KÖZGAZDASÁGI SZEMLE, LXIV. ÉVF., 2017. JÚNIUS (594–611. o.)

HEVÉR JUDIT

A likviditás és a permanens árhatás szerepe a portfólióértékelésben

Acerbi–Scandolo [2008] likviditási szabályok mellett határozza meg a portfóliók értékét. E portfólióérték – mint a likviditási kockázat mérésének eszköze – kiemelt jelentőségű az intézményi befektetők számára. Ugyanakkor a meghatározó piaci erejű szereplők portfólióallokációról szóló döntéseikben saját kereskedésük árhatása fontos szerepet játszik (_Almgren–Chriss_ [2000]). Az intézményi befektetők speciális problémájának pontosabb kezeléséhez a permanens árhatás bevezetésével szeretnénk módosítani a likviditási szabályok melletti portfólióértéket. Az így definiált portfólióértéket használhatnánk kockázati mértékek számszerűsítésekor, tőkekövetelmények meghatározásakor, illetve portfóliókezelők teljesítményének vizsgálata során.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: G11.

Kereskedés hatására a valós piacokon megfigyelhető ár elmozdulhat, amit a klasszikus megközelítés a fundamentumokkal magyaráz. Probléma forrása lehet azonban, hogy a kerekedési mechanizmusból fakadó piaci súrlódások szintén befolyásolják az árváltozást, folyamatosan torzítva az egyensúlyi árat. Így az árhatás – azaz a kereskedés következtében jelentkező árelmozdulás – vizsgálata összetett feladat.

Az árhatás figyelembevételével több gyakorlati problémát magasabb szinten lehet kezelni. Például ha olyan mennyiségben kellene eladnunk vagy vásárolnunk értékpapírokat, hogy egy lépésben piacra dobva az összes papírt az azonnali árelmozdulás miatt már jelentős tranzakciós költségekkel kellene számolnunk, akkor a nyilvánvaló megoldás az, hogy felaprózva, több kisebb ajánlatra bontva teljesítjük a megbízást. Korántsem egyszerű azonban annak meghatározása, hogy pontosan milyen végrehajtási stratégiát kövessünk. Célunk lehet többek között a tranzakciós költségek minimalizálása. Míg a közvetlen költségek (például a felárak és díjak) egyértelműen

* Köszönöm témavezetőm, *Csóka Péter* szakmai iránymutatását és tanácsait, amelyekkel végig támogatta a tanulmány elkészülését. Emellett szeretném megköszönni *Carlo Acerbi* és *Pintér Miklós* előremutató észrevételeit. Kutatásaimat a Pallas Athéné Domus Scientiae Ösztöndíjprogram támogatta.

Hevér Judit, Budapesti Corvinus Egyetem Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék.
A kézirat első változata 2016. december 14-én érkezett szerkesztőségünkbe.
DOI: http://dx.doi.org/10.18414/KSZ.2017.6.594

mérhetők, így minimalizálásuk sem okoz gondot, addig a közvetett költségek meghatározása problémát jelenthet. Esetünkben a piaci szereplők saját ajánlatuk beadásának árhatása az a közvetett tranzakciós költség, amely kulcsszerepet játszik az optimális stratégia meghatározásában. Az árhatás beemelése a modellezésbe közelebb hozza a portfólióoptimalizálás problémáját a gyakorlathoz, hiszen olyan piaci súrlódást vesz figyelembe, amelynek jelentőségét a piaci szereplők saját bőrükön tapasztalhatták a pénzügyi válság során.

Az árhatás jelentőségének ismerete emellett portfólióértékelési és kockázatmérési módszerek hiányosságaira is felhívja a figyelmet. Nem mindegy ugyanis, hogy eszközeinket mikor és hogyan szeretnénk likvidálni, hogy mennyi készpénzre lesz szükségünk a közeljövőben, és mennyire tervezhetők a kiadásaink. A két szélsőséges eset közül az egyik, ha azonnal szükségünk van a teljes befektetett összegre. Ilyenkor természetesen jelentős árhatással kell számolnunk, ezért az a *likvidációs érték*, amelyet az azonnali eladással realizálhatunk, a piac likviditásától függően akár sokkal kisebb is lehet, mint a hagyományos értékelés eredménye. Ezzel szemben a piaci áras *(mark-to-market)* értékelés az eszközöket a legjobb eladási és vételi árfolyamon veszi számításba, figyelmen kívül hagyva az ajánlati könyv mélységét (a legjobb vételi és eladási árakhoz tartozó mennyiségeket) és rugalmasságát (tranzakció után milyen gyorsan tér vissza az ár az eredeti szintre) (*BIS* [1999]), már ezzel alulbecsülve akár csak egy részportfólió likvidálásának költségét is. Célunk középutas megoldást találni.

Megoldásként a portfólióérték meghatározása történhet *Acerbi–Scandolo* [2008] alapgondolata alapján a likviditási követelmények és az eszközök marginális keresleti és kínálati görbéjének figyelembevételével. A marginális keresleti-kínálati görbe az ajánlati könyvben egy adott pillanatban megüthető limitáras ajánlatokból határozható meg: megadja, hogy egy adott értékpapír *i*-edik egységét milyen áron tudjuk megvenni/eladni. A likviditási szabályok halmaza pedig a jövőbeli terveket formalizáló feltételrendszernek (likviditási szabályoknak) eleget tevő portfóliók halmaza. A tökéletesen likvid piacot feltételező hagyományos megközelítés értelmében a portfólió és értéke között lineáris a kapcsolat, hiszen ilyenkor az érték az eszközök árakkal súlyozott összege. Acerbi és Scandolo szerint ez a kapcsolat nem lesz feltétlenül lineáris, hiszen a portfólió értékelésekor azt is figyelembe kell vennünk, hogy milyen terveink vannak a későbbi portfólióval. Megközelítésükben csak a likviditási követelményeket teljesítő portfóliókat tekinthetjük elfogadható portfólióknak, ezért a portfólió értéke az eredetiből (egy részének likvidálásán keresztül) elérhető olyan portfóliók piaci áras értékének maximuma lesz, amelyek teljesítik a megadott likviditási követelményt. Az értékelés így egy konvex optimalizálási feladattal viszonylag könnyen és gyorsan elvégezhető.

Tanulmányunk középpontjában a permanens árhatás definíciójának (*Almgren–Chriss* [2000]) és a likviditási követelmény melletti portfólióértékelés elméletének (*Acerbi–Scandolo* [2008]) integrálása áll, amellyel intézményi befektetők portfóliója pontosabban értékelhető. A vizsgált speciális esetben (minimális készpénzmennyiséget meghatározó likviditási követelmény és exponenciális marginális keresleti-kínálati görbe mellett) már mérsékelt permanens árhatás is teljesen megváltoztathatja az elérhető portfóliót, miközben enyhén módosítja a portfólió értékét. A permanens árhatás szerepeltetése az árelfogadás feltételének sérülésével jár együtt, hiszen a piaci szereplő kereskedéssel eltolhatja – akár manipulálhatja is – az árakat.

Írásunkban vázoljuk a piaci mikrostruktúra irodalmának alapjait, kitérünk a kereskedési rendszerek működésére, és bevezetjük az árhatás, illetve a likviditási kockázat fogalmát. A módszertani részben a likviditási kockázatot formalizáló *Acerbi–Scandolo* [2008] tanulmányt és az optimális végrehajtási stratégiát meghatározó modelleket (*Almgren–Chriss* [2000], *Almgren* [2003]) ismertetjük részletesebben. Majd példákkal illusztráljuk a permanens árhatás és a likviditási követelmény melletti portfólióértékelést, és formalizáljuk az alapproblémát. Végül a legfontosabb megállapítások összefoglalása mellett a lehetséges felhasználási területek vázolásával zárjuk a tanulmányt.

Piaci mikrostruktúra felőli megközelítés

A piaci mikrostruktúrával foglalkozó irodalom központi kérdése az áralakulás folyamatának elemzése a különböző pénzügyi piacok kereskedési mechanizmusának és a piaci tökéletlenségeknek (például tranzakciós költségeknek, aszimmetrikus információnak és változó likviditásnak) a figyelembevételével (*O'Hara* [1995], *Madhavan* [2000], *de Jong–Rindi* [2009]). A következőkben vázoljuk a piaci mikrostruktúra felőli megközelítést, majd az ajánlatvezérelt piacok működését és az árhatás fogalmát, ugyanis ezek nélkül az alapfogalmak nélkül az elméleti modellek és az empirikus elemzések nem érthetők meg.

A kezdetektől napjainkig

Az 1602-ben alapított Holland Kelet-indiai Társaság és a megszerzett gyarmatok Hollandiát az akkori Európa pénzügyi központjává tették. Így nem véletlen, hogy 1611-ben Amszterdamban alapították meg a világ első tőzsdéjét. 1688-ban az amszterdami tőzsde működéséről Joseph de la Vega, aki maga is előszeretettel kereskedett, Confusion of Confusions címmel könyvet írt, amelyet az első – a kereskedési rendszer működésének ismertetését is tartalmazó – forrásnak tekinthetünk. A munkában a kereskedéssel kapcsolatos tanácsok mellett a bennfentes kereskedés, a manipuláció, az egzotikus eszközök (határidős ügyletek és opciók) bemutatása is helyet kapott (*Madhavan* [2000]). Hosszú idő telt el, amíg az 1980-as években megszülettek a piaci mikrostruktúrát középpontba helyező, precízen formalizált vagy empirikusan tesztelhető elméletek.

Amihud–Mendelson [1987] a nyitó és záró árfolyamok varianciájának különbségét vizsgálta a New York-i tőzsde száz leglikvidebb részvényének mozgása alapján. *Kyle* [1985] az irodalom első meghatározó elméleti modelljében azt a folyamatot modellezte, amely során az egyéni információ az áralakulás piaci mechanizmusán keresztül beépül az árakba, és köztudottá válik. *Cohen és szerzőtársai* [1986] a részvénypiacok kereskedési rendszereinek alapos összevetése mellett a korai eredmények részletes összefoglalását tartalmazza. A szerzők rámutattak, hogy a mérethatékonyság konszolidált pénzpiacot tesz szükségessé a fragmentált piacok helyett. A legjobb eladási és vételi ajánlat közötti árrés *(bid-ask spread)* létét azzal magyarázták, hogy a magasabb árszint tartalmazza a nemteljesülés lehetőségét is. Bár a téma az 1990-es évektől egyre nagyobb népszerűségnek örvend, relevanciáját és szükségességét leginkább a 2007-es gazdasági válság mutatta meg.

A 2000-es évekre a mikrostruktúra felőli megközelítés a valós piacok kereskedési struktúrájából kiindulva kínál új modellezési keretrendszert. Ez a tranzakciós költségek és a kereskedési mechanizmus hátterébe a piaci szereplők közötti aszimmetrikus információkat, illetve az ajánlatok különböző időpontokban történő beadását állítja. A tranzakciós költségek vizsgálatakor attól függően, hogy a kettő közül melyik okot fogadjuk el, az irodalom megkülönbözteti az információs *(information-based)* és a készletezési *(inventory-based)* modelleket (*de Jong–Rindi* [2009]). A valós piacok elemzésekor természetes, hogy az információnak és a likviditásnak is szerep jut, így a két megközelítés kevésbé válik ketté.

A modellek másik csoportosításának alapja a kereskedési mechanizmus, amely determinálja a piac működését meghatározó szabályokat. A pénzügyi piacok két típusba sorolhatók: árjegyzői *(quote-driven)* és ajánlatvezérelt *(order-driven)* piacokat különböztethetünk meg. Az árjegyzői piacok közé tartozik például a NASDAQ és az LSE SEAQ, míg ajánlatvezérelt a NYSE, a Paris Bourse és a BÉT azonnali piaca. Az árjegyzői piacokon a kereskedők kizárólag a kijelölt árjegyzőkön *(market maker)* keresztül kereskedhetnek, akik kétoldali árjegyzéssel biztosítják a piac likviditását. Az ajánlatvezérelt piacok esetében nincs kijelölt árjegyző, az ajánlatok nyilvántartása és párosítása elektronikus kereskedési rendszerekben történik, amelyek többsége a folytonosan zajló kétoldali aukciós mechanizmus elvén működik (*de Jong–Rindi* [2009]). A másodlagos pénzügyi piacok mikrostruktúrájáról és a különböző piacokat jellemző súrlódásokról *Erb–Havran* [2015] részletes összefoglalást nyújt.

Az árhatás fogalma

Bár az árhatás *(price impact, market impact)* és az árhatásfüggvény pontos definíciója szerzőnként és modellenként más és más, az árhatás vizsgálatával mindig a kereskedés következtében történő árelmozdulást kívánják számszerűsíteni, s az árhatásfüggvény pedig az árhatást magyarázó összefüggés.

A definíciók közötti különbségek két fő megközelítés szerint adódnak. Az egyikben a fő kérdés, hogy az árhatást és az árhatásfüggvényt árjegyzői vagy ajánlatvezérelt piacon értelmezzük:

– árjegyzői piacon az árhatásfüggvény nem más, mint a piacvezető ármeghatározáskor használt döntési szabálya (*Farmer* [2002], *Kyle* [1985], *Evans–Lyons* [2002]);

– ajánlatvezérelt piacon az árhatásfüggvény célja az ajánlatbeadások, illetve ajánlattörlések (aggregálva vagy egyedi eseményekként vizsgálva) és az árelmozdulás közötti statisztikai kapcsolat megjelenítése (*Weber–Rosenow* [2006], *Gerig* [2007], *Daníelsson–Payne* [2002], *Farmer és szerzőtársai* [2004], *Farmer–Lillo* [2005], *Váradi és szerzőtársai* [2012]).

A másik megközelítésben azt a kérdést kell megválaszolni, hogy minek az árhatását vizsgáljuk. Bizonyos időintervallum alatti aggregált tranzakciók, egyedi tranzakciók, esetleg egyedi események (ajánlatbeadások, ajánlattörlések) árhatására vagyunk kíváncsiak. A klasszikus megközelítés az árhatásfüggvényt az ajánlatfolyam *(order flow)* és az árfolyamváltozás közötti kapcsolat leírására használja (*Farmer* [2002], *Evans–Lyons* [2002], *Kyle* [1985], *Weber–Rosenow* [2006], *Gerig* [2007]).

Likviditási kockázat

A likviditási kockázat kérdéskörét a 2007-es pénzügyi válság óta kitüntetett figyelem övezi. A téma irodalma meglehetősen széttöredezett a definíciókat, a súlyponti kérdéseket és a formalizmust tekintve. A likviditási kockázat fogalmát *Acerbi–Scandolo* [2008] alapján három irányból közelíthetjük meg. Egyrészt jelentheti egy portfólió (tágabban: egy vállalat) cashflow-kockázatát (*Acerbi–Scandolo* [2008]), másrészt az illikvid piacon való kereskedés kockázatát, azaz az árhatás kockázatát (lásd például *Almgren–Chriss* [2000], *Amihud* [2002], *Acharya–Pedersen* [2005]). Harmadrészt a pénzügyi rendszerben keringő likviditás kiszáradásának kockázatát (elsők között *Amihud és szerzőtársai* [1990], *Brunnermeier–Pedersen* [2009], *Mitchell és szerzőtársai* [2007] foglalkozott a területtel). Jelen dolgozat *Acerbi–Scandolo* [2008] megközelítéséből indul ki, amely az első és a második meghatározáshoz kapcsolódik szorosan.

A kulcsprobléma, amelyre *Acerbi–Scandolo* [2008] megoldási lehetőséget fogalmazott meg, a koherens kockázati mértékek (*Artzner és szerzőtársai* [1999], *Csóka* [2003]) és a likviditás kapcsolata. *Balog és szerzőtársai* [2010] jelöléseit követve, induljunk ki *Artzner és szerzőtársai* [1999] definíciójából.

Legyen a portfóliónk kifizetése egy jövőbeli időpontban bizonytalan! Jelölje S a lehetséges jövőbeli világállapotok számát, $\mathbb{R}^S$ a realizációs vektorok halmazát! Annak valószínűsége, hogy $s \in S$ világállapot realizálódik, legyen $\pi_s > 0$, és teljesüljön, hogy $\sum_{s \in S} \pi_s = 1$. $X \in \mathbb{R}^S$ vektor megadja egy portfólió kifizetéseit a lehetséges világállapotokban.

1. DEFINÍCIÓ (koherens kockázati mérték, *Artzner és szerzőtársai* [1999])
Legyen X, $Y \in \mathbb{R}^S$ két realizációs vektor. Legyen $\lambda \in \mathbb{R}^+$ és $a \in \mathbb{R}$. A ρ: $\mathbb{R}^S \to \mathbb{R}$ függvény koherens kockázati mérték, ha teljesülnek rá a következő axiómák:

- *monotonitás:* ha $X \geq Y$, *akkor* $\rho(X) \leq \rho(Y)$,
- *pozitív homogenitás:* $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$ minden $\lambda \geq 0$ valós számra,
- *szubadditivitás:* $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$,
- *transzlációinvariancia:* $\rho(X + a1^S) = \rho(X)$.

A probléma forrása, hogy illikvid piacokra a koherens kockázati mérték definíciója nem értelmezhető, hiszen ilyenkor egy kétszer akkora illikvid portfólió kockázata több mint kétszeres. *Acerbi–Scandolo* [2008] alapján egyszerűen feloldható az ellentmondás, hiszen X és Y nem maguk a portfóliók, hanem a portfólióértékek, azaz valószínűségi változók. Ilyenkor λX λ-szoros értékű portfóliót jelent, nem λ-szoros méretűt. Így értelmezve a portfóliómértéket, a likviditási megfontolások már nem érintik a koherenciaaxiómákat. A szerzőpáros a likviditási kockázat formalizálásával újradefiniálja a portfólióértéket, és ezzel olyan új, koherens kockázati mértéket kap, amely a portfólió likviditás miatti kockázatát is képes megragadni.

Tian [2009], valamint *Tian és szerzőtársai* [2013] a gyakorlati alkalmazhatóság szempontjából vizsgálta *Acerbi–Scandolo* [2008] elméleti keretrendszerét. *Tian és szerzőtársai* [2013] portfólióértékelési algoritmusokat dolgozott ki különböző marginális keresleti-kínálati görbék feltételezése mellett. Lépcsős marginális keresleti-kínálati görbét feltételezett az aktívan kereskedett termékek ajánlati könyvének leírására, míg exponenciális függvényt használt a kevésbé likvid OTC piacok árainak megragadására. A jövőbeli alkalmazások szempontjából különösen fontos eredménye, hogy a nemnegatív lépcsős marginális keresleti-kínálati görbe kellő pontossággal közelíthető exponenciális függvénnyel. Azért, hogy ez az új portfólióértékelési módszertan a portfólióválasztás és kockázatkezelés terén a gyakorlatban is érvényesülhessen, az elméletet érdemes továbbfejleszteni, az iparági sajátosságokra adaptálni. Ebben a tanulmányban ilyen továbbfejlesztési irányt javaslunk.

Módszertani háttér

A likviditási kockázat elméletét *Acerbi–Scandolo* [2008] formalizmusa alapján mutatjuk be. Az intézményi befektetők portfóliójának értékeléséhez az optimális végrehajtási stratégiát meghatározó modellek (*Almgren–Chriss* [2000] és *Almgren* [2003]) alapötlete alapján módosítjuk az elméletet. A permanens és ideiglenes árhatás definiálásához is e tanulmányok modelljeit követjük.

A likviditási kockázat elmélete

Jelölje $\mathcal{P} \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^N$ a portfóliók terét. Egy $\mathbf{p} \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^N$ portfólió $\mathbf{p} = (p_0, \mathbf{p}^N) = (p_0, p_1, \ldots, p_N)$ vektorral adható meg, ahol p_0 a készpénz mennyisége, p_i az i-edik kockázatos eszköz mennyisége ($i = 1, 2, \ldots, N$). *Csóka–Herings* [2014] formalizmusát követve $\mathbf{p} \oplus a$ jelölje $a \in \mathbb{R}$ egység készpénz hozzáadását a $\mathbf{p} \in \mathcal{P}$ portfólióhoz, azaz azt a $\mathbf{q} \in \mathcal{P}$ portfóliót, amelyre $q_0 = p_0 + a$ és $q_i = p_i$, ha $i = 1, \ldots, N$.

2. DEFINÍCIÓ (marginális keresleti-kínálati görbe, *Cetin és szerzőtársai* [2004] és *Acerbi–Scandolo* [2008])
Az i-edik eszköz árát a marginális keresleti-kínálati görbe, MSDC) írja le, amely megadható m_i: $\mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}$ *alakban, ahol*
1. $m_i(x) \geq m_i(\bar{x})$, *ha* $x < \bar{x}$;
2. $m_i(x)$ *jobbról folytonos és* $x < 0$ *esetén bal oldali határértéke van, míg balról folytonos és jobb oldali határértéke van* $x > 0$ *esetén.*

Ha $x > 0$, akkor $m_i(x)$ az i-edik eszköz marginális vételi *(bid)* ajánlatához tartozó árat jelenti, azaz megmutatja, hogy az i-edik eszközből az x-edik egységet milyen áron tudjuk likvidálni. Míg $x < 0$ esetén $m_i(x)$ a marginális eladási *(ask)* ajánlatokhoz tartozó ár, azaz $m_i(x)$ összegért tudjuk megvenni az i-edik eszköz x-edik egységét. Jelölje m_i^+ a legmagasabb vételi ajánlathoz tartozó árat, míg m_i^- a legalacsonyabb eladási ajánlathoz tartozó árat. Értékpapírok esetén a marginális keresleti-kínálati görbe természetesen csak pozitív értékeket vehet fel. Ha a marginális keresleti-kínálati görbe változása endogén a modellben, akkor az értékpapírárak pozitivitásának megőrzését csak külön feltevéssel tudjuk biztosítani.

3. DEFINÍCIÓ (likvidációs érték, *Acerbi–Scandolo* [2008])
Egy $\mathbf{p} \in \mathcal{P}$ *portfólió likvidációs értéke megadható a következő alakban:*

$$L(\mathbf{p}) = p_0 + \sum_{i=1}^{N} \int_0^{p_i} m_i(x)\,dx.$$

Ez az az érték, amelyet teljes portfóliónk likvidálása (teljes pozíciónk zárása) esetén kaphatunk a piacon egy adott időpillanatban.

4. DEFINÍCIÓ (legjobb piaci árakon meghatározott érték, *Acerbi–Scandolo* [2008])
Egy $\mathbf{p} \in \mathcal{P}$ *portfólió értéke legjobb árakon értékelve megadható, mint*

$$U(\mathbf{p}) = p_0 + \sum_{i=1}^{N} \left[m_i^+ \max(p_i, 0) + m_i^- \min(p_i, 0) \right].$$

Tökéletesen likvid piacon a legjobb árakon adhatnánk el és értékelhetnénk eszközeinket. Ezzel szemben a valóságban az ajánlati könyv pillanatnyi limitáras ajánlatainak függvényében a likvidációs és a legjobb árakon meghatározott portfólióérték között jelentős lehet a különbség.

5. DEFINÍCIÓ (likviditási szabály, *Acerbi–Scandolo* [2008])
Egy $\mathcal{L}$ *likviditási szabályok halmaza zárt és konvex részhalmaza* ($\mathcal{L} \subseteq \mathcal{P}$) *a portfóliók* $\mathcal{P}$ *terének, amely teljesíti, hogy*

1. *ha* $\mathbf{p} \in \mathcal{P}$ *és* $a \geq \mathbf{0}$, *akkor* $\mathbf{p} \oplus a \in \mathcal{L}$,
2. *ha* $\mathbf{p} \in \mathcal{L}$, *akkor* $(p_0, 0^N) \in \mathcal{L}$.

Ez a definíció teszi lehetővé, hogy a portfólió értékét konvex optimalizálási feladat megoldásaként határozzuk meg. Negatív kezdeti készpénzállomány esetén a második feltevés nem értelmezhető, ugyanakkor ezen feltételezés nélkül is definiálható a likviditási szabályok halmaza (*Csóka–Herings* [2014]).

6. DEFINÍCIÓ (készpénzlikviditási követelmény)
Jelölje $\mathcal{L}(c)$ *azt a likviditási szabályt, amelyre*
$\mathcal{L}(c) = \{(p, \mathbf{p}^N) \in \mathcal{P} | p_0 \geq c\}, c \in \mathbb{R}$.

A továbbiakban az egyszerűség kedvéért a minimális készpénzállomány szintjét meghatározó fenti $\mathcal{L}(c)$ likviditási szabályt feltételezünk.

7. DEFINÍCIÓ (elérhető portfóliók – *Att* (p), *Acerbi–Scandolo* [2008])
Egy $\mathbf{q} \in \mathcal{P}$ *portfólió elérhető egy adott* $\mathbf{p} \in \mathcal{P}$ *portfólióból, ha* $\exists\ \mathbf{r} \in \mathcal{P}$, *amelyre*

$$\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{r} \oplus \mathcal{L}(\mathbf{r}).$$

Tehát azok a portfóliók lesznek elérhetők, amelyek előállíthatók a kezdeti portfólió egy részének likvidálásán keresztül.

8. DEFINÍCIÓ (likviditási szabály melletti portfólióérték, *Acerbi–Scandolo* [2008])
Egy $\mathbf{p} \in \mathcal{P}$ *portfólió (likviditási szabály melletti) értéke egy adott likviditási szabály,* $\mathcal{L}$ *figyelembevétele mellett egy* $V^{\mathcal{L}}: \mathcal{P} \to \mathbb{R}$ *függvény, ahol*

$$V^{\mathcal{L}}(\mathbf{p}) = \sup\{U(\mathbf{q}) | \mathbf{q} \in Att(\mathbf{p}) \cap \mathcal{L}\}. \tag{1}$$

A likviditási szabály beemelésével a portfólióértékeléskor a portfólióval kapcsolatos jövőbeli terveinket is figyelembe vehetjük. Azt a legértékesebb portfóliót határozzuk meg, amely elérhető a kiindulási portfólióból, és teljesíti a likviditási követelményünket. *Acerbi–Scandolo* [2008] a következő állítás bizonyításában megmutatja, hogy a keresett portfólió megadható egy konvex optimalizációs feladat megoldásaként. Ez az eredmény alapvető jelentőségű, hiszen a gyors és viszonylag egyszerű megoldás nélkülözhetetlen a gyakorlati alkalmazhatósághoz.

1. ÁLLÍTÁS (*Acerbi–Scandolo* [2008])
Az (1) *optimalizációs probléma* $\mathbf{q}$ *szerint ekvivalens egy* $\mathbf{r}$ *szerinti konvex optimalizációs feladattal, amit*

$$V^{\mathcal{L}}(\mathbf{p}) = \sup\{U(\mathbf{p} - \mathbf{r}) + L(\mathbf{r}) | \mathbf{r} \in C_{\mathcal{L}}(\mathbf{p})\} \tag{2}$$

alakban adhatunk meg, ahol

$$C_{\mathcal{L}}(\mathbf{p}) = \{\mathrm{r} | \mathbf{p} - \mathrm{r} \oplus L(\mathbf{r}) \in \mathcal{L}\}.$$

Ha $C_{\mathcal{L}}(\mathbf{p})$ *üres halmaz, akkor* $V^{\mathcal{L}}(\mathbf{p}) = -\infty$, *különben a szuprémum* $V^{\mathcal{L}}(\mathbf{p}) \in \mathbb{R}$.

A permanens árhatás szerepe a portfólióértékelésben

Az értékpapír-tranzakciókra optimális végrehajtási stratégiát meghatározó modellek megismeréséhez kiindulópontul *Almgren–Chriss* [2000], illetve *Almgren* [2003] modelljei szolgálnak. Az alapprobléma az, hogy az eszközök gyors likvidálása magas tranzakciós költségekkel jár együtt, míg ha szétaprózva, hosszabb időtávon értékesítünk, akkor nagyobb az árfolyam változásának kockázata. A szerzők ezért a piaci szereplő kockázatkerülésének függvényében minimalizálják a volatilitásból fakadó kockázat és az árhatás miatt felmerülő költségek kombinációját. Mindkét tényező figyelembevétele szükséges ahhoz, hogy reprodukálni tudjuk a piaci szereplők viselkedését. Az árfolyamváltozás kockázatának modellezése nélkül, likvidebb értékpapírral kereskedve sem adnánk el rövidebb idő alatt az összes értékpapírt.

Míg tökéletes likviditás mellett, azaz árhatás hiányában, azonnal piacra vinnénk a teljes mennyiséget. A szerzők modelljeikben a *permanens és az ideiglenes árhatás* bevezetésével két különböző árat definiálnak. Az egyik az elméleti ár, amely tökéletes likviditás mellett lenne tapasztalható a piacon, a másik pedig azzal a tranzakciós költséggel korrigált ár, amely a piac mélysége miatt alakul ki egy tranzakció teljesülésekor. A permanens hatás az egyensúlyi árban a kereskedés hatására bekövetkező olyan változás, amely a likvidálás teljes időtartama alatt fennmarad. Míg az ideiglenes árhatás oka a kereslet és kínálat közti egyensúlytalanság, amely az ajánlatunk teljesülése (a likviditás kiszívása) következtében jelentkezik, és likvid piacon rövid idő elteltével megszűnik.

Az elméleti modellek alapján *Almgren és szerzőtársai* [2005] modelljét a Citigroup egy megfelelő adatbázisának segítségével kalibrálták; a modell eredményeit pedig a Citigroup's Best Execution Consulting Services (BECS) szoftver kifejlesztésekor használták. A magyar tőzsdén a permanens árhatást becsli az azonnali árhatás felhasználásával *Havran–Váradi* [2015]. A szerzők a magyar tőzsde két kiemelt részvényére az árhatás dinamikáját is vizsgálták (*Havran–Váradi* [2016]).

Portfólióértékelés likviditási szabály és permanens árhatás mellett

A következőkben felhasználjuk az *Almgren–Chriss* [2000], *Almgren* [2003] és *Almgren és szerzőtársai* [2005] alapján megismert optimális végrehajtási stratégiák alapötletét *Acerbi–Scandolo* [2008] elméletének módosításához. Ahhoz, hogy a legmagasabb értékű (legjobb piaci árakon értékelve) elérhető portfóliót birtokolhassuk, kereskednünk kell a piacon. De vételkor vagy eladáskor limitáras ajánlatok kerülhetnek ki az ajánlati könyvből, ami megváltoztatja a marginális keresleti-kínálati görbét. Tekintsük a problémát egy intézményi, a piac mozgását befolyásoló szereplő szempontjából! Ezért feltételezzük, hogy az ideiglenes, pillanatnyi illikviditás miatt jelentkező hatások már elmúlnak, mire meg kell felelnünk a likviditási követelménynek. Ugyanakkor tegyük fel, hogy kereskedésünk permanens árhatása beépül a piaci árakba, azaz a legjobb elérhető portfólió értékeléséhez módosítsuk a marginális keresleti-kínálati görbét kereskedésünk várható permanens árhatásával!

Bevezető példák

Az elképzelés bemutatásához egyszerű példákon keresztül szemléltetjük, hogyan használható fel a likviditási kockázat elmélete és a permanens árhatás a portfólióértékelés során.

ELSŐ PÉLDA • Adott egy piac két eszközzel (portfólióterünk $\mathbb{R}^2$ részhalmaza). Legyen a kezdeti portfóliónk $\mathbf{p} = (p_0, p_1) = (2, 4)$, azaz 2 egység készpénzzel és 4 egységnyi illikvid eszközzel rendelkezünk. A kockázatos eszköz ajánlati könyvét leíró marginális keresleti-kínálati görbe (*MSDC*) megadható, mint

$$m_1(x) = \begin{cases} 2,5, & \text{ha } x < 0 \\ 2, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 1, & \text{ha } 1 < x \leq 3 \\ 0,5, & \text{ha } 3 < x. \end{cases}$$

Számoljuk ki a **p** portfólió likvidációs és legjobb árakon meghatározott értékét!

$L(\mathbf{p}) = 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0,5 \cdot 1 = 6,5$

$U(\mathbf{p}) = 2 + 2 \cdot 4 = 10.$

Feltételezzük, hogy a portfólióban legalább 5 egység készpénzt kell tartanunk, azaz likviditási szabályunk a minimális készpénzmennyiséget rögzíti. A kezdeti portfólióban ugyanakkor csak 2 egység készpénz van, ezért el kell adnunk az illikvid értékpapírból 3 pénzegység értékben. Így azért, hogy megfeleljünk a likviditási szabálynak, eladunk 2 egységet: egyet a legmagasabb áron 2 pénzegységért, egyet pedig a második legmagasabb áron 1 egység készpénzért. Határozzuk meg a likviditási követelményt teljesítő elérhető portfólió értékét a legjobb piaci árakon értékelve! Három különböző feltételezéssel élhetünk a marginális keresleti-kínálati görbe dinamikájával kapcsolatban.

1. Ha a likviditás visszaépül, használhatjuk az eredeti *MSDC*-t a likviditási követelménynek megfelelő elérhető portfólió értékeléséhez:

$U(\mathbf{q}) = U(\mathbf{p} - \mathbf{r}) + L(\mathbf{r}) = 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 9.$

2. Most feltételezzük, hogy a megfigyelhető árhatás permanens, azaz nem kerül új limitáras ajánlat a legjobb vételi és eladási ajánlat közé. A kockázatos eszközünk *MSDC*-je megváltozik, jelölje $\hat{m}_1(\cdot)$ ezt az új *MSDC* függvényt, amely megadható, mint

$$\hat{m}_1(x) = \begin{cases} 2,5, & \text{ha } x < 0 \\ 1, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 0,5, & \text{ha } 1 < x. \end{cases}$$

A végső portfólió $\hat{m}_1(\cdot)$ marginális keresleti-kínálati görbe alapján számított, legjobb árakon vett értéke [jelölje $\hat{U}_1(\cdot)$] is módosul:

$\hat{U}(\mathbf{q}) = \hat{U}(\mathbf{p} - \mathbf{r}) + L(\mathbf{r}) = 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 7.$

3. Gyakori eset, hogy a permanens árhatás kisebb, mint kereskedésünk azonnali árhatása, azaz a likviditás csak részben épül vissza. Tegyük fel, hogy a permanens árhatás miatt az eredeti *MSDC* a kereskedés hatására párhuzamosan tolódik el. Ekkor az ajánlati könyv minden limitáras ajánlatának árszintjét ugyanannyival módosítják, azaz a piacra került új információ következményeként mindenki ugyanolyan mértékben emeli vagy csökkenti az árszintet. Legyen ez a permanens árhatás a kereskedett mennyiség 0,2-szerese. Az így módosított marginális keresleti-kínálati görbét

jelölje $\bar{m}_1(\cdot)$. Amikor 2 egység illikvid értékpapírt értékesítünk, a kezdeti *MSDC* 0,4 egységgel csökken:

$$\bar{m}_1(x) = \begin{cases} 2{,}1, & \text{ha } x < 0 \\ 1{,}6, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 0{,}6, & \text{ha } 1 < x \leq 3 \\ 0{,}1, & \text{ha } 3 < x. \end{cases}$$

Ezzel a módosított *MSDC*-vel számoljuk ki a portfólió likviditási szabály melletti értékét:

$$\bar{U}(\mathbf{q}) = \bar{U}(\mathbf{p} - \mathbf{r}) + L(\mathbf{r}) = 2 + 1{,}6 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 8{,}2.$$

Ha a likviditás részben visszaépül, az eredmény az 1. és 2. pontban bemutatott két szélsőséges eset között helyezkedik el.

Második példa • Két illikvid értékpapír esetén a permanens árhatás jelentősen módosíthatja az optimális elérhető portfóliót és a legmagasabb – likviditási követelményt kielégítő – portfólióértéket. Az állítás illusztrálásához folytassuk az első példát! Tegyük fel, hogy a kezdeti portfóliónk tartalmaz 4 egységet egy másik illikvid eszközből, amelynek pillanatnyi ajánlati könyvét

$$m_2(x) = \begin{cases} 2, & \text{ha } x < 0 \\ 1, & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ 0{,}6, & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

MSDC-vel adhatjuk meg. Most a minimálisan megszabott készpénzmennyiség legyen 6 egység. A likviditás visszaépülése esetén 1 egység első eszközt, valamint 2 és 2/3 egység második eszközt likvidálunk, hogy teljesítsük a készpénzre vonatkozó likviditási követelményt. A legjobb árakon meghatározott legmagasabb elérhető portfólióérték:

$$U(\mathbf{q}) = U(\mathbf{p} - \mathbf{r}) + L(\mathbf{r}) = 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 1\frac{1}{3} + 2 + 2 = 13\frac{1}{3}.$$

Ha azonban kereskedésünk árhatása permanens, akkor mind a 4 egységet el kell adnunk a második illikvid eszközből a likviditási szabály melletti portfólióérték maximalizálásához:

$$\bar{U}(\mathbf{q}) = \bar{U}(\mathbf{p} - \mathbf{r}) + L(\mathbf{r}) = 2 + 1{,}88 \cdot 3{,}4 + 1{,}2 + 2{,}8 = 12{,}392.$$

Az optimális portfólió megváltozására intuitív magyarázatot is adhatunk. Egyfajta készlethatással szembesülünk, hiszen az optimalizáló befektető maga is befolyásolja azt az árat, amelyen a végső portfóliója értékelésre kerül. Például, ha kereskedése permanensen csökkenti a legjobb eladási ajánlatot, akkor az ő kockázatos eszközének az értéke is alacsonyabb lesz az ő végső portfóliójában. A befektető tehát befolyásolhatja vagy akár manipulálhatja is a piacot.

A piaci árakat befolyásoló intézményi befektető optimalizálási problémája

A likviditási kockázat elméletében a likviditási követelményt teljesítő, elérhető legjobb portfólióhoz a kezdeti portfólióból kereskedés útján jutunk el, így a tranzakció az árhatás miatt befolyásolhatja a piaci árakat. Ha a hatás ideiglenes, a likviditás teljes visszaépülése után portfóliónkat az eredeti marginális keresleti-kínálati görbe mellett értékelhetjük. Ha azonban a piaci szereplő az árakat befolyásoló intézményi befektető, akkor permanens árhatása miatt a kereskedett eszköz *MSDC*-je megváltozik.

Az általános optimalizálási feladat • Jelölje $\bar{m}_i(\cdot)$ a permanens árhatás miatt módosított marginális keresleti-kínálati görbét, és $\bar{U}_i(\cdot)$ az $\bar{m}_i(\cdot)$ mellett meghatározott *legjobb piaci áras* portfólióértéket. Fogalmazzuk át a piaci szereplőnk (2) optimalizálási problémáját a permanens árhatás miatt módosított marginális keresleti-kínálati görbe mellett! Határozzuk meg

$$\bar{U}(\mathbf{p}-\mathbf{r})+L(\mathbf{r})$$

szuprémumát, feltéve, hogy

$$\mathbf{r}\in C_{\mathcal{L}}(\mathbf{p}).$$

Az optimalizálási feladat készpénzlikviditási szabály mellett • A téma bevezetéséhez jelen cikkben $\mathcal{L}(c)$ minimális készpénzmennyiséget előíró likviditási követelményt feltételezünk. Portfóliókezelők szempontjából likvid eszközök (esetleg készpénz) tartásának kikötése indokolt lehet, ha valószínűsíthető a tőkekivonás, és el szeretnék kerülni a kényszerlikvidálást. Feltehető, hogy mindig pontosan annyi készpénzt tartalmaz a végső portfólió, amennyit a likviditási szabály előír. Írjuk fel a piaci szereplőnk optimalizálási problémáját készpénzlikviditási követelményt feltételezve.

Maximalizáljuk

$$\bar{U}(\mathbf{p}-\mathbf{r})+L(\mathbf{r})$$

portfólióértéket a következő feltétel mellett:

$$p_0-r_0+L(\mathbf{r})=c.$$

Az optimalizálási feladat lineáris permanens árhatás mellett • A permanensárhatás-függvény alakjának meghatározásához *Huberman–Stanzl* [2004] és *Almgren és szerzőtársai* [2005] ad iránymutatást. Az előbbi tanulmány az arbitrázsmentesség feltételének biztosításához lineáris függvénnyel írja le a kereskedett mennyiség jövőbeli árra gyakorolt hatását. Az utóbbi tanulmány empirikusan teszteli és nem tudja elvetni a lineáris permanens árhatás hipotézisét. Így az irodalom eredményeivel összhangban feltehetjük, hogy a permanens árhatás függvényformája lineáris.

9. DEFINÍCIÓ (lineáris permanens árhatással módosított *MSDC*)
Legyen $\mathbf{r} \in \mathcal{P}$ *egy likvidálandó portfólió és* m_i: $\mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ *az i-edik eszközhöz tartozó MSDC görbe. Ha az i-edik eszközből* r_i *mennyiséget likvidálunk, akkor kereskedésünk* g_i: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *permanens árhatása megadható mint*

$$g_i(r_i) = -\beta_i r_i,$$

ahol $\beta_i \in \mathbb{R}^+$. *A permanens árhatással módosított MSDC pedig*

$$\bar{m}_i(x) = m_i(x) - \beta_i r_i$$

alakban írható fel.

Ha $\mathbf{r} \in \mathcal{P}$ likvidálandó portfólióban $r_i > 0$, akkor eladjuk az i-edik eszközt, míg $r_i < 0$ esetén vásárolunk belőle. Ennek megfelelően az eladás lefelé (csökken minden ajánlathoz beadott árszint), a vétel pedig felfelé tolja (emelkedik minden beadott árszint) a kereskedett eszköz marginális keresleti és kínálati görbéjét.

Legyenek az eszközeink értékpapírok, ekkor az árakat leíró kezdeti és módosított marginális keresleti és kínálati görbe pozitív. Ehhez arra van szükség, hogy minden kockázatos eszközre ($\forall\, i = 1, 2, \ldots, N$ esetén) teljesüljön, hogy

$$\bar{m}_i(x) = m_i(x) - \beta_i r_i \geq 0.$$

Ezzel a feltétellel biztosítható, hogy az az egységár, amit akkor kapunk, ha a végső portfólióból az i-edik eszköz minden egységét likvidáljuk, nem negatív. Így az optimalizálási problémánk, hogy maximalizáljuk az

$$\bar{U}(\mathbf{p} - \mathbf{r}) + L(\mathbf{r})$$

portfólióértéket a következő feltételek mellett:

$$p_0 - r_0 + L(\mathbf{r}) = c,$$

$$\bar{m}_i(p_i - r_i) = m_i(p_i - r)_i - \beta_i r_i \geq 0.$$

AZ OPTIMALIZÁLÁSI FELADAT EXPONENCIÁLIS FÜGGVÉNNYEL KÖZELÍTETT MSDC MELLETT • Az optimalizálási probléma megoldása jelentős mértékben leegyszerűsödik, ha exponenciális függvénnyel közelítjük a marginális keresleti-kínálati görbét. Ennek a speciális esetnek nem csak elméleti jelentősége van: *Tian és szerzőtársai* [2013] megmutatja, hogy a nemnövekvő lépcsős marginális keresleti-kínálati görbék a gyakorlati alkalmazhatóság szempontjából kellő pontossággal közelíthetők exponenciális függvényekkel.

Folytonos, a nulla pontban is definiált függvényt használunk a marginális keresleti-kínálati görbe helyett, ezért az elérhető portfólió értékelésekor az $\bar{m}_i(0)$ legjobb árakon értékelünk. Így az i-edik kockázatos eszközre vonatkozó, a kereskedés permanens árhatásával módosított legjobb ár és a linearitás miatt szükséges nemnegativitási feltétel a következő formában adható meg:

$$\bar{m}_i(0) = m_i(0) - \beta_i r_i$$

és

$$\bar{m}_i(0) = m_i(0) - \beta_i r_i \geq 0.$$

A feladatunk tehát, hogy maximalizáljuk az

$$\bar{U}(\mathbf{p} - \mathbf{r}) + L(\mathbf{r})$$

portfólióértéket a következő feltételek mellett:

$$p_0 - r_0 + L(\mathbf{r}) = c,$$

$$\bar{m}_i(0) = m_i(0) - \beta_i r_i \geq 0,$$

ahol a legjobb árakon meghatározott $\bar{U}$ portfólióérték megadható mint

$$\bar{U}(\mathbf{p} - \mathbf{r}) = p_0 - r_0 + \sum_{i=1}^{N} \left[m_i(0) - \beta_i r_i\right](p_i - r_i).$$

Következő lépésben használjuk ki, hogy $m_i(x) = M_i e^{-k_i x}$ alakú. Ekkor

$$\bar{m}_i(0) = M_i - \beta_i r_i \geq 0,$$

$$\bar{U}(\mathbf{p} - \mathbf{r}) = p_0 - r_0 + \sum_{i=1}^{N} \left[M_i - \beta_i r_i\right](p_i - r_i),$$

$$L(\mathbf{r}) = r_0 + \sum_{i=1}^{N} \frac{M_i}{k_i}\left(1 - e^{-k_i r_i}\right).$$

Alkalmazzuk a kapott összefüggéseket a speciális probléma felírásához! Maximalizáljuk a

$$p_0 + \sum_{i=1}^{N} \left\{\left[M_i - \beta_i r_i\right](p_i - r_i) + \frac{M_i}{k_i}\left(1 - e^{-k_i r_i}\right)\right\}$$

portfólióértéket a következő feltételek mellett:

$$p_0 + \sum_{i=1}^{N} \frac{M_i}{k_i}\left(1 - e^{-k_i r_i}\right) = c,$$

$$M_i - \beta_i r_i \geq 0 \qquad \forall\, i = 1, 2, \ldots, N.$$

Az eredmények szemléltetésére nézzük a következő két példát!

Harmadik példa • Legyen egy két kockázatos eszközből álló $\mathbf{p} = (0,\ 600,\ 1000)$ kezdeti portfóliónk. Közelítsük az eszközök marginális keresleti és kínálati görbéjét $m_1(s) = 10e^{-0{,}0001s}$ és $m_2(s) = 10e^{-0{,}00001s}$ exponenciális alakú függvényekkel. A likviditási szabály a minimális készpénzmennyiséget határozza meg, amely legyen 5000. Lineáris permanensárhatás-függvényt feltételezünk $\beta_1 = 0{,}00003$ és $\beta_2 = 0{,}0004$ paraméterrel.

Permanens árhatás feltételezése nélkül (a likviditás teljes visszaépülése esetén) analitikus megoldást számolva az optimális $(r_1,\ r_2) = (46,\ 456)$. Míg permanens árhatást feltételezve, numerikus módszert alkalmazva (127, 375) egységet likvidálunk a kezdeti portfóliónkból a likviditási szabály teljesítéséhez. Meghatározhatjuk a korábban definiált, különböző feltevések melletti portfólióértéket:

$$U(\mathbf{p}) = 16\,000,$$

$$V^{\mathcal{L}}(\mathbf{p}) = 15\,988,$$

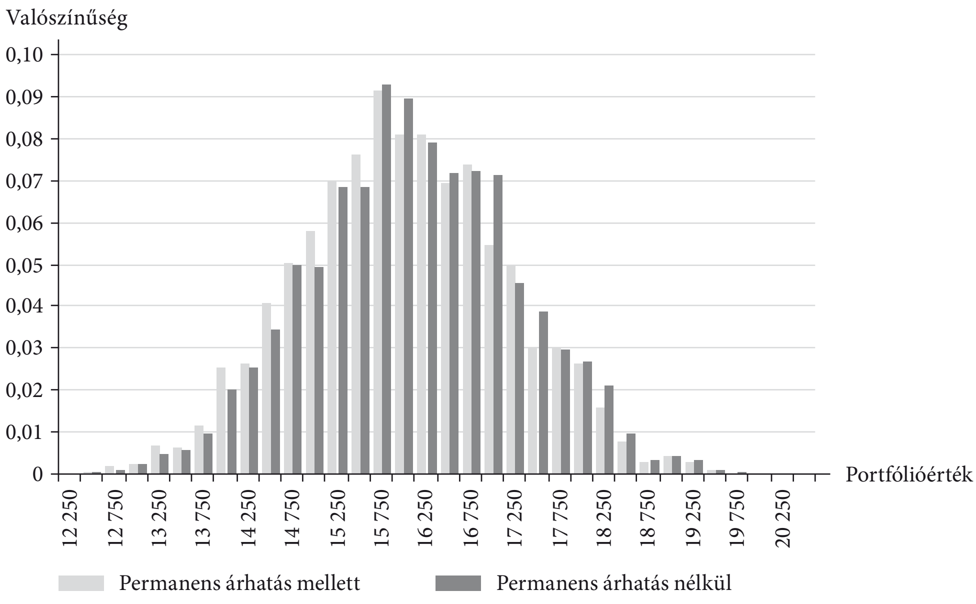
$$\bar{V}^{\mathcal{L}}(\mathbf{p}) = 15\,889,$$

$$L(\mathbf{p}) = 15\,773.$$

Negyedik példa • Monte-Carlo-szimulációval összevethetjük a likviditási szabály melletti portfólióértéket permanens árhatás bevezetésével és a nélkül.

Használjuk a harmadik példában megadott adatokat. *Acerbi–Scandolo* [2008] részletezi az (*M, k*) paraméterek eloszlásának lehetséges feltevéseit, amelyek közül egyfaktoros likviditási kockázati modellt választunk. M_1-et és M_2-t 10 várható értékű és 1 szórású normális eloszlásból szimuláljuk, míg *k* rögzített. Az összehasonlíthatóság érdekében minden realizációhoz kiszámítjuk a portfólióértéket mindkét módon. Az eredmények a várakozásaink szerint alakulnak, hiszen ha figyelembe vesszük a permanens árhatást, a portfólióérték hisztogramja *(1. ábra)* enyhén balra tolódik.

1. ábra
Portfólióértékelés likviditási szabály figyelembevételével
(A szimuláció során milyen valószínűséggel került a portfólióérték a különböző sávokba)



Összefoglalás

A piaci tökéletlenségek mértékét megragadó árhatás jelentőségének köszönhetően a pénzügyek számos területe átveszi a piaci mikrostruktúra felőli megközelítés elemeit. A likviditás figyelembevétele az eszközárazásban alkalmazott várható hozamok pontosabb becslését teszi lehetővé. Az újonnan kibocsátott részvények másodpiacon megfigyelhető áralakulását részben az elsődleges piaci jegyzés sikeressége határozza meg, azaz részvénykibocsátásoknál jelentős a kereskedési rendszer hatása (*Madhavan* [2000]). A különböző kereskedési rendszerek tulajdonságainak vizsgálata iránymutatást adhat az optimális kereskedési rendszer kialakításához, illetve a pénzügyi piacok szabályozásának fejlesztéséhez.

A likviditási kockázat problémakörének gyakorlati jelentőségét legjobban a 2007–2008-ban kirobbanó pénzügyi válságban betöltött szerepe hangsúlyozza. Azóta a széles körű alkalmazhatóságnak köszönhetően – az akadémiai közönség mellett – kereskedők, kockázatkezelők, központi bankokban és teljesítményértékelés területén dolgozók, közpolitikusok és szabályozók figyelmét is megragadják a szakirodalom új eredményei.

Az intézményi befektetők szempontjából a likviditási kockázat mérésének és kezelésének több okból is kiemelt jelentősége van. Egyrészt a portfóliókezelői teljesítmény értékelése pontosítható *Acerbi–Scandolo* [2008] elméletének felhasználásával. Másrészt intézményi befektetők esetén a likviditás és a kereskedés árhatása fontos szerepet játszik a portfólióallokációs döntésekben. Nagy volumenű értékpapír-tranzakciók esetén a kereskedés árhatása számottevő lehet. Nem véletlen tehát, hogy optimális végrehajtási stratégiák tervezésekor az intézményi befektetők figyelembe veszik a saját tranzakcióik hatásait (*Almgren–Chriss* [2000]). Ha viszont a saját kereskedésük árhatása számottevő, akkor esetükben célszerű permanens árhatással is számolni a likviditási követelmény melletti portfólióérték meghatározásakor.

Ebben a cikkben tehát a kereskedés következtében jelentkező permanens árhatással módosítottuk *Acerbi–Scandolo* [2008] likviditási szabály melletti portfólióértékelését, hogy jobban használhatóvá váljon a piac mozgását befolyásoló intézményi befektetők számára. A megvalósításhoz eltoltuk a marginális keresleti-kínálati görbét kereskedésünk várható permanens árhatásával a legjobb elérhető portfólió értékeléséhez. A minimális készpénzmennyiséget meghatározó likviditási előírás és exponenciális függvénnyel közelített marginális keresleti-kínálati görbe mellett módosítottuk az elméletet. Ebben a speciális esetben már mérsékelt permanens árhatás is teljesen megváltoztathatja az elérhető portfóliót, miközben enyhén módosítja a portfólió értékét. Természetes fontos megfigyelés azonban, hogy a permanens árhatás szerepeltetése az árelfogadás feltételének sérülésével jár együtt, hiszen a piaci szereplő kereskedéssel eltolhatja, akár manipulálhatja is az árakat.

A kutatási kérdések megválaszolása a permanens árhatás figyelembevételén keresztül hozzájárulna ahhoz, hogy intézményi befektetők portfóliójának értékelésekor a likviditás melletti portfólióértéket pontosabban határozhassuk meg. Az így definiált portfólióértéket használhatnánk kockázati mértékek számszerűsítésekor, tőkekövetelmények meghatározásakor, illetve portfóliókezelők teljesítményének vizsgálata során.

Hivatkozások

Acerbi, C.–Scandolo, G. [2008]: Liquidity risk theory and coherent measures of risk. Quantitative Finance, Vol. 8. No. 7. 681–692. o. http://dx.doi.org/10.1080/14697680802373975.

Acharya, V. V.–Pedersen, L. H. [2005]: Asset pricing with liquidity risk. Journal of Financial Economics, Vol. 77. No. 2. 375–410. o. http://doi.org/10.1016/j.jfineco.2004.06.007.

Almgren, R. [2003]: Optimal execution with nonlinear impact functions and trading-enhanced risk. Applied Mathematical Finance, Vol. 10. No. 1. 1–18. o. https://doi.org/10.1080/135048602100056.

Almgren, R.–Chriss, N. [2000]: Optimal execution of portfolio transactions. Journal of Risk, Vol. 3. No. 2. 5–39 o. https://doi.org/10.21314/jor.2001.041.

Almgren, R.–Thum, C.–Hauptmann, E.–Li, H. [2005]: Equity market impact. Risk, július, 21–28. o.

Amihud, Y. [2002]: Illiquidity and stock returns cross-section and time-series effects. Journal of Financial Markets, Vol. 5. No. 1. 31–56. o. https://doi.org/10.1016/s1386-4181(01)00024-6.

Amihud, Y.–Mendelson, H. [1987]: Trading mechanisms and stock returns: An empirical investigation. The Journal of Finance, Vol. 42. No. 3. 533–553. o. https://doi.org/10.2307/2328369.

Amihud, Y.–Mendelson, H.–Wood, R. [1990]: Liquidity and the 1987 stock market crash. Journal of Portfolio Management, Vol. 16. No. 3. 65–69. o. https://doi.org/10.3905/jpm.1990.409268.

Artzner, P.–Delbaen, F.–Eber, J.-M.–Heath, D. [1999]: Coherent measures of risk. Mathematical Finance, Vol. 9. No. 3. 203–228. o. https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068.

Balog Dóra–Csóka Péter–Pintér Miklós [2010]: Tőkeallokáció nem likvid portfóliók esetén. Hitelintézeti Szemle, 9. évf. 6. sz. 604–616. o.

BIS [1999]: Market liquidity: Research findings and selected policy implications. Bank for International Settlements, http://www.bis.org/publ/cgfs11.htm.

Brunnermeier, M. K.–Pedersen, L. H. [2009]: Market liquidity and funding liquidity. The Review of Financial Studies, Vol. 22. No. 6. 2201–2238. o. https://doi.org/10.1093/rfs/hhn098.

Cetin, U.–Jarrow, R. A.–Protter, P. [2004]: Liquidity risk and arbitrage pricing theory. Finance and Stochastics, Vol. 8. No. 3. 311–341. o. https://doi.org/10.1007/s00780-004-0123-x.

Cohen, K. J.–Maier, S. F.–Schwartz, R. A.–Whitcomb, D. [1986]: The Microstructure of Securities Markets. Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

Csóka Péter [2003]: Koherens kockázatmérés és tőkeallokáció. Közgazdasági Szemle, 50. évf. 10. sz. 855–880. o.

Csóka Péter–Herings, P. J.-J. [2014]: Risk allocation under liquidity constraints. Journal of Banking and Finance, Vol. 49. 1–9. o. https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2014.08.017.

Daníelsson, J.–Payne, R. [2002]: Real trading patterns and prices in spot foreign exchange markets. Journal of International Money and Finance, Vol. 21. No. 2. 203–222. o. https://doi.org/10.1016/s0261-5606(01)00043-2.

De Jong, F.–Rindi, B. [2009]: The Microstructure of Financial Markets. Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511818547.

Erb Tamás–Havran Dániel [2015]: Mit veszítünk a piaci súrlódásokkal? Közgazdasági Szemle, 62. évf. 3. sz. 229–262. o.

Evans, M. D. D.–Lyons, R. K. [2002]: Order flow and exchange rate dynamics. The Journal of Political Economy, Vol. 110. No. 1. 170–180. o. https://doi.org/10.1086/324391.

Farmer, J. D. [2002]: Market force, ecology and evolution. Industrial and Corporate Change, Vol. 11. No. 5. 895–953. o. https://doi.org/10.1093/icc/11.5.895.

Farmer, J. D.–Gillemot, L.–Lillo, F.–Mike, Sz.–Sen, A. [2004]: What really causes large price changes? Quantitative Finance, Vol. 4. No. 4. 383–397. o. https://doi.org/10.1080/14697680400008627.

Farmer, J. D.–Lillo, F. [2005]: The key role of liquidity fluctuations in determinig large price changes? Fluctuation and Noise Letters, Vol. 5. No. 2. 209–216. o. https://doi.org/10.1142/s0219477505002574.

Gerig, A. N. [2007]: A theory of market impact: How order flow affects stock price. Doktori disszertáció, University of Illinois at Urbana-Champaign.

Havran Dániel–Váradi Kata [2015]: Price impact and the recovery of the limit order book: Why should we care about informed liquidity providers? MTA KRTK Műhelytanulmányok, MT-DP 1540.

Havran Dániel–Váradi Kata [2016]: A limitáras ajánlatok szerkezete és dinamikája a budapesti értéktőzsdén; az OTP- és a Mol-részvények esete. Közgazdasági Szemle, 63. évf. 9. sz. 966–992. o. http://dx.doi.org/10.18414/Ksz.2016.9.966.

Huberman, G.–Stanzl, W. [2004]: Price manipulation and quasi-arbitrage. Econometrica, Vol. 72. No. 4. 1247–1275. o. https://doi.org/10.1111/j.1468-0262.2004.00531.x.

Kyle, A. S. [1985]: Continuous auctions and insider trading. Econometrica, Vol. 53. No. 6. 1315–1335. o. https://doi.org/10.2307/1913210.

Madhavan, M. [2000]: Market microstructure: A survey. Journal of Financial Markets, Vol. 3. No. 3. 205–258. o. https://doi.org/10.1016/s1386-4181(00)00007-0.

Mitchell, M.–Pedersen, L. H.–Pulvino, T. [2007]: Slow moving capital. American Economic Review, Vol. 97. No. 2. 215–220 o. https://doi.org/10.1257/aer.97.2.215-.

O'Hara, M. [1995]: Market Microstructure Theory. Blackwell Publishing, Cambridge, MA.

Tian, Y. [2009]: Market Liquidity Risk and Market Risk Measurement. Szakdolgozat, The Royal Bank of Scotland and Delft University of Technology.

Tian, Y.–Rood, R.–Oosterlee, C. W. [2013]: Efficient portfolio valuation incorporating liquidity risk. Quantitative Finance, Vol. 13. No. 10. 1575–1586 o. https://doi.org/10.1080/14697688.2013.779013.

Váradi Kata–Gyarmati Ákos–Lublóy Ágnes [2012]: Virtuális árhatás a budapesti értéktőzsdén. Közgazdasági Szemle, 59. évf. 5. sz. 508–539. o.

Weber, P.–Rosenow, B. [2006]: Large stock price changes: Volume or liquidity? Quantitative Finance, Vol. 6. No. 1. 7–14. o. https://doi.org/10.1080/14697680500168008.