

LUBLÓY ÁGNES–SZENES MÁRK

Az ügyfélevándorlás kereskedelmi banki modellezése

Tanulmányunkban a hálózatelmélet segítségével a bankok vállalati ügyfélportfóliójára vonatkozó ügyfélevándorlás jelenségét modellezzük. Valós adatok hiányában először egy többszereplős bankpiac vállalati ügyfelei által alkotott hálózatot generálunk. A hálózat csomópontjai maguk a vállalatok, a vállalat banki hovatartozása a csomópont egy belső koordinátájának felel meg. Az irányított éleken a vállalatok közötti – a vállalat saját bankján vagy más bankon keresztül lebonyolított – átutalások zajlanak. A generált hálózat alapján vizsgálatunk középpontjában a bankválasztási stratégia egyensúlyi tulajdonságai és az ügyfélevándorlás jelensége áll. Modellünkben – a neoklasszikus egyensúlyelmélet egyik fő állításával ellentétben – a piaci egyensúly nem egyértelmű, több egyensúlyi állapot alakulhat ki. Az ügyfélevándorlás modellezése során azt tapasztaltuk, hogy a vállalati ügyfelek hálózatában az esetek háromnegyed részében nincs újabb elvándorló ügyfél. A legrosszabb esetben jelentős elvándorlási hullámok is kialakulnak. Végezetül arra kerestünk választ, hogy az ügyfélevándorlás szempontjából kulcsfontosságú vállalatok milyen topológiai tulajdonsággal jellemezhetők. Megállapítjuk, hogy az ügyfélevándorlás szempontjából kulcsfontosságú vállalatokat nem minden esetben jellemzi partnereinek száma.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C15; C62; D53; D85; G21; L14.

Az elmúlt években a sokszereplős kölcsönható rendszerek megértéséhez nagyban hozzájárult a hálózatelméleti megközelítés, a vizsgált jelenség gráfokkal történő leírása. A hálózatok elméletének alkalmazási területe széles: hálózatelméleti módszerekkel számos társadalmi, gazdasági és tudományos kérdés megválaszolható. A hálózatelméleti megközelítés egyre nagyobb népszerűsége tesz szert a közgazdaságtanban is. *Conyon–Muldoon* [2006], illetve *Davis és szerzőtársai* [2003] a vállalatulajdonosok hálózatát és a vállalati

* A szerzők köszönettel tartoznak *Benedek Gábornak* a modellépítéshez nyújtott hathatós segítségéért és *C. Szabó Istvánnak* a vele folytatott inspiráló beszélgetésekért. Hálásak vagyunk *Kondor Imre* értékes észrevételeiért és meglátásaiért és *Stefan Thurnernek* a tanulmány angol változatához fűzött építő jellegű hozzájárulásaiért. A tanulmány a Kooperatív centrum a kommunikációs hálózatok adatanalízise területén című NAP projekt keretében, a Nemzeti Kutatási és Technológia Hivatal Támogatásával készült (hivatkozási szám: KCKHA005).

Lublóy Ágnes a Budapesti Corvinus Egyetem befektetések és vállalati pénzügyek tanszékének adjunktusa és a Collegium Budapest kutatója (e-mail: agnes.lublóy@uni-corvinus.hu).

Szenes Márk az Eötvös Loránd Tudományegyetem fizikus szakának ötödéves hallgatója (e-mail: szenesm@ludens.elte.hu).

vezetőtestület tagjainak kapcsolathálóját elemezte, míg *Battiston és szerzőtársai* [2003] a vállalat vezetőtestületének döntéshozatali folyamatát vizsgálta. Említésre érdemes még a tőzsdei részvényhozamok közötti korrelációk (*Bonanno és szerzőtársai* [2003], *Onnela és szerzőtársai* [2003]) és a nemzetközi kereskedelem által alkotott hálózatok vizsgálata is (*Baskaran-Brück* [2005]). A kereskedelmi bankokkal kapcsolatban *Vedres* [1998] hálózatzelméleti módszerekkel elemezte a bankok pozícióját a legnagyobb magyar vállalatok vezetőtestületének hálózatában. A hálózatzelméleti módszertannal operáló tanulmányok egy már-már különálló csoportja a pénzügyi rendszerek hálózati topológiáját tárja fel. *Boss és szerzőtársai* [2004] az osztrák bankközi piac alkotta hálózat struktúráját elemezte, míg *Iori és szerzőtársai* [2005] az európai *overnight* pénzpiac topológiáját és időbeli fejlődését vizsgálta. *Soramäki és szerzőtársai* [2006] a szeptember 11-ei támadásnak az amerikai *Fedwire* fizetési rendszeren keresztül küldött nagy összegű bankközi átutalások hálózati topológiájára gyakorolt hatását tárta fel.

Jelen tanulmány, úttörő módon, a hálózatzelmélet egy banki alkalmazási területét mutatja be. Ahogy egy korábbi cikkünkben kifejtettük (*Benedek és szerzőtársai* [2007]), a bankok vállalati ügyfélhálójának statisztikai, hálózatzelméleti módszerekkel történő vizsgálata számos, klasszikusnak tekinthető banküzemi kérdés megválaszolásában nyújthat segítséget. Tanulmányunkban most a hálózatzelmélet banki alkalmazási lehetőségét egy klasszikus banküzemi problémán, az ügyfélevándorlásokon mutatjuk be.

A legtöbb bankban külön részleg foglalkozik az ügyfélkezeléssel (*Customer Relationship Management*), amelynek feladatai közé tartozik az ügyfelek szükségleteinek megismerése és azok lehető legmagasabb szinten történő kiszolgálása. A banki ügyfelek megtartásának alapvető feltétele, hogy meg kell ismerni, mely ügyfelek azok, akik hajlamosak az elvándorlásra. A jelenlegi banküzemben a potenciálisan elvándorló, veszélyeztetett ügyfelek felismerésének legelfogadottabb módszere az adatbányászat. A bankok belső rendszerében rendelkezésre álló ügyfeladatok alapján, az adatbányászat eszközeivel ugyanis nagy biztonsággal azonosíthatók a jövőben várhatóan lemorzsolódó ügyfelek. A könnyen elvándorló ügyfelek azonosítására szolgáló adatbányászati módszer lényege, hogy a bankot korábban elhagyó ügyfelek adatainak elemzésével modell építhető, amelynek segítségével megállapítható az egyes ügyfelek jövőbeli lemorzsolódási valószínűsége. Ilyen adatbányászati módszeren alapuló, az ügyfélmegtartást támogató üzleti megoldást fejlesztett ki, és értékesít a piacon például az SAS, amely az új generációs üzletiintelligencia-szoftverek és intézményi intelligenciát előállító szolgáltatások egyik fő szállítója (*SAS* [2007]). A hazai banki adatbányászati eszközök piacán hasonló fontosságú szoftvercsomag az SPSS Clementine, illetve az Oracle ODM is. A veszélyeztetett ügyfelek felismerésének szintén elterjedt, azonban sokkal kevésbé kifinomult módszere az adott vállalatért felelős ügyfélkapcsolati munkatárs szakértői előrejelzése.

A banküzemben napjainkban alkalmazott ügyfélevándorlást követő módszerekhez képest merőben új megközelítést jelent a hálózatzelmélet. Belső banki adatbázisok alapján pontosan megszerkeszthető a bank vállalati ügyfeleinek pénzügyi tranzakcióin alapuló hálójának. A banki ügyfélportfólióban lévő vevők és szállítók hálójának hálózatzelméleti és szimulációs vizsgálata révén – a hálózati relációk és az éleken menő forgalom alapján – pedig azonosíthatók a veszélyeztetett és a potenciálisan elvándorló ügyfelek. Mivel a modellépítés során belső banki adatbázis nem állt rendelkezésünkre, így generáltunk egy hálózatot, és ezen a hálózaton szemléltetjük a hálózatzelmélet banki alkalmazási lehetőségét.

A tanulmány első részében tehát létrehozunk egy vevő–szállító hálózatot, amely tulajdonképpen egy bank vállalati ügyfélportfóliójának, illetve annak egy részének feleltethető meg. A bankok vállalati ügyfélhálózatában a csúcsokat a vállalatok, az éleket pedig a vállalatok közötti pénzügyi tranzakciók jelentik. Valós adatok hiányában a vállalati ügyfelek alkotta hálózatot részlegesen szakirodalmi információk és stilizált tények alapján

modellezzük. Ezek alapján a klasszikus hálózatmodellekhez képest egy merőben más topológiájú hálózatot írunk le. Célunk az, hogy olyan hálózatot generáljunk, amely vállalatok pénzügyi átutalásain alapuló tényleges vevő–szállító hálózatát a lehető legjobban megközelíti. A vevő–szállító relációk és a vállalatok közötti tranzakciók nagysága alapján irányítjuk és súlyozzuk is a csúcsok között futó éleket.

A tanulmány második részében a vállalatok racionális alapon történő bankválasztási dinamikája alapján a vállalatokat bankokhoz rendeljük, majd megkeressük a döntési folyamat egyensúlyát. Ezt követően egy klasszikus banküzemi problémát, az ügyfélevándorlást modellezzük. Vizsgálatunk középpontjában egy adott ügyfél elvándorlásának az egyensúlyra, illetve a többi ügyfélre és a bank nyereségességére gyakorolt hatása áll. Arra a kérdésre keressük a választ, hogy mi történik, ha egy vállalat otthagyja bankját. Lesznek-e további vállalatok, akik a bankot váltó beszállítójuk hatására szintén bankot váltanak? Milyen lesz a bankot váltó vállalatok számának eloszlása? Milyen hosszú elvándorlási láncok alakulnak ki? Az elvándorlás szempontjából kulcsfontosságú vállalatokat milyen topológiai tulajdonságok jellemzik? Hogyan befolyásolja a hálózat topológiája az e kérdésekre adott válaszokat?

A vállalati ügyfelek hálózatának modellezése

Feltevések a vállalati ügyfelek hálózatának topológiájáról

A vevő–szállító hálózatok topológiáját feltáró eddigi kutatások csak a gazdaság egy-egy szektorára terjedtek ki. A szakirodalomban nem találtunk egy ország valamennyi vállalatára kiterjedő, valós adatokon nyugvó tanulmányt. A szektorspecifikus kutatások közül *Parhi* [2005] kutatása az indiai autóalkatrész-gyártás vevő–szállító hálózatára, míg a *Nakano–White* [2006] tanulmány Tokió egy ipari körzetére terjedt ki. E kutatások alapján a vállalatok hálózatának fokszáma skálafüggetlen eloszlást mutat, nem elhanyagolható számban vannak olyan vállalatok, amelyek kimagaslóan nagyszámú vállalati partnerrel rendelkeznek. A bankok közötti nagy összegű átutalások, illetve a bankközi kölcsönök által alkotott hálózatokról több kutató tett hasonló megfigyelést. Skálafüggetlen fokszámeloszlást mutat az osztrák bankok (*Boss és szerzőtársai* [2004]), az Egyesült Államok kereskedelmi bankjai (*Soramäki és szerzőtársai* [2006]) és a japán bankok (*Inaoka és szerzőtársai* [2004]) által alkotott hálózat is. Hasonlóan az autóalkatrész-gyártáshoz, a bankközi hálózatok is a vállalathálózat egy szűkebb szegmensét jelentik.

Feltételezéseink szerint a pénzügyi átutalások révén összekapcsolt vállalati ügyfélportfólió a skálafüggetlenség mellett a következő topológiai tulajdonságokkal rendelkezik: 1. magas a klaszterezettsége, 2. közösségi struktúrák jelennek meg benne, 3. asszortatív foksám-korrelációjú, valamint 4. kisvilág-tulajdonságot mutat.¹ Az egyes topológiai ismérvek részletes bemutatására most nem térünk ki, ahhoz magyarul lásd például *Benedek és szerzőtársai* [2007] tanulmányt, angol nyelven pedig *Albert–Barabási* [2002], illetve *Newman* [2003] összefoglalóit. Az 1. és a 2. tulajdonság annak a következménye, hogy a legtöbb gazdasági, iparági szektoron belül a vállalatok között magasabb a kapcsolatok száma, mint azon kívül. Az asszortativitást a tokiói ipar egy szektorára vonatkozó eredmények támasztják alá (*Nakano–White* [2006]). A feltevés, amely szerint a vállalati hálózatok kisvilág-tulajdonságot mutatnak, az osztrák bankközi piacon (*Boss és szerzőtársai* [2004]) és az amerikai Fedwire (*Soramäki és szerzőtársai* [2006]) fizetési rendszeren végzett megfigyeléseken alapul.

¹ E két tulajdonság definícióját lásd *Benedek és szerzőtársai* [2007].

A vállalati ügyfelek hálózatának megalkotásakor az előbbieken vázolt tulajdonságokat kívántuk megjeleníteni, s ehhez két hálózatmodellt vettünk alapul. Az egyik *Gulyás* [2004] ügynök-alapú megközelítése, a másik *Toivonen és szerzőtársai* [2006] szociális hálózati modellje. *Gulyás* [2004] szerint a *Barabási* [1999] modell azzal a hallgatólagos feltételezéssel él, hogy a növekedés során az újonnan jövő csúcs korlátlan információval rendelkezik a már meglévő hálózatról. Ez a preferenciális csatlakozási szabály következménye, hiszen egy magas fokszámú csúcst csak úgy választhatunk ki nagyobb eséllyel, ha a már meglévő hálózat összes szereplőjének fokszámát feltérképeztük. A valóságos folyamatokat jobban tükrözi az a felfogás, amelyet *Gulyás* követ hálózatmodellje megalkotásakor. A szerző olyan növekedő hálózatgeneráló algoritmust javasol, amelyben az újonnan jövő csúcshoz csak korlátozott tudása lehet a hálózat egészéről. Ügynök-alapú megközelítésében az új hálózati szereplő (az ügynök) csak korlátozott számú potenciális partner közül választhatja ki, kivel lép kapcsolatba. A lehetséges partnerek száma egyrészt egyenesen arányosan függ az újonnan jövő hálózati szereplő költségkorlátjától, másrészt fordítottan arányosan a hálózatban lévő csúcsokról szerezhető információ árától. (A költségkorlát kiosztására és az árazási sémára *Gulyás* több módszert is javasol.) Miután a megfelelő eljárás alapján meghatároztuk, hogy hány csúcsról kaphat információt az újonnan jövő, egy központi hatóság (*central authority*) határozza meg, hogy mely csúcsok közül kerülhetnek ki a későbbi szomszédai. A központi hatóság egy olyan mozzanata a *Gulyás* [2004] modellnek, amely egyfajta globális információt hordoz a már meglévő hálózatról.

Szem előtt tartva azt az elvet, amely szerint az információk ára van, vagyis a hálózat növekedése során az újonnan jövőnek csak korlátozott információja lehet a hálózatról, számúztuk a modelltől a központi hatóság fogalmát. Ehelyett *Toivonen és szerzőtársai* [2006] modelljéhez hasonlóan, az új csúcs a hálózatban egymáshoz közeli csúcsokról szerezhet információt.

Toivonen és szerzőtársai [2006] olyan növekvő hálózatmodellt definiál, amelyben az új csúcs egymáshoz közeli csúcsokhoz kapcsolódik. *Toivonen és szerzőtársai* [2006] kutatása azt tűzte ki célul, hogy a modell tükrözze a különféle szociális hálózatok (szexuális kapcsolatok, tudományos együttműködések stb.) leglényegesebb topológiai tulajdonságait: 1. skálafüggetlen fokszám-eloszlást, 2. magas klaszterezettséget, 3. pozitív fokszám-korrelációt (asszortativitást), a 4. közösségi struktúrákat és a 5. kisvilág-tulajdonságot. Hálózatgeneráló algoritmusuk olyan növekedő hálózatmodellt ír le, amelyben az újonnan jövő csúcs véletlenszerűen kapcsolódik egy már hálózatban lévő csúcshoz, illetve annak bizonyos számú szomszédjához. Hasonló módon generálja *Grönlund-Holme* [2004] is hálózatát, amelyről a szerzők hangsúlyozzák, hogy alkalmas lehet vállalati hálózatok modellezésére.

A vállalati ügyfelek hálózatának generálása

Modellünk megalkotásakor *Gulyás* [2004] modelljéből átvettük a korlátozott információ elvét, azaz azt, hogy az újonnan jövő csúcs korlátozott számú csúcsból választhatja ki, kivel létesít kapcsolatot. *Toivonen és szerzőtársai* [2006] modelljéből azt vettük át, hogy a korlátozott számú csúcs egy véletlenszerűen választott csúcs környezetéből (első, majd második szomszédjaiból stb.) kerülhet ki. Ennek megfelelően a hálózat generálásának lépéseit a következő pontokban foglalhatjuk össze.

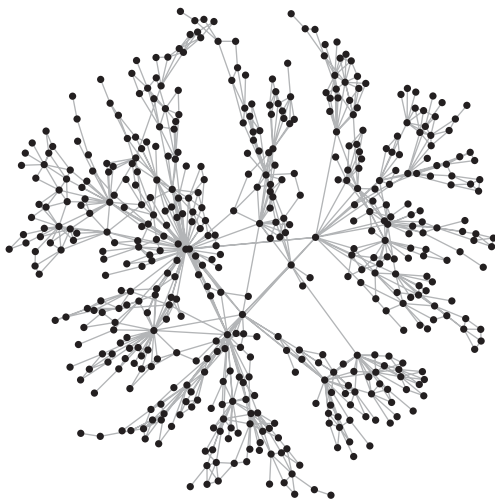
1. Véletlenszerűen válasszunk egy j -edik csúcst!
2. Válasszunk ki E darab csúcst a j -edik csúcs és annak szomszédjaiból (ha a kiválasztott csúcsok száma nem éri el az E darabot, akkor a szomszédok szomszédjaiból válasszunk továbbiakat, és így tovább)!
3. Az i -edik csúcs a 2. lépésben meghatározott csúcsok közül véletlenszerűen csatlakozik $m_i \in U[1, E]$ darab csúcsához.

4. Ismételjük az 1–3. lépést egészen addig, amíg a hálózat el nem éri a kívánt méretet!

A modell fő mozzanata, hogy a hálózathoz adott csúcson a szomszédai csak egymáshoz közeli csúcsok közül kerülhetnek ki. Ez a magas klaszterezettség és közösségi struktúrák megjelenése mellett biztosítja azt is, hogy a hálózat fokszámoszlása hatványfüggvényyszerű lecsengést mutat. A vállalatok hálózatának egy lehetséges realizációját az 1. ábra mutatja.

1. ábra

A vállalatok hálózatának egy megvalósítása $N = 1000$ és $E = 3$ esetén



A vállalati ügyfelek hálózatának topológiai tulajdonságai

A következőkben a vállalati ügyfelek hálózatának topológiai tulajdonságait vizsgáljuk meg. Az egyes topológiai ismérvek részletes bemutatására most sem térünk ki, ahhoz magyarul lásd például *Benedek és szerzőtársai* [2007] tanulmányt, angol nyelven pedig *Albert–Barabási* [2002], illetve *Newman* [2003] összefoglalóit.

A 2. ábrán felvettük a vállalati ügyfelek hálózatának *fokszámoszlását* $E = 3$ és $E = 10$ paraméterek esetén. Az eloszlás hatványfüggvényyszerű lecsengésű, az illesztésből származó exponensek:

$$\gamma_{E=3} \sim 4 \quad \text{és} \quad \gamma_{E=10} \sim 3 \quad (1)$$

A vállalati hálózat *klaszterezettség együtthatója* ($C^{v,H}$) független a hálózat méretétől, értéke:

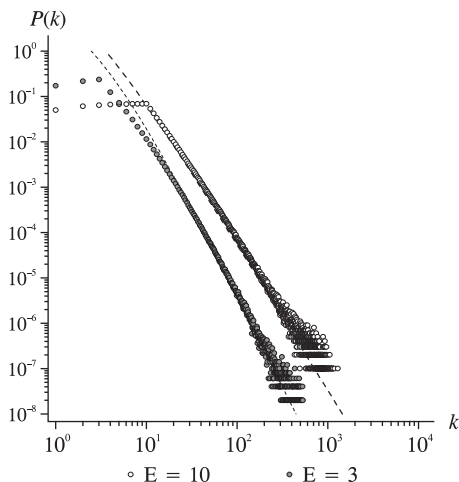
$$C^{v,H} = 0,504 \pm 0,001. \quad (2)$$

Ez az eredmény eltér attól, amit a Barabási-, illetve az Erdős-féle hálózat klaszterezettség együtthatójára kapnánk.² Ezeknél a modelleknél az együttható a hálózat méretével ugyanis

² Az Erdős-féle hálózat klaszterezettség együtthatója $C = \frac{\langle k \rangle - 1}{N - 1}$, ahol $\langle k \rangle$ az átlagos foksám, míg N a hálózat mérete. A Barabási-féle hálózat klaszterezettség együtthatója a $C \sim N^{-0.75}$ összefüggéssel írható le.

2. ábra

A vállalatok hálózatának fokszámoszlása $E = 3$ és $E = 10$ esetén

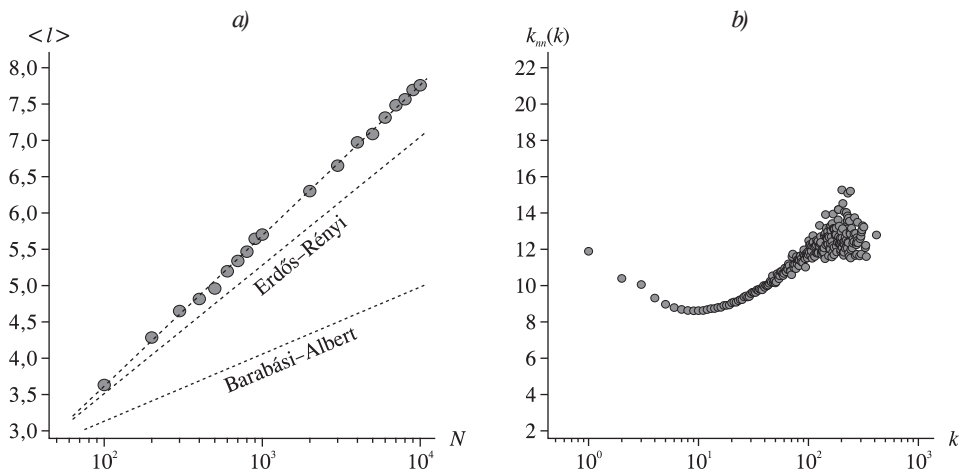


hatványszerű lecsengést mutat. Számos valós hálózatban fordul elő, hogy ilyen magas a klaszterezettségi együtttható értéke. Ezen hálózatok legtöbbjéről a vizsgálatok igazolták, hogy – összhangban a mi modellünkkel – a klaszterezettségi együtttható nem függ a hálózat méretétől (*Barabási és szerzőtársai* [2002]).

A vállalatok hálózata esetén is érvényesül a *kisvilág-tulajdonság* – az, hogy a csúcsok közötti átlagos távolság a hálózat méretével logaritmikusan nő. Erről győződhetünk meg a 3.a) ábrán. A távolságok a vállalatok hálózatában nagyobbak, mint az ugyanolyan paraméterű Barabási-, illetve Erdős-féle hálózatokban. Ezt a tulajdonságot is tükrözi számos, valóságban megfigyelt hálózat (*Barabási és szerzőtársai* [2002]).

3. ábra

A vállalati ügyfelek hálózatának a) csúcsai közötti átlagos távolság mint a hálózat méretének függvénye és b) a szomszédok átlagos fokszáma



A hálózat struktúrájának egy következő lényeges jellemzője a *fokszám-korreláció*, az, hogy milyen korreláció van a szomszédos csúcsok fokszámai között. A 3.b) ábrán jól kivehető az asszortatív fokszám-korreláció: $k \geq 10$ -re a $k_m(k)$ monoton növekszik. Ugyanezt a tendenciát mutatja a tokiói ipar egy részének vevő–szállító hálózata is (Nakano-White [2006]), amelyben $k = 4$ -ig a $k_m(k)$ monoton csökkenő, a felett monoton növekvő függvénye k -nak.

Az élek irányítása

A vállalatok pénzügyi átutalásokon alapuló hálózatában egy tranzakció iránya (amely banki átutalás formájában jön létre) egy vevő–szállító relációt határoz meg, a hálózat szereplői között egy irányított élt jelöl ki. A vállalat egy adott vállalati partnerének viszonyában lehet *szállító*, ha az utalás (azaz az adott él) hozzá fut be, illetve lehet *vevő*, ha a tranzakció tőle indul ki.

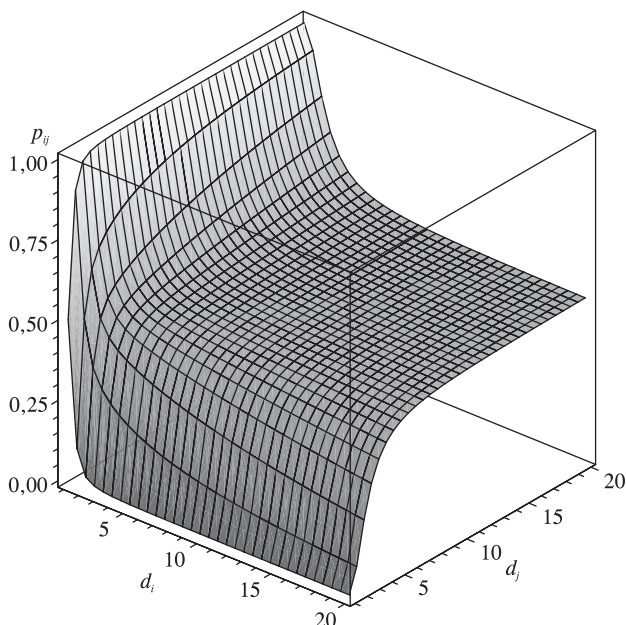
A hálózat éleinek irányításánál csak a legegyszerűbb feltevésekkel éltünk, azt feltételeztük, hogy a vállalatok között zajló tranzakciók iránya jórészt véletlenszerű. A hálózat *perifériáján* lévő vállalatok azonban feltételezhetően inkább szállítók. Egy vállalatot akkor tekintünk a hálózat peremén lévőnek, ha jóval kevesebb kapcsolattal rendelkezik, mint partnerei.

Egy adott él irányítását leíró függvény tehát az él által összekötött vállalatok nagyságától (fokszámától) függ. Az i -edik és j -edik csúcsot összekötő él irányát a (3) egyenlet határozza meg. Az egyenletben megadott p_{ij} valószínűséggel az él iránya $j \rightarrow i$ lesz, $(1 - p_{ij})$ valószínűséggel pedig $i \rightarrow j$. A p_{ij} valószínűséget így írhatjuk tehát:

$$p_{ij} = 0,5[f(d_i, d_j) + 1 - f(d_j, d_i)], \quad (3)$$

4. ábra

Az élek irányítását meghatározó függvény alakja



ahol d_i és d_j az i -edik és a j -edik csúcs fokszáma. Az $f(\cdot, \cdot): N^+ \times N^+ \rightarrow]0, 1]$ monoton csökkenő függvény, melyre teljesül, hogy

1. $f(1, \cdot) = 1$ konstans függvény és

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x, y) = 0, \forall y \in N^+$.

Az $f(\cdot, y)$ függvényben a csökkenés gyorsaságát az y argumentum szabályozza. Modellünkben a (4) egyenlettel meghatározott függvényt választottuk:

$$f(x, y) = \frac{0,1}{\frac{(x-1)^2}{y} + 0,1}. \quad (4)$$

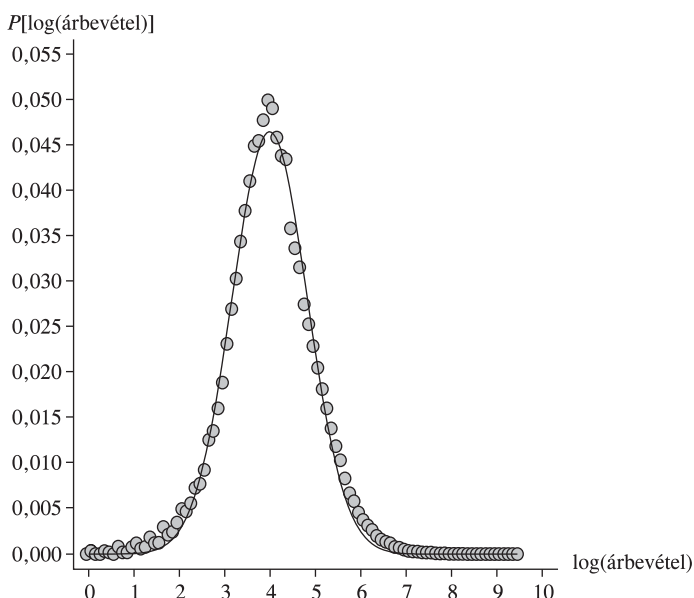
Az $f(\cdot, y)$ függvény Lorentz-szerű, de konkrét alakja nem befolyásolja az eredményeket. A p_{ij} függvényt a 4. ábrán szemléltetjük. A függvény (3) egyenletben meghatározott alakja biztosítja, hogy a periférián lévő vállalatok inkább szállítók. Az az él ugyanis, amely kis (1-2) fokszámú (i) csúcst köt össze egy nála jóval több szomszéddal rendelkező (j) csúccsal, szinte biztos, hogy szállító lesz ($p_{ij} \approx 1$). Azon élek esetében, amelyek nagyszámú partnerrel rendelkező vállalatokat kötnek össze, vagy két kicsi, de azonos nagyságú vállalatot, a $p_{ij} \approx 0,5$, azaz itt a véletlenszerű irányítás elve érvényesül.

Az élek súlyozása

A vállalati ügyfelek hálózatának létrehozásakor figyelembe vesszük a kapcsolat erősségét. Modellünkben a csúcsokat összekötő élek súlya a vállalatok között zajló tranzakciók nagyságával lesz arányos. A súlyok kiosztásakor részben valós adatokra támaszkodtunk. Számos korábbi kutatás igazolta, hogy a vállalatok árbevételeiből származtatott mérete lognormális eloszlást követ (például *Hart-Prais* [1956], *Stanley és szerzőtársai* [1995],

5. ábra

A magyar vállalatok árbevétel-eloszlása



Cabral-Mata [2003] és *Kaizoji és szerzőtársai* [2005]). Egyes országokban, például az Egyesült Államok gazdaságában azonban az eloszlás széle eltér ettől. A vállalatok méretének lognormális eloszlását a magyarországi adatok is alátámasztják. Az eloszlást 287 821 Magyarországon működő vállalat árbevételeadatai alapján vettük fel, ezt és az adatsorra illesztett Gauss-görbét figyelhetjük meg az 5. ábrán. Az élek súlyainak kiosztásakor egyrészt azt feltételeztük, hogy a vállalatok közötti tranzakciók is lognormális eloszlást követnek, másrészt azt, hogy a tranzakciók nagysága erősen korrelál azzal, hogy milyen nagy (fokszámú) vállalatok között zajlik.

Ennek megfelelően az élek súlyozása a következő lépések szerint történik:

1. Rangsoroljuk a lognormális eloszlásból vett súlyokat! (Az eloszlás paraméterei $\mu = 0$ és $\sigma = 1$.)

2. Rangsoroljuk az éleket aszerint, hogy mennyi az él által összekötött csúcsok fokszámának összege!

3. A rangsorolt éleket és súlyokat állítsuk párba!

4. Véletlen párcserékkel állítsuk be a korrelációt (Spearman-féle rangkorrelációt) egy magas (0,75) értékre!

A későbbiek során bemutatjuk, hogy milyen hatással van a súlyok eloszlása és a korreláció nagysága az ügyfélevándorlás jelenségére.

Bankválasztási modell

Számos tényező befolyásolja, hogy egy vállalat mely bankot, illetve bankokat választja. Egy vállalatnak akár több számlavezető bankja is lehet, és a valóságban van is (*Kenesei* [2005], *Ongena-Smith* [2000]). Modellünkben az egyszerűség kedvéért azt tételeztük fel, hogy egy vállalatnak egy fő számlavezető bankja van. A vállalatok bankválasztási döntését befolyásoló tényezőket az emocionális és a racionális tényezők csoportjára bontja ketté *Kovács* [2007]. Az emocionális tényezők között az adott bank, illetve banki termékek imázsát kell megemlítenünk, ami a hírnevére, megbízhatóságára utal. A racionális tényezők között a vállalatok bankválasztási döntését többek között befolyásolhatja földrajzi tényező, azaz az adott bankfiókok közelsége, elérhetősége, a bank fiókhálózatának nagysága. Emellett nagyon fontos szerepet játszik a bank által nyújtott szolgáltatások ára és minősége, illetve az esetlegesen felkínált vállalati szolgáltatáscsomagok ár-érték aránya, sokszínűsége és komplexitása. A racionális tényezők között érdemes még megemlíteni a szolgáltatások kezelésének a gyorsaságát is. A racionális tényezők között kulcsszerepe van annak is, hogy a szóban forgó vállalat legfőbb kereskedelmi partnerei, azon belül is a beszállítói melyik bank ügyfelei, hiszen a bankon belüli utalásoknak jóval alacsonyabb a tranzakciós költsége és időigénye.

Modellünkben az egyszerűség kedvéért csak ez utóbbi szempontot vesszük figyelembe, azaz feltételezzük, hogy a vállalatok a bankjuk kiválasztása során racionálisan döntenek, minimalizálni akarják a tranzakciós költségeiket. Ennek megfelelően a vállalatok előnyben részesítik azt a bankot, amelyhez beszállítóik többsége tartozik, azaz amelyhez utalásaik döntő hányada fut. A többi tényező, így a bankfiókok földrajzi közelsége, a fiókhálózat nagysága, illetve az igénybe vett szolgáltatás minősége, a modellbe egy fitness paraméter segítségével lenne beépíthető.

A fentieket figyelembe véve írjuk le a vállalatok bankválasztási mechanizmusát! Ehhez legyen a vállalatok pénzügyi átutalásain alapuló hálójának modellje egy irányított és súlyozott hálózat $[G(V, \varepsilon)]$, melyben jelöljük $w_{i,j}$ -vel az i -edik csúcsból j -edik csúcsba mutató él súlyát. Adjuk hozzá a modellhez a bankokat is! A bankokat görög betűkkel indexeljük, a bankok halmaza pedig legyen B ! Ekkor azt, hogy egy vállalat például az α

bank ügyfele, úgy írjuk le, hogy a csúcshoz rendelünk egy tulajdonságot [$\sigma(\cdot): V \rightarrow B$, $i \rightarrow \sigma_i$], vagyis az i -edik csúcs $\sigma_i = \alpha$ állapotban van. A következő lépésekben definiáljuk a bankválasztás dinamikáját.

1. Vegyük a következő $I_{i,\alpha}$ indexhalmazt, mely az i -edik csúcsból az α bankkal rendelkező vállalatokba futó éleket indexeli:

$$I_{i,\alpha} = \{(i, j) \in E \mid b_j = \alpha \text{ (} j \text{-edik csúcs az } \alpha \text{ bank ügyfele)}\}. \quad (5)$$

2. Ekkor az i -edik vállalat α bankkal rendelkező vállalatokhoz történő utalásainak hányada:

$$w_{i,\alpha} = \frac{\sum_{(i,j) \in I_{i,\alpha}} w_{i,j}}{\sum_{\beta \in B} \sum_{(i,j) \in I_{i,\beta}} w_{i,j}}. \quad (6)$$

3. Jelöljük $\alpha_{\max}$ -szal azt a bankot, amely bankkal rendelkező ügyfelekhez fut i -edik csúcs utalásainak döntő hányada, azaz $\alpha_{\max}$ a *maximális súlyú bank*:

$$w_{i,\alpha_{\max}} = \max_{\alpha \in B} \{w_{i,\alpha}\}. \quad (7)$$

Az i -edik vállalat az $\alpha_{\max}$ bankot $w_{i,\alpha_{\max}}$ valószínűséggel választja, $1 - w_{i,\alpha_{\max}}$ valószínűséggel pedig marad eredeti bankjánál.

A döntési folyamatot egy egyszerű példán keresztül jobban megérthetjük. Legyen a modellünkben három bank: α , β és γ . Tegyük fel, hogy az i -edik csúcs utalásainak 55 százaléka az α bank ügyfeleinek megy ($w_{i,\alpha} = 0,55$). A további utalásainak hányada a másik két bank ügyfeleihez: $w_{i,\beta} = 0,30$ és $w_{i,\gamma} = 0,15$. Ekkor α lesz a maximális súlyú bank. Ha az i -edik vállalat eredeti bankja például β , akkor a vállalat 0,55 valószínűséggel átmegy α bankhoz, 0,45 valószínűséggel pedig marad β bankjánál. A vállalatok bankválasztása tükrözi azt a tényt, hogy a bankváltásnak költsége van, azaz minél kisebb előnnyel jár, annál kisebb valószínűséggel jön létre a bankváltás.

Szimulációs eredmények

A bankválasztási stratégia egyensúlyi tulajdonságai

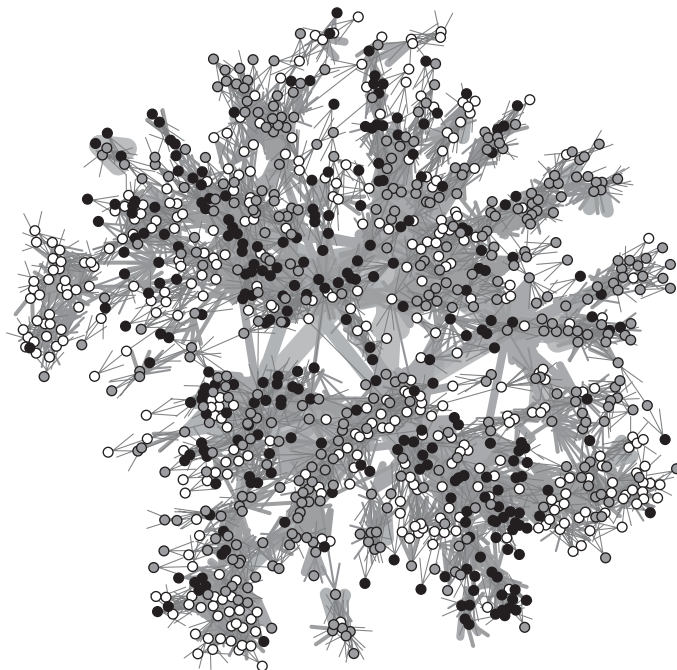
Elsőként azt vizsgáltuk, hogy milyenek lesznek a vállalatok korábbi alfejezetben leírt bankválasztási stratégiájának egyensúlyi tulajdonságai. Lesz-e olyan bank, amely idővel kiszorítva a többi, „mindent visz”? Vagy a bankok stabil ügyfélbázist kialakítva megakadályozzák ezt? Hogyan függ a piaci egyensúly a bankok kezdeti kiosztásától, a mögöttes hálózat topológiájától? A bankválasztási stratégia egyensúlyi tulajdonságait a saját hálózatmodellünk mellett a két klasszikus hálózaton, az Erdős–Rényi- és a Barabási-félen is megvizsgáljuk. Az egyensúly az az állapot, amelyben minden ügyfél elégedett, azaz egyetlen vállalat sem szeretne bankot váltani a korábban vázolt bankválasztási modell mellett. Az egyensúlyt a következő „mohó” (*greedy*) algoritmussal érjük el.

1. Osszuk ki a bankokat a vállalatok között egyenlő valószínűséggel!
2. Válasszunk ki véletlenszerűen egy vállalatot, amelyre alkalmazzuk a vállalatok bankválasztási stratégiáját!
3. Ismétljük a 2. lépést egészen addig, amíg az egyensúly be nem áll, azaz amíg nem lesz több, bankot váltani szándékozó vállalat!

A piaci egyensúly egy lehetséges megvalósulását a 6. ábrán figyelhetjük meg. A hálózat mérete $N = 1000$, a nyilak jelölik az élek irányát, a különböző vastagságok pedig a súlyát. A gráf csúcsainak különböző színei (fekete, fehér és szürke) a vállalatok banki hovatartozását jelzik. A modellben három bank szerepelt. Az ábrán az is megfigyelhető,

6. ábra

A piaci egyensúly a vállalati ügyfelek hálózatában



hogy egy-egy területen domináns egy szín, azaz egy közösségi struktúrán belül egy bank válik meghatározóvá.

A továbbiakban a bankok *piaci részesedésének* egyensúlyi értékeit vizsgáljuk. Egy bank piaci részesedése az adott bank ügyfelei által véghezvitt utalások (a kiadás és bevétel) összegének aránya az összes vállalat kiadásának és bevételének összegéhez képest. Formalizálva az α bank piaci részesedése (r_α):

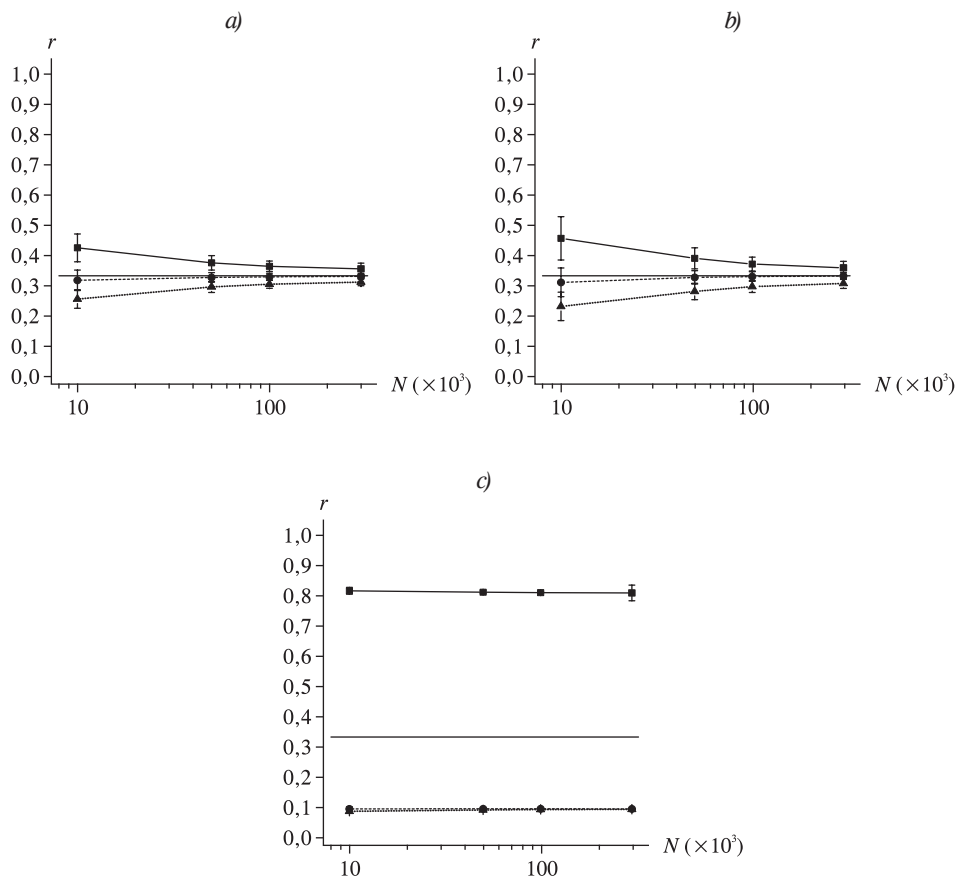
$$r_\alpha = \frac{\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} a_{i=\alpha} (w_{i,j} + w_{j,i})}{\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} (w_{i,j} + w_{j,i})}.$$

Hangsúlyozzuk, hogy amennyiben i -edik és j -edik vállalat egymásnak nem partnerei $(i, j) \notin \varepsilon$ és $(j, i) \notin \varepsilon$, akkor $w_{i,j} = 0$ és $w_{j,i} = 0$, tehát a nevezőben a j -re való összegzés tulajdonképpen csak i szomszédaira történik.

A 7. ábrán mutatjuk be a fenti algoritmussal létrehozott egyensúly esetén a bankok piaci részesedésének átlagát és szórását. A pontokat három különböző hálózatmodellre és növekvő hálózatméretnél vettük fel. Mindhárom hálózattípust azonos, $E = 3$ paraméterrel generáltuk. Azt láthatjuk, hogy míg az általunk használt modellben és az Erdős–Rényi-féle hálózatban a növekvő mérettel a piaci részesedések kiegyenlítődnek, addig a Barabási-féle hálózatban egy bank lesz az, amely a piac döntő hányadát megszerzi, leszámítva a néhány, jórészt (nem befolyásolható) peremen lévő vállalatot. A Barabási-modellben tehát egy bank monopolpozícióba kerül, és a nagy fokszerű szereplőkön keresztül befolyása alá vonja gyakorlatilag az egész hálózatot. Ezzel szemben a szintén

7. ábra

Az egyensúlyi piaci részesedés három bank esetén különböző hálózatmodellekre: a) a vállalati ügyfelek hálózatára, b) az Erdős–Rényi-hálózatra és a c) Barabási-féle hálózatmodellre*



* Az átlagokat és a szórásokat a hálózatok 10 realizációjára és minden realizáción belül 100 kezdeti véletlen bankkiosztásra határoztuk meg. A futtatásokat egyre növekvő hálózatméretre végeztük ($N = 10\,000$, $N = 50\,000$, $N = 200\,000$ és $N = 300\,000$).

skálafüggetlen modellünkben a bankok mindegyike képes az egymás között sok kapcsolatot megosztó csoportosulások révén stabil ügyfélbázist kiépíteni. A magas klaszterezettség és az erős csoportstruktúrák jelenlétével már nem magyarázhatjuk az egyenlő piaci részesedéseket a véletlen hálózat esetében. Az Erdős–Rényi-hálózatban a nagyszámú kapcsolattal nem rendelkező, egyenrangú csúcsok következtében egyik bank sem fog a másiktól döntően nagyobb piaci részesedésre szert tenni. Ez lesz az oka annak, hogy egyensúlyban az erőviszonyok kiegyenlítődnek.

Ügyfélevándorlás

A bankok jövedelmezősége szempontjából kiemelkedő szerepe van az ügyfélevándorlásnak. Tapasztalatok szerint a bankjukat megváltoztató legjelentősebb ügyfelek képesek akár néhány száz vállalati ügyfelüket is magukkal rántani.

Az ügyfélevándorlás modellezése során arra vagyunk kíváncsiak, hogy mi történik, ha egy vállalat otthagyja bankját. Lesznek-e további vállalatok, amelyek a bankot váltó beszállítójuk hatására szintén bankot váltanak? Milyen lesz a bankot váltó vállalatok számának eloszlása? Milyen hosszú elvándorlási láncok alakulnak ki? Az elvándorlás szempontjából kulcsfontosságú vállalatokat milyen topológiai tulajdonságok jellemzik? Hogyan befolyásolja a hálózat topológiája a fenti kérdésekre adott válaszokat? Játsszik-e (és milyen) szerepet a tranzakciók (élek súlyainak) eloszlása?

Az ügyfélevándorlást leíró algoritmust a következő lépésekben foglalhatjuk össze:

1. Induljunk ki egy piaci egyensúlyban lévő hálózattól!
2. Válasszunk ki egy (i -edik) csúcst, ami véletlenszerűen megváltoztatja bankját (σ_i állapotát)!
3. Vegyük sorra a bankot váltó vállalat(ok) azon szomszédait, amely(ek)ből él mutat a bankot váltó vállalat(ok) felé (a továbbiakban e szomszédokat *be-szomszédoknak* hívjuk), és nézzük meg, hogy a korábban már ismertetett bankválasztási modell alapján nem kényszerülnek-e a bankjuk elhagyására!
4. Ismételjük a 3. lépést addig, míg nem lesz újabb elvándorló vállalat!

Egy elvándorló által magával rántott ügyfelek száma

Az ügyfélevándorlási modell keretében először azt vizsgáltuk meg, hogy miként alakul az *egy elvándorló által magával rántott ügyfelek száma*. Vajon milyen mértékű dominóhatást vált ki az, ha a piaci egyensúlyt felborítja egy vállalat? Milyen eloszlással jellemezhető azon vállalatok száma, amelyek bankot váltó beszállítójuk hatására bankjuk megváltoztatására kényszerülnek? Az egy kezdeti elvándorló ügyfél által magával rántott vállalatok számát N_a -val jelöljük. Az N_a valószínűségeloszlását a következőképpen vettük fel.

1. Tíz hálózatot generáltunk.
2. Minden egyes hálózaton száz véletlen bankkiosztásból értük el a piaci egyensúlyt.
3. Minden egyes piaci egyensúlyban sorra vettük az összes csúcst, amelyre egyenként lefuttattuk az ügyfélevándorlási modellt. A modell lefutása után visszaállítottuk a piaci egyensúlyt, azaz minden vállalatnak visszaállítottuk az eredeti bankját.

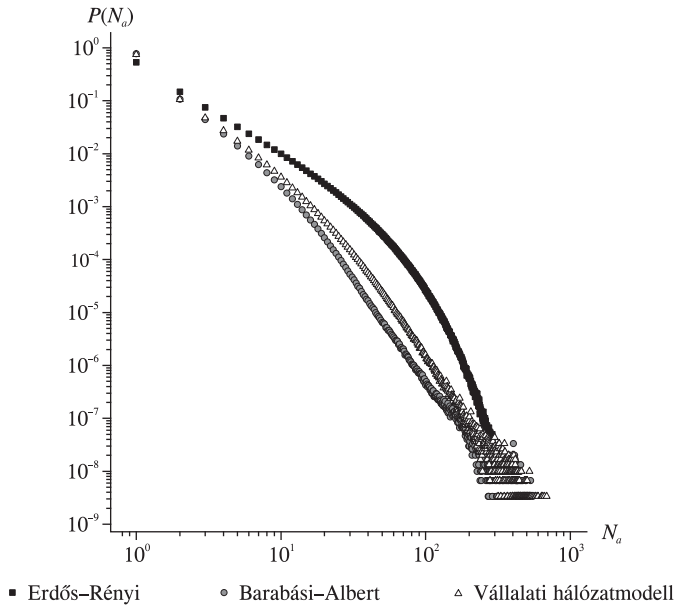
A futtatások során használt hálózatok mérete $N = 3 \times 10^5$ volt, azaz összesen 3×10^8 esetben néztük meg, hogyan alakult a magával rántott ügyfelek száma, melynek eloszlása a 8. ábrán látható. Annak érdekében, hogy megfigyelhessük a hálózati topológia szerepét az ügyfélevándorlásra, az eloszlást a vállalati ügyfelek hálózata mellett a két klasszikus modellre is, az Erdős–Rényi- és Barabási-félére is felvettük.

A vállalati ügyfelek hálózatában az esetek háromnegyed részében nem volt magával rántott ügyfél ($N_a = 1$). A Barabási-féle hálózatban az esetek 78 százalékában, míg az Erdős–Rényi-hálózatban az esetek 54 százalékában nem volt újabb elvándorló ügyfél. A Barabási-modellben a bankot váltó ügyfelek száma az esetek 1 százalékában haladta meg a 10-et. Ez a szám a vállalati ügyfelek hálózatában 14-re, a véletlen hálózatban pedig 40-re nőtt.

Az eloszlások alakja is jelentősen különbözik a három hálózat esetében. Míg a több mint két nagyságrendet átfogó tartományon az Erdős–Rényi-hálózatban a legerősebb az elvándorlási hatása, addig az eloszlás farok részében az elvándorolt ügyfelek eloszlása

8. ábra

Egy bankot váltó vállalat hatására elvándorolt ügyfelek számának eloszlása



éles levágást mutat, ellentétben a skálafüggetlen fokszámú vállalati hálózatunkkal és a Barabási-féle hálózattal. Az utóbbi két esetben inkább hatványfüggvényszerű lecsengést láthatunk az eloszlásánál. A legnagyobb mértékű elvándorlásoknál a bankot váltó ügyfelek száma az exponenciális hálózatban ($N_a = 495$), a Barabásiéban ($N_a = 547$), a vállalati ügyfelek hálózatában pedig ($N_a = 688$) volt. A kapott eredményeket az 1. táblázatban foglaltuk össze.

1. táblázat

Az eloszlásokat jellemző néhány mérőszám

A hálózat típusa	$P(N_a = 1)$ (százalék)	0,99-es kvantilis*	$N_{a \max.}$
Erdős-Rényi	54	40	495
Barabási	78	10	547
Vállalati hálózat	75	14	688

* 0,99-es kvantilis az az x érték, amely alatt található az eloszlás 99 százaléka.

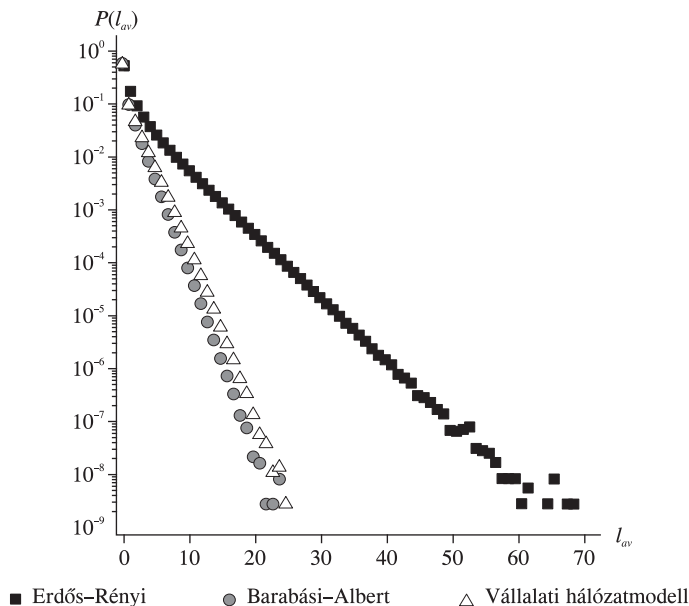
Az elvándorlási lánc hossza

Az elvándorlási lánc hossza a dominóhatás súlyosságának egy szintén fontos mértéke. A következőkben a szimulációk során azt néztük meg, hogy mennyire terjed ki a kezdetben bankot váltó, ezáltal a piaci egyensúlyt megbontó vállalat hatása, azaz milyen hosszú elvándorlási láncok (l_{av}) alakulnak ki.³ Az elvándorlási lánc definiálásához először a következő rekurzív algoritmussal meghatároztuk, mit jelent az *elvándorlás n -edik köre*:

³ Az l_{av} kifejezés alsó indexében *avalanche length* (a lavina hossza) kezdőbetűi.

9. ábra

Az egy bankot váltó vállalat hatására kialakult elvándorlási lánc hosszának eloszlása



– a 0. kör: a kezdetben bankot váltó vállalat be-szomszédaira alkalmazzuk a bankválasztási stratégiát,

– az n -edik kör: az $(n - 1)$ -edik körben bankot váltó vállalatok be-szomszédaira alkalmazzuk a bankválasztási stratégiát.

Ennek alapján azt mondjuk, hogy az elvándorlási lánc hossza n ($l_{av} = n$) akkor, ha az elvándorlás n -edik körében nem volt bankot váltó vállalat. Hangsúlyozzuk, hogy l_{av} azt a távolságot adja meg, amely távolságra a kezdeti sokkhatás maximálisan kiterjedhet a hálózatban. Ha például az elvándorlási lánc hossza három, akkor a kezdetben elvándorolt vállalat legfeljebb harmadik szomszédja váltott bankot.

A három hálózattípusra az elvándorlási láncok hosszának eloszlását a 9. ábrán figyelhetjük meg. Az eloszlás minden esetben $\sim e^{-\alpha x}$ alakú exponenciális lecsengést mutat. Az exponens értékére a véletlen hálózatban $\alpha_{E.R.} = 0,1175 \pm 0,0005$, a vállalati ügyfelek hálózata esetén $\alpha_{V.H.} = 0,311 \pm 0,003$, és $\alpha_{B-A.} = 0,346 \pm 0,003$ adódott a Barabási-féle hálózatra. A leghosszabb elvándorlási lánc a véletlen hálózatban 69, a vállalati ügyfelek hálózatában 25, míg a Barabási-féle hálózatban 24 volt.

A súlyok szerepe

Ebben az alfejezetben azt vizsgáljuk meg, hogy milyen szerepe van a súlykiosztásnak. A súlyozás paramétereinek *ceteris paribus* változtatása mellett az ügyfélevándorlás alakulását (N_a eloszlást) követjük nyomon. A súlyok kiosztását kétféleképpen változtattuk meg.

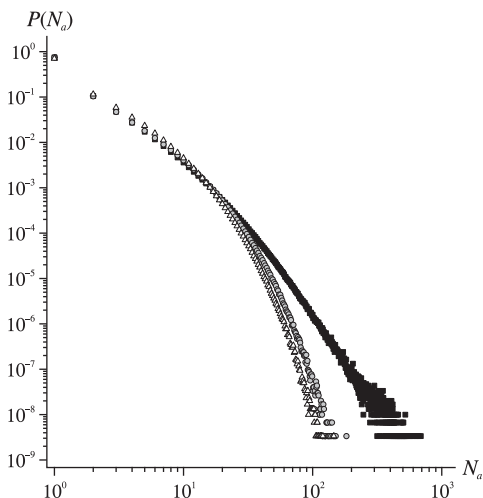
1. A súlyokat $U[0, 1]$ egyenletes eloszlásból vettük, az éleken futó súly és az él által összekötött csúcsok nagysága (fokszámának összege) közötti korrelációt (ρ -t) meghagytuk 0,75-nek.

2. A súlyokat továbbra is lognormális eloszlásból vettük, de a korrelációt megszüntettük ($\rho = 0$).

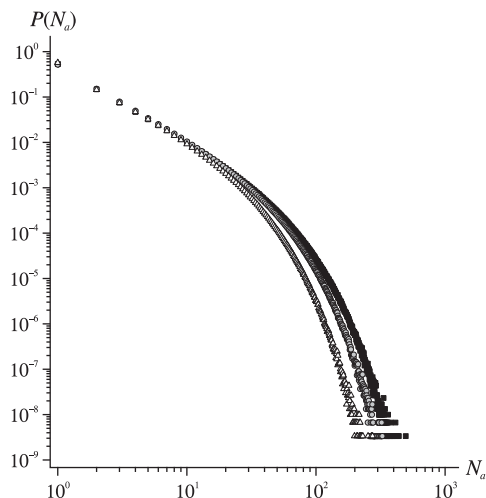
10. ábra

A $P(N_a)$ alakulása, ha az éleken futó súly egyenletes eloszlást követ, illetve ha az él súlya és az általa összekötött vállalatok nagysága közötti korreláció (ρ) nulla

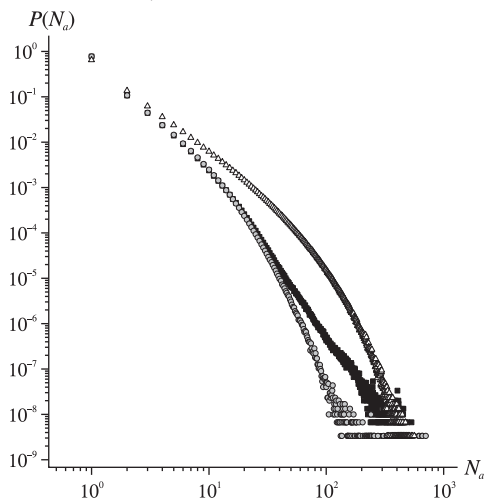
a) vállalati ügyfelek hálózata



b) Erdős-Rényi-hálózat



c) Barabási-féle hálózat



▪ Lognormális, $\rho = 0,75$ ◦ Uniform, $\rho = 0,75$ ◡ Lognormális, $\rho = 0$

Ahogy a 10. ábrán látható, mindhárom súlyozási eljárás különböző eredményre vezetett mindhárom hálózati topológia esetében. A Barabási-hálózatban és a vállalati ügyfelek hálózatában a kezdeti súlykiosztás határozottan skálafüggetlen eloszláshoz vezetett. E modellekben a másik két súlykiosztás esetén élesebb levágást tapasztalhatunk, míg az Er-

dős–Rényi-féle hálózatban mindhárom súlyozási módszer exponenciális $P(N_a)$ lecsengéshez vezet.

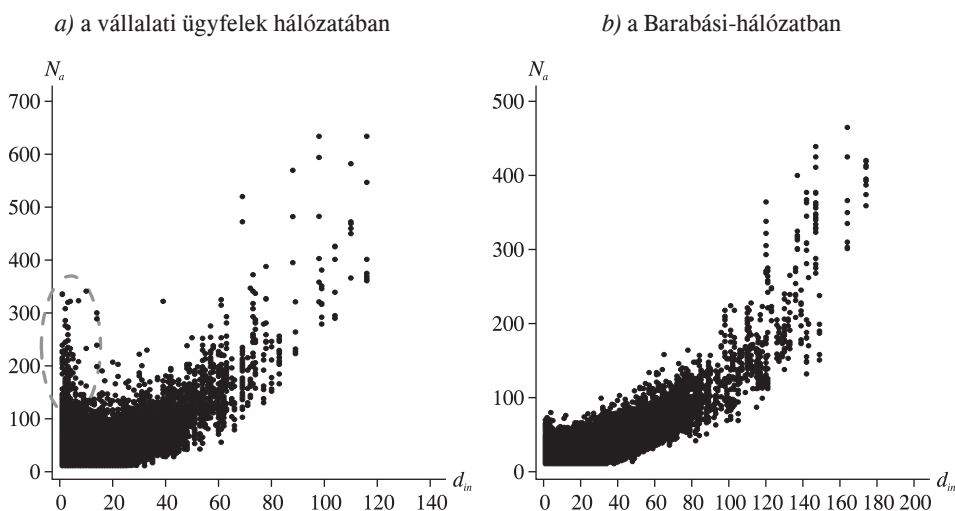
A lognormális eloszlású súlyozás tehát az egyenletes eloszlásúhoz képest nagyobb elvándorlási effektust okozott mindhárom hálózati topológiánál. Ezzel szemben a ρ korrelációt változtatva, eltérő tendenciát tapasztaltunk. A Barabási-modellben az alacsony korreláció esetén magasabb valószínűséggel fordultak elő jelentős ügyfélevándorlások, mint $\rho = 0$ -nál.

A veszélyeztetett ügyfelek jellemzői

Végül azt vizsgáltuk meg, hogy milyen topológiai tulajdonságokkal jellemezhetők azok a csúcsok, amelyek jelentős ügyfélevándorlási hullámot idézhetnek elő. Mivel az Erdős–Rényi-hálózatban minden csúcs közel egyenértékű, így nem lesznek karakterizálhatók az ügyfélevándorlás szempontjából meghatározó csúcsok. Így csak a két skálafüggetlen hálózatban, a vállalat ügyfelek hálózatában és a Barabási-modellben néztük meg, melyek azok a topológiai tulajdonságok, amelyek erősen korrelálnak N_a -val. A Barabási-hálózatban a *befokszám*, azaz az adott csúcsba mutató élek száma tökéletesen jellemzi az ügyfélevándorlás szempontjából a csúcsokat [lásd a 11. ábra b) részét]. A vállalati ügyfelek hálózata esetében is statisztikailag szignifikáns a korreláció értéke (a Spearman-féle rangkorreláció értéke 0,19). Érdekes viszont, hogy a *kis befokú csúcsok is képesek nagy dominóeffektust kiváltani* [lásd a 11. ábra a) bekarikázott részét]. Sem a klaszterezettséggel, sem a közöttséggel, sem ezek súlyozott változataival nem tudtuk magyarázni a fenti jelenséget. Ezen topológiai ismérvek és a magával rántott ügyfelek száma (N_a) között nem volt korreláció a vállalati ügyfelek hálózatában.

11. ábra

A kezdetben elvándorolt vállalat ügyfeleinek száma és a magával rántott vállalatok száma közötti korreláció



Összefoglalás

A cikk a hálózatelmélet banki alkalmazási lehetőségét szemlélte a vállalati ügyfélportfólió esetében. Valós adatok hiányában, stilizált tények alapján megalkottuk a vállalatok hálózatmodelljét, amelynek legfontosabb topológiai jellemzői 1. a skálafüggetlen foksámeloszlás, 2. a magas klaszterezettség, 3. a közösségi struktúrák, 4. a kisvilág-tulajdonság és 5. az asszortatív foksám-korreláció.

A vállalati ügyfelek hálózatában – mint irányított és súlyozott hálózaton – definiáltunk egy döntési folyamatot, a vállalatok bankválasztási stratégiáját. Mivel a saját bankon, illetve más bankon keresztüli átutalások tranzakciós költsége jelentősen különbözik, a vállalatoknak érdekében áll azt a bankot választaniuk, amely minél több olyan partnerüket kiszolgálja, amelyek számára rendszeresen nagy összegű átutalásokat kell teljesíteniük. Megállapítottuk, hogy a dinamikai folyamat egyensúlya, a piaci egyensúly függött a mögöttes hálózat struktúrájától, illetve a kezdeti konfigurációtól. A nem egyértelmű egyensúly léte olyan megfigyelés, amely szöges ellentétben áll a mai napig közgazdaságtani főáramlatnak tekinthető neoklasszikus közgazdaságtan fő állításaival.

A bankválasztással kapcsolatosan érdemes megjegyezni, hogy eleve egy optimális állapotból indultunk ki. Ebből adódóan a kezdetben átállított ügyfelek számára nem volt optimális az elvándorlás. A valóságban nem tudjuk, hogy létre jön-e egyensúlyi állapot, illetve ha nem, akkor a piacon megfigyelhető elvándorlási ráta milyen mértékű piaci egyensúlytalanságra utal. Mindezek vizsgálatára akkor lenne lehetőségünk, ha a jelenlegi komparatív statikai modellezés helyett dinamikus modellt építenénk.

A piaci egyensúly vizsgálatát követően az ügyfélevándorlás jelenségét modelleztük. Az ügyfélevándorlást az egyensúlyban lévő rendszer kis sokkhatásra adott válaszaként fogtuk fel. Az ügyfélevándorlás esetében is a mögöttes hálózat topológiájától függő eredményeket kaptunk az egy elvándorló ügyfél által magával rántott vállalatok számának, illetve az elvándorlási lánc hosszának mérésekor. A vállalati ügyfelek hálózatában az esetek háromnegyed részében nem volt újabb elvándorló ügyfél, és a bankot váltó ügyfelek száma az esetek 1 százalékában haladta meg a 14-et. A legrosszabb esetben a bankot váltó ügyfelek száma 688 volt, és 24 körön át tartott, azaz jelentős elvándorlási hullámok is kialakultak.

Végezetül arra kerestünk választ, hogy milyen a hálózatban elfoglalt helyzetük, milyen topológiai tulajdonsággal jellemezhetők az ügyfélevándorlás szempontjából kulcsfontosságú vállalatok. Az adott csúcsba mutató élek száma, azaz a befoksám szoros korrelációt mutat a jelentős elvándorlási hullámot kiváltó csúcsokkal. Érdekes viszont, hogy a kis befokú csúcsok is képesek voltak jelentős dominóhatást kiváltani.

Az eredmények – így a piaci egyensúly esetében kaptak is – közvetlen rokonságban állnak a legkülönbözőbb komplex rendszerekre vonatkozó megfigyelésekkel. Az, hogy az egyensúly nem egyértelmű, vagy hogy komplex mintázatok alakulnak ki, olyan jelenségek, amelyek sok tekintetben idegenek a klasszikus közgazdaságtan szemléletmódjától. Meggyőződésünk, hogy a tanulmányban vázolt úttörő jellegű irányvonalat és az alkalmazott hálózatelméleti eszköztárat hatékonyan lehet beépíteni a gazdasági és banki gyakorlatba.

Hivatkozások

- ALBERT, R. [2005]: Scale-free networks in cell biology. *Journal of Cell Science*, Vol. 118. No. 4947.
- ALBERT, R.–BARABÁSI, A.-L. [2002]: Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, Vol. 74. No. 1. 47–97. o.
- ALBERT, R.–BARABÁSI, A.-L.–JEONG, H. [1999]: Mean-field theory for scale-free random networks. *Physica A*, Vol. 272. No. 1. 173–187. o.
- ALBERT, R.–BARABÁSI, A.-L.–JEONG, H. [2000]: Error and attack tolerance of complex networks. *Nature*, 406. 378–382. o.
- BARABÁSI, A.-L.–JEONG, H.–NEDA, H.–RAVASZ, E.–SCHUBERT, A.–VICSEK T. [2002]: Evolution of the social network of scientific collaborations. *Physica A*, Vol. 311. No. 3–4. 590–614. o.
- BASKARAN, T.–BRÜCK, T. [2005]: Scale-free networks international trade. *Discussion Papers of DIW Berlin*, 493.
- BATTISTON, S.–BONABEAU, E.–WEISBUCH, G. [2003] Decision making dynamics in corporate boards. *Physica A*, 332. 567–582. o.
- BENEDEK GÁBOR–LUBLÓY ÁGNES–SZENES MÁRK [2007]: Hálózatemélet banki alkalmazása. *Közgazdasági Szemle*, 7–8. sz. 682–702. o.
- BONANNO, G.–CALDARELLI, G.–LILLO, F.–MANTENGA, R. N. [2003]: Topology of correlation-based minimal spanning trees in real and model markets. *Physical Review E*, Vol. 68. No. 4 046130.
- BOSS, M.–ELSINGER, H.–SUMMER, M.–THURNER, S. [2004]: The network topology of the interbank market. *Quantitative Finance*, Vol. 4. No. 6. 667–684. o.
- CABRAL, L. M. B.–MATA, J. [2003]: On the evolution of the firm size distribution. *Facts and theory. American Economic Review*, 93. 1075–1090. o.
- CONYON, M.–MULDOON, M. [2006]: Ownership and control: A small-world analysis. MIMS working paper, University of Manchester.
- DAVIS, G. F.–YOO, M.–BAKER, W. E. 2003. The small world of the American corporate elite 1982-2001. *Strategic Organization*, Vol. 1. No. 3. 301–326. o. <http://www.gsb.stanford.edu/facseminars/events/ob/pdfs/Jerry.pdf>. 24.
- GRÖNLUND, A.–HOLME, P. [2004]: The networked seceder model: Group formation in social and economic systems. *Physical Review E*, 70. 036108.
- GUIMERA, R.–MOSSA, S.–TURTSCHI, A.–AMARAL, L. A. N. [2005]: The world wide air transportation network: Anomalous centrality, community structure, and cities's global roles. *PROC. NAT. ACAD. SCI. USA*, 102:7794.
- GULYÁS LÁSZLÓ [2004]: Generation of robust networks with optimization under budget constraints. *Proceedings of the 5th International Workshop on Emergent Synthesis (IWES'04)*, Budapest, <http://hps.elte.hu/~gulya/Publications/IWESpaper17.pdf>.
- HART, P. E.–PRAIS, S. J. [1956]: The analysis of business concentration: A statistical approach. *Journal of the Royal Statistical Society*, 119. 150–118. o.
- INAOKA, H.–NINOMIYA, T.–TANIGUCHI, K.–SHIMZU, T.–TAKAYASU, H. [2004]: Fractal network derived from banking transaction – an analysis of network structures formed by financial institutions. *Working Paper 04-E-04*. Bank of Japan.
- IORI, G.–MASI, G.–PRECUP, O. V.–GABBI, G.–CALDARELLI, G. [2005]: A network analysis of the Italian overnight money market. *City University London, Department of Economics, Discussion Paper Series 05/05*.
- KAIZOJI, T.–IYETOMI, H.–IKEDA, Y. [2005]: Re-examination of the size distribution of firms. *Evolutionary and Institutional Economics Review*, Vol. 2. No. 2. 183–198. o.
- KENESEI ZSÓFIA [2005]: Banki kapcsolatok elemzése. Megjelent: *Agárdi Irma–Kolosi Krisztina (szerk): Vállalatközi kapcsolatok és a versenyképesség összefüggései*, 20. Budapesti Corvinus Egyetem, Vállalatgazdaságtan Intézet, Versenyképesség Kutatóközpont.
- KINNEY, R.–CRUCITI, P.–ALBERT, R.–LATORA, V. [2005]: Modelling cascading failures in the North-American power grid. *The European Physical Journal B*, Vol. 46. No. 1. 101–107. o.
- KOVÁCS JÁNOS [2007]: Bankmarketing, II. Budapesti gazdasági Főiskola, Budapest, www.bgf.hu/egysegek/tartalom/?org_Id=9&c_Id=17.

- NAKANO, T.–WHITE, D. R. [2006]: The large-scale strategic network of a Tokyo industrial district: Small-world, scale-free, or depth hierarchy? http://www.coi.columbia.edu/pdf/nakno_white_lsn.pdf.
- NEWMAN, M. E. J. [2003]. The structure and function of complex networks. *SIAM Review*, 45. 167–256. o.
- ONGENA, S.–SMITH, D. C. [2000]: What determines the number of bank relationships? Cross-country evidence. *Journal of Financial Intermediation*, 9. 26–56. o.
- ONNELA, J. P.–CHAKRABORTI, A.–KASKI, K.–KERTÉSZ, J.–KANTO, A. [2003]: Asset trees and asset graphs in financial markets. *Physica Scripta T*, 106. 48–54. o.
- PARHI, M. [2005]: Dynamics of inter-firm linkages in Indian auto component industry. A social network analysis. DRUID Winter Conference, január.
- SAS [2007]: Customer analytics with SAS banking intelligence solutions. SAS White Paper, Letölthető: <http://www.sas.com/ctx/whitepapers/whitepapers.jsp?type=al#C>.
- SORAMÄKI, K.–BECH, M. L.–ARNOLD, J.–GLASS, R. J.–BEYELER, W. E. [2006]: The topology of interbank payment flows. Staff Report 243. Federal Reserve Bank, New York.
- STANLEY, M. H. R.–BULDYREV, S. V.–HAVHN, S.–MANTENGA, R. N.–SALINGER M. A.–STANLEY, H. E [1995]: Zipf plots and the size distribution of firms. *Economics Letters*, 49. 453–457. o.
- TOIVONEN, R.–ONNELA, J.-P.–SARAMÄKI, J.–HYVÖNE, J.–KASKI, K. [2006]: A model for social networks. *Physica A, Statistical Mechanics and its Applications*, november, 371. 851–860. o.
- VEDRES BALÁZS [1998]: Locked in centrality. The position of banks in the network of directorate interlocks of the large Hungarian corporations. *Hungarian Sociological Review*, Special Issue.