Megoldás:

(1) 9 – 5 = 4 hónap

(2) 12 – 6 = 6 hónap

(3) 1,42

	Pr.o	Kamat	Tőke	CF	PV	wt	wt*t
-1,5	100						
-0,5	75	6	25	31			
0,5	50	4,5	25	29,5	28,52	0,37	0,19
1,5	25	3	25	28	25,30	0,33	0,50
2,5	0	1,5	25	26,5	22,38	0,29	0,73

Pb	**76,19**	**D**	**1,42**

I.8. Egy két és fél évvel ezelőtt kibocsátott, eredetileg 5 éves futamidejű, fix kamatozású államkötvény évente fizet 5% kamatot és futamidő alatt egyenletesen törleszt. A hozamgörbe fél évvel ezelőtt 7%-on volt vízszintes, most 6%-on.

a) Határozza meg a kötvény bruttó és nettó árfolyamát!

b) Határozza meg a kötvény 1 éves határidős árfolyamát!

c) Határozza meg annak a lebegő kamatozású kötvénynek az árfolyamát, amelyet szintén 2,5 éve bocsátottak ki, eredeti futamideje 5 év volt, lejáratkor egyösszegben töröszt és évente fizetik ki a kamatokat!

Megoldás:

a)

t	Fennmaradó tőke	Tőke	Kamat	CF
1	100	20	5	25
2	80	20	4	24
3	60	20	3	23
4	40	20	2	22
5	20	20	1	21

$$P_{br} = \frac{23}{1{,}06^{0{,}5}} + \frac{22}{1{,}06^{1{,}5}} + \frac{21}{1{,}06^{2{,}5}} = 60{,}65$$

$$P_{net} = 60{,}65 - 3 * 0{,}5 = 59{,}15$$

b)

$$S^* = 60{,}65 - \frac{23}{1{,}06^{0{,}5}} = 38{,}31$$

$$F_1 = 38{,}31 * 1{,}06 = 40{,}61$$

c)

$$P(lebegő) = \frac{107}{1{,}06^{0{,}5}} = 103{,}93$$

I.9. Egy 1 évvel ezelőtt kibocsátott, eredetileg 4 éves futamidejű 'A' jelzésű fix kamatozású államkötvény évente fizet 6% kamatot és a futamidő alatt egyenletesen törleszt. Az idei kifizetések éppen ma lesznek esedékesek. Egy 6 hónapja kibocsátott, eredetileg 3 éves futamidejű, évente kamatozó, lejáratkor egyösszegben törlesztő 'B' jelzésű lebegő kamatozású államkötvény következő kifizetését 5%-on rögzítették. Az effektív hozamgörbe pontjai a következőek:

t	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
r	4%	4%	5%	5,50%	6%	5%	4,50%

a) Határozza meg az 'A' kötvény bruttó és nettó árfolyamát!

b) Határozza meg az 'A' kötvény 2 éves határidős árfolyamát, ha a határidős szerződés is éppen a 2 év múlvai kifizetések előtt jár le!

c) Határozza meg a 'B' kötvény árfolyamát és átlagidejét!

Megoldás:

a)

	Pr.o	Kamat	Tőke	CF	PV
-1	100				
0	75	6	25	31	31,00
1	50	4,5	25	29,5	28,37
2	25	3	25	28	25,16
3	0	1,5	25	26,5	22,89

$$P_{br} = 31 + \frac{29{,}5}{1{,}04} + \frac{28}{1{,}055^2} + \frac{26{,}5}{1{,}05^3} = 107{,}41$$

$$P_{net} = 107{,}41 - 6 = 101{,}41$$

b)

$$S^* = 107{,}41 - 31 - \frac{29{,}5}{1{,}04} = 48{,}04$$

$$F_2 = 48{,}04 * 1{,}055^2 = 53{,}47$$

c)

$$P(lebegő) = \frac{105}{1{,}04^{0{,}5}} = 102{,}961$$

Lebegő kamatozású kötvény átlagideje a következő kamatkiigazításig hátralévő idő: 0,5 év

I.10. Az „A" kötvény egy annuitásos pénzáramlású kötvény, amelyet éppen most bocsátottak ki. Futamideje 3 év, éves kamata 10%, névértéke 100.

A „B" kötvény egy 4 éves végtörlesztéses kötvény, kibocsátására 2,5 éve került sor, éves kamata 12%, névértéke szintén 100. Az effektív hozamgörbe 8%-on vízszintes.

a) Mennyi a kötvények bruttó és nettó árfolyama?

b) Mennyi a „B" kötvény átlagideje?

Megoldás:

a)

$AF(3{,}10\%) = 1/0{,}1 * (1 - 1/1{,}1\text{^}3) = 2{,}49$

$CF(an) = 100/2{,}49 = 40{,}21$

$P_{br}(A) = 40{,}21/1{,}08 + 40{,}21/1{,}08\text{^}2 + 40{,}21/1{,}08\text{^}3 = 103{,}63$

$P_{net}(A) = 103{,}63\ (nincs\ felhalmozott\ kamat)$

$P_{br}(B) = 12/1{,}08\text{^}0{,}5 + 112/1{,}08\text{^}1{,}5 = 111{,}34$

$P_{net}(B) = 111{,}34 - 12 * 0{,}5 = 105{,}34$

b)

$D = 0{,}05 + 1{,}34 = 1{,}40$

	CF	PV	w(t)	w(t)*t
0,5	12	11,547	0,10	0,05
1,5	112	99,7889	0,9	1,34

I.11. „A" kötvény egy 3 éves egyenletes törlesztésű kötvény, kibocsátására 1,5 éve került sor, éves kamata 8%, névértéke 100.

„B" kötvény egy annuitásos pénzáramlású kötvény, amelyet éppen most bocsátottak ki. Futamideje 5 év, éves kamat 8%, névértéke úgyszintén 100.

a) Mennyi a kötvények bruttó és nettó árfolyama, ha az effektív hozam 6%-on vízszintes?

b) Mennyi az „A" kötvény átlagideje és módosított átlagideje?

Megoldás:

	Fennálló tőketartozás	Kamat	Tőke	CF	PV	wt	wt*t
-1,5	100						
-0,5	100	8	33,33	41,33			
0,5	66,67	5,333	33,33	38,67	37,5564	0,532	0,266
1,5	33,33	2,667	33,33	36,00	32,9871	0,468	0,701

Pb	**70,544**	**D**	**0,967**
Pn	**67,877**	**D***	**0,913**

$AF(5{,}8\%) = 3{,}99$

$CF_{an} = 25{,}05$

	Fennálló tőketartozás	Kamat	Tőketörlesztés	CF
0	100			
1	100	8	17,046	25,05
2	82,95	6,636	18,409	25,05
3	64,55	5,164	19,882	25,05
4	44,66	3,573	21,473	25,05
5	23,19	1,855	23,190	25,05
			Pb=Pn=	105,5014

I.12. Egy annuitásos törlesztésű államkötvényt 1,5 évvel ezelőtt bocsátottak ki. A kötvény eredeti futamideje 4 év, névleges kamata 8%. Az effektív hozamgörbe most 7%-os vízszintes.

a) Határozza meg a kötvény bruttó és nettó árfolyamát!

b) Határozza meg a kötvény átlagidejét!

c) Hogyan változna a kötvény bruttó árfolyama, ha a hozamgörbe 8%-on lenne vízszintes?

Megoldás:

	Pr.o	Kamat	Tőke	CF	PV	wt	wt*t
-1,5	100						
-0,5	75	8	25	33			
0,5	50	6	25	31	29,97	0,3795	0,1898
1,5	25	4	25	29	26,20	0,3318	0,4977
2,5	0	2	25	27	22,80	0,2887	0,7218

Pb	**78,97**	**D**	**1,41**
Pn	**75,97**	**D***	**1,32**

I.13. Önnek lehetősége van a következő három államkötvénnyel kereskedni, melyek hátralévő futamideje 2,5 év, névértékük 100 és a lejáratkor egyösszegben törlesztő kötvények. Az „A" kötvény lebegő kamatozású (Bubor-t fizet), a „B" kötvény fix kamatozású (k=3%) és a „C" kötvény fordítottan lebegő kamatozású (6%-Bubor).

Határozza meg a három kötvény arbitrázsmentes árfolyamát, ha a hozamgörbe most 2,5%-on vízszintes és a fél évvel ezelőtt 2%-on volt vízszintes! Az állampapír-piacon minden lejáratra van zéró-kupon kötvény.

Megoldás:

Fordítottan lebegő kamatozású kötvény pénzáramlás kikeverhető a fix kamatozású és a lebegő kamatozású felhasználásával:

Fordítottan lebegő = 2fix – 1 lebegő

$$P(fix) = \frac{3}{1{,}025^{0{,}5}} + \frac{3}{1{,}025^{1{,}5}} + \frac{103}{1{,}025^{2{,}5}} = 102{,}69$$

$$P(lebegő) = \frac{102}{1{,}025^{0{,}5}} = 100{,}75$$

$$P(fordítottan\ lebegő) = 2 * 102{,}69 - 100{,}75 = 104{,}63$$

II. Határidős ügyletek

II.1. A MOL márciusi árfolyama 20400 Ft. A kockázatmentes forintkamatláb minden lejáratra 2%.

a) Határozza meg a MOL 1 éves elméleti (arbitrázsmentes) árfolyamát!

b) Mit tenne Ön, ha a MOL részvényre az 1 éves határidős árfolyam 20900 lenne? (írja le az arbitrázsportfóliót és mutassa be a pénzáramlásokat is)

Megoldás:

a)

$F_1 = 20400 \cdot 1{,}02 = 20808$

b)

Arbitrázsportfólió: Határidős eladás, Hitelfelvétel és részvényvásárlás

ügylet	CF_0	CF_1
Határidős eladás (SF)	--	+20900
Hitelfelvétel (SB)	+20400	-20808
Prompt részvény vásárlás (LU)	-20400	--
	0	**+92**

II.2. Az OTP mai árfolyama 8200 Ft. A kockázatmentes forintkamatláb minden lejáratra 2%.

a) Határozza meg az OTP 1 éves elméleti (arbitrázsmentes) határidős árfolyamát!

b) Mit tenne Ön, ha 1 évre határidős 8300-as árfolyamon lehet kereskedni az OTP részvénnyel? (írja le az arbitrázsportfóliót és mutassa be a pénzáramlásokat is)

Megoldás:

a)

$F_1 = 8200 \cdot 1{,}02 = 8364$

b)

Arbitrázs: határidős részvény vásárlás, részvény rövidre eladás (short) és betételhelyezés

ügylet	CF_0	CF_1
LF	--	-8300
SU	8200	--
LB	-8200	8364
	0	**64**

II.3. A BK részvény évente fizet 150 Ft osztalékot, a következő osztalékfizetés fél év múlva esedékes. A részvény prompt árfolyama 1200 Ft, az effektív kockázatmentes hozam 8%.

a) Határozza meg a részvény 1 éves elméleti határidős árfolyamát!

b) Mi tenne Ön, ha az 1 éves határidős (kereskedési) árfolyam 1180 Ft lenne? Írja fel az ügyletek pénzáramlását is!

Megoldás:

a)

$$S^* = 1200 - \frac{150}{(1{,}08)^{0{,}5}} = 1055{,}66$$

$$F_1 = 1055{,}66 \cdot 1{,}08 = 1140{,}12$$

b)

Arbitrázsportfólió: Határidős eladás, Hitelfelvétel és részvényvásárlás

ügylet	CF_0	$CF_{0,5}$	CF_1
Határidős eladás (SF)	--	--	+1180
Hitelfelvétel (SB)	+1200		-1296
Prompt részvény vásárlás (LU) (osztalékot befektetem vagy hiteltörlesztésre fordítom)	-1200	150 -150	-- 150*1,08^0,5 = 155,88
	0	0	**+39,88**

II.4. Az OTP részvény fél év múlva fizet 167 Ft osztalékot. A részvény prompt árfolyama 6670 Ft, az effektív kockázatmentes hozam 5%.

a) Határozza meg a részvény 1 éves elméleti határidős árfolyamát!

b) Mi tenne Ön, ha az 1 éves határidős (kereskedési) árfolyam 6700 Ft lenne? Írja fel az ügyletek pénzáramlását is!

Megoldás:

a)

$$S^* = 6670 - \frac{167}{(1{,}05)^{0{,}5}} = 6507{,}03$$

$$F_1 = 6507{,}03 \cdot 1{,}05 = 6832{,}38$$

b)

F = 6700 -> túl olcsó -> LF -> fedezés szintetikus SF-fel (SU+LB)

	CF_0	**$CF_{0,5}$**	**CF_1**
LF			-6700
SU	+6700	-167	
hitel osztalékra		+167	-171,12
LB	-6670		+7003,5
összesen	0	0	+132,38

II.5. A KZ részvény évente fizet 250 Ft osztalékot, az utolsó osztalékokat 3 hónappal ezelőtt fizették ki. A részvénnyel most 3125-ös áron lehet kereskedni, elvárt hozama 12%, a kockázatmentes effektív hozam 9%.

a) Határozza meg a részvény egy éves határidős árfolyamát!

b) Mit tenne Ön, ha a részvényre 3100 forintos határidős árfolyamot jegyeznének? Mutassa be pénzáramlásokkal is az arbitrázslehetőséget!

Megoldás:

a)

$$S^* = 3125 - \frac{250}{(1{,}09)^{0{,}75}} = 2890{,}65$$

$$F_1 = 2890{,}65 \cdot 1{,}09 = 3150{,}81$$

b)

Arbitrázs: határidős részvény vásárlás, részvény rövidre eladás (short) és betételhelyezés

ügylet	CF_0	$CF_{0,75}$	CF_1
LF	--	--	-3100
SU SB (div)	3125	-250 250	-- -255,44
LB	-3125	--	3406,25
	0	0	**50,81**

II.6. Egy részvény jelenlegi árfolyama 120 dollár, 9 hónap múlva 3 dollár osztalékot fog fizetni. A kockázatmentes kamatláb 5%.

a) Határozza meg a részvény 1 éves elméleti határidős árfolyamát!

b) Mit tenne, ha a részvény egy éves piaci határidős árfolyama 130 dollár lenne? Írja fel az ügyletek pénzáramlását is!

Megoldás:

a)

$$S^* = 120 - \frac{3}{(1{,}05)^{0{,}75}} = 117{,}11$$

$$F_1 = 117{,}11 \cdot 1{,}05 = 122{,}96$$

b)

Arbitrázsportfólió: Határidős eladás, Hitelfelvétel és részvényvásárlás

ügylet	CF_0	$CF_{0,75}$	CF_1
Határidős előadás (SF)	--	--	+130
Hitelfelvétel (SB)	+120		-126
Prompt részvény vásárlás (LU) (osztalékot befektetem vagy hiteltörlesztésre fordítom)	-120	3 -3	-- 3*1,05^0,75 = 3,04
	0	0	**+7,04**

II.7. A repce határidős piacán a kezdő letét 10%, a fenntartandó letét 5%, a kontraktus mérete 100 tonna, az augusztusi lejáratú kukorica határidős árfolyama jelenleg 103’000 forint tonnánként. Egy befektető 5 kontraktus eladási pozíciót létesített.

a) Mekkora a letéti számla egyenlege a pozíció létrehozásakor?

b) Hogyan változik a letéti számla egyenlege, ha egy nappal később az augusztusi határidős árfolyam 101’700 forintra csökkent?

c) A következő árfolyamváltozás során az ár 104’000 forint lett, amikor a befektető lezárta a pozícióját. Mekkora lesz a befektető nyeresége/vesztesége?

Megoldás:

a)

$$103e\ Ft * 100 * 5 * 10\% = 5150e\ Ft$$

b)

$$100 * 5 * (103000 - 101700) = 650e\ Ft$$

$$5150e + 650e = 5800e\ Ft$$

c)

$$100 * 5 * (101700 - 104000) = -1150e\ Ft$$

$$5800e - 1150e = 4650e\ Ft$$

$$\frac{4650}{5150} - 1 = -0{,}0971 \rightarrow -9{,}71\%$$

II.8. Egy német székhelyű vállalat december 20-án vállalja, hogy májusban szállít londoni vevőjének, a vételár 18’000 GBP május 25-én esedékes. A vállalat szeretné az GBPEUR árfolyam ingadozásából eredő kockázatát fedezni. A pillanatnyi árfolyam angol fontonként 1,19 euró. A december 20-ai júniusi futures árfolyam 1,21 euró fontonként, a minimális kötésegység 10’000 euró. (A futures pozíció deltájától tekintsünk el!)

a) Milyen futures pozícióval tudja most fedezni magát a cég?

b) Mi történik május 25-én?

c) Mi történik júniusban?

d) Mekkora lesz a bevétele május 25-én a cégnek, ha akkor az azonnali árfolyam 1,18 és a júniusi futures árfolyam 1,20?

Megoldás:

a) El kell adnia 20.000 GBP-t júniusi határidőre.

b) Bejön 18.000 GBP, ezt eladja az azonnali piacon és lezárja a SF pozícióját júniusi LF pozíciókkal.

c) Semmi

d) $1{,}18 * 18000 + (1{,}21 - 1{,}20) * 20000 = 21440$

II.9. Egy német vállalat januárban szerződést köt, hogy augusztusban vásárol svájci beszállítójától, a vételár 12.000 CHF, mely augusztus 25-én esedékes. A vállalat szeretné a CHFEUR-árfolyamkockázatát fedezni tőzsdei ügyletekkel. A szeptemberi futures árfolyam 1,01 euró svájci frankonként, a minimális kötésegység 10.000 svájci frank. (A futures pozíció deltájától tekintsünk el!)

a) Milyen futures pozícióval tudja most fedezni magát a cég?

b) Mi történik augusztus 25-én?

c) Mi történik szeptemberben?

d) Mekkora lesz a kiadása augusztus 25-én a cégnek, ha akkor az azonnali árfolyam 1,06 és a szeptemberi futures árfolyam 1,11?

Megoldás:

a) Vásárolnia kell 10.000 CHF-t szeptemberi határidőre.

b) A 12.000 CHF-t megvásárolja az azonnali piacon és kifizeti beszállítóját, majd lezárja az LF pozícióját szeptemberi SF pozícióval.

c) Semmi

d) $1{,}06 * 12.000 + (1{,}11 - 1{,}01) * 10.000 = 13.720$

II.10. Az Ön cége Németországba exportálja a termékeit, így euróban van a bevétele. Ezen kívül minden más kiadása forintban merül fel. Július 25-én 56 ezer EUR bevétele lesz. Az árfolyamkockázatot szeptemberi futures ügylettel szeretné fedezni. Egy kontraktus mérete 10 000 EUR. A spot és a határidős árfolyamok alakulása a táblázatban található.

	Ma (Május)	Júl. 25.
Spot árfolyam	315,48	313,22
A szeptemberi határidős árfolyam	317,01	315,87

a) Milyen irányú tőzsdei határidős ügylettel csökkentené a kitettséget?

b) Milyen ügyleteket köt július 25-én?

c) Mennyit nyer/ veszít a fedezeti ügyleten, ha július 25-én zárja a pozícióját?

d) Mi történik szeptemberben?

Megoldás:

a) El kell adnia 60.000 EUR-t szeptemberi határidőre.

b) Bejön 56.000 EUR, eladja az azonnali piacon és lezárja az SF pozícióját szeptemberi LF pozícióval.

c) $(317{,}01 - 315{,}87) * 60000 = 68400$

d) Semmi

II.11. Az Ön vállalata alapanyagokat importál Szlovákiából. (Minden egyéb költsége és bevétele forintban jelentkezik.) A legutóbbi szállítás ellenértékét, 69 ezer eurót, november 16-án fogja átutalni. Árfolyamkockázatát decemberi tőzsdei határidős ügylettel fedezi. Jelenleg a kockázatmentes forinthozam minden lejáratra évi 4% és egy kontraktus mérete 10 000 euró. Mennyit nyer/veszít a fedezeti ügyleten, ha az árfolyamok az alábbiak szerint alakulnak?

	Ma	November	December
Spot árfolyam	303,00	301,43	299,00
A decemberi határidős árf.	306,54	302,71	299,00

Megoldás:

Vásárolnia kell 70.000 EUR-t decemberi határidőre.

$70000 \ast (302{,}71 - 306{,}54) = -268100$

II.12. A cége Németországból importtálja a termékeit, így euróban van a kiadása. Ezen kívül minden más bevétele forintban merül fel. Május 25-én 56 ezer EUR kiadása lesz. Az árfolyamkockázatot júniusi futures ügylettel szeretné fedezni. Egy kontraktus mérete 10 000 EUR. A spot és a határidős árfolyamok alakulása a táblázatban található.

a) Milyen irányú tőzsdei határidős ügylettel csökkentené a kitettséget?

b) Mennyit nyer/ veszít a fedezeti ügyleten, ha május 25-én zárja a pozícióját?

	Ma (Március)	Máj. 25.
Spot árfolyam	315,48	313,22
A júniusi határidős árfolyam	317,01	315,87

Megoldás:

a) LF, határidős euró vétel

b) $60\,000 \ast (315{,}87 - 317{,}01) = -68400$

III. Csereügyletek

III.1. A BI vállalat változó, az EG vállalat fix kamatozású 3 éves hitelt szeretne felvenni, 30 millió euró értékben. Az alábbi hitel-lehetőségeik vannak:

	Fix	**Lebegő**
BI	3,1%	L+1,1%
EG	4,6%	L+1,4%

a) Érdemes-e a két vállalatnak csereügyletet kötni?

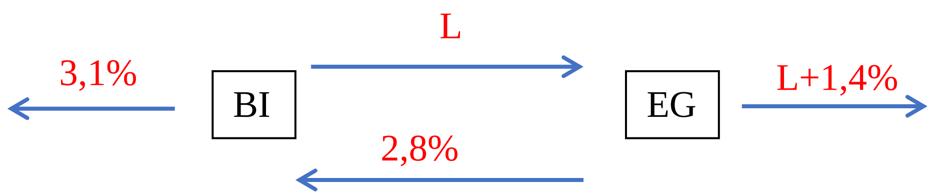
b) Ha igen, tervezzen csereügyletet úgy, hogy közvetítőt nem vesznek igénybe és a nyereségen 2/3-1/3 arányban osztoznak a BI vállalat javára! (Rajzolja fel a csereügyletet és adja meg a vállalatok eredő kamatkiadását)

Megoldás:

eredeti	L+5,7%
cserés	L+4,5%
haszon	1,2%

Nyereség felosztása

			Eredő kamatkiadás
BI	0,8%	L+1,1%-0,8% = L+0,3%	**L+3,1%-2,8% = L+0,3%**
EG	0,4%	4,6%-0,4% = 4,2%	**1,4%+2,8% = 4,2%**



III.2. Az A és a B vállalat a következő kamatlábak mellett vehetnek fel hitelt (B = Bubor):

	Fix	Változó
A vállalat	10%	B + 1,4%
B vállalat	9,7%	B + 0,7%

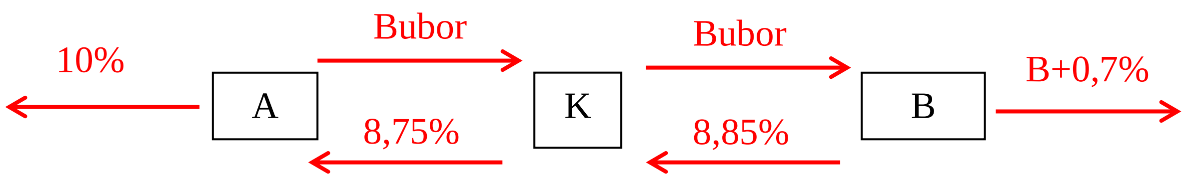
Az A vállalat változó, a B vállalat fix kamatozású hitelt szeretne felvenni. A kamatswap ügyletben a közvetítő bank jutaléka 10 bázispont, a fennmaradó (swap által elérhető) nyereségen A és B vállalat egyenlően osztozik. Érdemes-e csereügyletet kötni? Tervezze meg az ügyletet! Mekkora a vállalat eredő kamatkiadása?

Megoldás:

eredeti	B+11,1%
cserés	B+10,7%%
haszon	40bp

Nyereség felosztása

közvetítő	0,1%	10bp	
			Eredő kamatkiadás
A váll.	0,15%	B+1,4%-0,15% = B+1,25%	**B+10%-8,75% = B+1,25%**
B váll.	0,15%	9,7%-0,15% = 9,55%	**B+0,7%-B+8,85% = 9,55%**



III.3. Egy magyar vállalat (M) és egy osztrák vállalat (O) az alábbi feltételek mellett vehet fel fix kamatozású hitelt minden futamidőre:

	HUF	EUR
Magyar	2%	4%
Osztrák	1%	2%

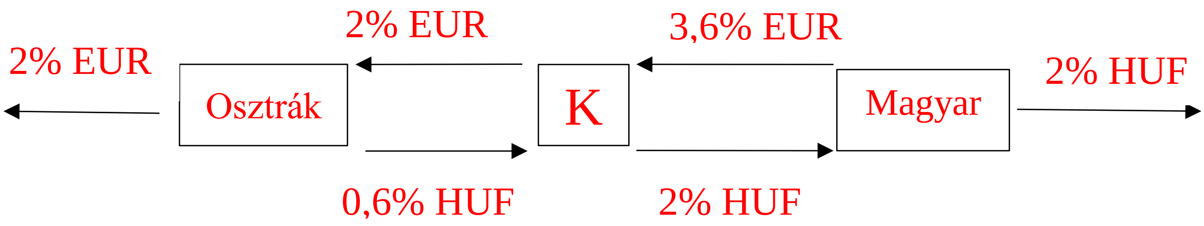
A magyar euróban, az osztrák pedig forintban kíván felvenni egy 4 év futamidejű, egy összegben törlesztő hitelt. Tervezzen olyan devizacsere-ügyletet, ahol a pénzügyi közvetítő 20 bázispontot kap, a fennmaradó részen fele-fele arányban osztoznak és a pénzügyi közvetítő viseli az összes árfolyamkockázatot! Határozza meg a vállalatok nettó kamatkiadását!

Megoldás:

eredeti	4%+1% = 5%
cserés	2%+2% = 4%
haszon	1% (100bp)

Nyereség felosztás:

közvetítő	0,2%	3,6%EUR-2% EUR+0,6%HUF-2%HUF **= 1,6% EUR-1,4% HUF**	
			Eredő kamatkiadás:
Magyar	40bp, 0,4%	4%-0,4% = 3,6%	**1,6% EUR**
Osztrák	40bp, 0,4%	1%-0,4% = 0,6%	**0,6% HUF**



III.4. Egy svéd vállalat (S) és egy román vállalat (R) 5 éves, azonos névértékű, fix kamatozású hitelt szeretne felvenni azonos törlesztési terv és évi egyszeri kamatfizetés mellett, ám előbbi lejben, utóbbi pedig koronában. Az alábbi táblázat tartalmazza a számukra elérhető legjobb hitelkamatlábakat:

	SEK	RON
Svéd	2,4%	6,2%
Román	4,1%	7,5%

Tervezzen olyan devizacsere-ügyletet, melyben a közvetítő jutaléka 10 bázispont lejben, a nyereségen a vállalatok 1/3-2/3 arányban osztoznak a román vállalat javára és az árfolyamkockázatot a román vállalat viseli! Mekkora az egyes vállalatok nettó kamatkiadása? (a devizanemet is adja meg)

Megoldás:

Kiegészítés:

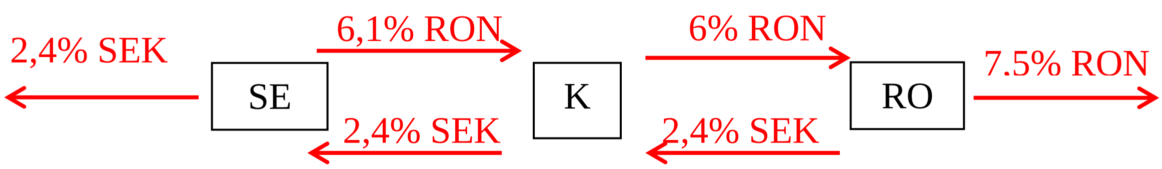
Svéd korona jele: SEK

Román lej jele: RON

eredeti	4,1%+6,2% = 10,3%
cserés	2,4%+7,5% = 9,9%%
haszon	0,4% (40bp)%

Nyereség felosztás:

közvetítő	0,1%	10bp (RON)	
		Eredő kamatkiadás	
Román	20bp (0,2%)	4,1%-0,2% = 3,9%	**2,4% SEK + 1,5% RON**
Svéd	10bp (0,1%)	6,2%-0,1% = 6,1%	**6,1% csak RON**



III.5. Egy amerikai és egy német vállalat hitelfelvétel mellett döntött, az előbbi euróban, míg az utóbbi dollárban. Az általuk elérhető legkedvezőbb hiteleket az alábbi táblázat tartalmazza:

	USD	EUR
Amerikai	4%	3,2%
Német	4,8%	2,5%

Tervezzen olyan devizacsere-ügyletet, amelyet a felek közvetítő igénybevételével kötnek meg, aki a nyereségből 20 bázispontot számol fel díjként (dollárban), valamint a teljes árfolyamkockázatot az amerikai vállalat viseli, aki ezért cserébe 80 bázispontot igényel a nyereségből, a többi a németvállalaté.

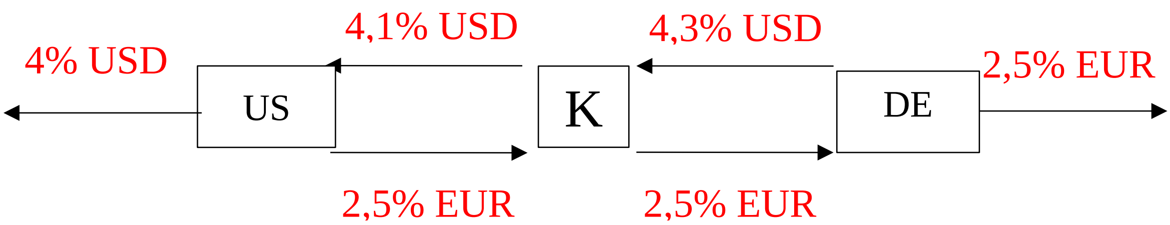
Megoldás:

eredeti	8,0%
cserés	6,5%
haszon	1,5%

Nyereség felosztás:

közvetítő	0,2%	20bp (USD)

			Eredő kamatkiadás
Amerikai	80bp, 0,8%	3,2%-0,8% = 2,4%	**2,4% = 2,5% EUR - 0,1% USD**
Német	50bp, 0,5%	4,8%-0,5% = 4,3%	**4,3% csak USD**



III.6. Egy angol vállalat (A) és egy francia vállalat (F) az alábbi feltételek mellett vehet fel fix kamatozású hitelt minden futamidőre:

	GBP	EUR
Angol	2,39%	3,33%
Francia	2,61%	3,48%

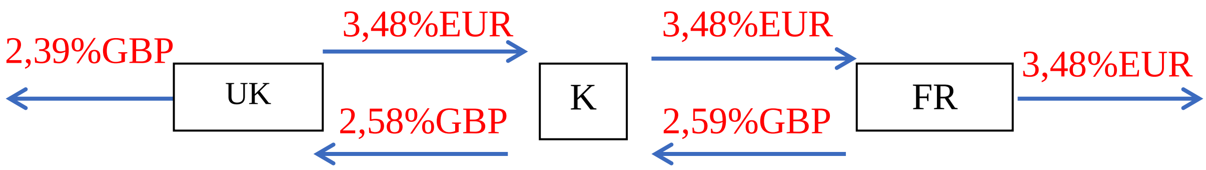
Az angol euróban, a francia pedig fontban kíván felvenni egy 4 év futamidejű, egy összegben törlesztő hitelt. Tervezzen olyan devizacsere-ügyletet, ahol a pénzügyi közvetítő 0,01%-ot kap fontban, a fennmaradó részen 2/3-1/3 arányban osztoznak az Angol vállalat javára, és az angol vállalat viseli az összes árfolyamkockázatot! Mekkora a vállalatok eredő kamatkiadása (a devizanemet is adja meg)?

Megoldás:

eredeti	5,94%
cserés	5,87%
haszon	0,07%

Nyereség felosztása:

			Eredő kamatkiadás
közvetítő	0,01%	1bp (GBP)	
Angol	0,04%	3,33%-0,04% = 3,29%	**3,29%, euró és font = 3,48%EUR – 0,19%GBP**
Francia	0,02%	2,61%-0,02% = 2,59%	**2,59%, csak font**



III.7. A dán székhelyű Maersk és a svájci székhelyű Mediterranean Shipping Company (MSC) hajózási vállalat 2 éves, azonos névértékű, fix kamatozású hitelt szeretne felvenni azonos törlesztési terv és évi egyszeri kamatfizetés mellett, ám előbbi svájci frankban [CHF], utóbbi pedig dán koronában [DKK]. Az alábbi táblázat tartalmazza a számukra elérhető legjobb hitelkamatlábakat:

	CHF	**DKK**
Maersk	5,6%	7,2%
MSC	5,3%	7,8%

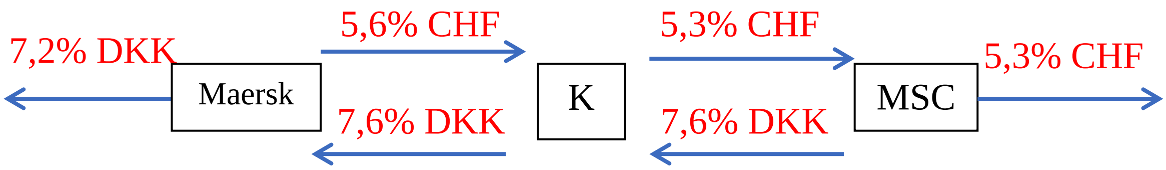
Tervezzen olyan devizacsere-ügyletet, melyben a közvetítő jutaléka 30 bázispont svájci frankban, a nyereségen a vállalatok 1/3-2/3 arányban osztoznak a Maersk (dán vállalat) javára, és az árfolyamkockázatot a dán vállalat viseli! Mekkora az egyes vállalatok nettó kamatkiadása? (a devizanemet is adja meg)

Megoldás:

eredeti	13,4%
cserés	12,5%
haszon	90bp

Nyereség felosztása

			Eredő kamatkiadás
közvetítő	0,3%	30bp (CHF)	
Maersk	0,4%	5,6%-0,4% = 5,2%	**5,2%, korona és frank = 5,6%CHF – 0,4%DKK**
MSC	0, 2%	7,8%-0,2% = 7,6%	**7,6%, csak dán korona**



III.8. A cseh Krušovice és a lengyel Tyskie sörgyár 3 éves, azonos névértékű, fix kamatozású hitelt szeretne felvenni azonos törlesztési terv és évi egyszeri kamatfizetés mellett, ám előbbi lengyel zlotyiban [PLN], utóbbi pedig cseh koronában [CZK]. Az alábbi táblázat tartalmazza a számukra elérhető legjobb hitelkamatlábakat:

	CZK	**PLN**
Krušovice	7,6%	6,2%
Tyskie	8,7%	6,4%

Tervezzen olyan devizacsere-ügyletet, melyben a közvetítő jutaléka 10 bázispont zlotyiban, a nyereségen a vállalatok 1/4-3/4 arányban osztoznak a Tyskie (lengyel vállalat) javára, és az árfolyamkockázatot a lengyel vállalat viseli!

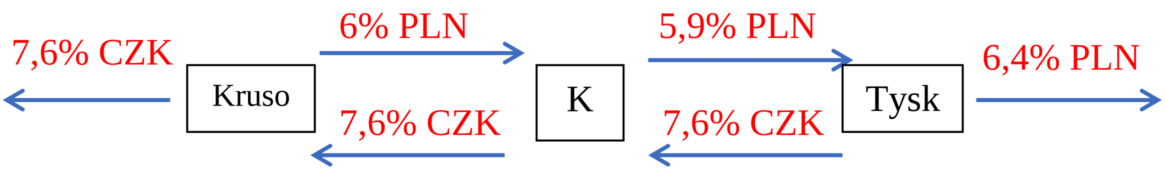
Mekkora az egyes vállalatok nettó kamatkiadása? (a devizanemet is adja meg)

Megoldás:

eredeti	14,9%
cserés	14,0%
haszon	90bp

Nyereség felosztás:

közvetítő	0,1%	10bp (PLN)	
			Eredő kamatkiadás
Tyskie	0,6%	8,7%-0,6% = 8,1%	**8,1%, zlotyi és korona = 7,6%CZK + 0,5%PLN**
Krušovice	0,2%	6,2%-0,2% = 6%	**6%, csak lengyel zlotyi**



III.9. Egy holland vállalat (NL) és egy orosz vállalat (RUS) 5 éves, azonos névértékű, fix kamatozású hitelt szeretne felvenni azonos törlesztési terv és évi egyszeri kamatfizetés mellett, ám előbbi rubelben, utóbbi pedig euróban. Az alábbi táblázat tartalmazza a számukra elérhető legjobb hitelkamatlábakat:

	EUR	RUB
Holland	0,8%	11%
Orosz	2,2%	11,4%

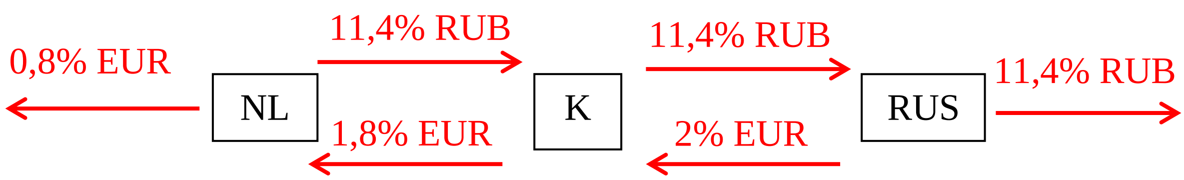
Tervezzen olyan devizacsere-ügyletet, melyben a közvetítő jutaléka 20 bázispont euróban, a nyereségen a vállalatok 1/4-3/4 arányban osztoznak a holland vállalat javára és az árfolyamkockázatot a holland vállalat viseli! Írja fel a kamatkiadások devizanemét is!

Megoldás:

eredeti	13,2%
cserés	12,2%
haszon	100bp

Nyereség felosztása

			Eredő kamatkiadás
közvetítő	0,2%	20bp (EUR)	
Holland	0,6%	11%-0,6% = 10,4%	**10,4%, rubel és euró = 11,4%RUB – 1%EUR**
Orosz	0,2%	2,2%-0,2% = 2%	**2%, csak euró**



IV. Opciók

IV.1. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama 1900. A részvényre szóló, 1 éves lejáratú, európai típusú, 2300-as kötési árfolyamú put opció díja 150. A kockázatmentes effektív hozam 11%. Milyen korlát sérül? Mit tenne Ön?

Megoldás:

put alsó korlát: max (0; PK-S) ≤ p max (0; 2300/1,11-1900) = 172,07. Ez sérül.

Arbitrázs portfólió: **LP + szint. LF = LP + LU + SB**

	LP	LU	SB
CF_0	-150	-1900	2050

		LP	LU	SB	
CF_1	S_T>K=2300		S_T rv	-2050*1,11 = -2275,5	S_T - 2275,5 > 24,5
	S_T< K=2300	+2300 -rv	+rv	-2275,5	24,5

Tehát a nyereség legalább annyi, mint amennyivel az opciós díj az alsó korlát alatt van (172,07-150=22,07) felkamatoztatva (24,5). A 22,07 forintot már a 0-ik időpontban el lehet költeni.

IV.2. A McDonald's részvényeivel most 120 dolláros árfolyamon kereskednek. A részvényre szóló, európai típusú, 160 USD kötési árfolyamú 1 éves put opciók ára 37 dollár, a kétéveseké 31 dollár. A kockázatmentes dollár effektív hozam 2%. Van-e lehetőség arbitrázsra? Mit tenne Ön? Mekkora nyereségre lehet szert tenni?

Megoldás:

A 2 éves opció alsó korlátja sérül:

T	1	2
alsó:	36,86	33,79
felső:	156,86	153,79
p(piaci):	37	31

Arbitrázs portfólió: LP + szint. LF = LP + LU + SB

	LP	**LU**	**SB**
CF0	**-31**	**-120**	**151**

		LP	LU	SB	
	ST>K			**-157,10**	-157,10
CF1			ST		+ST
	ST<K	160		-157,10	**2,90**
		-rv	rv		

A nyereség legalább 2,9 dollár nyereség részvényenként.

IV.3. A Tesla részvényeivel most 360 dolláros árfolyamon kereskednek. Tegyük fel, hogy a részvényre szóló, európai típusú, 400 USD kötési árfolyamú 1 éves put opciók ára 33 dollár, a kétéveseké 22 dollár. A kockázatmentes dollár effektív hozam 2%. Van-e lehetőség arbitrázsra? Mit tenne Ön? Mekkora nyereségre lehet szert tenni?

Megoldás:

2 éves put opció alsó korlátja sérül

T	1	2
p	70	100
alsó	32,16	24,47
felső	392,16	384,47
p(market)	33	22

Arbitrázs portfólió: LP + szint. LF = LP + LU + SB

	LP	LU	SB
CF0	-22	-360	382

		LP	LU	SB	
	ST>K			-397,43	-397,43
CF1			ST		+ST
	ST<K	400		-397,43	2,57
		-rv	rv		

A nyereség legalább 2,57 dollár részvényenként

IV.4. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama 1800. A részvényre szóló, 1 éves lejáratú, európai típusú, 1500-as kötési árfolyamú call opció díja 200. A kockázatmentes effektív hozam 10%. Van-e lehetőség arbitrázsra? Mit tenne Ön?

Megoldás:

call alsó korlát: max (0; S-PK) $\leq$ c max (0; 1800-1500/1,1) = 436. Ez sérül.

Arbitrázs portfólió: **LC + szint SF = LC + SU + LB**

	LC	SU	LB
CF_0	-200	1800	-1600

		LC	SU	LB	
CF_1	S_T>K=1500	-1500		+1600*1,1 = 1760	260
		+rv	-rv		
	S_T< K=1500		- S_T	+1600*1,1 = 1760	1760- S_T > 260
			-rv		

Tehát a nyereség legalább annyi, mint amennyivel az opciós díj aláment az alsó korlátnak (436-200=236) felkamatoztatva (260). A 236 forintot már a 0-ik időpontban el lehet költeni.

IV.5. A Nike részvényekkel most 50 dolláros árfolyamon kereskednek. A részvényre szóló, európai típusú, 47 USD kötési árfolyamú 1 éves call opciók ára 4 dollár, a kétéveseké 4,5 dollár. A kockázatmentes dollár effektív hozam 2%. Van-e lehetőség arbitrázsra? Mit tenne Ön?

Megoldás:

Az 1 éves alsó korlátja 3,92, ez magasabb az opció díjánál. A 2 éves alsó korlátja 4,83, míg az opció díja 4,5.

Arbitrázsportfólió:

	LC	SU	LB
CF0	-4,50	50	-45,5

CF_1	ST>K	LC	SU	LB	
		-47		47,34	0,3382
		+rv	-rv		
	ST<K		- S_T	47,34	47,3382-S_T
			-rv		

IV.6. Egy részvény mai árfolyama 10400 Ft. Jövőre vagy 25 százalékkal nő (u=1,25) vagy 20 százalékkal csökken (u=1/d). A kockázatmentes kamatláb minden lejáratra 8%. Határozza meg annak az európai típusú put opciónak az értékét, amely 1 éves lejáratú, kötési árfolyama 10500 Ft! Mekkora az opció deltája?

Megoldás:

ELV: opció replikálása delta db részvénnyel és hitellel

LP = ΔLU + LB

10400 → 13000 ; 8320

p → $max\{K-S_u;0\} = max\{10500-13000;0\} = 0$; $max\{K-S_d;0\} = max\{10500-8320;0\} = 2180$

$$delta = \Delta = \frac{0-2180}{13000-8320} = \mathbf{-0,46581}$$

$$betét = \frac{0+0{,}46581\cdot 13000}{1{,}08} = 5607$$

$$p = -0{,}46581\cdot 10400 + 5607 = \mathbf{762,55}$$

IV.7. Egy részvény mai árfolyama 8700 Ft. Jövőre vagy 20 százalékkal nő (u=1,2) vagy ~16,67 százalékkal csökken (u=1/d). A kockázatmentes kamatláb minden lejáratra 5%. Határozza meg annak az európai típusú call opciónak az értékét, amely 1 éves lejáratú, kötési árfolyama 8500 Ft! Mekkora az opció deltája és az opció reális ára?

Megoldás:

8700 → 10440 ; 7520

c → $max\{S_u-K;0\} = max\{10440-8500;0\} = 1940$; $max\{S_d-K;0\} = max\{7250-8500;0\} = 0$

$$delta = \Delta = \frac{1940-0}{14400-7250} = \mathbf{0,60815}$$

$$betét = \frac{1940-0{,}60815\cdot 10440}{1{,}05} = -4159{,}13$$

$$c = 0{,}60815\cdot 8700 - 4159{,}13 = \mathbf{1091,77}$$

IV.8. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama 100, ami egy év alatt 50-50% eséllyel vagy 1,25 szeresére nő vagy a 0,8-szorosára csökken. A kockázatmentes effektív hozam 10%. Mennyit ér a részvényre szóló egyéves európai call, illetve put opció, melyek kötési árfolyama egyaránt 90?

Megoldás:

$$100 \left\langle \begin{array}{l} 125 \\ 80 \end{array} \right. \qquad c \left\langle \begin{array}{l} max\{125-90;0\}=35 \\ max\{80-90;0\}=0 \end{array} \right.$$

$$delta = \Delta = \frac{35-0}{125-80} = \mathbf{0,78}$$

$$betét = \frac{35-0{,}78\cdot 125}{1{,}1} = -56{,}57$$

$$c = 0{,}78\cdot 100 - 56{,}57 = \mathbf{21,21}$$

put opció árát lehet put-call paritással:

$$p = 21{,}21 + \frac{90}{1{,}1} - 100 = \mathbf{3,03}$$

IV.9. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama 100, ami egy év alatt 50-50% eséllyel vagy 50 százalékkal nő, vagy 1/u szorosára, azaz 33,33 százalékkal csökken. A kockázatmentes effektív hozam 10%.

a) Mennyit ér a részvényre szóló egyéves call opció, melynek kötési árfolyama 120?

b) Mekkora a részvény és az opció várható hozama?

Megoldás:

a)

$$100 \left\langle \begin{array}{l} 150 \\ 50 \end{array} \right. \qquad c \left\langle \begin{array}{l} max\{150-120;0\}=30 \\ max\{66{,}67-120;0\}=0 \end{array} \right.$$

$$delta = \Delta = \frac{30-0}{150-50} = \mathbf{0,3}$$

$$betét = \frac{30-0{,}3\cdot 150}{1{,}1} = -13{,}64$$

$$c = 0{,}3\cdot 100 - 13{,}64 = \mathbf{16,36}$$

b)

$$r(részvény) = \frac{0{,}5\cdot 150 + 0{,}5\cdot 66{,}67}{100} - 1 = 8{,}33\%$$

$$r(opció) = \frac{0{,}5\cdot 30 + 0{,}5\cdot 0}{16{,}3} - 1 = -7{,}98\%$$

IV.10. Egy 2600 Ft kötési árfolyamú, osztalékot nem fizető részvényre szóló, 1 éves lejáratú európai vételi opció díja 200 Ft volt. A részvény jelenlegi árfolyama 2500 Ft, a kockázatmentes effektív kamatláb 11%.

a) Mennyi az opció időértéke és belső értéke?

b) Mennyibe kerül a részvényre szóló 2600 forintos kötési árfolyamú terpesz pozíció létrehozása?

c) Mire spekulál egy olyan befektető, aki a részvényre long terpesz pozíciót hoz létre?

Megoldás:

a)

belső érték: $max(0; 2500 - 2600) = 0$

időérték: $200 - 0 = 200$

b)

Put opció ára:

$$\frac{2600}{1{,}11} + 200 - 2500 = 42{,}34$$

Terpesz pozíció, LC+LP ára: $200 + 42{,}34 = \mathbf{242{,}34}$

c) volatilitás növekedése

IV.11. Az alábbi táblázat a JPMorgan részvényeire szóló 1 éves put opciók utolsó árait mutatja különböző kötési árfolyamok mellett. Tegyük fel, hogy egy befektető 1 éves call bull spread pozíciót akar létrehozni a JPMorgan részvényeire, ahol a kötési árfolyamok 80 és 90. A részvény mai árfolyama 85 USD, a kockázatmentes effektív hozam 1%.

a) Milyen pozíciókból áll a befektető összetett opciós pozíciója? Rajzolja fel a pozíció kifizetés függvényét?

b) Mennyibe kerül a pozíció létrehozása? Ábrázolja a pozíció nyereségfüggvényét is az előző ábrát kiegészítve!

c) Mire spekulál az a befektető, aki ilyen pozíciót hoz létre?

Kötési ár	Put opció ára
80	6,8
82,5	7,8
85	9
87,5	10,25
90	11,8
92,5	13,4

Megoldás:

a)

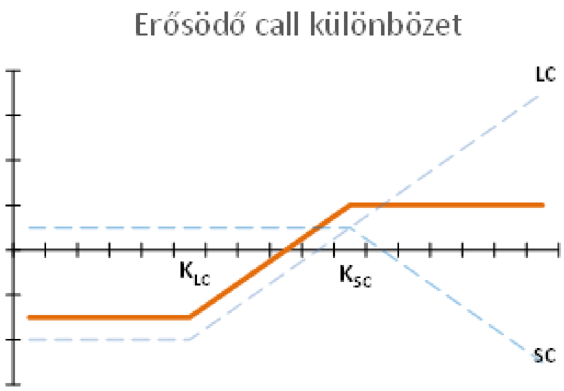
$LC_{80} + SC_{90}$

b)

$$c(80) = 6{,}8 + 85 - \frac{80}{1{,}1} = 12{,}592$$

$$c(90) = 11{,}8 + 85 - \frac{90}{1{,}1} = 7{,}691$$

Pozíció költsége: $-12{,}592 + 7{,}691 = -4{,}901$



c) Árfolyam-különbözet és árfolyam emelkedés

IV.12. Egy részvényre szóló opciók különböző kötési árfolyamok melletti árát mutatja a következő táblázat. Az opciók futamideje 2 év, a részvény prompt árfolyama 1235. A kockázatmentes logkamatláb 10%.

K	1 100	1 200	1 300	1 400	1 500
c	362	300	245	198	158

a) Mennyibe kerül egy 1100-as és 1400-as kötési árfolyamú short (bear) put spread létrehozása?

b) Rajzolja fel az összetett pozíció függvényét!

c) Mire spekulál az a befektető, aki létrehozz egy long spread pozíciót?

Megoldás:

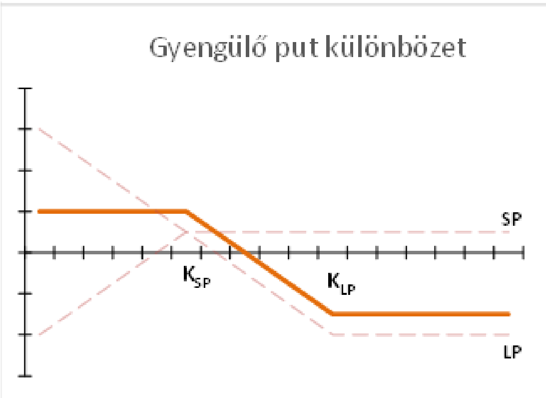
a)

$$p(1100) = 362 + \frac{1100}{e^{2\cdot 0{,}1}} - 1235 = 27{,}6$$

$$p(1400) = 198 + \frac{1400}{e^{2\cdot 0{,}1}} - 1235 = 109{,}22$$

$$SP(1100) + LP(1400) \rightarrow +27{,}6 - 109{,}22 = -81{,}62$$

b)



c) Árfolyam különbözet és árfolyam csökkenés

IV.13. A Google részvényre szóló call opciók különböző kötési árfolyamok melletti árát mutatja a következő táblázat. Az opciók futamideje 3 hónap, a Google prompt árfolyama 768 dollár. Az éves kockázatmentes logkamatláb 0,25%.

K	760	770	780	800
c	39,4	34,1	27,8	20,25

a) Mennyibe kerül egy 770-es és 800-as kötési árfolyamú széles terpesz („teknő”) megvásárlása?

b) Rajzolja fel az összetett pozíció függvényét!

c) Mire spekulál az a befektető, aki létrehozz egy ilyen terpesz pozíciót?

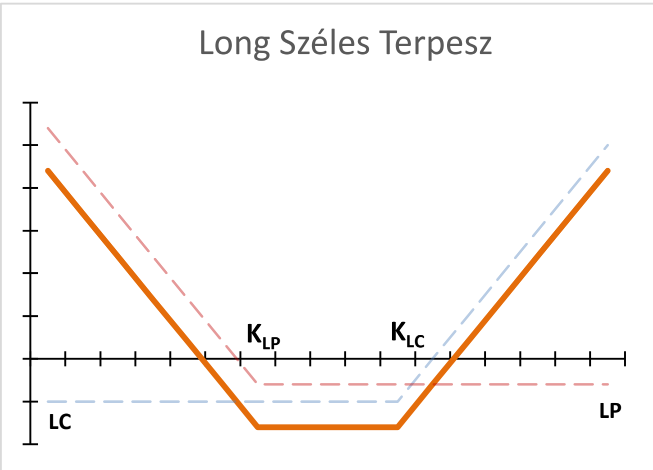
Megoldás:

a)

$LP(770) + LC(800) = 35{,}62 + 20{,}25 = 55{,}87$

$p(770) = 34{,}1 - 768 + exp(-0{,}25 * 0{,}0025) * 770 = 35{,}62$

b)



c) Nagy árfolyam változásra, volatilitás növekedésére

IV.14. A PG (Procter & Gamble) részvényre szóló call opciók különböző kötési árfolyamok melletti árát mutatja a következő táblázat. Az opciók futamideje 6 hónap, a PG prompt árfolyama 82 dollár. Az éves kockázatmentes logkamatláb 0,25%.

K	70	75	80	85
c	12,9	8,6	4,55	1,87

a) Mekkora bevételt jelent egy 75-ös kötési árfolyamú jobb terpesz (short) kiírása?

b) Rajzolja fel az összetett pozíció függvényét!

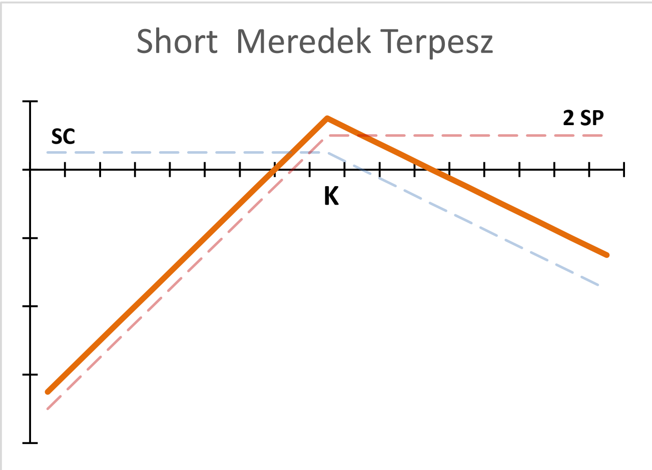
Megoldás:

a)

$2SP(75) + SC(75) = 2 * 1{,}51 + 8{,}6 = 11{,}62$

$p(75) = 8{,}6 - 82 + exp(-0{,}5 * 0{,}0025) * 75 = 1{,}51$

b)



V. Portfólióelmélet és Tőkepiaci árfolyamok modellje

V.1. Egy befektető hasznosságfüggvénye a következő egyenlettel írható le: $U = E(r) - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma^2$. A portfólió Sharpe-rátája 0,3, a kockázatelkerülési együttható értéke 2, a kockázatmentes kamatláb 5%. Milyen hozamú és kockázatú portfóliót fog tartani ezen befektető a portfólióelmélet szerint?

Megoldás:

Az optimális portfólió Sharpe rátája:

$$S = 0{,}3 = \frac{r_p - 0{,}05}{\sigma_p}$$

Befektető hasznossági függvénye:

$$U = r_p - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma_p^2 = 0{,}05 + 0{,}3 \cdot \sigma_p - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma_p^2$$

Maximális hasznosságot biztosító portfólió:

$$U' = 0{,}3 - 2 \cdot 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma_p = 0$$

$$\sigma_p = \frac{0{,}3}{2 \cdot 0{,}5 \cdot A} = 0{,}15 \rightarrow \mathbf{15\%}$$

$$r_p = 0{,}05 + 0{,}3 \cdot \sigma_p = 0{,}095 \rightarrow \mathbf{9{,}5\%}$$

V.2. A Markowitz modellben egy befektető hasznosságfüggvénye $U = E(r) - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma^2$ alakú. A kockázatelutasítási együtthatója 3. A kockázatmentes hozam 2%, az értintési portfólió várható hozama 6%, szórása 7%.

a) Határozza meg a befektető számára optimális portfólió várható hozamát és szórását!

b) Vagyonának hány százalékát fekteti a befektető kockázatos eszközökbe?

Megoldás:

a)

Az érintési portfólió és egyben az optimális portfólió Sharpe rátája:

$$S = \frac{0{,}06 - 0{,}02}{0{,}07} = 0{,}57 = \frac{r_p - 0{,}02}{\sigma_p}$$

Befektető hasznossági függvénye:

$$U = r_p - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma_p^2 = 0{,}02 + 0{,}57 \cdot \sigma_p - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma_p^2$$

Maximális hasznosságot biztosító portfólió:

$$U' = 0{,}57 - 2 \cdot 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma_p = 0$$

$$\sigma_p = \frac{0{,}57}{2 \cdot 0{,}5 \cdot A} = 0{,}1905 \rightarrow \mathbf{19{,}05\%}$$

$r_p = 0{,}02 + 0{,}57 \cdot \sigma_p = 0{,}1288 \rightarrow \mathbf{12{,}88}\%$

b)

$\sigma_p = 0{,}1905 = y \cdot \sigma_M$

$$y = \frac{0{,}1905}{0{,}07} = 2{,}721$$

Piai portfólió súlya: $2{,}721$, a kockázatmentes súlya $1 - 2{,}721 = -1{,}721$

V.3. Egy befektető hasznosságfüggvénye a következő képlettel írható le: $U = E(r) - \frac{1}{3} \cdot A \cdot \sigma^2$. A kockázatelutasítási együttható értéke 3. A piaci portfólió várható hozama 7%, kockázata 8%, a kockázatmentes hozam pedig 6%.

a) Milyen várható hozamú és szórású portfóliót fog a befektető tartani, amennyiben az optimális portfólió összeállítására törekszik?

b) Hogyan osztja meg a befektető a befektetett pénzét a piaci portfólió és a kockázatmentes portfólió között?

Megoldás:

a)

A piaci portfólió és egyben az optimális portfólió Sharpe rátája:

$$S = \frac{0{,}07 - 0{,}06}{0{,}08} = 0{,}125 = \frac{r_p - 0{,}06}{\sigma_p}$$

Befektető hasznossági függvénye:

$$U = r_p - 0{,}3333 \cdot A \cdot \sigma_p^2 = 0{,}06 + 0{,}125 \cdot \sigma_p - 0{,}333 \cdot A \cdot \sigma_p^2$$

Maximális hasznosságot biztosító portfólió:

$$\sigma_p = \frac{0{,}125}{2 \cdot 0{,}3333 \cdot 3} = 0{,}0625 \rightarrow \mathbf{6{,}25}\%$$

$$r_p = 0{,}06 + 0{,}125 \cdot 0{,}0625 = 0{,}0678 \rightarrow \mathbf{6{,}78}\%$$

b)

$$y = \frac{0{,}0625}{0{,}08} = 0{,}781$$

$$1 - y = 1 - 0{,}781 = 0{,}219$$

V.4. A Markowitz modellben egy befektető hasznosságfüggvénye $U = E(r) - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma^2$ alakú, a befektető „A" kockázatelutasítási együtthatója 5. A kockázatmentes hozam 6%, a piaci portfólió várható hozama 12%, szórása 8%. Vagyonának hány százalékát fekteti a befektető kockázatos eszközökbe?

Megoldás:

A piaci portfólió Sharpe rátája:

$$S_M = \frac{0{,}12 - 0{,}06}{0{,}08} = 0{,}75$$

$$y = \frac{\sigma_p}{\sigma_M} = \frac{\frac{S_M}{2 \cdot 0{,}5 \cdot A}}{\sigma_M} = \frac{0{,}75}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 5 \cdot 0{,}08} = 1{,}875$$

$$1 - y = 1 - 1{,}875 = -0{,}875$$

V.5. A Markowitz modellben egy befektető hasznosságfüggvénye a szokásos alakú ($U = E(r) - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma^2$). A kockázatelutasítási együttható 4. A kockázatmentes hozam 7%, a piaci portfólió várható hozama 15%, szórása 22%.

a) Mekkora lesz a befektető optimális portfóliójának hasznossága?

b) Mekkora a befektető portfóliójának kockázatmentes egyenértékese?

Megoldás:

a)

$$S = \frac{0{,}15 - 0{,}07}{0{,}22} = 0{,}3636$$

Befektető hasznossági függvénye:

$$U = 0{,}07 + 0{,}3636 \cdot \sigma_p - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma_p^2$$

$$\sigma_p = \frac{0{,}3636}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 4} = 0{,}0909 \rightarrow \mathbf{9{,}09\%}$$

$$U = 0{,}07 + 0{,}3636 \cdot 0{,}0909 - 0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}0909^2 = \mathbf{0{,}0865}$$

b) 8,65%

V.6. Egy portfólió 11% várható hozamot ígér, a szórása pedig 10%. A kockázatmentes befektetés hozama 6%.

a) Milyen kockázatelutasítási együttható mellett dönt egy befektető inkább a kockázatmentes befektetés mellett, ha a kettő közül csak az egyiket választhatja és hasznosság-függvénye $U = E(r) - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma^2$ alakú?

b) Hogyan alakítható ki a befektető portfóliója kockázatos és kockázatmentes eszközökből, ha a kockázatos eszköz (piaci portfólió) várható hozama 10% és szórása 11%?

Megoldás:

a)

$$U_p = r_p - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma_p^2 < U_{r_f} = r_f$$

$$\frac{r_p - r_f}{0{,}5 \cdot A \cdot \sigma_p^2} < A$$

$$\frac{0{,}11 - 0{,}06}{0{,}5 \cdot 0{,}1^2} = 10 < A$$

b)

$$y = \frac{0{,}1}{0{,}11} = 0{,}909$$

$$1 - y = 0{,}091$$

V.7. Négy portfólió adatait tartalmazza a következő táblázat:

Név	E(r)	szórás
F portfólió	13,0%	11,0%
G portfólió	9,5%	5,5%
H portfólió	16,0%	10,0%
J portfólió	12,0%	13,0%

A kockázatmentes hozam minden lejáratra évi 4%, és a CAPM feltételei teljesülnek. A négy portfólió közül az egyik a piaci portfólió.

a) Melyik lehet az?

b) Hogyan alakítható egy olyan portfólió, amely hozamának szórása 5,5% és csak a piaci portfóliót és a kockázatmentes eszközt tartalmazza? (mekkora a súlya az egyes eszközöknek)

Megoldás:

a)

Piaci portfólió hatékony → Sharpe rátája maximális

$$S_F = \frac{0{,}13 - 0{,}04}{0{,}11} = 0{,}818$$

$$S_G = \frac{0{,}095 - 0{,}04}{0{,}055} = 1$$

$$S_H = \frac{0{,}16 - 0{,}04}{0{,}1} = \mathbf{1{,}2}$$

$$S_J = \frac{0{,}12 - 0{,}04}{0{,}13} = 0{,}615$$

b)

$r_p = (1-y) \cdot r_f + y \cdot r_M = (1-y) \cdot 4\% + y \cdot 16\%$

$y = 0{,}55$

$1 - y = 0{,}45$

V.8. Egy befektető hasznosságfüggvénye a következő képlettel írható le: $U = E(r) - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma^2$. A kockázatelutasítási együttható értéke 3. A piaci portfólió várható hozama 15%, kockázata 20%, a kockázatmentes hozam pedig 6%.

a) Határozza meg a befektető számára optimális portfólió várható hozamát és szórását!

b) Hogyan osztja meg a vagyonát a befektető a kockázatmentes befektetés és a piaci portfólió között?

c) Mekkora a befektető portfóliójának kockázatmentes egyenértékese?

Megoldás:

a)

$$\sigma_p = \frac{0{,}45}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 3} = 0{,}15 \rightarrow \mathbf{15\%}$$

$$r_p = 0{,}06 + 0{,}45 \cdot 0{,}15 = 0{,}1275 \rightarrow \mathbf{12{,}75\%}$$

b)

$$y = \frac{0{,}15}{0{,}15} = 1$$

$1 - y = 1 - 1 = 0$

c)

$U_f = 9{,}375\%$

V.9. Egy befektető hasznosságfüggvénye a következő egyenlettel írható le: $U = E(r) - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma^2$. A piaci portfólió Sharpe-rátája 0,4, a befektető kockázatelkerülési együttható értéke 4. A piacon jelenleg a kockázatmentes kamatláb 2%.

a) Mi lesz ezek alapján a befektető számára az optimális hozamú és kockázatú portfólió?

b) Mekkora hozam ezen portfólió kockázatmentes egyenértékese?

Megoldás:

a)

$\sigma_p = 10{,}00\%$

$r_p = 6\%$

b)

$U_f = 4\%$

V.10. Egy befektető hasznosságfüggvénye $U = E(r) - 0{,}5 \cdot A \cdot \sigma^2$ alakú, amelyben az A együttható értéke 4. A CAPM feltevései teljesülnek.

a) Milyen várható hozamú és szórású portfóliót fog a befektető tartani, ha a piaci portfólió várható hozama 15%, kockázata 12% és a kockázatmentes hozama 5%?

b) Hogyan osztja meg a befektető a befektetett pénzét a piaci portfólió és a kockázatmentes portfólió között?

Megoldás:

a)

$$S = \frac{15\% - 5\%}{12\%} = 0{,}833$$

Tőkepiaci (és tőkeallokációs) egyenes: $E(r) = 5\% + 0{,}833 \cdot \sigma$

Maximalizálandó célfüggvény: $U = E(r) - 4 \cdot \frac{\sigma^2}{2} = 5\% + 0{,}833 \cdot \sigma - 2 \cdot \sigma^2$

$U' = 0{,}833 - 4 \cdot \sigma = 0$

tehát: $\sigma = \frac{0{,}833}{4} = 0{,}2083 \rightarrow 20{,}83\%$

ebből: $E(r) = 5\% + 0{,}833 \cdot 20{,}83\% = 22{,}35\%$

b)

$20{,}83\% = y \cdot 12\%$

ebből $y = \frac{20{,}83\%}{12\%} = 1{,}74$

VI. Arbitrált árfolyamok elmélete

VI.1. Tekintsünk két jól diverzifikált portfóliót, K-t és L-t, melyek hozamát ugyanaz a két piaci faktor generálja az alábbiak szerint:

$r_K = 0{,}12 + 2{,}6F_1 + 0{,}75 \cdot F_2$ $\quad$ $r_L = 0{,}14 + 3 \cdot F_1 + 1{,}25 \cdot F_2$

A kockázatmentes hozam 8%.

a) Hogyan hozható létre egy olyan portfólió, amely csak az 1. számú faktorra érzékeny? Határozza meg ennek a portfóliónak a hozamát!

b) Az a, feladatban meghatározott és a kockázatmentes hozam segítségével állítsa elő az 1. számú faktorportfóliót!

c) Mekkora az egyes számú faktorprémium?

Megoldás:

a)

$r_p = w_K \cdot (0{,}12 + 2{,}6F_1 + 0{,}75 \cdot F_2) + w_L \cdot (0{,}14 + 3 \cdot F_1 + 1{,}25 \cdot F_2)$

$w_K + w_L = 1$

$w_K \cdot 0{,}75 + w_L \cdot 1{,}25 = 0$

$\boldsymbol{w_K = 2{,}5, , w_L = -1{,}5}$

b)

$r_{p1} = w_P \cdot (0{,}09 + 2 \cdot F_1) + w_f \cdot (0{,}08 + 0 \cdot F_1)$

$w_p + w_f = 1$

$w_p \cdot 2 + w_f \cdot 0 = 1$

$\boldsymbol{w_p = 0{,}5, , w_f = 0{,}5}$

c)

$r_{p1} - r_f = 0{,}5 \cdot (0{,}09 + 2 \cdot F_1) + 0{,}5 \cdot (0{,}08 + 0 \cdot F_1) - 0{,}08 = 0{,}005 + F_1$

$E[r_{p1} - r_f] = 0{,}5\%$

VI.2. Tekintsünk két jól diverzifikált portfóliót, B-t és C-t, melyek hozamát ugyanaz a két piaci faktor generálja az alábbiak szerint:

$r_B = 0{,}08 + 1{,}6 \cdot F_1 + 1{,}2 \cdot F_2$ $\quad$ $r_C = 0{,}05 + 1{,}2 \cdot F_1 + 0{,}6 \cdot F_2$

A kockázatmentes hozam 1%.

a) Hogyan hozható létre egy olyan portfólió, amely csak az 1. számú faktorra érzékeny? Határozza meg ennek a portfóliónak a hozamát!

b) Az a, feladatban meghatározott és a kockázatmentes hozam segítségével állítsa el az 1. számú faktorportfóliót!

c) Mekkora az egyes számú faktorprémium?

Megoldás:

a)

$w_B \cdot 1{,}2 + w_C \cdot 0{,}6 = 0$

$\boldsymbol{w_B = -1, , w_C = 2}$

b)

$w_p \cdot 0{,}8 + w_f \cdot 0 = 1$

$\boldsymbol{w_p = 1{,}25, , w_f = -0{,}25}$

c)

$r_{p1} = 2{,}25\% + F_1$

$E[r_{p1} - r_f] = 2{,}25\% - 1\% = 1{,}25\%$

VI.3. Tekintsünk két jól diverzifikált portfóliót, G-t és M-t, melyek hozamát ugyanaz a két piaci faktor generálja az alábbiak szerint:

$r_G = 0{,}06 + 1{,}2F_1 + 0{,}6 \cdot F_2$ $\qquad$ $r_M = 0{,}04 + 0{,}5 \cdot F_1 + 0{,}9 \cdot F_2$

A kockázatmentes hozam 2%.

a) Hogyan hozható létre egy olyan portfólió, amely csak az 1. számú faktorra érzékeny? Határozza meg ennek a portfóliónak a hozamát!

b) Az a, feladatban meghatározott és a kockázatmentes hozam segítségével állítsa elő az 1. számú faktorportfóliót!

c) Mekkora az egyes számú faktorprémium?

Megoldás:

a)

$w_G \cdot 0{,}6 + w_M \cdot 0{,}9 = 0$

$w_G = 3, , w_M = -2$

b)

$w_p \cdot 2{,}6 + w_f \cdot 0 = 1$

$w_p = 0{,}38, , w_f = 0{,}62$

c)

$r_{p1} = 5{,}08\% + F_1$

$E[r_{p1} - r_f] = 5{,}08\% - 2\% = 3{,}08\%$

VI.4. Tekintsünk két jól diverzifikált portfóliót, S-t és K-t, melyek hozamát ugyanaz a két piaci faktor generálja az alábbiak szerint:

$r_S = 0{,}05 + 1{,}8F_1 + 0{,}6 \cdot F_2$ $\qquad$ $r_K = 0{,}06 + 2 \cdot F_1 + 1 \cdot F_2$

A kockázatmentes hozam 1%.

a) Hogyan hozható létre egy olyan portfólió, amely csak az 1. számú faktorra érzékeny? Határozza meg ennek a portfóliónak a hozamát!

b) Az a, feladatban meghatározott és a kockázatmentes hozam segítségével állítsa el az 1. számú faktorportfóliót!

c) Mekkora az egyes számú faktorprémium?

Megoldás:

a)

$w_S \cdot 0{,}6 + w_K \cdot 1 = 0$

$w_S = 2{,}5, , w_K = -1{,}5$

b)

$w_p \cdot 1{,}5 + w_f \cdot 0 = 1$

$w_p = 0{,}67, , w_f = 0{,}33$

c)

$r_{p1} = 2{,}67\% + F_1$

$E[r_{p1} - r_f] = 2{,}67\% - 1\% = 1{,}67\%$

VI.5. Egy kétfaktoros APT-modellben az első faktorportfólió várható hozama 7%, a második faktorportfólió várható hozama 8%. A DSY portfólió faktorbétái rendre 0,4 és 0,2. A kockázatmentes hozam 5%. Mekkora a DSY portfólió arbitrázsmentes hozama?

Megoldás:

$r_{DSY} = w_{P1} \cdot r_{P1} + w_{P2} \cdot r_{P2} + w_f \cdot r_f$

$0{,}4 = w_{P1} \cdot 1 + w_{P2} \cdot 0 + w_f \cdot 0$

$0{,}2 = w_{P1} \cdot 0 + w_{P2} \cdot 1 + w_f \cdot 0$

$1 = w_{P1} + w_{P2} + w_f$

$w_{P1} = 0{,}4,\ w_{P2} = 0{,}2,\ w_f = 0{,}4$

$$E[r_{DSY}] = 0{,}4 \cdot E[r_{P1}] + 0{,}2 \cdot E[r_{P2}] + 0{,}4 \cdot E[r_f] = 0{,}4 \cdot 7\% + 0{,}2 \cdot 8\% + 0{,}4 \cdot 5\% = 6{,}4\%$$

VI.6. Egy kétfaktoros APT-modellben az első és a második faktorportfólió várható hozama 14% és 13%. A Blue portfólió faktorbétái rendre 0,6 és 0,7. A kockázatmentes hozam 9%.

a) Mekkora a Blue portfólió arbitrázsmentes hozama?

b) Van-e lehetőség arbitrázsra, ha a Blue portfólió várható hozama 14%? Hogyan lehet arbitrálni?

Megoldás:

a)

$0{,}6 = w_{P1} \cdot 1 + w_{P2} \cdot 0 + w_f \cdot 0$

$0{,}7 = w_{P1} \cdot 0 + w_{P2} \cdot 1 + w_f \cdot 0$

$1 = w_{P1} + w_{P2} + w_f$

$w_{P1} = 0{,}6,\ w_{P2} = 0{,}7,\ w_f = -0{,}3$

$E[r_{BLUE}] = 0{,}6 \cdot 14\% + 0{,}7 \cdot 13\% - 0{,}3 \cdot 9\% = 14{,}8\%$

b)

Az arbitrázsmentes (replikált) hozama magasabb a tényleges hozamnál: a replikált portfóliót érdemes longolni és az eredeti Blue portfóliót shortolni.

Arbitrázsportfólió: Long 0,6 db 1. faktorportfólió és 0,7 db 2. faktorportfólió, Short 0,3 db kockázatmentes és Short 1 db Blue portfólió

VI.7. Egy kétfaktoros APT-modellben az első és a második faktorportfólió várható hozama 12% és 16%. A Green portfólió faktorbétái rendre 0,2 és 0,45. A kockázatmentes hozam 7%.

a) Mekkora a Green portfólió arbitrázsmentes hozama?

b) Van-e lehetőség arbitrázsra, ha a Green portfólió várható hozama 13%? Hogyan lehet arbitrálni?

Megoldás:

a)

$w_{P1} = \beta_1 = 0{,}2,\ w_{P2} = \beta_2 = 0{,}45,\ w_f = 1 - \beta_1 - \beta_2 = 0{,}35$

$E[r_{Green}] = 12{,}1\%$

b)

$E[r_{Green}] = 12{,}1\% < r_{Green} = 13\%$

Short szintetikus Green portfólió és Long Green portfólió

VI.8. Egy kétfaktoros APT-modellben az első és a második faktorportfólió várható hozama 8% és 7%. A K portfólió faktorbétái rendre -0,2 és 0,8. A kockázatmentes hozam 3%.

a) Mekkora a K portfólió arbitrázsmentes hozama?

b) Van-e lehetőség arbitrázsra, ha a K portfólió várható hozama 5%? Hogyan lehet arbitrálni? Írja le az arbitrázsportfólió elemeit!

Megoldás:

a)

$w_{P1} = \beta_1 = -0{,}2,\ w_{P2} = \beta_2 = 0{,}8,\ w_f = 1 - \beta_1 - \beta_2 = 0{,}4$

$E[r_K] = 5{,}2\%$

b)

$E[r_K] = 5{,}2\% > r_{Green} = 5\%$

Long szintetikus K portfólió és Short K portfólió

VI.9. Egy háromfaktoros APT-modellben a kockázatmentes hozam évi 2%. Az első, a második és a harmadik faktorportfólió várható hozama 6%, 5% és 7%. Egy jól diverzifikált 'Kontra' portfólió első faktorra vonatkoztatott bétája -0,3; a második faktorra vonatkoztatott bétája 1,2 és a harmadik faktorra vonatkoztatott bétája 0,3.

a) Határozza meg a 'Kontra" portfólió arbitrázsmentes hozamát!

b) Mit tennél, ha a portfólió hozama 5,5% lenne? Van-e lehetőség arbitrázsra?

Megoldás:

a)

$-0{,}3 = w_{P1} \cdot 1 + w_{P2} \cdot 0 + w_{P3} \cdot 0 + w_f \cdot 0$

$1{,}2 = w_{P1} \cdot 0 + w_{P2} \cdot 1 + w_{P3} \cdot 0 + w_f \cdot 0$

$0{,}3 = w_{P1} \cdot 0 + w_{P2} \cdot 0 + w_{P3} \cdot 1 + w_f \cdot 0$

$1 = w_{P1} + w_{P2} + w_{P3} + w_f$

$w_{P1} = -0{,}3,\ w_{P2} = 1{,}2,\ w_{P3} = 0{,}3,\ w_f = -0{,}2$

$E[r_{Kontra}] = -0{,}3 \cdot 6\% + 1{,}2 \cdot 5\% + 0{,}3 \cdot 7\% - 0{,}2 \cdot 2\% = 5{,}9\%$

b)

Short Kontra portfólió és Long szintetikus Kontra portfólió

VI.10. Egy háromfaktoros APT modellben az első faktorportfólió hozama 9%, a másodiké 6%, a harmadiké 5%. A kockázatmentes kamatláb 2,5%. A keresett portfólió faktorérzékenyége: az első faktorra 0,35, a másodikra 0,5, a harmadikra 0,4.

a) Mennyi a portfólió arbitrázsmentes hozama?

b) Mit tenne Ön, ha a portfólió hozama 8% lenne?

Megoldás:

a)

$w_{P1} = \beta_1 = 0{,}35,\ w_{P2} = \beta_2 = 0{,}5,\ w_{P3} = \beta_3 = 0{,}4,\ w_f = 1 - \beta_1 - \beta_2 - \beta_3 = -0{,}25$

$E[r] = 0{,}35 \cdot 9\% + 0{,}5 \cdot 6\% + 0{,}4 \cdot 5\% - 0{,}25 \cdot 2{,}5\% = 7{,}525\%$

b)

Short a szintetikus portfólió és Long az eredeti portfólió

VI.11. Egy háromfaktoros APT-modellben a kockázatmentes hozam évi 2%. Az első, a második és a harmadik faktorportfólió várható hozama 6%, 4,5% és 3%. Egy jól diverzifikált 'EK' portfólió első faktorra vonatkoztatott bétája 1,2; a második faktorra vonatkoztatott bétája 0,5 és a harmadik faktorra vonatkoztatott bétája -0,4, várható hozama 7%. Van-e lehetőség arbitrázsra? Ha van, hogyan alakítható ki az arbitrázsportfólió?

Megoldás:

$$E[r_{EK}] = 1{,}2 \cdot 6\% + 0{,}5 \cdot 4{,}5\% - 0{,}4 \cdot 3\% - 0{,}3 \cdot 2\% = 7{,}65\%$$

Long a szintetikus portfólió és Short az eredeti portfólió

VI.12. Egy háromfaktoros APT-modellben az első, második és harmadik faktorportfólió várható hozama 12%, 14% és 18%. A „D" portfólió faktorbétái rendre -0,3, 0,5 és 0,3. Mekkora a kockázatmentes hozam, ha a „D" portfólió várható hozama 10,8%?

Megoldás:

$$E[r_D] = -0{,}3 \cdot 12\% + 0{,}5 \cdot 14\% + 0{,}3 \cdot 18\% + 0{,}5 \cdot r_f = 10{,}8\%$$

$$r_f = \frac{10{,}8\% - (-0{,}3) \cdot 12\% - 0{,}5 \cdot 14\% - 0{,}3 \cdot 18\%}{0{,}5} = 4\%$$

VII. Teljesítményértékelés és piaci indexek

VII.1. Az Ön feladata két portfóliókezelő menedzser teljesítményének összehasonlítása. Az X menedzser alportfoliójának átlaghozama 22%, bétája 1.3, szórása 24%; míg az Y menedzser alportfóliójának átlaghozama 21%, bétája 1,1, szórása 23%. A kockázatmentes hozam 6%, a piaci portfólió hozama 16%, szórása 18%. Melyik menedzser teljesített jobban, ha a hozamok stacionerek és

a) a kezelt alapok a menedzserek egyetlen kockázatos portfólióját jelentik?

b) a kezelt alapok csak egyike a menedzserek által kezelt aktív portfóliónak?

Megoldás:

a) Teljes kockázatos portfólió: a Sharpe mutató és az abból származtatott M^2 mutató ad megfelelő sorrendet

$$S_X = \frac{0,22 - 0,06}{0,24} = 0,667$$

$$S_Y = \frac{0,21 - 0,06}{0,23} = 0,652$$

$$S_M = \frac{0,16 - 0,06}{0,18} = 0,556$$

$$M_X^2 = (0,667 - 0,556) \cdot 0,18 = 2\%$$

$$M_Y^2 = (0,652 - 0,556) \cdot 0,18 = 1,74\%$$

S és M^2 sorrendje ugyanaz (X menedzser)

b)

Aktív portfólió része: Treynor mutató és az abból származtatott T^2 mutató ad megfelelő sorrendet

$$T_X = \frac{0,22 - 0,06}{1,3} = 0,123$$

$$T_Y = \frac{0,21 - 0,06}{1,1} = 0,136$$

$$T_M = \frac{0,16 - 0,06}{1} = 0,1$$

$$T_X^2 = 0,123 - 0,1 \rightarrow 2,3\%$$

$$T_Y^2 = 0,136 - 0,1 \rightarrow 3,6\%$$

T és T^2 sorrendje ugyanaz (Y menedzser)

VII.2. Három értékpapír, valamint a piaci portfólió adatait az alábbi táblázat tartalmazza:

	hozam	**szórás**	**β**
A	5%	8%	0,2
B	8%	15%	0,5
C	6,5%	11%	0,4
M	4%	5%	1

A kockázatmentes kamatláb 2%.

Számolja ki az alábbi mutatókat az egyes értékpapírok esetében: Sharpe-ráta, Treynor-mutató és az alfa.

Megoldás:

$$S_A = \frac{0{,}05 - 0{,}02}{0{,}08} = 0{,}375$$

$$S_B = \frac{0{,}08 - 0{,}02}{0{,}15} = 0{,}4$$

$$S_C = \frac{0{,}065 - 0{,}02}{0{,}11} = 0{,}41$$

$$T_A = \frac{0{,}05 - 0{,}02}{0{,}02} = 0{,}15$$

$$T_B = \frac{0{,}08 - 0{,}02}{0{,}5} = 0{,}12$$

$$T_C = \frac{0{,}065 - 0{,}02}{0{,}4} = 0{,}1125$$

$$\alpha_A = 5\% - 2\% - 0{,}2 \cdot (4\% - 2\%) = 0{,}026$$

$$\alpha_B = 8\% - 2\% - 0{,}5 \cdot (4\% - 2\%) = 0{,}05$$

$$\alpha_C = 6{,}5\% - 2\% - 0{,}4 \cdot (4\% - 2\%) = 0{,}037$$

VII.3. Adottak két befektető portfóliójának elmúlt időszaki teljesítményének jellemzői:

	X	Y
átlagos hozam	15%	20%
teljes szórás	20%	30%
alfa	+2%	+1%
béta	1	0,8
egyedi szórás	10%	6%

Melyik portfólió teljesített jobban, ha a portfóliók a befektetők teljes aktív portfólióját képviselik? A piaci portfólió hozama 22%, szórása pedig 20% volt, és a kockázatmentes hozam mindvégig 5% volt. Feltesszük, hogy a hozamok stacionerek voltak, és a CAPM feltételei teljesültek.

Megoldás:

Az alfa, illetve az értékelési hányados alapján kell értékelni ilyen esetben, ezért az X portfólió.

VII.4. Egy ársúlyozású index értéke 15000, kizárólag Game és Thrones részvényből áll. A Game részvényből 11 ezer darab van a piacon, az árfolyama 110 dollár, míg a Thrones részvényből 8 ezer darab van a piacon és az árfolyama 105 dollár. Hány darabot kell vásárolnia az egyes részvényekből, ha 200 ezer dollárt akar indexkövető módon befektetni?

Megoldás:

$$x_G = x_T = \frac{I}{P_G + P_T} = \frac{200000}{110 + 105} = 930{,}23$$

VII.5. Egy ársúlyozású index értéke 12000, kizárólag Flash és Lantern részvényből áll. A Flash részvényből 7 ezer darab van a piacon, az árfolyama 120 dollár, míg a Lantern részvényből 4 ezer darab van a piacon és az árfolyama 80 dollár. Hány darabot kell vásárolnia az egyes részvényekből, ha 300 ezer dollárt akar indexkövető módon befektetni?

Megoldás:

$$x_F = x_L = \frac{I}{P_F + P_L} = \frac{300000}{120 + 80} = 1500$$

VII.6. Egy értéksúlyozású index értéke 1000000 (1 millió), kizárólag Mol és Richter részvényből áll. A Mol részvényből 11000 darab van a piacon, az árfolyama 16500 forint, míg a Richter részvényből 19000 darab van a piacon és az árfolyama 5500 forint. Hány darabot kell vásárolnia az egyes részvényekből, ha 30 millió forintot akar indexkövető módon befektetni?

Megoldás:

$$x_M = \frac{V}{P_M + \frac{n_R}{n_M} * P_R} = \frac{30000000}{16500 + \frac{19000}{11000} * 5500} = 1153{,}85$$

$$x_R = \frac{V}{P_R + \frac{n_M}{n_R} * P_M} = \frac{30000000}{5500 + \frac{11000}{19000} * 16500} = 1993$$

VII.7. Egy index értéke 1000, kizárólag A és B részvényből áll. Az A részvényből 6 ezer darab van a piacon, az árfolyama 300 dollár, míg a B részvényből 4 ezer darab van a piacon és az árfolyama 500 dollár. Hány darabot kell vásárolnia az egyes részvényekből, ha 100 ezer dollárt akar indexkövető módon befektetni

a) ha az index ársúlyozású

b) ha az index értéksúlyozású?

Megoldás:

a)

$$x_A = x_B = \frac{100000}{300 + 500} = 125$$

b)

$$x_A = \frac{V}{P_A + \frac{n_B}{n_A} * P_B} = \frac{100000}{300 + \frac{4}{6} * 500} = 158$$

$$x_B = \frac{V}{P_B + \frac{n_A}{n_B} * P_A} = \frac{100000}{500 + \frac{6}{4} * 300} = 105$$

VII.8. Egy index értéke 10000, kizárólag ’G’ és ’H’ részvényből áll. A ’G’ részvényből 3 ezer darab van a piacon, az árfolyama 2400 forint, míg a ’H’ részvényből 4 ezer darab van a piacon és az árfolyama 1700 forint. Hány darabot kellene vásárolnia az egyes részvényekből, ha az indexet szeretné replikálni és az index

a) ársúlyozású,

b) értéksúlyozású?

Megoldás:

a)

$$x_G = x_H = \frac{10000}{2400 + 1700} = 2{,}44$$

b)

$$x_G = \frac{I}{P_G + \frac{n_H}{n_G} * P_H} = \frac{10000}{2400 + \frac{4}{3} * 1700} = 2{,}143$$

$$x_H = \frac{I}{P_H + \frac{n_G}{n_H} * P_G} = \frac{10000}{1700 + \frac{3}{4} * 2400} = 2{,}867$$

VII.9. Az alábbi táblázatban 2 részvény adatai szerepelnek. Pt (t=1, 2) jelöli a részvény t időpontbeli árfolyamát, Qt mutatja, hogy hány részvény volt a t időpontban forgalomban. Osztalékfizetés nem volt.

	P0	Q0	P1	Q1	P2	Q2
A	110	50	120	60	125	60
B	80	150	88	150	82	150

Határozza meg a két részvényből álló index értékét, t=1 és t=2 időpontban, ha t=0 időpontban az értéke 100 és

a) ársúlyozású!

b) értéksúlyozú!

Megoldás:

a)

$$r_1 = \frac{\left(\frac{120}{110} - 1\right) \cdot 110 + \left(\frac{88}{80} - 1\right) \cdot 80}{110 + 80} = 0{,}0947$$

$$r_2 = \frac{\left(\frac{125}{120} - 1\right) \cdot 120 + \left(\frac{82}{88} - 1\right) \cdot 88}{120 + 88} = -0{,}0048$$

$$I_1 = 100 \cdot (1 + 0{,}0947) = 109{,}47$$

$$I_1 = 109{,}47 \cdot (1 + -0{,}0048) = 108{,}95$$

b)

$$r_1 = \frac{\left(\frac{120}{110} - 1\right) \cdot 110 \cdot 50 + \left(\frac{88}{80} - 1\right) \cdot 80 \cdot 150}{110 \cdot 50 + 80 \cdot 150} = 0{,}0971$$

$$r_2 = \frac{\left(\frac{125}{120} - 1\right) \cdot 120 \cdot 60 + \left(\frac{82}{88} - 1\right) \cdot 88 \cdot 150}{120 \cdot 60 + 88 \cdot 150} = -0{,}0294$$

$$I_1 = 100 \cdot (1 + 0{,}0971) = 109{,}717$$

$$I_1 = 109{,}71 \cdot (1 + -0{,}0294) = 106{,}49$$

VII.10. Egy index értéke 10’000, kizárólag ’M’ és ’R’ részvényből áll. Az ’M’ részvényből 5, az ’R’ részvényből 1 darab van a piacon. A részvények árfolyamait és a forgalomban lévő mennyiségeit mutatja a következő táblázat:

	P0	Q0	P1	Q1	P2	Q2
M	1400	5	1487	5	1512	5
R	5010	1	4850	1	5100	1

a) Hogyan tudja replikálni az indexet, most és 1 évvel később, ha az index ársúlyozású?

b) Hogyan tudja replikálni az indexet, most és 1 évvel később, ha az index értéksúlyozású?

Megoldás:

Mindkét stratégia statikus, azaz nem kell megváltoztatni a portfólió összetételét az időszakok közben

a)

$$x_M = x_R = \frac{10000}{1400 + 5010} = 1{,}56$$

b)

$$x_M = \frac{10000}{1400 + \frac{1}{5} * 5010} = 4{,}16$$

$$x_R = \frac{10000}{5010 + \frac{5}{1} * 1400} = 0{,}83$$

VII.11. Tekintsünk egy kötvényindexet, amely két elemből áll és *t*=0 értéke 100. A következő táblázat a *t*=0 helyzetet tükrözi:

	NÁ	**FK**	**Kibocsátott NÉ**
X	96	2	10 Md
Y	101	7	30 Md

A *t*=1 időpontban a következő adatok érvényesek:

	NÁ	**FK**	**Kibocsátott NÉ**
X	97,5	2,2	10 Md
Y	106	7,6	30 Md

a) Mekkora a kötvényindex értéke a *t*=1 időpontban, ha nettó indexről van szó?

b) Mekkora az értéke t=1 időpontban, ha teljeshozam index?

Megoldás:

a) Nettó index:

$$100 \cdot \frac{97{,}5 \cdot 10 + 106 \cdot 30}{96 \cdot 10 + 101 \cdot 30} = \mathbf{104,38}$$

b) Teljeshozam (összhozam) index:

$$100 \cdot \frac{(97{,}5 + 2{,}2) \cdot 10 + (106 + 7{,}6) \cdot 30}{(96 + 2) \cdot 10 + (101 + 7) \cdot 30} = \mathbf{104,14}$$