Mikroökonómiai feladatok tára I.

Megoldás = Megértés

Szerző: CSEKŐ IMRE–PÁLVÖLGYI DÉNES

BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM

MAGYAR NEMZETI BANK

Mikroökonómiai feladatok tára I.

Budapest | 2018.

Csekő Imre–Pálvölgyi Dénes

Mikroökonómiai feladatok tára I.

Közgazdaságtudományi Kar
Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés Tanszék

Budapesti Corvinus Egyetem
Közgazdaságtudományi Kar
Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés Tanszék

Cím:
Mikroökonómiai feladatok tára I.
Szerző:

A szöveget gondozta:
Szilágyi Ágnes

Kiadó:
Budapesti Corvinus Egyetem | 1093, Budapest, Fővám tér 8.

Nyomdai kivitelezés:
Komáromi Nyomda

ISBN 978-963-503-706-3, 978-963-503-710-0 (e-book)
DOI 10.14267/cb.2018k03

Budapest | 2018.

„A Budapesti Corvinus Egyetem és a Magyar Nemzeti Bank
együttműködési megállapodása keretében támogatott mű."

TARTALOM

Előszó 6

I. Feladatok 8

A piac 10

Költségvetés 13

Preferenciák 16

Hasznosság 19

Választás 22

Kereslet 29

A Slutsky-egyenlet 35

Vétel és eladás 38

Fogyasztói többlet 42

Piaci kereslet 46

Egyensúly 50

Csere 55

II. Eredmények 61

A piac 63

Költségvetés 66

Preferenciák 71

Hasznosság 75

Választás 78

Kereslet 83

A Slutsky-egyenlet 89

Vétel és eladás 92

Fogyasztói többlet 95

Piaci kereslet 98

Egyensúly 101

Csere 105

III. Megoldások 111

A piac 113

Költségvetés 118

Preferenciák 125

Hasznosság 133

Választás 140

Kereslet 157

A Slutsky-egyenlet 180

Vétel és eladás 190

Fogyasztói többlet 203

Piaci kereslet 212

Egyensúly 222

Csere 238

Előszó

Ez a példatár az elmúlt években a Mikroökonómia I. című tárgy oktatása során használt feladatainkból ad válogatást. Reményeink szerint hamarosan követi egy második kötet, amelyben a Mikroökonómia II. tárgyhoz tartozó példákból szemezgetünk. Mind a két feladatgyűjtemény *Hal Varian* Mikroökonómia középfokon című, Magyarországon először 1991-ben megjelent könyvéhez készült, amelyet szinte megjelenése óta használunk tankönyvként mi is. Hallgatóink éppen eleget panaszkodtak azért, mert eddig ilyen típusú példatárat nem tudtunk ajánlani segítségül a vizsgára történő felkészülésükhöz. Hogy elkerüljük a további szemrehányásokat, ezt a hiányt igyekszünk most megszüntetni ezzel a (két) kötettel.

A feladatokat a tankönyv egyes fejezeteihez rendeltük. Az Olvasó azonnal észre veheti, hogy a könyv nem minden fejezetéhez tartoznak feladatok, és az is szembeötlő, hogy az egyes fejezetekben szereplő példák száma bizonyos esetekben akár jelentősen eltérhet. Roppant egyszerű mindennek a magyarázata: csak azokkal a fejezetekkel foglalkozunk, amelyeket a kurzusok során tanítunk, és közülük az általunk fontosabbnak ítéltekhez több feladatot sorolunk.

Példatárunk két szempontból is különbözik az általában közreadott feladatgyűjteményektől. Egyrészt kifejezetten törekedtünk arra, hogy lehetőleg csak olyan feladatokat tartalmazzon, amelyekhez nem elég a tananyag képleteinek ismerete, hanem kicsit komolyabban „el kell gondolkozni rajtuk”. Úgy véljük ugyanis, hogy a tananyag megértéséhez nem elegendő annak egyszerű ismerete, hanem azt alkalmazni is tudni kell. Feladataink ilyen „alkalmazások”. Éppen ezért csak az a diák használhatja komoly eredménnyel ezt a kötetet, aki előbb visszaolvassa és megérti az órákon írt jegyzeteit és a tankönyvet.

Másrészt – pont az előzőekben elmondottak miatt – a példatár szerkezeti felépítése sem szokásos. Három részre bontottuk, de ez a három rész nem témánként tér el, hanem tartalmukban és céljukban. Mind a három részben ugyanazokkal a fejezetcímekkel találkozhatunk. Az első részben találjuk magukat a feladatokat, a másodikban az egyes feladatok eredményeit, míg a harmadikban a részletes megoldásokat.[1] Az egyes példák esetén, annak eredményét, illetve megoldását – az e-book példatár nyújtotta lehetőséget

[1] A szerkezet alapötlete Pulay Marcell volt hallgatónktól származik. Köszönet érte.

kihasználva – egy kattintással elérhetővé tettük, nem szükséges „lapozni”. Hasonlóképpen visszaugorhatunk a feladat szövegéhez, ha netán elfelejtettük volna.

Ez a szerkezet lehetővé teszi, hogy a hallgató önállóan megoldhassa a feladatot, ellenőrizhesse annak eredményét. Ha esetleg saját megoldása nem egyezne meg az itt közölttel, akkor érdemes újra próbálkoznia. Ha pedig „bedobja a törülközőt”, akkor a megoldás menetét is megtekintheti azért, hogy ebből rájöjjön, hol is hibázott. Nagyon reméljük, hogy minél kevesebb alkalommal kell átugrania a harmadik részhez, de ha mégis, akkor hasznára válik, és megérti a példában meghúzódó gondolatot.

Néhány feladatnál a (*GA*) jelzéssel találkozhatunk. Ez néhai kedves kollégánkra, illetve mentorunkra és barátunkra, *Gömöri András*ra utal, a példa eredetileg tőle származik, a megoldásokat mi illesztettük ide. Andrással hosszú éveken keresztül közösen oktattuk e tárgyakat, gondolkodásmódja, tudása és egyénisége letagadhatatlan hatással volt munkánkra. Ezt a példatárat ezért az ő emlékének ajánljuk.

Más feladatoknál a (*BZ*) jel szerepel. Ez azt jelenti, hogy a példát *Berezvai Zombor*, volt hallgatónk, illetve mostani demonstrátorunk találta ki, a megoldások leírása itt is tőlünk származik.

Igazán reméljük, hogy ha már hallgatóinknak ennyit kellett várniuk egy olyan feladatgyűjteményre, amelyet tanáraik kifejezetten e kurzusokhoz terveztek, akkor az a következő években sokat segít majd nekik a tananyag minél mélyebb elsajátításában, a mikroökonómia megértésében, és ami számukra – rövid távon – talán még fontosabb, a vizsgákra való sikeres felkészülésben.

Budapest, 2018. április

Csekő Imre, Pálvölgyi Dénes

I. rész

Feladatok

A PIAC

1. feladat: Az egyetem környékén 5 darab pontosan egyforma kibérelhető lakás van. Nyolc diák szeretne pont ilyen lakást bérelni, rezervációs árukat a következő tábla tartalmazza.

Személy:	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
Rezervációs ár:	60	70	80	50	10	20	36	30
Legalacsonyabb ár:								

a. Mekkora lesz a legmagasabb egyensúlyinak tekinthető ár?

Egy lakást öröklakássá alakítanak át.

b. Mekkora lesz a legalacsonyabb egyensúlyinak tekintethető ár, ha az öröklakást A személy (vagy B, vagy C stb.) veszi meg? (Töltse ki a táblázat harmadik sorát!)

c. A fenti keresleti viszonyok mellett hány lakást adna ki egy közönséges monopolista, akinek 9 lakás van a tulajdonában? Mennyi lenne a bér és mennyi a monopolista bevétele?

d. Mennyivel többet kereshetne egy diszkrimináló monopolista, ha az önkormányzat kiadott lakásonként 5 egység adót vetne ki?

Eredmény Megoldás

2. feladat: Az egyetem környékén **5** darab pontosan egyforma kibérelhető lakás van egy közönséges monopolista birtokában. Nyolc diák szeretne pont ilyen lakást bérelni, a havi bérletre vonatkozó rezervációs árukat a következő tábla tartalmazza.

Személy:	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
Rezervációs ár:	60	70	80	55	90	75	40	45

a. Mekkora lesz a havi bérleti díj, és hány lakást ad ki a monopolista?

b. Vesz-e a monopolista még egy lakást (kiadás céljára), és ha igen, maximum mennyiért, ha azt akarja, hogy a pénze 5 év alatt megtérüljön? (Tegyük fel, hogy nincs sem kamat, sem infláció, sem felújítási költség!)

c. Mekkora lenne a legalacsonyabb egyensúlyi ár, ha a lakások nem egy monopolista tulajdonában lennének, hanem különböző személyek birtokolnák őket?

Eredmény Megoldás

3. feladat: Hanselnek van egy oszthatatlan almája, Grételnek pedig 30 guldenje. Hansel számára az alma 10, Grétel számára pedig 20 guldent ér.

a. Van-e a javaknak (alma, gulden) olyan elosztása, amely Pareto-javítás a jelenlegi helyzethez képest?

b. Melyek a Pareto-hatékony elosztások?

c. Melyek a Pareto-hatékony elosztások, ha eredetileg Grételnél van az alma, Hanselnél pedig a guldenek, az értékelések viszont változatlanok?

Eredmény Megoldás

4. feladat: A Tobol folyón egy helyen csak komppal lehet átkelni, és csak egyetlen komp van. Három autó érkezik ide (hívjuk őket mondjuk A, B, C-nek). A komp mindannyiukat át tudja vinni, és ez nem kerül neki semmibe. Az autók átjutásra vonatkozó rezervációs árai rendre 200 rubel, 120 rubel, 60 rubel. Az autósoknál fejenként 300 rubel van. A komp tulajdonosánál eredetileg nincs pénz, és bevételét maximalizálja.

a. Kik jutnak át, és kinél mennyi pénz lesz, ha a komp tulajdonosa mindenkitől ugyanazt az árat kéri az átkelésért?

b. És ha a tulaj elsőfokú árdiszkriminációt alkalmaz?

c. Az **a.** és **b.** pontban szereplő jószágelosztások közül melyek Pareto-hatékonyak?

d. A **b.** pontbeli elosztásból kiindulva kinek mennyi pénzt adjon a komp tulajdonosa ahhoz, hogy az **a.** pontbeli elosztás Pareto-javítását kapjuk?

Eredmény Megoldás

KÖLTSÉGVETÉS

1. feladat: Ön 2100 garas jövedelmét uszodára és egyéb javakra költi. Egy uszodajegy ára 900 garas, ezzel 3 órát maradhat az uszodában.

a. Ha tovább akar maradni, akkor a többletidőre fizetnie kell, mégpedig a korrupt kabinosnak az eddigi átlagos óradíj egyharmadát időarányosan. Adja meg a költségvetési halmazt leíró egyenlőtlenséget! (Pontos meghatározást kérünk!)

b. A kabinost lecsukták, de van hivatalos jegy, a többletórákra az eredeti óránkénti díj duplája. Maximum mennyi időt tölthet az uszodában, ha az alap háromórás jegyből naponta csak egy darabot vehet?

Eredmény Megoldás

2. feladat: Nagymama fura módon szponzorálja unokáit, Ancsát és Borcsát, akik a Nagyitól kapott pénzt a Nagyitól vásárolt fagyira és egyéb jószágokra költhetik. Az idősebb, Ancsa, 300 garast kap, és az első 100 gombóc fagyiért gombóconként 1 garast, a továbbiakért 2 garast kell adnia Nagyinak. Borcsa fiatalabb, ezért csak 200 garast kap, de (mivel ő a Nagyi kedvence) az első 200 gombócért gombóconként 1 garast fizet, a továbbiakért 1 garast.

Nagyi már öregszik, és egyre kevésbé tudja számon tartani, ki mennyit vásárolt. Ezért elhatározza, hogy ezentúl mindkét unokája ugyanannyit fizet minden egyes gombóc fagyiért. Azt nem akarja, hogy bármelyikük is rosszul járjon, ezért hajlandó nekik plusz pénzt adni, de egy fillérrel sem többet, mint amennyit feltétlenül kell, és arra is törekszik, hogy a lehető legtöbb pénzt visszakapja (a megvásárolt fagyiért cserébe). Arra is ügyel, hogy ne mindketten tudjanak több fagyit venni, mint az előbb.

a. Mennyi lesz a fagyi ára?

b. Melyik unoka és mennyivel több pénzt kap Nagyitól?

(Segítségül: érdemes felrajzolni a feladatot, a jó rajzból azonnal látszik a megoldás.)

Eredmény Megoldás

3. feladat: Egy fogyasztó költségvetési egyenese $2 \cdot x + 4 \cdot y = 12$.

a. Rajzolja fel a költségvetési egyenest!

b. Rajzolja fel újra, ha a fogyasztó jövedelme a felére csökkent!

c. Rajzolja fel úgy, hogy a jövedelem és az árak is feleakkorák, mint az **a.** pontban!

Eredmény Megoldás

4. feladat: Egy hallgató havonta nettó 20000 forint ösztöndíjat kap. Ezt kenyérre és tankönyvekre költi, melyek ára 100 Ft, illetve 1000 Ft.

a. Mennyi a költségvetési egyenes meredeksége?

A kenyér ára 200 Ft-ra nő.

b. Rajzolja fel az új költségvetési egyenest!

c. Mekkora értékben adjunk a hallgatónak csak kenyérre költhető Erzsébet-utalványt, ha azt szeretnénk elérni, hogy mindent meg tudjon venni, amit az **a.** pontban meg tudott?

Eredmény Megoldás

5. feladat: Ön szeretné kiegészíteni a nagymamától kapott napi 5000 forintos zsebpénzét, mert ez sajnos, semmire sem elég. Egy nap 16 óra szabadideje van (8 órát kell aludni, a nagymama nagyon szigorú). Ebből bármennyi időt eltölthet bármixerként a helyi vigadóban. Egy óra munkáért 2000 forintot fizetnek, és ezt időarányosan teszik. (Akár $\sqrt{2}$ órát is dolgozhat $\sqrt{2} \cdot 2000$ forintért.)

a. Rajzolja fel a (nem munkával töltött) szabadidő és pénz tengelyek mellett a napi költségvetési halmazát!

Sajnos a helyi vigadó bezár. Talál másik állást, ami ráadásul óránként 3000 forintot fizet, de sajnos, ez egy óra távolságra van Öntől, így, ha bemegy dolgozni, napi két órát kell gyalogolnia, amit nem tart szabadidőnek.

b. Rajzolja fel a szabadidő és pénz tengelyek mellett az új költségvetési halmazát!

Egy ismerőse elmondja, hogy Ön 5000 forintért vehetne napijegyet a csodametróra, ami szinte azonnal munkahelyére szállítaná. A jegynek egyéb haszna nincs.

c. Anélkül, hogy ismerném Önt, el tudom dönteni, hogy megéri-e napijegyet vennie?

Eredmény Megoldás

PREFERENCIÁK

1. feladat: Benőék számára a mikroökonómia nem egy leányálom. Itt a három dolgozat közül a legjobb dolgozat pontszámát elveszítik, a maradék kettő átlaga alapján kapják az osztályzatot. Minden dolgozat 100 pontos, és Benő az elsőt 75 pontra írta. Rajzolja fel Benőnek a második és harmadik dolgozat pontszámára vonatkozó közömbösségi görbéit, ha Benő célja a minél jobb osztályzat megszerzése.

Eredmény Megoldás

2. feladat: Benőék számára a mikroökonómia igazi kaland(?). A megírandó négy dolgozat közül a legjobb és a legrosszabb dolgozat pontszámát ugyan elveszítik, de a maradék kettő átlaga alapján kapják az osztályzatot. Minden dolgozat **100** pontos, és Benő az elsőt **80**, a másodikat sajnos csak **30** pontra írta. Rajzolja fel Benőnek a harmadik és negyedik dolgozat pontszámára vonatkozó közömbösségi görbéit, ha Benő célja a minél jobb osztályzat megszerzése!

Eredmény Megoldás

3. feladat: Som Eliér szereti a vörösbort és a szódavizet is. Ideálisan 1 dl vörösbor mellé 1 dl szódavizet iszik. Ha valamilyen más arányban jut az italokhoz, akkor azt, amiből több van neki, akár kettő az egyhez arányban is hajlandó a másikra cserélni, egészen addig, amíg az ideális arányt el nem éri.

a. Eliér számára közömbös a (3,3) és az (5,x) jószágkosár. Mennyi x?

b. Írja fel a (3,3) ponton áthaladó közömbösségi görbe egyenletét!

c. Rajzolja le Eliér preferenciatérképét!

Eredmény Megoldás

4. feladat: Algernon szereti a padlizsánt, a fasírtot viszont nem. Szülei észrevették, hogy ha Algernonnak adnak egy tányéron egy fasírtot és három padlizsánt, akkor Algernonnak éppen mindegy, hogy elfogyasztja a tányér teljes tartalmát, vagy egyáltalán nem eszik. A szülők kicsit próbálgattak, és ezután azt hitték, hogy ez a közömbösség független attól, hogy Algernon addig mit evett. De aztán egy nap a nagymama adott unokájának 24 padlizsánt. Ekkor rá kellett jönniük, hogy 24 padlizsán elfogyasztása után Algernon pont ugyanolyan szívesen eszik fasírtot, mint padlizsánt. (De továbbra sem szereti a fasírtot!)

a. Algernon számára közömbös a (26, 3) és a (24, x) jószágkosár.[1] Mennyi x?

b. Írja fel a (24, 6) ponton áthaladó közömbösségi görbe egyenletét!

c. Rajzolja le Algernon fasírt- és padlizsánfogyasztásra vonatkozó közömbösségi görbéit!

Eredmény Megoldás

5. feladat: Eldiora csontritkulásban szenved, ezért fontos, hogy minél több kalciumhoz és D-vitaminhoz jusson. Ezeket tojás-, spenót- és napsugárfogyasztásból szerzi, más forrásból egyáltalán nem jut hozzájuk. Ha Eldiora x darab tojást és y adag spenótot eszik, akkor összesen $2 \cdot x + 2 \cdot y$ adag kalcium kerül a szervezetébe. A spenótban nincs D-vitamin, de a tojásban igen, így az x tojás elfogyasztásából nyer x adag D-vitamint is. Illetve a szervezete napozás közben termel további 10 adag D-vitamint. Ez a napozás hosszától független. Eldiora tojás- és spenótfogyasztását a csontjai érdekében optimalizálja. A kalcium és a D-vitamin csak együtt fejtik ki hatásukat, így ha valamelyikből kevesebb jut szervezetébe, akkor a másikból a többletmennyiség semmit nem használ.

a. Mi Eldiora preferenciarendezése az alábbi jószágkosarak fölött:

(5 tojás, 1 spenót), (3 tojás, 3 spenót), (1 tojás, 5 spenót).

b. Ha Eldiorának 2 tojása és 2 adag spenótja van, legalább hány adag spenótot kérne egy egész tojásért cserébe?

c. És ha 4 tojása és 4 adag spenótja van, legalább hány spenótot kérne az egyik tojásért cserébe?

d. Rajzolja fel a $(tojás, spenót)$ koordináta-rendszerben Eldiora közömbösségi térképét!

Eredmény Megoldás

[1] Preferenciák vizsgálatánál nem az a kérdés, hogy mit eszik meg a tányérjáról, hanem az, hogy ha megeszi, hogy érzi magát.

HASZNOSSÁG

1. feladat: Aladár testvére, Elemér, még óvodás. Csokitortára (x) és eperfagyira (y) vonatkozó hasznossági függvényének alakja:

$$U(x,y) = min\{5x+y; x+6y\}.$$

Mekkora Elemér helyettesítési határaránya a $(3,8)$ pontban?

Eredmény Megoldás

2. feladat: Kishúguk, Barbara hasznossági függvénye

$$U(x_1,x_2) = (\ln x_1 + x_2)^{1/2} + 20.$$

Adja meg azoknak a pontoknak a mértani helyét, amelyekben a helyettesítési határarány abszolút értéke 2!

Eredmény Megoldás

3. feladat: Adjuk meg az itt felsorolt hasznossági függvényekhez (x,y) pontban tartozó helyettesítési határrátákat!

a. $U(x,y) = 2\cdot x + 3\cdot y$;

b. $U(x,y) = x\cdot y^2$;

c. $U(x,y) = 4\cdot x^2 + 9\cdot y^2 + 12\cdot x\cdot y$;

d. $U(x,y) = \min(2\cdot x; 3\cdot y)$;

e. $U(x,y) = 29\cdot x^4\cdot y^2$;

f. $U(x,y) = \ln(x) + 2\cdot\ln(y)$.

Eredmény Megoldás

4. feladat: Egy fogyasztó hasznosságfüggvénye

$$U(x,y) = \min(5\cdot x + y; x + 3\cdot y).$$

a. Mi a fogyasztó preferenciarendezése az alábbi jószágkosarak fölött:

$$(6,2), (3,6), (3,3).$$

b. Mennyi az x termék határhaszna a $(3,3)$ pontban?

c. Legalább mekkora arány mellett cserélne a fogyasztó kis mennyiségben y terméket x termékre a $(3,3)$ pontban? (Hány infinitezimálisan kicsi x jószágot kérne egy infinitezimálisan kicsi y jószágért?)

d. Igaz-e, hogy ennek a hasznosságfüggvénynek monoton transzformációja az

$$\hat{U}(x,y) = \min(4 \cdot x; 2 \cdot y)$$

hasznosságfüggvény?

Eredmény Megoldás

5. feladat: Eldiora csontritkulásban szenved, ezért fontos, hogy minél több kalciumhoz és D-vitaminhoz jusson. Ezeket tojás-, spenót- és napsugárfogyasztásból szerzi, más forrásból egyáltalán nem jut hozzájuk. Ha Eldiora x darab tojást és y adag spenótot eszik, akkor összesen $2 \cdot x + 2 \cdot y$ adag kalcium kerül a szervezetébe. A spenótban nincs D-vitamin, de a tojásban igen, így az x tojás elfogyasztásából nyer x adag D-vitamint is. Illetve a szervezete napozás közben termel további 10 adag D-vitamint. Ez a napozás hosszától független. Eldiora tojás- és spenótfogyasztását a csontjai érdekében optimalizálja. A kalcium és a D-vitamin csak együtt fejtik ki hatásukat, így ha valamelyikből kevesebb jut szervezetébe, akkor a másikból a többletmennyiség semmit nem használ.

a. Adjon meg egy $U(x,y)$ hasznosságfüggvényt, amely leírja Eldiora tojásból (x) és spenótból (y) álló jószágkosarak fölötti preferenciarendezését!

b. Az előző pontban megadott hasznosságfüggvény monoton transzformációja-e az

$$\hat{U}(x,y) = \min(x + 2 \cdot y; 10)$$

hasznosságfüggvénynek?

Eredmény Megoldás

VÁLASZTÁS

1. feladat: Egy fogyasztó csokit (c) és nudlit (n) fogyaszt, hasznosságfüggvénye

$$U(c,n) = c^{0,5}n^{0,5},$$

jövedelme 100 garas, mindkét termék ára egységnyi. A csoki árát négyszeresére emelik (hogy ne hízzon), de jövedelmét kiegészítik úgy, hogy hasznosságfüggvényének optimális értéke ne változzon. Mennyi csokit eszik a változás után?

Eredmény Megoldás

2. feladat: Andrea hasznossági függvénye az $U(x,y) = 2ln(xy)$ képlettel írható le, ahol x a CD-k, y a könyvek száma. Tudjuk, hogy a könyvek ára 2 peták, és Andrea zsebpénzéből kétszer annyi könyvet vett, mint ahány CD-t.

Andrea 5-öst kapott a múlt heti mikroökonómia-dolgozatára, ezért szülei 600 peták extra zsebpénzt adnak neki. (A legújabb tudományos kutatások szerint ez hibás pedagógiai eszköz!) Ha ismét optimálisan választ, mennyi pótlólagos CD-t, illetve könyvet vásárol Andrea az extra pénzből?

Eredmény Megoldás

3. feladat: Táncoslábú Tünde imádja a bulik szervezésést. A zavartalan tánc érdekében azt szereti, ha a buliban megforduló fiúk és lányok száma nem tér el nagyon egymástól. Balszerencséjére ez sokszor nem sikerül neki. Hasznossági függvénye a következő:

$$U(f,l) = min\{2f + l, f + 2l\},$$

ahol f a fiúk, l pedig a lányok száma. Egy fiú részvétele 175 garas, egy lány részvétele 75 garas kárt okoz a buli helyszínén, amit – mekkora pech – Tündének kell megfizetnie.

a. Ha összesen 2250 garasa van a károk fedezésére, hány fiút és lányt hív meg a bulira?

b. A fiúk megemberelik magukat, és bulinként kevesebb kárt okoznak. Vajon mennyit, ha Tünde összes pénzét elkölti, és minden tánc során – sajnos – 4 lány petrezselymet árul?

Eredmény Megoldás

4. feladat: Egy fogyasztó hasznossági függvénye $U(x,y) = xy$, ahol x a benzin literje, y az összes többi jószágra költött jövedelme. A benzin ára literenként 9 garas, de sajnos, a kormányzat ezt nem hagyja annyiban. Azt fontolgatja, hogy a költségvetés helyzetét javítandó, mennyiségi adót vet ki a benzinre. A javasolt adó mértéke 7 garas literenként. A tervezetet a fogyasztó mellett az olajtársaságok is támadják, mert attól tartanak (jogosan), hogy csökken majd a benzin iránti kereslet. Ezért alternatív javaslatot dolgoznak ki: egyösszegű adót vetnek ki a fogyasztóra. A jövedelmének mekkora hányadát kell elvonni egyösszegű adó formájában ahhoz, hogy a fogyasztónak mindegy legyen, milyen módon sanyargatják?

Eredmény Megoldás

5. feladat: Egy fogyasztó hasznossági függvénye: $U(x,y) = min(3y+x; 3x+y)$. A fogyasztó $x = 9$-et, és $y = 3$-at vásárol. Az x jószág egységára 1 pénzegység. Milyen fogyasztói kosarat választ a fogyasztó, ha az y jószág ára harmadára csökken?

Eredmény Megoldás

6. feladat: Móricka hasznossági függvénye az $U(x,y) = lnx + y$ képlettel írható le. Adott jövedelem és relatív árak mellett választott fogyasztási kosara $(30, 20)$. A jószágok árai megduplázódnak. Mi lesz az új fogyasztási kosár?

Eredmény Megoldás

7. feladat: Szakállas Miklós csak habcsókot és szaloncukrot vásárol, a habcsók ára kilónként 5 garas, a szaloncukoré 10. Miklós hasznossági függvénye:

$$U(h, sz) = min\{2h + 3sz; 4h + 2sz\},$$

és ilyen árak mellett kedden csak habcsókot vesz, éppen 6 kilót. A szerda szerencsés nap: talál egy boltot, ahol a szaloncukor ára fele a tegnapinak, és ráadásul pótlólagos jövedelemhez is jut. Mekkora ez a pótlólagos jövedelem, ha szerdán 10 kilóval több szaloncukrot vesz, mint habcsókot?

Eredmény Megoldás

8. feladat: Robin Hoodnak nyilaihoz favesszőre (v) és acélhegyre (h) van szüksége. Hasznossági függvénye

$$U(v, h) = min\{3v + h, v + 6h\}.$$

(Ne nagyon foglalkozzunk azzal a kérdéssel, hogy miért pont ilyenek a preferenciái: Robin kicsit kelekótya.) A vessző ára $p_v = 3$ penny. Robin Hood optimális fogyasztói kosara: $(v^*, h^*) = (1, 5)$.

a. Mekkora az acélhegy ára?

b. Mekkora Robin jövedelme?

Robin jövedelme (sajnos) csökken, ráadásul az acélhegy ára az egekbe szökken (de kár!). Robin optimális fogyasztási kosarában a vessző mennyisége nem változik, de most csak 1/5 hegyet vásárol.

c. Mekorra az új hegyár?

d. Mennyivel csökkent Robin jövedelme?

Eredmény Megoldás

9. feladat: Egy jólelkű, de roppant ronda templomszolga jövedelmét füldugóra és harangkötélre költi. Hasznossági függvénye $U(x,y) = lnx + y$ alakú, ahol x a megvásárolt füldugók száma, y pedig a megvásárolt harangkötél méterben mérve. A füldugó ára potom 10 centime, a kötél métere 1 frank. (1 frank = 100 centime). Hosszú szolgálata alatt rengeteg pénzt megspórolt, van 100 frankja.

a. Hány méter kötelet vesz?

Sajnos, környzetvédelmi indoklással 10 centime mennyiségi adót vetnek ki a füldugóra.

b. Mennyivel és hogyan változik a templomszolga fogyasztása kötélből?

Eredmény Megoldás

10. feladat: Szilvát (x) és körtét (y) a faluban a felvégiek és az alvégiek egyaránt fogyasztanak. A felvégiek hasznossági függvénye

$$U_f(x_f, y_f) = 2x_f + 3y_f,$$

az alvégieké

$$U_a(x_a, y_a) = \ln x_a + y_a.$$

A szilva ára kilónként 100 forint, a körtéé 200 forint. A két „vég” jövedelme megegyezik, mértéke m, és elegendően nagy. Az önkormányzatnak elege van abból, hogy a gyümölcsből mindenki pálinkát főz, ezért a fogyasztás csökkentése érdekében adót vet ki. A jegyző javaslata ellenére a képviselőtestület azt a határozatot fogadta el, hogy a falu egyik „vége” fizessen T nagyságú egyösszegű adót, a másik „vég” pedig egy, a körtére kivetett, rögzített t nagyságú mennyiségi adót. A polgármester tiszte eldönteni, hogy a felvégiek melyik adóval járuljanak hozzá az önkormányzat kasszájához.

a. Ha az a célja, hogy az adóbevételeket maximalizálja, akkor hogyan dönt?

b. Mekkora ez az optimális adóbevétel?

Eredmény Megoldás

11. feladat: Csélcsap Dani borotvaszeszt (x) és több más jószágot fogyaszt, hasznossági függvénye szimmetrikus Cobb–Douglas-típusú:

$$U(x,y) = x^{1/2}y^{1/2},$$

ahol y a többi jószágra költött jövedelme. Mennyi a borotvaszesz ára, ha a jövedelme 4-szer akkora, mint a megszerzett hasznossága?

Eredmény Megoldás

12. feladat: Aladár szenvedélyesen szeret kifestőkönyveket színezni. Hasznossági függvénye az

$$U(x,y) = (2ln(xy)+7)^{1/3}$$

képlettel írható le, ahol x a (színes) ceruzák, y a kifestőkönyvek száma. Tudjuk, hogy a kifestőkönyveket 3 garasért megvásárolhatja, és Aladár a múlt héten, amikor az összes pénzét elverte e jószágokra, másfélszer annyit vett belőlük, mint ceruzából.

Szenvedélye kiélésében nagy segítségére van nagymamája, akitől tegnap 900 garas dugipénzt kapott. (Ez aztán a mázli, hiszen semmi más pénze nem maradt.) Nagyi kicsit elkésett az egyébként nagyvonalú szponzorálással, mert közben a ceruzák ára megduplázódott. Ha Aladár ismét optimálisan választ, hány ceruzát vesz ezen a héten?

Eredmény Megoldás

13. feladat: Csokinyusz 1 pohár tejet 3 kanál kakaóporral együtt fogyaszt, külön sem a tejet, sem a kakaóport nem szereti. Egy pohár tej 70 forint, egy kanál kakaópor 10 forint, és Csokinyusz összesen 600 forintot költ erre a két jószágra. Miből mennyit fog fogyasztani?

Eredmény Megoldás

14. feladat: XIV. Lajos úgy érzi, hogy boldogságát a palota kertjében található tulipánok és rózsák határozzák meg, mégpedig oly módon, hogy

$$U_{XIV}(t,r) = t^2 \cdot r^3,$$

ahol t a tulipánok, r a rózsák mennyiségét mutatja. Mennyi rózsa lesz a kertben, ha bármely virág gondozásához pontosan egy kertész kell, és a Napkirálynak 120 kertész áll szolgálatában?

Eredmény Megoldás

15. feladat: A Jin-jang kóla és az Amfeta kóla egymás tökéletes helyettesítői. Kétszer annyi Jin-jang kólát kell meginnunk, hogy elérjük az Amfeta kóla által okozott boldogság szintjét. A két termék ugyanannyiba, 2 petákba kerül.

a. Mi a hasznosságfüggvényünk?

b. Mit fogunk vásárolni 30 petákos jövedelmünkből?

Az Amfeta ára változatlan marad, de a Jin-jang kóláé csökken.

c. Mekkora az új ár, ha egy optimális jószágkosárban négyszer annyi Jin-jang kóla van, mint Amfeta kóla?

Eredmény Megoldás

16. feladat: Huba hasznosságfüggvénye $U(x,y) = x \cdot y^n$. Huba jövedelme 100 euró, az x termék ára 4 euró, az y termék ára 1 euró. Tudjuk továbbá, hogy a jelenlegi árak mellett Huba optimális kosarában $x^* = 5$.

a. Mennyi n paraméter értéke?

b. Az y termék ára 2 euróra nő. Mennyi lesz x^* értéke az új optimális kosárban?

c. Az y termék ára újra emelkedik, ezúttal 4 euróra. Mennyi lesz y^* értéke az új optimális kosárban?

d. A 4 eurós árak mellett mekkora Huba helyettesítési határaránya?

Eredmény Megoldás

17. feladat: Lynnek két dolog szerez örömöt: a tangóórák (t) és az egyéb javakra költött pénz (x). Ezekre vonatkozó hasznossági függvénye

$$U(x,t) = x + 20\sqrt{t}.$$

Egy tangóóra 5 garasba kerül, de legalább bármilyen valós mennyiségben kapható.

a. Mi Lyn optimális fogyasztói kosara, ha jövedelme 50 garas?

Lyn új állásban helyezkedik el, jövedelme megváltozik.

b. Mekkora Lyn új jövedelme, ha csak 1 tangóórát vesz optimumban?

c. Milyen jövedelem és tangóóraár mellett lehet optimális a $(25,25)$ kosár?

Eredmény Megoldás

18. feladat: Eldiora csontritkulásban szenved, ezért fontos, hogy minél több kalciumhoz és D-vitaminhoz jusson. Ezeket tojás-, spenót- és napsugárfogyasztásból szerzi, más forrásból egyáltalán nem jut hozzájuk. Ha Eldiora x darab tojást és y adag spenótot eszik, akkor összesen $2\cdot x+2\cdot y$ adag kalcium kerül a szervezetébe. A spenótban nincs D-vitamin, de a tojásban igen, így az x tojás elfogyasztásából nyer x adag D-vitamint is. Illetve a szervezete napozás közben termel további 10 adag D-vitamint. Ez a napozás hosszától független. Eldiora tojás- és spenótfogyasztását a csontjai érdekében optimalizálja. A kalcium és a D-vitamin csak együtt fejtik ki hatásukat, így ha valamelyikből kevesebb jut szervezetébe, akkor a másikból a többletmennyiség semmit nem használ. Eldiora tojás- és spenótfogyasztását a csontjai érdekében optimalizálja, így ezekre vonatkozó hasznosságfüggvénye

$$U(x,y)=\min\left(2\cdot x+2\cdot y;x+10\right).$$

Eldiora összesen 60 koronát költ tojásra és spenótra. Egy tojás 12, egy adag spenót 4 koronába kerül.

a. Miből mennyit vásárol Eldiora?

b. És ha a spenót ára 9 garasra emelkedne?

c. És ha a spenót ára 15 garasra emelkedne?

Eredmény Megoldás

KERESLET

1. feladat: Carlos Domingos két jószágot fogyaszt: marhasteaket (x_1) és vörösbort (x_2). Hasznossági függvénye nem komplikált,

$$U(x_1, x_2) = x_1^{2/3} x_2^{1/3}$$

alakú. A két jószág pillanatnyi ára egyforma: 100 peseta. Mekkora a jövedelme, ha a jövedelem–ajánlati görbéjének és a steakre vonatkozó ár–ajánlati görbéjének metszéspontjában $x_1 = 180$?

Eredmény Megoldás

2. feladat: Geoffrey kedvenc étele a lekváros palacsinta. Fontos az arány is: csak akkor eszik meg egy palacsintát (x), ha két dkg lekvárt (y) tesz rá. Magában se palacsintát, se lekvárt nem eszik, lekváros palacsintára viszont m garast költ.

a. Mekkora m, ha Geoffrey bármely $p_x, p_y > 0$ árpár mellett $\frac{18}{3 \cdot p_x + 6 \cdot p_y}$ darab palacsintát eszik?

b. Mi Geoffrey jövedelem–ajánlati görbéjének az egyenlete, ha $p_x = p_y > 0$?

Eredmény Megoldás

3. feladat: Egy fogyasztó hasznosságfüggvénye $U(x, y) = min\{ax, y\}$. Az x jószág ára 1 garas, a fogyasztó jövedelme 40 garas, és az optimumban 10 egységet fogyaszt az y jószágból. Az x jószágra vonatkozó Engel-görbéjének (melynek független változója a jövedelem) meredeksége 1/2. Mennyi az a paraméter értéke?

Eredmény Megoldás

4. feladat: Kázmér fekete (x), illetve narancssárga (y) plüssállatokra vonatkozó hasznosságfüggvénye Cobb–Douglas-típusú, jövedelme 200 garas, és a narancssárga plüssállatok 1 garasba kerülnek.

a. Hányszorosára nő a fekete plüssállatokból vásárolt mennyiség, ha az áruk a felére csökken?

b. Legyen $U(x, y) = xy^3$. Adja meg az y jószág Engel-görbéjének az egyenletét!

Eredmény Megoldás

5. feladat: Engels két dolgot szeret: az ételre költött pénzt (x) és a politikai kéziratokat (y). Ezekre vonatkozó hasznosságfüggvénye:

$$U(x,y) = 2\cdot x + 9\cdot\sqrt{y}.$$

Azt is tudjuk, hogy a jövedelem–ajánlati görbe áthalad az $(1,9)$ ponton.

a. Mennyi p_y?

b. Rajta van-e a $(2,18)$ pont a jövedelem–ajánlati görbén?

c. Adja meg a jövedelem–ajánlati görbe egyenletét! (Írja le a halmaz pontjait!)

Eredmény Megoldás

6. feladat: Elena egyéb javakra költött jövedelemre (y) és appletínikre (a) vonatkozó hasznossági függvénye:

$$U(y,a) = y + \ln a,$$

jövedelme pedig 60 dollár.

a. Mi az appletínikre vonatkozó keresleti függvénye?
Legyen $p_a = 1$.

b. Adja meg a jövedelem–ajánlati görbe egyenletét!

c. Adja meg az appletínik Engel-görbéjének egyenletét!

d. Van olyan jövedelemszint, amely mellett az appletíni inferior jószág Elena számára?

Eredmény Megoldás

7. feladat: Egy fogyasztó jövedelme $m = 100$. Hasznossági függvénye

$$u(x_1,x_2) = 0,6lnx_1 + 0,4lnx_2.$$

Adja meg az első jószágra vonatkozó ár–ajánlati görbéjének egyenletét, ha $p_2 = 2$. (Segít, ha felrajzolja!)

Eredmény Megoldás

8. feladat: T. H. és C. D. szeretik a rejtvényeket (x_1), minden jövedelmüket erre és az összes többi jószágra (x_2) költik. T. H. hasznossági függvénye

$$U_T(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2,$$

C. D.-é

$$U_C(x_1, x_2) = x_1^{2/3} x_2^{1/3}.$$

Az érvényben lévő árak mellett mindketten ugyanannyi rejtvényt vesznek, méghozzá pontosan annyit, mint amennyit T. H. ár–ajánlati görbéjének, illetve C. D. jövedelem–ajánlati görbéjének metszéspontja ad, szám szerint 20 darabot. Mekkora T. H. jövedelme?

Eredmény Megoldás

9. feladat: Aladdin lámpaolajat (x_1) és turbánselymet (x_2) fogyaszt, preferenciái Cobb–Douglas-típusúak:

$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{(1-a)}.$$

Adott $p_1 = 1$ és $p_2 = 6$ ár mellett jövedelem–ajánlati görbéjének egyenlete: $x_2 = x_1/2$. Ha a lámpaolaj ára háromszorosára nő, és a turbánselyem ára a felére esik vissza, mennyi a jövedelme, ha az optimális fogyasztási kosarában 3 egységnyi lámpaolaj van?

Eredmény Megoldás

10. feladat: Dodó jövedelme $m = 300$. Hasznossági függvénye:

$$U(x_1, x_2) = (0.6 \ln x_1 + 0.4 \ln x_2)^{1/2}.$$

a. Mekkora a második jószág ára, ha Dodó 10 darabot vesz belőle?

b. Adja meg a második jószágra vonatkozó ár–ajánlati görbe egyenletét, ha $p_1 = 4$!

Eredmény Megoldás

11. feladat: Quasimodo minden jövedelmét füldugóra (x_1) és egyéb jószágokra (x_2) költi, hasznossági függvénye

$$U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2.$$

A füldugó ára p, az egyéb jószágok ára 1. Mekkora a jövedelem–ajánlati görbéje és a füldugóra vonatkozó Engel-görbéje közötti terület? (A kérdés értelmes, mert a két függvény függőleges tengelyére ugyanakkora egységű változót veszünk fel.)

Eredmény Megoldás

12. feladat: Kázmér fekete (x), illetve narancssárga (y) plüssállatokra vonatkozó hasznosságfüggvénye Cobb–Douglas-típusú, jövedelme 200 garas, és a narancssárga plüssállatok 1 garasba kerülnek.

a. Hányszorosára nő a fekete plüssállatokból vásárolt mennyiség, ha az áruk a felére csökken?

b. Legyen $U(x,y) = x \cdot y^3$. Adja meg az y jószág Engel-görbéjének az egyenletét!

Eredmény Megoldás

13. feladat: Egy fogyasztó számára a Jin-jang kóla és az Amfeta kóla egymás tökéletes helyettesítői. Kétszer annyi Jin-jang kólát kell meginnia, hogy elérje az Amfeta kóla által okozott boldogság szintjét. A Jin-jang kóla ármérce jószág. Azt is tudjuk, hogy az Amfeta kóla árához tartozó ár–ajánlati görbén rajta van a $(10,10)$ pont.

a. Mekkora a fogyasztó jövedelme?

b. Adja meg az Amfeta kóla árához tartozó ár–ajánlati görbe egyenletét!

c. E jövedelem mellett mi az Amfeta kóla iránti keresleti függvénye?

Eredmény Megoldás

14. feladat: Egy fogyasztó x és y termékre vonatkozó hasznosságfüggvénye

$$U(x,y) = \min(x + 2 \cdot y, 3 \cdot x + y).$$

Legyen $m = 120$, $p_x = 100$, $p_y = 1$.

a. Adja meg a hasznosságmaximalizáló fogyasztói kosarat!

b. Adja meg a jövedelem–ajánlati görbe egyenletét!

c. Rajzolja fel a p_x szerinti ár–ajánlati görbét!

Eredmény Megoldás

15. feladat: Eldiora csontritkulásban szenved, ezért fontos, hogy minél több kalciumhoz és D-vitaminhoz jusson. Ezeket tojás-, spenót- és napsugárfogyasztásból szerzi, más forrásból egyáltalán nem jut hozzájuk. Ha Eldiora x darab tojást és y adag spenótot eszik, akkor összesen $2 \cdot x + 2 \cdot y$ adag kalcium kerül a szervezetébe. A spenótban nincs D-vitamin, de a tojásban igen, így az x tojás elfogyasztásából nyer x adag D-vitamint is. Illetve a szervezete napozás közben termel további 10 adag D-vitamint. Ez a napozás hosszától független. Eldiora tojás- és spenótfogyasztását a csontjai érdekében optimalizálja. A kalcium és a D-vitamin csak együtt fejtik ki hatásukat, így ha valamelyikből kevesebb jut szervezetébe, akkor a másikból a többletmennyiség semmit nem használ. Eldiora tojás- és spenótfogyasztását a csontjai érdekében optimalizálja, így ezekre vonatkozó hasznosságfüggvénye

$$U(x,y) = \min(2 \cdot x + 2 \cdot y; x + 10).$$

Eldiora összesen 48 koronát költ tojásra és spenótra, egy tojás 8 koronába, egy adag spenót 6 koronába kerül.

a. Adja meg Eldiora spenót iránti keresletét a spenót árának függvényében!

b. Mi Eldiora spenótra vonatkozó Engel-görbéjének egyenlete?

c. A megadott árak és jövedelem mellett a spenót Giffen- vagy közönséges jószág?

d. A megadott árak és jövedelem mellett a spenót normál vagy inferior jószág?

Eredmény Megoldás

A SLUTSKY-EGYENLET

1. feladat: A diákok mindig ráfáznak. Nem mintha túl sok tankönyvet vásárolnának, de most még 20%-os áfát is kivetettek az eddig 1000 garas egységárú könyvekre. Ha egy átlagdiák (ez nem a tanulmányi eredményére értendő!) eddig havi 12000 garast vert el jegyzetre (x) és az összes többi jószágra (y), valamint a hasznossági függvénye $U(x,y) = xy^3$, akkor mekkora ennek az adónak a Slutsky-féle jövedelmi hatása?

Eredmény Megoldás

2. feladat: Lajoska rajong a paradicsomos káposztáért. A szomszéd kifőzdében árulják, és 100 garas jövedelmének tekintélyes hányadát erre fordítja. Hasznossági függvénye $U(x,y) = lnx + y$, ahol x a rendelt paradicsomos káposzta adagja, y az összes többi jószágra fordított jövedelme. Sajnálatos módon kedvenc ételének árát kétszer is emelték a közelmúltban, először 2 garasról 3, majd 4 garasra. Hányszorosa az első árváltozás Slutsky-féle helyettesítési hatása a második árváltozásénak?

Eredmény Megoldás

3. feladat: T(üsi) K(ati) szenvedélyes kávé- és csokifogyasztó. Hasznossági függvénye:

$$U(k,cs) = min\{2k; 3cs\}.$$

Egy csésze kávé ára 2 garas, egy tábla csokié 18 garas. Hányszorosára nő a kávé ára, ha ennek az árváltozásnak (Slutsky-féle) jövedelmi hatása az eredeti kávéfogyasztás -30%-a?

Eredmény Megoldás

4. feladat (*BZ*): Vivien női táskákat (t) és kifogásgenerátorokat (k) gyűjt (és természetesen használ is), teljes egyetemi ösztöndíját erre fordítja. Ezekre vonatkozó hasznossági függvénye

$$UV(t,k) = 85 + \ln(t^3k^3)$$

alakú. Sajnos, a kifogásgenerátor iránti kereslet az elmúlt időben megugrott, így ára az addigi 3 aranytallérról 5-re emelkedett. Mennyi Vivien ösztöndíja, ha tudjuk, hogy az árváltozás hatására fellépő Slutsky-féle jövedelmi hatás értéke 2?

Eredmény Megoldás

5. feladat: Mademoiselle Papillon egy csésze teába mindig két kockacukrot tesz, ha ennél kevesebb cukra van, inkább nem iszik teát, ha több cukra van, a felesleget eldobja. Egy csésze tea 40, egy kockacukor 10 centime-ba kerül, és Mademoiselle Papillon teázásra fordított jövedelme 480 centime (4 frank 80 centime). Hányszorosára nőtt a kockacukor ára, ha a Hicks-féle jövedelmi hatás -4?

Eredmény Megoldás

6. feladat: Eldiora csontritkulásban szenved, ezért fontos, hogy minél több kalciumhoz és D-vitaminhoz jusson. Ezeket tojás-, spenót- és napsugárfogyasztásból szerzi, más forrásból egyáltalán nem jut hozzájuk. Ha Eldiora x darab tojást és y adag spenótot eszik, akkor összesen $2 \cdot x + 2 \cdot y$ adag kalcium kerül a szervezetébe. A spenótban nincs D-vitamin, de a tojásban igen, így az x tojás elfogyasztásából nyer x adag D-vitamint is. Illetve a szervezete napozás közben termel további 10 adag D-vitamint. Ez a napozás hosszától független. Eldiora tojás- és spenótfogyasztását a csontjai érdekében optimalizálja. A kalcium és a D-vitamin csak együtt fejtik ki hatásukat, így ha valamelyikből kevesebb jut szervezetébe, akkor a másikból a többletmennyiség semmit nem használ. Eldiora tojás- és spenótfogyasztását a csontjai érdekében optimalizálja, így ezekre vonatkozó hasznosságfüggvénye

$$U(x,y) = \min\left(2 \cdot x + 2 \cdot y; x + 10\right).$$

Eldiora összesen 60 koronát költ tojásra és spenótra. Egy tojás 12 koronába kerül. A spenót ára most emelkedett 4 koronáról 9 koronára.

a. Adja meg a Slutsky-féle helyettesítési és jövedelmi hatásokat!

b. Ezen az árintervallumon a spenót közönséges vagy Giffen-jószág?

Eredmény Megoldás

7. feladat: Alfonz mosószerekre (x) és egyéb javakra fordított, garasokban mért jövedelemre (y) vonatkozó hasznosságfüggvénye:

$$U(x,y) = 6 \cdot \sqrt{x} + y.$$

Alfonz jövedelme 20 garas. Egy adag mosószer ára eddig 1 garas volt, ez azonban most megváltozott. Alfonz legfeljebb 6 garast lenne hajlandó fizetni azért, hogy elkerülje az árváltozást.

a. Mennyi a Hicks-féle helyettesítési hatás?

b. Mennyi a Hicks-féle jövedelmi hatás?

Eredmény Megoldás

VÉTEL ÉS ELADÁS

1. feladat: Alberto szenvedélyes feketekávé-fogyasztó. Csak cukorral issza, minden csészébe 2 kockacukrot rak. (Cukrot máshoz nem használ.) Ajándékba kapott 2000 csészéhez elegendő kávét és 6000 db cukrot. Egy csészényi pörkölt kávé ára 3 garas, 1 db cukoré 1 garas.

a. Ha módjában áll a fenti árakon cserélni, hány csésze kávét fogyaszt?

b. Ha a cukor ára 0.5 garasra csökken, hány csészét fogyaszt?

c. Mekkora ennek az árváltozásnak a cukorra vonatkozó teljes, helyettesítési, valamint közönséges, illetve készletjövedelmi hatása?

Eredmény Megoldás

2. feladat: Virágzó cégének főkönyvelője népdalénekesi álmokat dédelget. Azt fontolgatja, felhagy a könyveléssel, és csak művészetének szenteli idejét. Az Ön szerencséjére egyelőre csak heti 10 órás szerződést kínáltak neki 500 forintos órabér mellett. Ezt ugyan elfogadja, de – anyagi okokból – folytatnia kell eddigi áldásos tevékenységét is. Elárulja Önnek, hogy hasznossági függvénye $U(x,m) = xm$ alakú, ahol x a heti pihenéssel töltött ideje, m pedig a fogyasztási cikkekre költhető jövedelme. Azt is szerényen bevallja, 18400 forintja van a párnacihában eldugva. Cserébe az információért, arra számít, az eddiginél tisztességesebb fizetést kap Öntől. Mekkora órabért fizessen neki, ha azt szeretné, heti 40 órát dolgozzon a cégénél? (Egy hét 168 óra.)

Eredmény Megoldás

3. feladat: Nyuszika és a Medve közös fűnyírókölcsönzővel rendelkeznek. Egy nap összevesznek valamin, és elfelezik a készletet, melyben összesen k darab fűnyíró és 40 dollár volt. A hasznosságfüggvényeik:

$$U_{Ny}(x,y) = 10 \cdot x - x^2 + y, \qquad U_M(x,y) = 8 \cdot x - x^2 + y.$$

ahol x a fűnyírókat és y az egyéb javakra költött dollárokat jelöli. Mennyi a k paraméter értéke, ha 4 dolláros fűnyíró ár mellett Nyuszika nettó fűnyírókereslete a Medve nettó fűnyírókeresletének kétszerese?

Eredmény Megoldás

4. feladat: A mobilinternet-előfizetésem olyan, hogy ingyen semekkora adatforgalmat nem ad, hanem gigabyte-onként 1000 forintot kell fizetnem (ezt folytonosan mérik, lehet például 0.3 GB a forgalmam, ekkor 300 forintot fizetek). Jövedelmem 32000 forint, és elmobilozott gigabyte-okra (G), valamint egyéb jószágokra költött jövedelemre (y) vonatkozó hasznosságfüggvényem

$$U(G,y) = G^{\frac{1}{4}} \cdot y^{\frac{3}{4}}.$$

a. Optimumban hány gigabyte lesz az adatforgalmam, és mennyi pénzt költök egyéb jószágokra?

Megváltozott az előfizetésem: az első nyolc gigabyte adatforgalom gigabyte-onként 1000, minden nyolcadik utáni gigabyte viszont csak 500 forintba kerül. (Pl. 10 GB-ért összesen 9000 forintot fizetek.)

b. Igaz-e, hogy az **a.** pontban kiszámolt optimális kosár az új költségvetési halmazom határán van? (Vagyis nem tudnék mindkét jószágból többet fogyasztani.)

c. Mi az **a.** pontbeli kosaram mellett a helyettesítési határrátám?

d. Mi az új árazás melletti optimális jószágkosaram?

Eredmény Megoldás

5. feladat: Etel a pihenést és a pezsgőt csak együtt tudja élvezni, mégpedig úgy, hogy amikor nem dolgozik, óránként megiszik egy pohár pezsgőt. Etel havonta 300 óráról dönti el, hogy munkával vagy pihenéssel tölti. A munka nem jár haszonáldozattal (azon túl, hogy le kell mondania a pihenésről), és w órabérért fizet. Etel emellett havi 1000 garas részvényosztalékot is kap.

a. Mennyibe kerül egy pohár pezsgő, ha 10 garasos órabér mellett Etel havi 200 órát pihen?

b. Az **a.** pontban kiszámolt pezsgőár mellett mi lesz Etel havi munkakínálati függvénye? (Mennyit dolgozik w függvényében?)

Eredmény Megoldás

6. feladat: Pifinek nincsen nem munkából származó jövedelme, munkahelyén w órabérért dolgozik. Szabadidőre (R) és napi fogyasztásra költött jövedelemre (C) vonatkozó hasznosságfüggvénye

$$U(R,C) = 168 \cdot \sqrt{R} + C.$$

Pifinek egy nap 24 óra idő áll rendelkezésére, és optimumban ebből napi 8 órát dolgozik.

a. Mennyi a w órabér?

Pifi főnökének több munkára van szüksége.

b. Milyen órabérrel lehetne elérni, hogy Pifi napi 15 órát dolgozzon, és mennyit fogyaszt ezen órabér mellett?

Tegyük fel, hogy Pifi az első 8 munkaóráért csak az **a.** pontban meghatározott órabért kapja. Ha ennél többet dolgozik, az extra órákért $\hat{w}$ túlórabért kap.

c. Mennyit dolgozik Pifi, ha $\hat{w} = 24$?

d. Milyen túlórabér mellett lehet elérni, hogy 15 órát dolgozzon?

Eredmény Megoldás

FOGYASZTÓI TÖBBLET

1. feladat: F. F. – akinek jövedelme 10000 kőgaras – csak mamutbordát (m) és brontopástétomot (b) fogyaszt. Hasznossági függvénye

$$U(m,b) = 200m - m^2/2 + b$$

alakú. A mamutborda ára 40 kőgarasról 50 kőgarasra emelkedik. (A brontopástétom az ármércejószág.) Mekkora az a pénzmennyiség, amennyit adni kellene neki ahhoz, hogy ugyanolyan jól érezze magát, mint az árváltozás előtt? Mekkora az a pénzmennyiség, amennyit fizetne azért, hogy az árváltozást érvénytelenítsék?

Eredmény Megoldás

2. feladat (*GA*): Preferencke szívesen látogatja a sarki cukrász boltját, mert ott minden torta ára 40 peták. Preferencke hasznosságfüggvénye $U(m,t) = m + at - t^2$, ahol m az ármércejószág mennyisége, t a fogyasztott torta mennyisége, a pozitív konstans. A mondott ár mellett Preferencke annyi tortát vásárol, hogy a tortáért kifizetett teljes összeg éppen egyenlő a torta fogyasztásából származó nettó fogyasztói többlettel. Mennyi tortát vesz Preferencke?

Eredmény Megoldás

3. feladat (*GA*): Irsa Albert hasznossági függvénye $U(x,y) = 5 + y - 0.5bx^2 + ax$ alakú, ahol x a szarvaspástétom, y pedig az összes többi jószágra költött jövedelme.

a. Mekkora ár mellett költ Albert a legtöbbet szarvaspástétomra?

b. Mennyi fogyasztói többletre tesz szert a szarvaspástétom fogyasztásából?

Eredmény Megoldás

4. feladat: Quasimodo füldugót (x) és több más jószágot fogyaszt, hasznossági függvénye

$$U(x,y) = ax - x^2/2 + y,$$

ahol y a többi jószágra költött jövedelme. Pénze bőven van, jóval több, mint amennyit füldugóra költ.

a. Ha a füldugó ára 6 garas, és az ezen a piacon élvezett fogyasztói többlete 8 garas, akkor mekkora az a paraméter értéke?

b. A füldugó ára csökken, az árváltozáshoz tartozó egyenértékű változás (abszolút értéke) 4.5 garas. Mekkora az új ár?

Eredmény Megoldás

5. feladat (*BZ*): Emese és Zombor hasonlóképpen szeretik a Nickelbacket. Emese Nickelback CD-kre és egyéb javakra vonatkozó hasznossági függvénye $U_E(n,y) = 70n - 5n^2 + y$, míg Zombor ugyanezen javakra vonatkozó hasznossági függvénye $U_Z(n,y) = an - 2n^2 + y$, ahol n jelöli a Nickelback CD-k számát, míg y az egyéb javakra költött jövedelmet. (Emese jövedelme 150 dukát, míg Zomboré 350 dukát.) Mennyi az a paraméter értéke, ha a Nickelback CD árának 8 dukátról 10 dukátra való emelésekor fellépő kompenzációs változás abszolút értéke Zombor esetén 10.3 dukáttal több, mint Emese esetén?

Eredmény Megoldás

6. feladat: Mária Antónia kenyérre (x) és kalácsra (y) vonatkozó hasznossági függvénye szimmetrikus Cobb–Douglas. A régi szép időkben a kenyér és a kalács ára ugyanakkora volt, de a Bastille ostroma után a kenyér ára négyszeresére emelkedett.

a. Jövedelme hányadáról lenne hajlandó lemondani, hogy visszaálljon az eredeti ár?

b. Hányszorosára kell növelni M. A. jövedelmét, hogy elérje az ostrom előtti hasznossági szintjét?

Eredmény Megoldás

7. feladat: Fraulein Schmetterling egy csésze teába mindig két kockacukrot tesz, ha ennél kevesebb cukra van, inkább nem iszik teát, ha több cukra van, a felesleget eldobja. Egy csésze tea 40 pfennigbe kerül, egy kockacukor p_c pfennigbe és Fraulein Schmetterling teázásra fordított jövedelme 480 pfennig (4 márka 80 pfennig). A kockacukor ára kétszeresére emelkedik, ezért Fraulein Schmetterlingnek 160 pfenniggel többet kell teázásra költenie, hogy elérje az árváltozás előtti hasznosságszintjét.

a. Mennyi p_c?

b. Mekkora az egyenértékű változás értéke?

Eredmény Megoldás

8. feladat: Kedvelt belga gyorséttermemben három kiszerelésben vásárolhatok hagymakarikát:
Szóval nem vehetek például tizenhárom hagymakarikát, csak úgy, hogy többet veszek, és a felesleget otthagyom. Pszichiáterem szerint a hagymakarikák iránti keresleti függvényem $D(p) = 35 - \frac{p}{2}$.

Mennyiség	Ár
5 db	330 Ft
10 db	490 Ft
20 db	790 Ft

a. Melyik lehetőség mellett mennyi a bruttó fogyasztói többletem?

b. És a nettó fogyasztói többletem?

c. Hány hagymakarikát vegyek?

Eredmény Megoldás

PIACI KERESLET

1. feladat: A gyufa piacán két nagy fogyasztói csoportot különíthetünk el, a dohányzókat és a nemdohányzókat. A dohányzók inverz keresleti függvénye: $p_D = 15 - 0.5q_D$, a nemdohányzóké $p_{ND} = a - q_{ND}$, ahol $a > 10$. Mekkora az a paraméter értéke, ha a gyufapiacon a 10 garas ár mellett a kereslet árrugalmassága pontosan kétszerese a fogyasztók gyufára fordított kiadását maximalizáló ár melletti rugalmasságnak?

Eredmény Megoldás

2. feladat: Ön szépreményű ifjú közgazdász, aki nemrég végzett, és egy dinamikusan fejlődő cégnél, a *Ló és Patkó Export–Import Kft*-nél helyezkedett el. A cég lópatkók árusításával foglalkozik. Első feladata az volt, hogy határozza meg a lópatkópiacon a vállalat számára maximális bevételt biztosító árat. Elődje már elvégezte az ehhez szükséges piackutatást, és megállapította, hogy a patkók iránti kereslet görbéjének egyenlete:

$$q = 6 - 0.5p.$$

Feladata könnyűnek bizonyult, tanulmányai alapján egyszerűen megállapította ezt az árat, és az eredményt büszkén jelentette a főnökének. Ő azonban roppant kapzsi és beképzelt ember, nem tudja elképzelni, hogy egy ilyen zöldfülűnek, mint Ön, igaza lehet. Ezért utasításba adta, hogy a cég az optimális ár másfélszeresét kérje egy lópatkóért. Hány garas bevételtől esett el a cég a Főnök korlátoltsága miatt?

Eredmény Megoldás

3. feladat (*BZ*): János telekommunikációs szolgáltatásokat nyújt Orsinak és Bettinek. Orsi, aki amúgy panaszkodásra használja a telefont, inverz keresleti görbéje $P_O = 29 - \frac{1}{3}Q_O$ alakú. Betti alapvetően arra használja telefonját, hogy folyamatosan értékalkotó módon járulhasson hozzá különféle projektekhez; inverz keresleti görbéjének egyenlete $P_B = 35 - \frac{1}{2}Q_B$. Réka János folyamatos unszolására szintén belép a piacra. Ezáltal a János bevételét maximalizáló ár 2.7 garassal csökken, ám a János által elérhető maximális bevétel 1690 garasra nő. Írja fel Réka keresleti görbéjének egyenletét, ha tudjuk, hogy az is lineáris alakú!

Eredmény Megoldás

4. feladat: Az Aranyláb FC szurkolóinak keresleti függvénye

$$D_A(p) = 100000 - 50p,$$

a klub stadionja 60000 fős. Ha a Balláb TE érkezik bajnoki meccsre, akkor a várható balhék miatt két, egyenként 2000 fős szektort be kell zárni, hogy a két tábort szeparálhassák. A BTE szurkolóinak keresleti függvénye:

$$D_B(p) = 50000 - bp.$$

A jegyek árát úgy állapítjuk meg, hogy az otthon játszó csapat szurkolóitól a lehető legnagyobb jegybevételt kasszírozhassa az egyesület. Mekkora a b paraméter értéke, ha összesen 5000 hely marad szabadon a stadionban?

Eredmény Megoldás

5. feladat: Ön szépreményű ifjú közgazdász, aki nemrég végzett, és egy dinamikusan fejlődő cégnél, a *Kard és Méreg Export–Import Kft*-nél helyezkedett el. A cég mérgező hegyű kardok árusításával foglalkozik. Első feladata az volt, hogy határozza meg a piacon a vállalat számára maximális bevételt biztosító árat. Elődje már elvégezte az ehhez szükséges piackutatást, és megállapította, hogy a termék iránti kereslet görbéje $q = a - 0.5p$. Feladata könnyűnek bizonyult, tanulmányai alapján egyszerűen megállapította ezt az árat, és az eredményt büszkén jelentette a főnökének. Ő azonban roppant kapzsi és beképzelt ember, nem tudja elképzelni, hogy egy ilyen zöldfülűnek, mint Ön, csak úgy igaza lehet. Ezért utasításba adta, hogy a cég az optimális ár b-szeresét ($b > 1$) kérje egy kardért.

a. Mekkora a b paraméter értéke, ha a cég az optimális bevételének a negyedét elveszti a főnök korlátoltsága miatt?

b. Mekkora az a paraméter értéke, ha elvesztegetett bevételük éppen 50 garas?

Eredmény Megoldás

6. feladat: A fallabdaütők piacát a következő keresleti görbe jellemzi: $x(p) = 90 - p$, ahol p a fallabdaütő ára. Jelenleg a piacon mért árrugalmasság -1/2. A piacot ellátó egyetlen vállalat bevételét szeretné maximalizálni. Ha sikerül, mennyivel növekszik a teljes bevétele a jelenlegihez képest?

Eredmény Megoldás

7. feladat: A fallabdaütők piacát a következő keresleti görbe jellemzi: $x(p) = 450 - ap$, ahol p a fallabdaütő ára. Jelenleg a piacon mért árrugalmasság -1/2. A piacot ellátó egyetlen vállalatnak bevétele maximalizálása érdekében a jelenlegi árat 75 forinttal kell megemelnie. Ha sikerül, mennyivel növekszik a teljes bevétele a jelenlegihez képest?

Eredmény Megoldás

8. feladat: Hänsel és Gretel mézeskalácsra vonatkozó keresleti függvényei rendre:

$$D_H(p) = 10 - 2 \cdot p \qquad\qquad D_G(p) = 9 - p.$$

a. Mi az aggregált keresleti függvény?

b. Mekkora ár mellett lesz 1 egység a kereslet?

c. Mennyi Hänsel fogyasztása a **b.** pontban kiszámolt ár mellett?

Eredmény Megoldás

9. feladat: Az *All You Can Eat Plus a Whole Chicken* étterem közgazdasági elemzője tudja, hogy a férfiak és a nők csirke (x) és egyéb javakra költött jövedelem (y) iránti hasznosságfüggvénye is Cobb–Douglas-típusú, de a jószágok kitevői eltérnek. Egy törzsvendég (férj–feleség összetételű) házaspár együttes fogyasztását figyelte meg: amikor a csirke 10 randba került, összesen 26 csirkét fogyasztottak, míg amikor a csirke 13 randba került, összesen 20 csirkét fogyasztottak. Feltéve, hogy a két megfigyelés között a házaspár jövedelme nem változott, mi a csirke iránti aggregált keresleti függvényük?

Eredmény Megoldás

10. feladat: Kasztília, illetve Aragónia borpiacán a következők a keresleti függvények:

$$D_K(p) = 30 - 5 \cdot p \qquad D_A(p) = 20 - p.$$

Egy üveg bor mindkét országban 4 reálba kerül.

a. Melyik országban mennyi a fogyasztói többlet?

A két ország borpiaca összeolvad, egy ár alakul alakul ki. (Különben mindenki az olcsóbb bort venné.)

b. Mi a két ország aggregált keresleti függvénye?

c. Milyen ár esetén lenne az aggregált fogyasztói többlet 72?

Eredmény Megoldás

11. feladat: Oliva Dani olivabogyóra és fetasajtra vonatkozó hasznosságfüggvénye Cobb–Douglas-típusú, jövedelme 100 euró. Az olivabogyó ára kétszer akkora, mint a fetasajt ára. Hányszorosa Dani olivabogyó-keresletének jövedelemrugalmassága a fetasajt kereslete jövedelemrugalmasságának?

Eredmény Megoldás

EGYENSÚLY

1. feladat: A birsalmalekvár Marginália lakosainak kedvenc csemegéje, képesek akár a tonhalas szendvicsre is kenni belőle. Ennek megfelelően a kereslet igen magas, hiszen az inverz keresleti függvény $p = 100 - 2q$, alakú, ahol q a birsalmalekvár mennyisége bödönben mérve, p pedig az ára garasban. Az inverz kínálati függvény: $p = 20 + 4q$. Az ország uralkodója azonban roppant módon aggódik a kincstár kiürülése miatt, ezért mennyiségi adót vetett ki a lekvárra. Ügyes módon úgy választotta meg az adó t mértékét, hogy a beszedett összadótömeg pontosan a kétszerese az ezen a piacon keletkezett adózás utáni nettó fogyasztói többletnek. Hány garas az adó?

Eredmény Megoldás

2. feladat: Legyen a golyóálló zakóra vonatkozó keresleti és kínálati függvény rendre

$$Q = 100 - 2P, \quad \text{és} \quad Q = -20 + P.$$

a. Mekkora az egyensúlyi ár?

b. Hány zakót értékesítenek az egyensúlyban?

c. Mekkora a golyóálló zakóra kivetett mennyiségi adó, ha a 45 garas keresleti ár mellett a kínált mennyiség 9-cel meghaladja a keresett mennyiséget?

d. Mennyi az állam adóbevétele az adó bevezetését követő egyensúlyban?

Eredmény Megoldás

3. feladat: A platinazsanér piacán az inverz keresleti függvény $p = 200 - q$, míg az inverz kínálati függvény $p = 80 + 0.5q$ alakú. Az egyensúlyi ár kétharmadánál mekkora a túlkereslet?

Eredmény Megoldás

4. feladat: Az aranytipli piacán az inverz keresleti függvény $p = a - q$, míg az inverz kínálati függvény $p = 40 + 0.5q$ alakú. Az egyensúlyi ár kétharmadánál a túlkereslet 60 darab aranytipli. Mekkora az a paraméter?

Eredmény Megoldás

5. feladat: A sínketyere piacát az állam szabályozza, meghatározta a sínketyere p árát. Ezen az áron a keresett mennyiség sajnos kétszerese a kínált mennyiségnek. Az állam azonban – féltve a tekintélyét – beavatkozást fontolgat. Mennyiségi támogatást nyújt a sínketyere gyártóinak, pontosan annyit, hogy számukra éppen megérje annyit kínálni, amennyit a fogyasztók megvesznek.

a. Mennyi pénzt költ összesen (T) erre a támogatásra, ha az inverz keresleti függvény $p = 100 - q$, az inverz kínálati függvény pedig $p = 10 + q$?

b. Mennyivel csökken az összes társadalmi többlet (fogyasztói többlet + termelői többlet – esetleges össztámogatás) az árszabályozás és támogatás előtti egyensúlyi helyzethez viszonyítva?

Eredmény Megoldás

6. feladat: A birsalmalekvár továbbra is Marginália lakosainak kedvenc csemegéje, még mindig képesek akár a tonhalas szendvicsre is kenni belőle. Ennek megfelelően a kereslet nem változott, hiszen az inverz keresleti függvény most is $p = 100 - 2q$ alakú, ahol q a birsalmalekvár mennyisége bödönben mérve, p pedig az ára garasban. Az inverz kínálati függvény azonban igencsak módosult: $p = 20 + q$. Az ország uralkodója korábban roppant módon aggódott a kincstár kiürülése miatt, és ezért mennyiségi adót vetett ki a lekvárra. Ügyes módon választotta meg az adó mértékét, és a $t = 20$ értéken állapította azt meg. Hányszorosa most a fogyasztók által az egyensúlyban kifizetett összeg annak, amit a termelők kapnak?

Eredmény Megoldás

7. feladat (*BZ*): András saját képzeletbeli királyságában két termelő él. Tibi agyserkentő, míg Dalma szerelmi bájitalt készít. Az agyserkentő iránti keresletet a $D(p_a) = 100 - 0.2p_a$ függvény írja le, míg Tibi kínálati függvénye $S(p_a) = 0.3p_a$ alakú. A szerelmi bájital iránti keresleti görbe egyenlete $D(p_s) = 200 - 0.5p_s$, míg Dalma kínálati függvénye $S(p_s) = 2p_s - 50$ alakú. András megtudja, hogy ha Dalma teljes bevétele elérné a 20000 dukátot, akkor az eddig megszokottnál is kedvesebb lenne vele. Ezért (biztos, ami biztos alapon) 6000 dukát adót szeretne beszedni Tibi piacán, amit transzferként odaadna Dalmának. András tehát 100 egység mennyiségi adót vet ki az agyserkentőre, azonban – mivel már mindent elfelejtett, amit a mikroökonómia kurzuson tanult – ennek meghatározásakor nem vette figyelembe, hogy a mennyiségi adó hatására az agyserkentő piacán változik az eladott mennyiség. Sikerül-e elérnie Andrásnak a célját, azaz Dalma teljes bevétele (a szerelmi bájital bevétele mellé a Tibi piacán befolyt adómennyiséget is transzferként megkapva) eléri-e a 20000 dukátot?

Eredmény Megoldás

8. feladat (*BZ*): Az idei karácsonyi szezon slágere az olyan plüssmaci, amelyik hasánál megnyomva azt mondja: „borzasztó vagy”. Az ilyen típusú plüssmacik iránti keresleti görbe $D(p) = 250 - 10p$ alakú, a kínálatot pedig az $S(p) = -50 + 10p$ alakú függvény írja le. A (gonosz) állam az adóbevételét maximalizáló mennyiségi adót vetett ki a piacra.

a. Mekkora ez a t^* mennyiségi adó?

b. Mekkora az állam által beszedett összes (T^*) adó ?

Eredmény Megoldás

9. feladat (*BZ*): A zöldségchips iránti keresletet a $D(p) = 150 - 2p$ függvény írja le. A piaci egyensúlyban a termék ára 48 dél-afrikai rand. A helyi maffia azonban a zöldségchips eladóit megfenyegette, hogy ha nem fizetnek neki minden eladott egység után t rand nagyságú védelmi pénzt, akkor beszünteti a piacot. Az eladók kénytelenek voltak behódolni a maffiának, az így kialakuló új egyensúlyban a kereslet árrugalmasságának abszolút értéke 2. Mekkora t értéke, ha tudjuk, hogy a kínálati függvény $S(p) = a + p$ alakú?

Eredmény Megoldás

10. feladat: A pizzaszeletek piacán a dollárban mért inverz keresleti és inverz kínálati függvények

$$p_D(q) = 70 - 2 \cdot q, \qquad p_S(q) = 4 \cdot q + 10.$$

a. Milyen ár mellett lesz 5 szelet a kínált mennyiség?

b. Az **a.** pontban kiszámolt ár mellett túlkereslet vagy túlkínálat van-e a piacon?

c. Ez a **b.** pontbeli túl_______ nagyobb vagy kisebb lenne négy dollárral nagyobb ár mellett?

d. Hány pizzaszeletet adnak el egyensúlyban?

Eredmény Megoldás

11. feladat: A csipsz piacán a keresleti, illetve kínálati függvények:

$$D(p) = 12 - p, \qquad S(p) = 3 \cdot p.$$

a. Mekkora az egyensúlyi fogyasztás?

A kormány szeretné, ha visszaesne a magas egészségügyi kiadásokhoz vezető csipszfogyasztás, ezért megemeli a termék eddig 0%-os áfáját.

b. Mennyire emelte az áfát a kormány, ha a holtteherveszteség 3/8?

Eredmény Megoldás

12. feladat: Kasztília borpiacán a következő a keresleti és a kínálati függvény:

$$D_K(p) = 30 - 5 \cdot p, \qquad S_K(p) = p.$$

Ugyanezt a piacot Aragóniában a következő függvények írják le:

$$D_A(p) = 20 - p, \qquad S_A(p) = p - 4.$$

A határon nem lehet bort átvinni, ezért könnyen lehet, hogy a két országban különböző árak alakulnak ki.

a. Melyik piacon mekkora az egyensúlyi ár, illetve mennyiség?

Aragóniai Ferdinánd és Kasztíliai Izabella házasságával Spanyolországként egyesülnek a királyságok, a piacok egybeolvadnak, a megfelelő függvények aggregálódnak.

b. Mekkora lesz a közös piacon az egyensúlyi ár?

c. Javult vagy romlott a fogyasztók helyzete az egyesüléssel?

Eredmény Megoldás

13. feladat: Kasztíliai Izabella, Spanyolország királynője, népe sanyarú sorsát látva adót vet ki a vászontermékekre. Úgy tervezi, hogy az adóból befolyó 240 reálból (ez egy pénznem) az Indiába való kivándorlást fogja támogatni. A vászonpiacot leíró függvények:

$$D(p) = 48 - p, \qquad S(p) = 3 \cdot p.$$

a. Mekkora mennyiségi adót vessen ki, hogy összejöjjön a 240 reál adóbevétel?

b. Mekkora értékadót (áfát) vessen ki, ha ugyanekkora bevételt szeretne elérni?

Eredmény Megoldás

CSERE

1. feladat: Zeusz és Héra valaha boldog házasságába Héra 1 templomot és 35 oszlopcsarnokot hozott. Zeusz 5 oszlopcsarnokkal járult hozzá a kezdeti boldogsághoz. Miután házasságuk megromlott, elhatározták, hogy felosztják vagyonukat, mégpedig oly módon, hogy felkérik Pallasz Athénét, számítaná ki nekik, mi is kétszemélyes gazdaságukban az általános egyensúly, és aztán aszerint osztozkodnak. Zeusz hasznossági függvénye:

$$U_z(t_z, o_z) = 0,5 \ln t_z + 0,5 \ln o_z,$$

Héráé:

$$U_h(t_h, o_h) = t_h^{0,25} o_h^{0,75}.$$

Mennyi templomot dobott be Zeusz kezdetben a közösbe, ha az osztozkodás után 2 templom jutott neki?

Eredmény Megoldás

2. feladat: Gábor és Andor csak töltőtollat és papírt „fogyasztanak”. Gábornak kezdetben töltőtolla van, de papírja egyáltalán nincs. Andornak ugyan nincs töltőtolla, de van 100 lap A4-es papírlapja. Gábor hasznossági függvénye szimmetrikus Cobb–Douglas, Andor is jövedelmének mindig ugyanakkora hányadát, 0.8 részét költi papírra. Ebben az ő mesebeli gazdaságukban az egyensúlyi árarány pontosan 1. Hány darab töltőtollon osztoznak?

Eredmény Megoldás

3. feladat: Klütaimnésztra és Aigiszthosz csak hálót (h) és bárdot (b) fogyaszt. Klütaimnésztra hasznossági függvénye szimmetrikus Cobb–Douglas, Aigiszthoszé:

$$U(h, b) = 100 \ln h + b.$$

A háló ára 2 arany négyzetméterenként, a bárdé 1 arany.

a. Mekkora Aigiszthosz jövedelme, ha mindketten ugyanazt a jószágkosarat fogyasztják?

b. Mekkora ez a jószágkosár?

Eredmény Megoldás

4. feladat: Egy tiszta cseregazdaságban Rómeó és Júlia ugyanazt a két jószágot fogyasztják. (Lehetne ez kard és méreg, ha úgy tetszik.) Kezdetben Rómeónak 16 kardja és 13 pohár mérge van, Júliának 59 kardja és 2 pohár mérge. Mindkettejük hasznossági függvénye:

$$U(k,m) = k^{1/3}m^{2/3}.$$

Ha a kard ára egységnyi, egyensúlyban mennyibe kerül a méreg?

Eredmény Megoldás

5. feladat: Egy tiszta cseregazdaságban Zeusz és Héra ugyanazt a két jószágot fogyasztják. (Lehetne ez villám (v) és méreg (m).) Kezdetben Zeusznak 8 villámja és 9 pohár mérge van, Hérának 10 villámja és 12 pohár mérge. Zeusz hasznossági függvénye: $U(v_Z, m_Z) = \min\{v_Z, am_Z\}$, Héráé $U(v_H, m_H) = v_H^{1/2} m_H^{1/2}$. Ha egyensúlyban a kard ára p (és a méreg az ármérce jószág), valamint Héra 16 pohár mérget fogyaszt, akkor mekkora az a paraméter értéke?

Eredmény Megoldás

6. feladat: Egy kétszereplős cseregazdaságban mindkét fogyasztó hasznosságfüggvénye

$$U(x,y) = x^a y^{1-a}.$$

A gazdaságban mindkét jószágból összesen egy-egy egységnyi áll rendelkezésre. A kiinduló helyzetben az egyik jószág összes mennyisége az egyik, a másik jószág összes mennyisége a másik fogyasztó tulajdonában van. Az egyensúlyi árarány $p_x/p_y = 2$. Mennyi az a paraméter értéke?

Eredmény Megoldás

7. feladat: Egy kéttermékes gazdaság fogyasztói A és B. Az A fogyasztó hasznosságfüggvénye

$$u_A(x_A, y_A) = ax_A + y_A,$$

indulókészlete $(0, 100)$. B hasznosságfüggvénye

$$u_B(x_B, y_B) = x_B y_B,$$

indulókészlete $(15, 0)$.

a. Mekkora az a paraméter értéke az árak függvényében?

Egyensúlyban A a $p_x = p, p_y = 1$ egyensúlyi árak mellett az y jószágból 85 egységet fogyaszt.

b. Mekkora az egyensúlyi p ár?

Eredmény Megoldás

8. feladat: András és Bálint nagy borisszák. Osztozniuk kell a birtokukban lévő összesen 1-1 hektoliter fehér- és vörösboron. András hasznossági függvénye:

$$U_A(f_A, v_A) = f_A v_A,$$

Bálinté:

$$U_B(f_B, v_B) = f_B v_B^2,$$

ahol a szimbólumok jelentése értelemszerű.

a. Ha Bálintnak kezdetben 0.4 hektoliter fehér-, illetve 0.25 hektoliter vörösbora volt, akkor ebben a pontban mekkora András készlete?

b. Ebben a pontban mennyi András haszna?

c. Adja meg a Pareto-hatékony pontok egyenletét (András fogyasztásában)!

d. Mennyi vörösbort kap András egy olyan Pareto-hatékony pontban, amelyben haszna megegyezik kezdeti hasznával?

Eredmény Megoldás

9. feladat: Az olümposzi piacon egy pohár nektár az ármérce. Apollón nem túl gazdag, csak ω_A adag ambróziája és 5 pohár nektárja van. Hasznossági függvénye Cobb–Douglas-típusú:

$$U_A(a_A, n_A) = a_A^{\alpha} n_A^{1-\alpha},$$

ahol a szimbólumok jelentése nyilvánvaló. Ha a piacon egy adag ambróziát 2 pohár nektárért lehet venni, akkor Apollón (bruttó) kereslete ambróziából $a_A = 2.75$ adag.

a. Mekkora Apollón ω_A kezdeti készletének nagysága α függvényében?

A piacon rajta kívül csak Hermész kereskedik, neki 1 adag ambróziája és 35 pohárnyi nektárja van. Hasznossági függvénye

$$U_H(a_H, n_H) = a_H^{0.25} n_H^{0.75}.$$

b. Mekkora az α paraméter értéke, ha az ambrózia egyensúlyi ára 5?

Eredmény Megoldás

10. feladat: Amír és Bondelló mindig együtt tízóraiznak. Ma Amír 13 zsömlét (x) és 15 pohár joghurtot (y) hozott, míg Bondelló 16 zsömlét és 1 pohár joghurtot. Hasznosságfüggvényeik:

$$U_A(x_A, y_A) = x_A + y_A, \qquad U_B(x_B, y_B) = \sqrt{x_B} + \sqrt{y_B}.$$

Amír azt javasolja, hogy 15 joghurtért cserébe Bondelló adjon neki 16 zsömlét.

a. Megérné-e ez a csere Bondellónak?

Bondelló azt mondja, hogy inkább Amír adjon 8 pohár joghurtot 7 zsemléért cserébe.

b. Megérné-e ez a csere Amírnak?

c. Pareto-hatékony-e a javak kezdeti elosztása?

Eredmény Megoldás

11. feladat: Akela és Balu szeretik a gyümölcsöket. A dzsungelben, ahol élnek, csak banán (x) és narancs (y) van. Ezekre vonatkozó hasznosságfüggvényeik:

$$U_A(x_A, y_A) = x_A + y_A, \qquad U_B(x_B, y_B) = x_B \cdot y_B.$$

Indulókészleteik:

$$\left(\omega_A^x, \omega_A^y\right) = (10, 2), \ \left(\omega_B^x, \omega_B^y\right) = (0, 8).$$

a. Van-e olyan elosztás, amelyet mindketten jobban szeretnek a kezdeti elosztásnál?

b. Adja meg a Pareto-hatékony pontok halmazát! (Nem rajzzal, egyenlettel.)

c. Adja meg a szerződési görbét!

d. Adja meg a versenyzői egyensúlyi allokációt és árat!

e. Van-e olyan elosztás, amelyet mindketten jobban szeretnek a versenyzői egyensúlyi elosztásnál?

Eredmény Megoldás

12. feladat: Anthort és Barrt délutánra magukra hagyják a szüleik. Két dologgal múlatják az időt, Chimpokomon kártyákkal játszanak és cukorkákat esznek. A Chimpokomon kártya (x) olyan, hogy minél több van belőle, annál nagyobb eséllyel nyer az ember. A cukorka (y) viszont finom. Kezdetben mindkettőjüknek 20 kártyája és 10 cukorkája van, de persze cserélgethetnek egymással. Anthor hasznosságfüggvénye

$$U_A(x_A, y_A) = 2 \cdot \sqrt{x_A} + y_A,$$

Barré pedig

$$U_B(x_B, y_B) = 6 \cdot \sqrt{x_B} + y_B.$$

a. Adja meg a Pareto-hatékony pontok halmazát! (Nem rajzzal, egyenlettel.)

b. Adja meg a versenyzői egyensúlyi allokációt és árat!

Eredmény Megoldás

13. feladat: Egy átbulizott hétvége után Arkagyij eléggé rosszul van, barátjának, Borisznak kutyabaja. Vitaminra (x) és vízre (y) vonatkozó hasznosságfüggvényeik:

$$U_A(x_A, y_A) = 3 \cdot \sqrt{x_A} + \sqrt{y_A}, \qquad U_B(x_B, y_B) = 2 \cdot x_B + y_B.$$

Összesen 160 tablettányi vitaminjuk és 160 pohár vizük van.

a. Adja meg a Pareto-hatékony pontok halmazát! (Nem rajzzal, egyenlettel.)

b. Adja meg az indulókészletet, ha a szerződési görbe a $(36, 16)$ és $(54, 24)$ pontok közti szakasz (Arkagyij koordináta-rendszerében)!

c. Adja meg a szerződési görbét, ha Borisz indulókészlete 70 tabletta és 120 pohár víz!

Eredmény Megoldás

14. feladat: Egy kirándulás során Aquinas és Belfegor azzal szembesül, hogy nem jól állították össze az útravalót: Aquinasnál csak 6 liter víz (x), Belfegornál csak 9 zacskó szőlőcukor (y) van. Hasznosságfüggvényeik:

$$U_A(x_A, y_A) = x_A^2 \cdot y_A, \qquad U_B(x_B, y_B) = x_B \cdot y_B^2.$$

Sajnos, a kirándulás során már nem esik útba bolt, csak egymással cserélhetnek. Úgy döntenek, egy liter víz p csomag szőlőcukrot ér, ezen árarány mellett bármilyen nemnegatív valós mennyiséget lehet cserélni.

a. Hány csomag szőlőcukrot szeretne vízre cserélni a hasznosságmaximalizáló Belfegor (p függvényében)?

b. Hány liter vizet szeretne szőlőcukorra cserélni a hasznosságmaximalizáló Aquinas (p függvényében)?

c. Összesen mennyi vizet és mennyi szőlőcukrot szeretnének fogyasztani, ha $p = 3$?

d. És ha $p = 2$?

e. Adja meg az egyensúlyi árarányt!

Eredmény Megoldás

15. feladat: Egy tiszta cseregazdaságban két fogyasztó van, A és B. Hasznosságfüggvényeik:

$$U_A(x_A, y_A) = 3 \cdot \sqrt{x_A} + \sqrt{y_A}, \qquad U_B(x_B, y_B) = 2 \cdot x_B + y_B.$$

Az x és y jószágokból is 40-40 egység van összesen a gazdaságban.

a. Adja meg a Pareto-hatékony pontok halmazát!

b. Egy elosztásban, amely versenyzői egyensúly, $x_A = 27$. Mennyi y_A?

Eredmény Megoldás

II. rész

Eredmények

A PIAC

1. feladat:

a.

$$36.$$

b.

Személy:	A	B	C	D	E	F	G	H
Rezervációs ár:	60	70	80	50	10	20	36	30
Legalacsonyabb ár:	30	30	30	30	36	36	30	36

c.

$$\begin{aligned} n &= 4, \\ p_n &= 50, \\ p_n * n &= 200. \end{aligned}$$

d.

$$116.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

a.

A bérleti díj 60 garas és 5 lakást ad ki.

b.

Igen, vesz, maximum 1800 garasért.

c.

$$55.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat:

a. Például a

$$(0,15),(1,15).$$

b. A Pareto-hatékony pontok halmaza:

$$\{(0,x),(1,30-x)|x\in[0,30]\}\cup\{(1,x),(1,30-x)|x\in(20,30]\},$$

azaz az összes olyan elosztás, ahol Grételnél van az alma, és az olyan elosztások, ahol Hanselnél van az alma, és az összes pénzből annyi, hogy ha a maradékot is megkapná, az sem kompenzálná az alma elvesztéséért.

c. Ugyanaz, mint **b.**-ben.

Vissza a feladathoz

4. feladat:

a. 120 rubelt fog kérni a komptulajdonos és A, illetve B megy át. A jószágelosztás: A átment, van nála 180 rubel. B átment, van nála 180 rubel. C nem ment át, van nála 300 rubel. A tulajnak mindegy, melyik oldalon van, és van nála 360 rubel.

b. A jószágelosztás:
A átment, van nála 100 rubel. B átment, van nála 180 rubel. C átment, van nála 240 rubel. A tulajnak mindegy, melyik oldalon van, és van nála 380 rubel.

c. Az **a.**-beli elosztás nem Pareto-hatékony. Pareto-javítása lenne például, ha a kompos még ingyen átvinné C-t.
A **b.**-beli elosztás Pareto-hatékony.

d. Például ha A-nak ad 80 pénzt, akkor a jószágelosztás:
A átment, van nála 180 rubel. B átment, van nála 180 rubel. C átment, van nála 240 rubel. A tulajnak mindegy, melyik oldalon van, és van nála 300 rubel.

Vissza a feladathoz

KÖLTSÉGVETÉS

1. feladat:

a. A költségvetési „egyenes” egyenlete:

$$
\begin{array}{ll}
y = 2100, & \text{ha } x = 0; \\
y = 1200, & \text{ha } 0 < x \leqq 3; \\
y = 1500 - 100x, & \text{ha } 3 < x \leqq 15.
\end{array}
$$

b.

$$x = 5 \quad \text{órát.}$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

a.

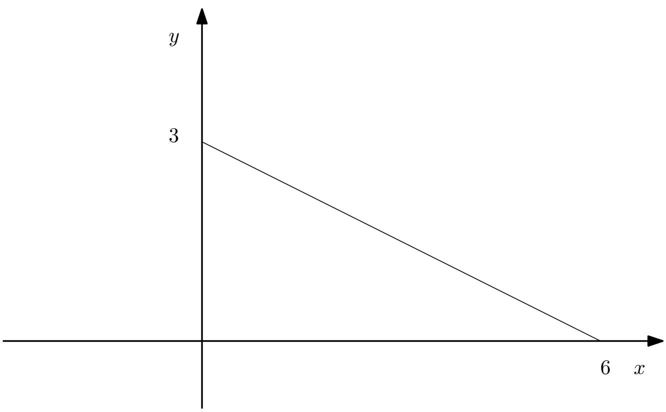
$$p = 1.$$

b. E mellett az ár mellett Nagyi megússza, hogy Ancsának pénzt adjon, és Borcsának elég 100 garast adnia.

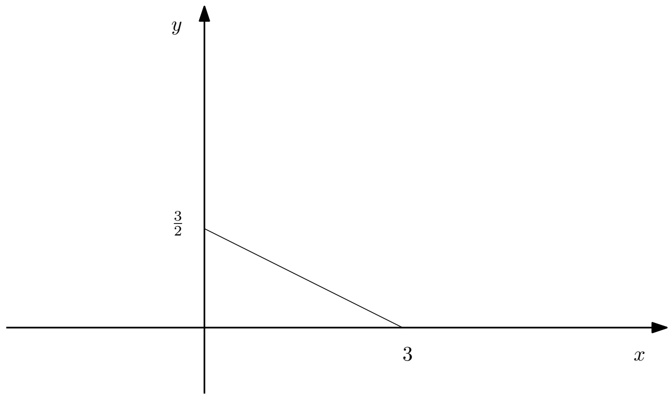
Vissza a feladathoz

3. feladat:

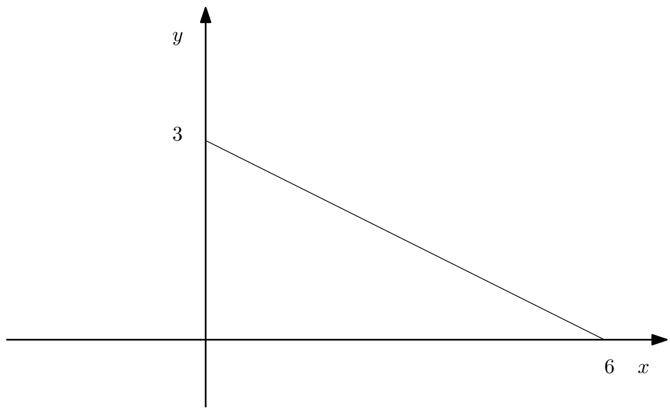
a.



b.



c.

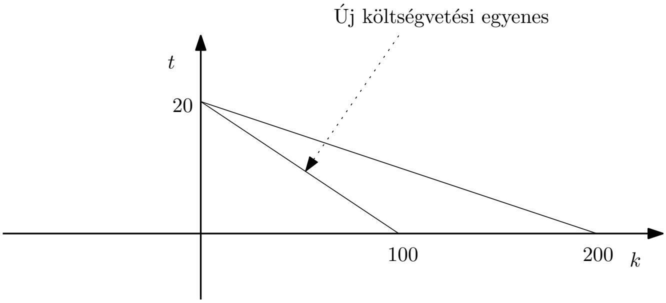


Vissza a feladathoz

4. feladat:

a. A meredekség -10 (vagy $-\frac{1}{10}$, attól függően, hogy melyik tengelyen van a kenyér).

b.

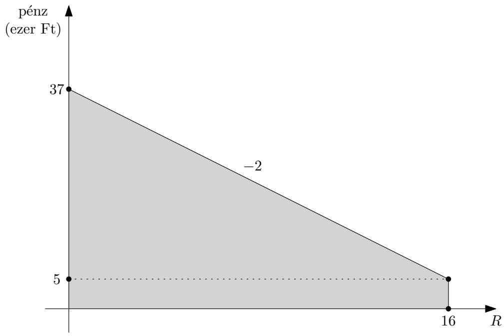


c. 20000 forintnyi utalványt.

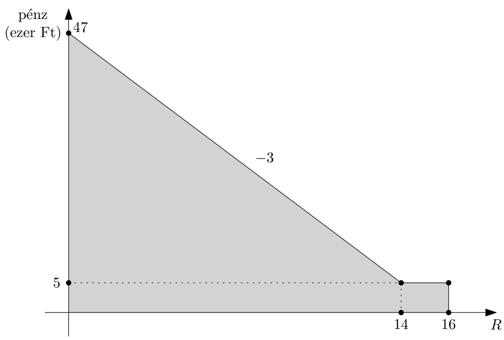
Vissza a feladathoz

5. feladat:

a.



b.



c. Ha tudnám, hogy mindenképpen elmegy dolgozni, akkor ajánlhatnám a jegyvásárlást, de sajnos, nem ismerem a *preferenciáit*.

Vissza a feladathoz

PREFERENCIÁK

1. feladat:

Lásd a megoldást!

Vissza a feladathoz

2. feladat:

Lásd a megoldást!

Vissza a feladathoz

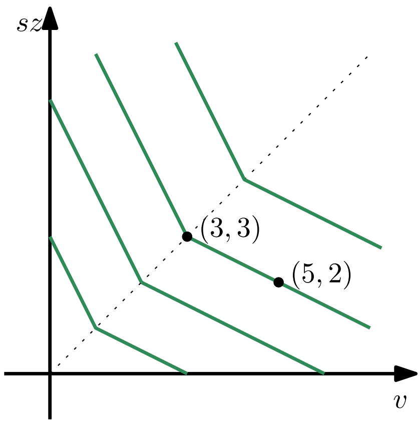
3. feladat:

a. $x = 2$.

b. A (3,3) pontot áthaladó közömbösségi görbe egyenlete:

$$sz = \begin{cases} 9 - 2 \cdot v, & \text{ha } v \leq 3; \\ \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \cdot v, & \text{ha } v > 3. \end{cases}$$

c.



Vissza a feladathoz

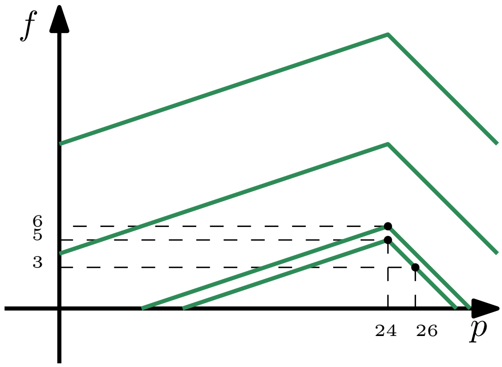
4. feladat:

a. $x = 5$.

b. Az egyenlet:

$$f = \begin{cases} \frac{1}{3} \cdot p - 2, & \text{ha } 6 \leq p \leq 24; \\ 30 - p, & \text{ha } 24 < p \leq 30. \end{cases}$$

c.



Vissza a feladathoz

5. feladat:

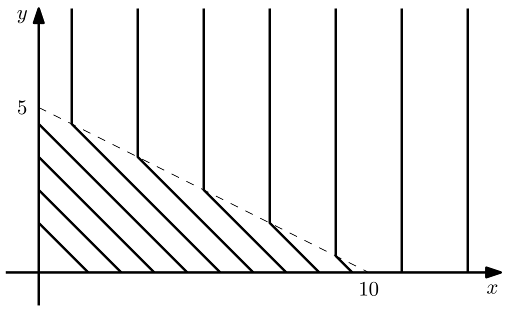
a. Eldiora preferenciarendezése:

$$(5 \text{ tojás}, 1 \text{ spenót}) \sim (3 \text{ tojás}, 3 \text{ spenót}) \succ (1 \text{ tojás}, 5 \text{ spenót}).$$

b. Legalább 1 adag spenótot kérne a tojásért cserébe.

c. Ilyen cserére Eldiora semmiképp sem hajlandó. (Spenótból viszont akár ingyen is adna egy adagot.)

d.



Vissza a feladathoz

HASZNOSSÁG

1. feladat:

$$MRS(3,8) = -\frac{MU_x(3,8)}{MU_y(3,8)} = -5.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

$$x_1 = \frac{1}{2}.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat:

a.

$$MRS(x,y) = -\frac{2}{3}.$$

b.

$$MRS(x,y) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{y}{x}.$$

c.

$$MRS(x,y) = -\frac{2}{3}.$$

d.

$$MRS(x,y) = \begin{cases} \text{nem létezik,} & \text{ha } 2 \cdot x < 3 \cdot y; \\ \text{nem létezik,} & \text{ha } 2 \cdot x = 3 \cdot y; \\ 0 & \text{ha } 2 \cdot x > 3 \cdot y. \end{cases}$$

e.

$$MRS(x,y) = -2 \cdot \frac{y}{x}.$$

f.

$$MRS(x,y) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{y}{x}.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat:

a. $(6,2) \sim (3,3) \prec (3,6)$.

b.

$$MU_x(3,3) = 1.$$

c.

$$\frac{MU_y(3,3)}{MU_x(3,3)} = \frac{3}{1} = 3.$$

d. Nem igaz.

Vissza a feladathoz

5. feladat:

a.

$$U(x,y) = \min(2 \cdot x + 2 \cdot y; 10 + x).$$

b. Nem az.

Vissza a feladathoz

VÁLASZTÁS

1. feladat:

$$c' = 25.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

$$\triangle x = \frac{1}{2}\frac{600}{4} = 75,$$

illetve

$$\triangle y = \frac{1}{2}\frac{600}{2} = 150.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat:

a.

$$f = 0, \quad l = \frac{2250}{75} = 30.$$

b.

$$p_f = 150,$$

ahol p_f a fiúk által fejenként okozott kár.

Vissza a feladathoz

4. feladat:

$$\alpha = \frac{1}{4}.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat: A keresett kosár:

$$(9,9).$$

Vissza a feladathoz

6. feladat: A keresett kosár:

$$\left(30, \frac{19}{2}\right).$$

Vissza a feladathoz

7. feladat:

$$\Delta m = 120.$$

Vissza a feladathoz

8. feladat:

a.

$$p_h = 1.$$

b.

$$m = 3 \cdot 1 + 1 \cdot 5 = 8.$$

c.

$$p_h' = 18.$$

d. Robin jövedelme

$$|\Delta m| = \frac{7}{5}$$

egységgel csökkent.

Vissza a feladathoz

9. feladat:

a.

$$y = 99.$$

b.

$$y' = 99,$$

tehát nem változik.

Vissza a feladathoz

10. feladat:

a. Ha az alvégiek csak egy minimális, zérusnál nagyobb mennyiségű körtét fogyasztanak, akkor érdemes velük fizettetni a mennyiségi adót, és a felvégiekkel az egyösszegű adót.

b.

$$\sum adó = T + t * \frac{m - 200 - t}{200 + t}.$$

Vissza a feladathoz

11. feladat:

$$p_x = 4.$$

Vissza a feladathoz

12. feladat:

$$\Delta x = 50.$$

Vissza a feladathoz

13. feladat: Optimumban $t* = 60$, $k^* = 18$.

Vissza a feladathoz

14. feladat: Optimumban $r^* = 72$.

Vissza a feladathoz

15. feladat:

a.

$$U(a, j) = 2 \cdot a + j.$$

b.

$$a^* = 15.$$

c.

$$p_j = 1.$$

Vissza a feladathoz

16. feladat:

a.

$$n = 4.$$

b.

$$x^* = 5.$$

c.

$$y^* = 20.$$

d.

$$MRS(x,y) = -1.$$

Vissza a feladathoz

17. feladat:

a. Optimumban 4 táncórát vesz, és 30 garast költ egyéb javakra.

b. 5 garas.

c. 75 garas.

Vissza a feladathoz

18. feladat:

a. Optimumban $x = 4$, $y = 3$.

b. Optimumban $x = 2$, $y = 4$.

c. Optimumban $x = 5$, $y = 0$.

Vissza a feladathoz

KERESLET

1. feladat:

$$m = 27000.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

a.

$$m = 6.$$

b.

$$y^* = 2 \cdot x^*.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat:

$$a = \frac{1}{2}.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat:

a.

$$\frac{x\left(m, \frac{p_x}{2}, p_y\right)}{x(p_x, p_y, m)} = \frac{\frac{a}{a+b}\frac{m}{\frac{p_x}{2}}}{\frac{a}{a+b}\frac{m}{p_x}} = 2.$$

b.

$$m = \frac{4}{3} \cdot y.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat:

a.

$$p_y = \frac{3}{4}.$$

b. Nincs.

c. A jövedelem–ajánlati görbe az

$$x = 0, \qquad y \in [0, 9]$$

ponthalmaz és az

$$x \in [0, \infty), \qquad y = 9$$

ponthalmaz uniója.

Vissza a feladathoz

6. feladat:

a.

$$a(m, p_y, p_a) = \frac{1}{p_a}.$$

b. A jövedelem–ajánlati görbe az

$$y = 0, \qquad a \in [0, 1]$$

ponthalmaz és az

$$y \in [0, \infty), \qquad a = 1$$

ponthalmaz uniója.

c. Az Engel-görbe pozitív meredekségű szakaszán, vagyis ahol $a \leq 1$,

$$m = a.$$

A függőleges szakaszon, ahol $a = 1$, pedig

$$m \in [1, \infty).$$

d. Nincs.

Vissza a feladathoz

7. feladat: Az ár–ajánlati görbe egybeesik az

$$x_2(x_1) : \Re_{++} \to \Re, \quad x_2(x_1) = 20$$

(nyílt) félegyenessel.

Vissza a feladathoz

8. feladat:

$$m = 36.$$

Vissza a feladathoz

9. feladat:

$$m_{T.H.} = 20.$$

Vissza a feladathoz

10. feladat:

a.

$$p_2 = 12.$$

b. Az ár–ajánlati görbe egybeesik az

$$x_1(x_2) : \Re_{++} \to \Re, \quad x_1(x_2) = 45$$

(nyílt) félegyenessel.

Vissza a feladathoz

11. feladat:

$$T = \left(\frac{1}{p} * 1\right)/2 = \frac{1}{2p}.$$

Vissza a feladathoz

12. feladat:

a. Az x fogyasztás kétszeresére nő.

b. Az Engel-görbe:

$$y = \frac{3}{4} \cdot m.$$

Vissza a feladathoz

13. feladat:

a. A jövedelem $m = 30$.

b. A különböző p_a árszintek mellett optimális jószágkosarak (j,a) koordinátarendszerbeli egyenlete (az ár–ajánlati görbe)

$$a = \begin{cases} \frac{30-j}{2}, & \text{ha } 0 < j \leq 30; \\ [15,\infty), & \text{ha } j = 0. \end{cases}$$

c. A keresleti függvény:

$$a(30,1,p_a) = \begin{cases} 0, & \text{ha } 2 < p_a; \\ [0,15], & \text{ha } p_a = 2; \\ \frac{30}{p_a}, & \text{ha } 0 < p_a < 2. \end{cases}$$

Vissza a feladathoz

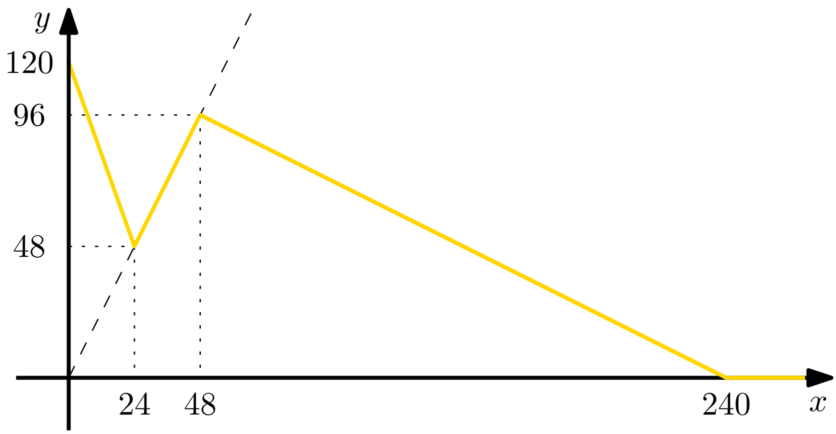
14. feladat:

a. Optimumban

$$x^* = 0, \qquad y^* = \frac{m}{p_y} = 120.$$

b. Függőleges félegyenes, az egyenlete $x = 0$.

c. Az ár–ajánlati görbe:



Egyenlettel:

$$y = \begin{cases} 120 - 3 \cdot x, & \text{ha } x \leq 24; \\ 2 \cdot x, & \text{ha } 24 < x \leq 48; \\ 120 - \frac{1}{2} \cdot x, & \text{ha } 48 < x \leq 240; \\ 0, & \text{ha } 240 < x. \end{cases}$$

Vissza a feladathoz

15. feladat:

a. A spenót keresleti függvénye:

$$y(p_y) = \begin{cases} \frac{32}{16-p_y}, & \text{ha } p_y < 8; \\ [0,4], & \text{ha } p_y = 8; \\ 0, & \text{ha } p_y > 8. \end{cases}$$

b. A spenót Engel-görbéje:

$$y(m) = \begin{cases} \frac{80-m}{10}, & \text{ha } m < 80; \\ 0, & \text{ha } m \geq 80. \end{cases}$$

c. A spenót Giffen-jószág.

d. A spenót inferior jószág.

Vissza a feladathoz

A SLUTSKY-EGYENLET

1. feladat:

$$JH = -0.125.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

$$\frac{\triangle x^{1\to 2}}{\triangle x^{2\to 3}} = 2.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat:

$$a = 4.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat:

$$m = 60.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat: Kétszeresére nőtt, $p_c' = 20$.

Vissza a feladathoz

6. feladat:

a. Az árváltozás Slutsky-féle helyettesítési hatása:

$$HH = 0.$$

Az árváltozás Slutsky-féle jövedelmi hatása:

$$JH = -1.$$

b. Giffen-jószág.

Vissza a feladathoz

7. feladat:

a. A Hicks-féle helyettesítési hatás:

$$HH = -2,$$

b. A Hicks-féle jövedelmi hatás:

$$JH = 0.$$

Vissza a feladathoz

VÉTEL ÉS ELADÁS

1. feladat:

a.

$$2400.$$

b.

$$2250.$$

c.

$$KJH = -1500.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

$$w = 300.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat:

$$k = 2.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat:

a.

$$G^* = 8, y^* = 24.$$

b.

Igen.

c.

$$|MRS(8,24)| = \frac{1}{1} = 1.$$

d. Optimumban

$$G^* = 14, \quad y^* = 21.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat:

a.

$$p = 10.$$

b. A munkakínálati függvény:

$$L(w) = \frac{2000}{10 + w}.$$

Vissza a feladathoz

6. feladat:

a.

$$w = 21.$$

b.

$$w = 28.$$

c.

$$L = 11.75.$$

d.

$$\hat{w} = 28.$$

Vissza a feladathoz

FOGYASZTÓI TÖBBLET

1. feladat: A két kérdésre ugyanaz a válasz:

$$1550.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

$$t = 40.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat:

a.

$$p = \frac{a}{2}.$$

b.

$$\frac{a^2}{8b}.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat:

a.

$$a = 10.$$

b.

$$p' = 5.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat:

$$a = 54.$$

Vissza a feladathoz

6. feladat:

a. Jövedelme feléről mondana le.

b. Kétszerezni kellene a jövedelmét, hogy olyan jó legyen neki a forradalom után, mint előtte. (Legalábbis egy ideig.)

Vissza a feladathoz

7. feladat:

a. $p_c = 10$.

b. 120 pfennig.

Vissza a feladathoz

8. feladat:

a. Az 5, 10 és 20 hagymakarikás kiszerelésekhez tartozó bruttó fogyasztói többletek:

$$BFT(5) = 325, \quad BFT(10) = 600, \quad BFT(20) = 1000.$$

b. A nettó fogyasztói többletek:

$$\begin{aligned} NFT(5) &= -5, \\ NFT(10) &= 110, \\ NFT(20) &= 210. \end{aligned}$$

c. Húszat.

Vissza a feladathoz

PIACI KERESLET

1. feladat:

$$a = 15.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

$$\Delta TR(p) = (-)4.5.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat:

$$Q_R = 103 - 5P_R.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat:

$$b = 45.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat:

a.

$$b = 1.5.$$

b.

$$a = 20.$$

Vissza a feladathoz

6. feladat:

$$\Delta TR = 225.$$

Vissza a feladathoz

7. feladat:

$$\Delta TR = 5625.$$

Vissza a feladathoz

8. feladat:

a. Az aggregált keresleti függvény:

$$D_{Agg}(p) = D_H(p) + D_G(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha } 9 < p; \\ 9 - p, & \text{ha } 5 < p \leq 9; \\ 19 - 3 \cdot p, & \text{ha } 0 < p \leq 5. \end{cases}$$

b. $p = 8$ mellett lesz 1 az aggregált kereslet.

c. Behelyettesítve $p = 8$-at a keresleti függvényébe:

$$D_H(7) = \max(10 - 2 \cdot 8; 0) = \max(-6; 0) = 0.$$

Vissza a feladathoz

9. feladat: Az aggregált kereslet:

$$x_A(p_x) = \frac{260}{p_x}.$$

Vissza a feladathoz

10. feladat:

a. A fogyasztói többletek:

$$NFT_K = 10, \qquad NFT_A = 128.$$

b. Az aggregált keresleti függvény:

$$D_{Agg}(p) = D_K(p) + D_A(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha } 20 < p; \\ 20 - p, & \text{ha } 6 < p \leq 20; \\ 50 - 6 \cdot p, & \text{ha } 0 < p \leq 6. \end{cases}$$

c. $p = 8$ mellett.

Vissza a feladathoz

11. feladat: Éppen ugyanakkora, vagyis egyszerese.

Vissza a feladathoz

EGYENSÚLY

1. feladat:

$$t = 20.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

a.

$$p = 40.$$

b.

$$q = 20.$$

c.

$$t = 6.$$

d.

$$T = 96.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat:

$$z = 120.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat:

$$a = 100.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat:

a.

$$T = 1800.$$

b.

$$\Delta \sum SS = (-)225.$$

Vissza a feladathoz

6. feladat:

$$1.5.$$

Vissza a feladathoz

7. feladat: Dalma teljes bevétele

$$TR_s + T_a = 19800,$$

azaz nem éri el a 20000-es nagyságot.

Vissza a feladathoz

8. feladat:

a.

$$t^* = 10.$$

b.

$$T^* = 500.$$

Vissza a feladathoz

9. feladat:

$$t = 6.$$

Vissza a feladathoz

10. feladat:

a. $p = 5$ mellett.

b. Ha az ár 30 dollár, akkor a keresett mennyiség 20 egység.

c. Túlkereslet.

d. Tízet.

Vissza a feladathoz

11. feladat:

a. Az egyensúlyi fogyasztás 9 egység.

b. Az áfa $4/11$.

Vissza a feladathoz

12. feladat:

a. Az egyensúlyi mennyiség–ár párok:

$$(q_K^*, p_K^*) = (5,5), \qquad (q_A^*, p_A^*) = (8,12).$$

b. A közös piacon az egyensúlyi ár $p^* = 8$.

c. Az egyesülés utáni fogyasztói többletek összege nagyobb, mint az egyesülés előtti többletek összege, ezért a fogyasztók összesített helyzete javult. Ugyanakkor most az összes fogyasztói többlet Aragóniában keletkezik, szóval egy kasztíliai fogyasztó valószínűleg nem érzi úgy, hogy javult a helyzet. (Nem Pareto-javítás történt.)

Vissza a feladathoz

13. feladat:

a. Két lehetséges megoldás is van:

$$t = 8 \text{ vagy } t = 40.$$

b. Ugyanígy áfából is kettő van:

$$\tau = 80\%, \text{ vagy } \tau = 2000\%.$$

Vissza a feladathoz

CSERE

1. feladat:

$$\omega_t^z = 3, \qquad \left(p_o = \frac{1}{5}\right).$$

Vissza a feladathoz

2. feladat:

$$\omega_t^G = 40.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat:

a.

$$m_A = 200.$$

b.

$$\begin{aligned} h_A &= h_K = 50, \\ b_A &= b_K = 100. \end{aligned}$$

Vissza a feladathoz

4. feladat:

$$p = 10.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat:

$$a = 2.$$

Vissza a feladathoz

6. feladat:

$$a = \frac{2}{3}.$$

Vissza a feladathoz

7. feladat:

a.

$$a = p.$$

b.

$$p = 2.$$

Vissza a feladathoz

8. feladat:

a.

$$\omega_A = (0.6; 0.75).$$

b.

$$U\left(\omega_A^f; \omega_A^v\right) = 0.45.$$

c.

$$f_A = 2 * \frac{v_A}{v_A + 1}.$$

d.

$$v_A = 0.6.$$

Vissza a feladathoz

9. feladat:

a.

$$\omega_A = \frac{2.75}{\alpha} - 2.5.$$

b.

$$\alpha = \frac{1}{2}.$$

Vissza a feladathoz

10. feladat:

a. Nem éri meg cserélnie.

b. Nem éri meg cserélnie.

c. A javak kezdeti elosztása nem Pareto-hatékony.

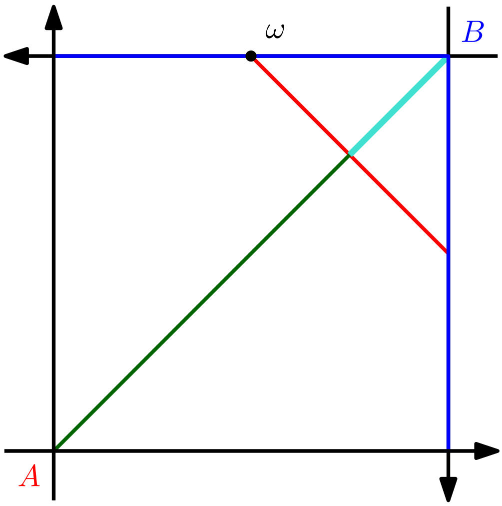
Vissza a feladathoz

11. feladat:

a. A $(10,2),(0,8)$ elosztáshoz képest Pareto-javítás például a $(9,3),(1,7)$ elosztás.

b. $x_A = y_A$. Ez azt jelenti, hogy a Pareto-hatékony pontok halmaza most az A csúcsból induló 45 fokos egyenes.

c.



A zöld vonal és a türkiz/világoskék vonal együtt a Pareto-hatékony pontok halmaza. Pirossal Akela, kékkel Balu indulókészleten áthaladó közömbösségi görbéjét rajzoltuk. A türkiz vonal a szerződési görbe.

d. A versenyzői egyensúlyi allokáció és ár:

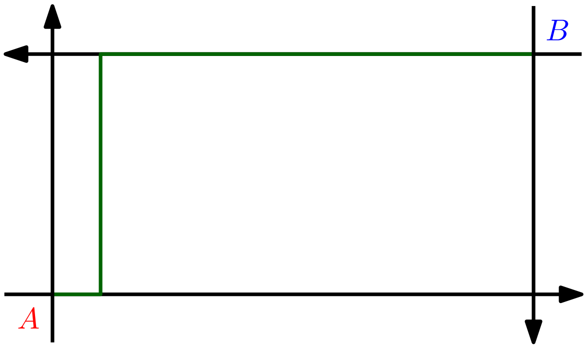
$$((x_A^*, y_A^*), (x_B^*, y_B^*), p^*) = ((6,6), (4,4), 1).$$

e. Nincs.

Vissza a feladathoz

12. feladat:

a. A Pareto-hatékony pontok halmaza:



b. A versenyzői egyensúlyi allokáció és ár:

$$((x_A^*, y_A^*), (x_B^*, y_B^*), p^*) = \left((4, 18), (36, 2), \frac{1}{2}\right).$$

(Ezt nem kell pont ilyen formában tálalni, elég, ha az összes adat szerepel.)

Vissza a feladathoz

13. feladat:

a. A Pareto-hatékony pontok halmazát leíró egyenlet:

$$\begin{aligned} y_A &= \frac{4}{9} \cdot x_A, \text{ ha } x_A < 160, \\ y_A &\in \left[\frac{640}{9}, 160\right], \text{ ha } x_A = 160. \end{aligned}$$

b. Az indulókészletek:

$$\left(\omega_A^x, \omega_A^y\right) = (16, 100), \qquad \left(\omega_B^x, \omega_B^y\right) = (144, 60).$$

c. Ez most egyetlen pontból, az indulókészletből áll.

Vissza a feladathoz

14. feladat:

a. 3 csomag cukrot cserélne Aquinasszal. Ezért egyébként $3/p$ liter vizet kap.

b. 2 liter vizet cserélne Belfegorral szőlőcukorra.

c. Ha $p = 3$, akkor

$$x_A(3) + x_B(3) = 5,$$

$$y_A(3) + y_B(3) = 12.$$

d. Ha $p = 2$, akkor

$$x_A(2) + x_B(2) = 3 \cdot \frac{1}{2} + 4 = 5.5,$$

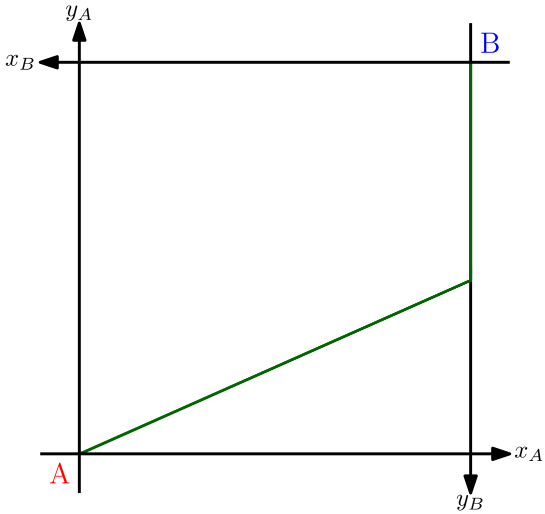
$$y_A(2) + y_B(2) = 2 \cdot 2 + 6 = 10.$$

e. Az egyensúlyi árarány $p^* = 3/2$.

Vissza a feladathoz

15. feladat:

a. A Pareto-hatékony pontok halmaza a zöld vonal:



b.

$$y_A = 12.$$

Vissza a feladathoz

III. rész

Megoldások

A PIAC

1. feladat: Miután véges sok diák van, egyenként különböző rezervációs árral, ezért a „keresleti függvény” lépcsős függvény lesz.

a. A legmagasabb egyensúlyinak tekinthető ár az ötödik legmagasabb rezervációs ár, azaz

$$36.$$

b. Miután eggyel kevesebb lakást kínálnak, ezért a legalacsonyabbnak tekinthető egyensúlyi ár most is az ötödik legnagyobb rezervációs ár. Csak arra kell vigyáznunk, hogy ha valaki olyan vásárolja meg a lakást, aki előbb egyensúlyban bérelte (*C, B, A, D, G*), akkor az ő rezervációs ára kiesik. Azaz:

Személy:	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
Rezervációs ár:	60	70	80	50	10	20	36	30
Legalacsonyabb ár:	30	30	30	30	36	36	30	36

c. Annyi lakást, amennyi mellett a legmagasabb a bevétele, azaz ahol

$$p_n * n$$

maximális (p_n az n-edik legmagasabb rezervációs ár). Itt most

$$\begin{aligned} n &= 4, \\ p_n &= 50, \\ p_n * n &= 200. \end{aligned}$$

d. A diszkrimináló monopolista kiad mindent lakást, amit elvisznek, mindegyiket az adó mértékével csökkentett aktuális legmagasabb rezervációs áron. A bevétele tehát a nyolc legmagasabb rezervációs ár összege, csökkentve az adó nyolcszorosával.

$$Bevétel = 356 - 8 * 5 = 316.$$

Ez az érték

$$316 - 200 = 116$$

pénzegységgel haladja meg az előző bevételt.

Vissza a feladathoz

2. feladat: A közönséges monopolista minden lakást ugyanazon az áron értékesít.

a. A monopolista annyi lakást ad ki, amennyi mellett az összbevétele a legnagyobb.

Ha egyet ad ki, akkor a bevétele:	$1*90=90$,
Ha kettőt ad ki, akkor a bevétele:	$2*80=160$,
Ha hármat ad ki, akkor a bevétele:	$3*75=225$,
Ha négyet ad ki, akkor a bevétele:	$4*70=280$,
Ha ötöt ad ki, akkor a bevétele:	$5*60=300$,
Ha hatot ad ki, akkor a bevétele:	$6*55=330$.

Ezek szerint ő szívesen kiadna akár hatot is, de csak öt lakás van a birtokában, tehát a válasz:

a bérleti díj 60 garas,
és 5 lakást ad ki.

b. Az előző táblázatból látszik, hogy ha hatot ad ki, akkor havi 30 garassal többet keres.

Ez évi 360 garas,
öt év alatt 1800 garas.

A válasz tehát:

igen, vesz
maximum 1800 garasért,

mert ennél többért vesztesége lenne.

c. A helyes válasz

55 garas,

mert az ötödik legmagasabb rezervációs árú diák biztos vásárol, a hatodiknak pedig mindegy, hogy ennyiért megveszi-e vagy sem.

Vissza a feladathoz

3. feladat:

a. A jelenlegi elosztás:

$$(1,0),(0,30).$$

Ehhez képest javítás a

$$(0,15),(1,15).$$

A második elosztással mindketten jobban járnak. Ez egyébként nem szükséges, elég ha egyikük jobban jár, a másik pedig nem jár rosszabbul.

b. A Pareto-hatékony pontok halmaza:

$$\{(0,x),(1,30-x)|x \in [0,30]\} \cup \{(1,x),(1,30-x)|x \in (20,30]\},$$

azaz az összes olyan elosztás, ahol Grételnél van az alma, és az olyan elosztások, ahol Hanselnél van az alma, és az összes pénzből annyi, hogy ha a maradékot is megkapná, az sem kompenzálná az alma elvesztéséért.

c. Ez egy becsapós kérdés. A Pareto-hatékonyság csak az elosztások halmazától függ (illetve attól, hogy az egyes elosztásokat hogyan értékelik a fogyasztók), attól nem, hogy épp kinek a tulajdonában vannak az egyes javak.

Vissza a feladathoz

4. feladat:

a. Ha $p > 200$ rubel árat kér, senki nem megy át, a bevétel 0 rubel.
Ha $200 \geq p > 80$ árat kér, akkor csak A megy át, a bevétel p rubel. Ez akkor maximális, ha $p = 200$. Ekkor a bevétel 200 rubel.
Ha $120 \geq p > 60$ árat kér, akkor A és B fog átmenni, a bevétel $2 \cdot p$ rubel. Ez akkor maximális, ha $p = 120$. Ekkor a bevétel 240 rubel.
Ha $60 \geq p$ árat kér, akkor A,B,C mind átmegy, a bevétel $3 \cdot p$ rubel. Ez akkor maximális, ha $p = 60$. Ekkor a bevétel 180 rubel.
Vagyis 120 rubelt fog kérni, A és B megy át, mert így a legnagyobb a komptulajdonos bevétele. A jószágelosztás:
A átment, van nála 180 rubel. B átment, van nála 180 rubel. C nem ment át, van nála 300 rubel. A tulajnak mindegy, melyik oldalon van, és van nála 360 rubel.

b. Ekkor a tulaj mindenkitől elkéri a rezervációs árát. A jószágelosztás:
A átment, van nála 100 rubel. B átment, van nála 180 rubel. C átment, van nála 240 rubel. A tulajnak mindegy, melyik oldalon van, és van nála 380 rubel.

c. Az **a.**-beli elosztás nem Pareto-hatékony. Pareto-javítása lenne például, ha a kompos még ingyen átvinné C-t.
A **b.**-beli elosztás Pareto-hatékony. Lényegében végtelen sok állt rendelkezésre a szolgáltatásból, mert bárkit ingyen át lehet vinni. Akinek erre volt igénye, át is jutott. Ezen már nem lehet javítani, csak pénzt lehet tologatni a szereplők között. De akitől elvennénk pénzt, az szomorúbb lenne, így **b.** Pareto-hatékony. (Szintén megfelelő indoklás, hogy órán tanultuk, hogy az elsőfokú árdiszkrimináció Pareto-hatékony állapothoz vezet.)

d. Például, ha A-nak ad 80 pénzt, akkor a jószágelosztás:
A átment, van nála 180 rubel. B átment, van nála 180 rubel. C átment, van nála 240 rubel. A tulajnak mindegy, melyik oldalon van, és van nála 300 rubel.
Ez minden autósnak pont olyan jó, mint az **a.**-beli elosztás, és a komposnak jobb. Ha akar, még a többieknek is adhat valamennyi pénzt, csak maradjon nála legalább 240 rubel, és akkor Pareto-javítása marad a **b.**-beli elosztásnak.

Vissza a feladathoz

KÖLTSÉGVETÉS

1. feladat: Ha úszni akar, akár csak egy percet is, akkor meg kell vennie a jegyét, amivel három órát tölthet az uszodában. Ha nem vesz jegyet, akkor nulla órát úszhat.

a. A harmadik óra után pedig az eddigi átlagos óradíj (300 garas) egyharmadát kell fizetnie a kabinosnak a többletidővel arányosan. Ezekből a költségvetési halmaza, ahol x az uszodában töltött idő, y az összes többi jószágra költött jövedelem, a következő:

$$B = \left\{ (x,y) \in \Re^2_+ \,\middle|\, y \leqq \begin{cases} 2100, & \text{ha } x = 0; \\ 1200, & \text{ha } 0 < x \leqq 3; \\ 1500 - 100x, & \text{ha } 3 < x \leqq 15 \end{cases} \right\}.$$

Másképpen a költségvetési „egyenes” egyenlete:

$$\begin{array}{ll} y = 2100, & \text{ha } x = 0; \\ y = 1200, & \text{ha } 0 < x \leqq 3; \\ y = 1500 - 100x, & \text{ha } 3 < x \leqq 15. \end{array}$$

b. Ez a szituáció abban különbözik az előzőtől, hogy a költségvetési egyenes negatív meredekségű szakaszán a lehetőségköltség 600 garas, azaz erre a szakaszra a költségvetési egyenes egyenlete:

$$y = 3000 - 600x, \text{ ha } x > 3.$$

Ebből az $y = 0$ értéknél

$$x = 5.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat: Mérjük fel a fagyit a vízszintes, az egyéb javakra költhető jövedelmet a függőleges tengelyre!

a. Ancsa költségvetési halmazának képlete:

$$x_2^A \leqq \begin{cases} 300 - x_1^A, & \text{ha } x_1^A \leqq 100, \\ 400 - 2x_1^A, & \text{ha } x_1^A \geqq 100. \end{cases}$$

Borcsa költségvetési halmazának képlete:

$$x_2^B \leqq \begin{cases} 200 - \frac{1}{2}x_1^B, & \text{ha } x_1^B \leqq 200, \\ 300 - x_1^B, & \text{ha } x_1^B \geqq 200. \end{cases}$$

Ha egyikük sem járhat rosszul semmilyen körülmények között, akkor az egységes ár melletti költségvetési halmazuknak tartalmaznia kell a fenti két halmaz unióját. Legyen p a fagyi egységes ára! Ha

$$p > 1,$$

akkor Ancsának és Borcsának is pénzt kell kapnia ahhoz, hogy a korábbi költségvetési halmazukat tartalmazza az új, Borcsának ráadásul biztosan több, mint 100 garassal többet.

Ha

$$p < 1,$$

akkor akár új pénz nélkül is mind a ketten többet fogyaszthatnak fagyiból, ha jónak látják, ami nem megengedett.

Ebből következően

$$p = 1.$$

b. E mellett az ár mellett Nagyi megússza, hogy Ancsának pénzt adjon, és Borcsának elég 100 garast adnia.

Vissza a feladathoz

3. feladat:

a. A legkönnyebb azt a két pontot megtalálni, ahol az egyenes metszi az x**,** illetve y tengelyeket. A két pont pedig majd meghatározza az egyenest. (Ahogy egyenes vonalat húzunk rajtuk át.)

Az x tengelyen $x = 0$, ezért:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 0 + 4 \cdot y &= 12; \\ 4 \cdot y &= 12; \\ y &= 3. \end{aligned}$$

Az egyik pont így a $(0, 3)$. A másik, y tengelyen lévő pont:

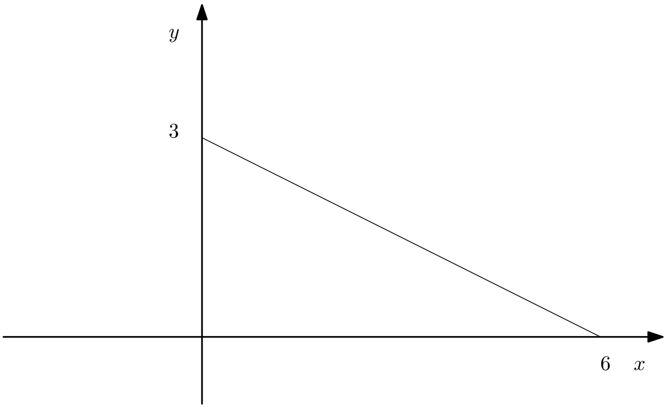
$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 4 \cdot 0 &= 12; \\ 2 \cdot x &= 12; \\ x &= 6 \end{aligned}$$

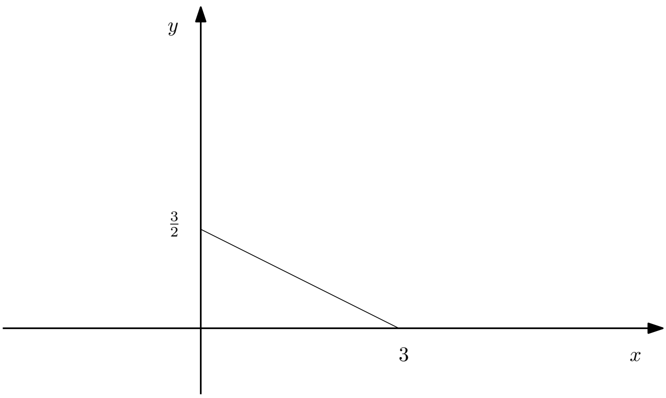
pedig a $(6, 0)$ lesz. Most már fel tudjuk rajzolni az egyenest.

b. Az előző pontban szereplő számításokat kell újra elvégezni, de a 12 helyén 6 fog szerepelni. A két új metszéspont: $(3, 0)$ és $(0, \frac{3}{2})$.

c. Mivel mind a jövedelem, mind az árak a felére csökkentek, a pénz vásárlóereje nem változott. A pénzünkért továbbra is ugyanazt kapjuk, mint eredetileg, így a költségvetési egyenes sem változik. Matematikailag: az egyenes egyenletét mindkét oldalon kettővel osztjuk, ez ugyanazt az egyenest határozza meg. (Ugyanazok az (x, y) párok a megoldásai mindkét egyenletnek.)

Vissza a feladathoz





4. feladat:

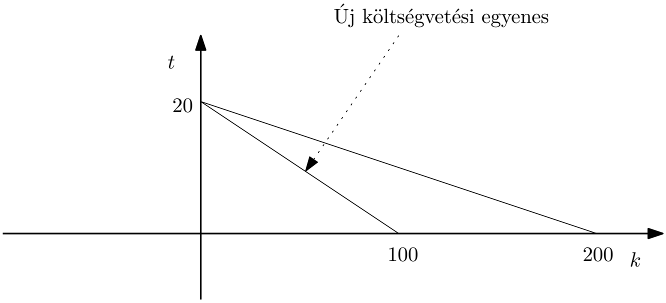
a. Jelöljük a kenyeret k-val, a tankönyveket t-vel! Ekkor a hallgató költségvetési egyenesének egyenlete:

$$100 \cdot k + 1000 \cdot t = 20000.$$

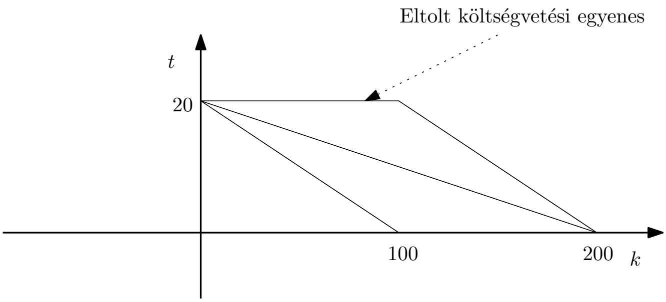
Ebből a meredekség -10 (vagy $-\frac{1}{10}$, attól függően, hogy melyik tengelyen van a kenyér).

b. Az új költségvetési egyenes egyenlete:

$$200 \cdot k + 1000 \cdot t = 20000.$$



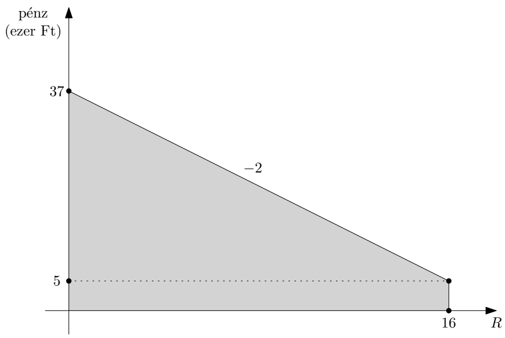
c. A régi 100 forintos ár mellett 200 kenyeret tudott venni a hallgató, az új áron viszont csak 100 darabra futja neki. A hiányzó 100 darabot újabb 20000 forintból tudná megvenni, ekkora értékben kell utalványt adni neki. Ezzel még nem láttuk be, hogy a költségvetési halmaza nem csökkent, a rajzból viszont könnyen látszik.



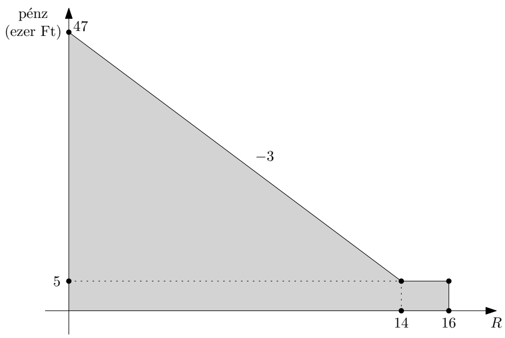
Vissza a feladathoz

5. feladat:

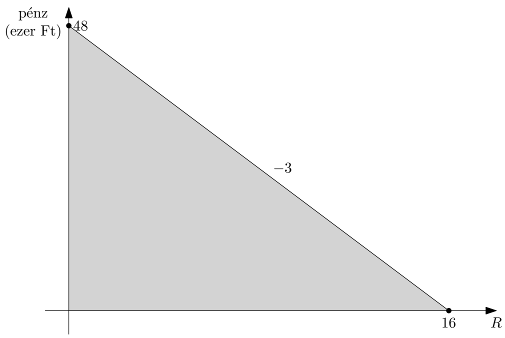
a. A szabadidőt a vízszintes tengelyen ábrázolom, az *R* változóval szokás jelölni. A függőleges tengelyen a pénzt mérjük, ezer forintban. Ha semmit nem dolgozik, akkor 16 óra szabadideje és 5000 forintja van, ez a koordináta-rendszerben a $(16,5)$ pont. Ha dolgozik, akkor idejét pénzre cseréli, mégpedig 1 órát (vagy annak tetszőleges részét) 2000 forintra, ezért a rajzon egy -2 meredekségű egyenes mentén haladva kapjuk a még éppen elérhető lehetőségeket. Az egyenesen csak „balra”, a kevesebb szabadidő irányába mehetünk, mert nem tudunk pénzért 16 óránál több szabadidőt vásárolni. Ez a függőleges tengelymetszetig így megy. A függőleges tengelymetszet mellett 16 órát dolgozik, így 0 óra a szabadidő (ezért vagyunk a függőleges tengelyen), és $5+16\cdot 2=37$ ezer forintunk lesz. A korlát alatti pontok is elérhető lehetőségek.



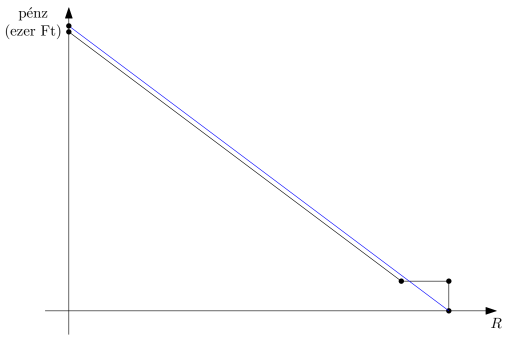
b. Ha semmit nem dolgozik, akkor a 16 óra szabadidő és 5000 forint ismét elérhető alternatíva. Ha dolgozni szeretne, ahhoz két óráról le kell mondani a gyaloglás miatt, ezért az első két óráért semmit nem kap, így egy vízszintes egyenes mentén haladhatunk a $(14,5)$ pontig. Innentől kezdve 1 óra szabadidőt 3000 forintra cserélhetünk, így innen balra egy -3 meredekségű egyenes mentén mehetünk tovább. A függőleges tengelymetszetnél $5+14\cdot 3=47$ ezer forintunk lesz.



c. Mivel nem tudom, hogy mit választana a lehetőségek közül, csak akkor ajánlhatom biztosan a jegy megvételét, ha ezzel egyetlen választási lehetősége sem veszik el. Lássuk, miket választhat, ha megveszi a metrójegyet:



Ha megveszi a jegyet, de nem megy dolgozni, 0 forintja és 16 óra szabadideje van. Innen egy -3 meredekségű egyenes mentén haladhatunk a függőleges tengelymetszetig, ami $16 \cdot 3 = 48$ ezer forint. Hasonlítsuk össze a jegy melletti és jegy nélküli választási lehetőségeket:



Kék vonallal ábrázolva a jegyvásárlás melletti korlát, fekete vonallal a jegyvásárlás nélküli korlát. Csak az utóbbi által határolt halmazban van benne a $(16, 5)$ pont, ez nem elérhető, ha megveszi a jegyet, ezért nem állíthatom, hogy azzal mindenképpen jobban jár. Persze erre rajz nélkül is rájött volna, ha nem megy dolgozni és nem használja a metrót, minek venné meg a jegyet. Ha tudnám, hogy mindenképpen elmegy dolgozni, akkor ajánlhatnám a jegyvásárlást, de sajnos, nem ismerem a *preferenciáit*.

Vissza a feladathoz

PREFERENCIÁK

1. feladat: Érdemes rajzot készíteni, amibe berajzolhatjuk a közömbösségi térképet.

Mivel az első dolgozat pontszámát ismerjük, a két tengelyen a másik két dolgozat pontszáma szerepeljen.
Ekkor egy 100 egységnyi oldalú négyzetet kapunk.
Ezt osszuk négy részre úgy, hogy az $x_2 = 75$, illetve $x_3 = 75$ egyeneseket behúzzuk.
A négy területet a bal alsótól kezdve az óramutató járásával egyező irányban számozzuk be 1-től 4-ig!
Az első mezőben mind a két dolgozat pontszáma kisebb(egyenlő), mint 75, ezért itt az összegüket kell maximalizálni. Olyanok, mint az 1:1 arányú tökéletes kiegészítők, azaz -1 meredekségű egyenesek.
A második mezőben a harmadik dolgozat pontszáma meghaladja a 75 pontot, ezért ez esik ki, semleges jószág lesz.
A közömbösségi görbék függőleges egyenes szakaszok.
A harmadik mezőben mind a két dolgozat pontszáma meghaladja a 75 pontot, ezért közülük a nagyobbik esik ki. A kettő minimumát kell maximalizálnunk.
A közömbösségi görbék L alakúak, az átlóban törnek be.
A negyedik mezőben a második dolgozat pontszáma meghaladja a 75 pontot, ezért ez esik ki, semleges jószág lesz.
A közömbösségi görbék vízszintes egyenes szakaszok.

Vissza a feladathoz

2. feladat: Érdemes rajzot készíteni, amibe berajzolhatjuk a közömbösségi térképet.

Mivel az első két dolgozat pontszámát ismerjük, a két tengelyen a másik két dolgozat pontszáma szerepeljen. Ekkor egy 100 egységnyi oldalú négyzetet kapunk. Ezt osszuk kilenc részre úgy, hogy az $x_2 = 30, x_2 = 80$,
illetve $x_3 = 30,\ x_3 = 80$ egyeneseket behúzzuk.
A kilenc területet a bal alsótól kezdve az óramutató járásával egyező irányban számozzuk be 1-től 8-ig,
a középső mező kapja a 9-es számot!
Az első mezőben mind a két dolgozat pontszáma kisebb(egyenlő), mint 30, ezért ezek közül a nagyobb számít. A közömbösségi görbék fordított L alakúak, az átlóban törnek be.
A második mezőben a negyedik dolgozat pontszáma 30 és 80 között van, a harmadiké 30 alatt. Ez utóbbi nem számít, ezért ez esik ki, semleges jószág lesz. A közömbösségi görbék vízszintes egyenes szakaszok.
A harmadik mezőben a negyedik dolgozat pontszáma meghaladja a 80 pontot, a harmadiké kevesebb, mint 30, ezért egyik dolgozat sem számít. Az egész mező olyan jó, mint a belső szélei.
A negyedik mezőben a negyedik dolgozat kiesik, a harmadik számít, a közömbösségi görbék függőleges egyenesek.
Az ötödik mezőben mind a két dolgozat jobb, mint 80 pontos, közülük a rosszabb számít. A közömbösségi görbék L alakúak, az átlónál törnek be.
A hatodik mezőben a harmadik dolgozat a legjobb, ez nem számít, a közömbösségi görbék vízszintesek.
A hetedikben egyik dolgozat sem számít, az egész mező olyan jó, mint a belső szélei.
A nyolcadik mezőben csak a harmadik dolgozat számít, a közömbösségi görbék függőlegesek.
A kilencedik mezőben mind a két dolgozat számít, a közömbösségi görbék -1 meredekségű egyenes szakaszok.

Vissza a feladathoz

3. feladat:

a. Ha x nagyobb lenne, mint 3, akkor mindkét hasznos jószágból több van, így

$$(3,3) \prec (5,x).$$

Mivel a két csomag közömbös, nem lehet $x > 3$. Ez esetben $5 > x$. A szöveg szerint ilyenkor 2 egység vörösbort épp annyira értékel, mint 1 egység szódát. A $(3,3)$ és $(5,x)$ kosarak összehasonlításánál a második kosárban vörösborból pont 2 deciliterrel van több. Így ha ez a két csomag közömbös, akkor 1 deciliter szódával van kevesebb a második kosárban, vagyis $x = 2$.

b. Jelöljük a vörösbort v-vel, a szódát sz-szel. Ha $v > sz$, 2 egység vörösbort épp annyira értékel, mint 1 egység szódát, így a közömbösségi görbe meredeksége -2. Ha $v < sz$, 1 egység vörösbort épp annyira értékel, mint 2 egység szódát, így a közömbösségi görbe meredeksége $-\frac{1}{2}$. A görbében tehát törés van a $v = sz$ pontnál. Ettől „balra" egyenlete a $(3,3)$ ponton áthaladó -2 meredekségű egyenes egyenlete.

$$2 \cdot v + sz = 2 \cdot 3 + 3 = 9,$$

vagyis

$$sz = 9 - 2 \cdot v.$$

A (3,3) ponttól jobbra az egyenlet a $(3,3)$ ponton áthaladó $-\frac{1}{2}$ meredekségű egyenes egyenlete.

$$\frac{1}{2} \cdot v + sz = \frac{1}{2} \cdot 3 + 3 = \frac{9}{2},$$

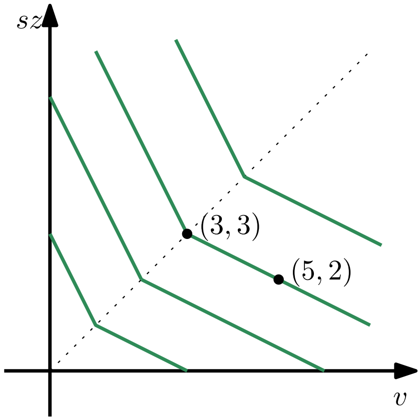
vagyis

$$sz = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \cdot v.$$

Ezeket összefoglalva, a (3,3) pontot áthaladó közömbösségi görbe egyenlete

$$sz = \begin{cases} 9 - 2 \cdot v, & \text{ha } v \leq 3; \\ \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \cdot v, & \text{ha } v > 3. \end{cases}$$

c.



Vissza a feladathoz

4. feladat:

a. Mivel a fasírt káros jószág, és 24 darab után a padlizsán is az,

$$(26,3) \prec (24,3).$$

Így ha

$$(26,3) \sim (24,x),$$

akkor $x > 3$. Sőt mivel a szöveg szerint ilyenkor ugyanolyan szívesen eszik fasírtot, mint padlizsánt,

$$26 - 24 = x - 3,$$

vagyis

$$x = 5.$$

b. A $(24,6)$-tól balra a közömbösségi görbe meredeksége $\frac{1}{3}$, a $(24,6)$-tól jobbra a közömbösségi görbe meredeksége -1. Az első egyenes egyenlete

$$\frac{1}{3} \cdot p - f = \frac{1}{3} \cdot 24 - 6 = 2,$$

vagyis

$$f = \frac{1}{3} \cdot p - 2.$$

A második egyenes egyenlete

$$p + f = 24 + 6 = 30,$$

vagyis

$$f = 30 - p.$$

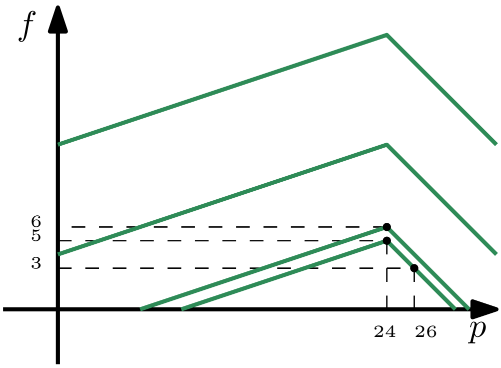
Így

$$f = \begin{cases} \frac{1}{3} \cdot p - 2, & \text{ha } p \leq 24; \\ \\ 30 - p, & \text{ha } p > 24. \end{cases}$$

Egyébként még ez sem tökéletes, ugyanis a képlet negatív értéket rendel f-hez, ha $p < 6$ és ha $p > 30$. Negatív jószágmennyiségek viszont nem lehetségesek, így ezek a pontok nem szerepelhetnek a közömbösségi görbén. Úgyhogy ha nagyon precízek akarunk lenni, akkor az egyenlet:

$$f = \begin{cases} \frac{1}{3} \cdot p - 2, & \text{ha } 6 \leq p \leq 24; \\ \\ 30 - p, & \text{ha } 24 < p \leq 30. \end{cases}$$

c.



Vissza a feladathoz

5. feladat:

a. Mindegyik kosárban 12 egységnyi kalcium van, mivel

$$2 \cdot 5 + 2 \cdot 1 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 5 = 12.$$

A kosarakban található D-vitamin-mennyiségek rendre 5, 3 és 1 egység. A napsütéssel együtt így 15, 13, illetve 11 egység D-vitaminoz jutna Eldiora. Mivel a kalcium és a D-vitamin csak együtt hat, így az első kosár fogyasztása esetén

$$\min(12; 15) = 12$$

egység kalcium és D-vitamin fejti ki hatását. A második kosár fogyasztása esetén ugyanez

$$\min(12;13) = 12,$$

a harmadik kosár fogyasztása esetén pedig

$$\min(12;11) = 11.$$

Így Eldiora preferenciarendezése

$$(5 \text{ tojás}, 1 \text{ spenót}) \sim (3 \text{ tojás}, 3 \text{ spenót}) \succ (1 \text{ tojás}, 5 \text{ spenót})$$

b. Ilyenkor Eldiora 8 adag kalciumhoz és 12 adag D-vitaminhoz jut, így ezekből 8-8 egységnyi épül be a csontjaiba. Ha 1 tojást elcserélne, és csak 1 tojást fogyasztana, akkor még mindig 11 adag D-vitaminhoz jut, szóval ettől nem romlik a helyzete. Ugyanakkor már csak 6 adag kalcium kerülne a szervezetébe, plusz kétszerese a cserébe kapott spenót adagok számának. Ahhoz, hogy ne legyen rosszabb neki, mint a csere előtt, és legalább 8-8 egységnyi kalcium és D-vitamin épüljön be a csontjaiba, legalább 1 adag spenótot kell a tojásért cserébe kapnia.

c. Ilyenkor Eldiora 16 adag kalciumhoz és 14 adag D-vitaminhoz jut, így ezekből 14-14 egységnyi épül be a csontjaiba. Ha 1 tojást elcserélne, és csak 3 tojást fogyasztana, akkor már csak 13 adag D-vitaminhoz jut. Így bármennyi spenótot is kapna cserébe, romlana a helyzete. Szóval ilyen cserére Eldiora nem hajlandó. (Spenótból viszont akár ingyen is adna egy adagot.)

d. A kalciummennyiség $2 \cdot x + 2 \cdot y$, a D-vitamin-mennyiség pedig $10 + x$. Azt szeretné Eldiora, ha ezek minimuma, $\min(2 \cdot x + 2 \cdot y; 10 + x)$, minél nagyobb lenne. Ha

$$2 \cdot x + 2 \cdot y \geq 10 + x,$$

akkor

$$\begin{aligned} 2 \cdot y &\geq 10 - x, \\ y &\geq 5 - x/2. \end{aligned}$$

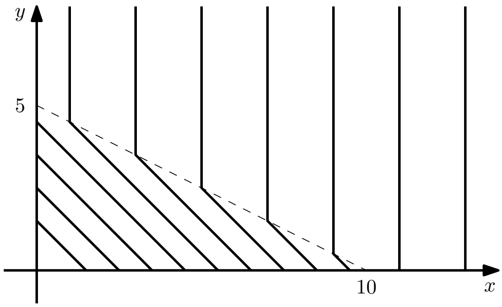
Ez a levezetés megfordítható, így az $y = 5 - x/2$ egyenesen lévő pontokra igaz, hogy ilyen fogyasztások mellett éppen ugyanannyi kalciumhoz és D-vitaminhoz jut Eldiora. Ha egy (x, y) pont az egyenes fölött van, vagyis ha $y > 5 - x/2$, akkor

$$2 \cdot x + 2 \cdot y > 10 + x,$$

azaz több kalciumhoz jut, mint D-vitaminhoz. Ekkor viszont a kalcium felesleges, így a csak ezt tartalmazó spenót ezen a részen semleges jószág. A tojás ebben a környezetben hasznos, mivel abban van D-vitamin, és az még javítana Eldiora helyzetén. Így a közömbösségi görbék ezen a részen az (x,y) koordináta-rendszerben függőleges egyenesek. Ha egy (x,y) pont az $y = 5 - x/2$ egyenes alatt van, vagyis ha $y < 5 - x/2$, akkor

$$2 \cdot x + 2 \cdot y < 10 + x,$$

azaz Eldiora több D-vitaminhoz jut, mint kalciumhoz. Ekkor a spenót és a tojás is hasznos, mivel mindkettő tartalmaz kalciumot. Sőt mivel ugyanannyit tartalmaznak, ugyanolyan hasznosak, helyettesítési határarányuk abszolútértéke 1, a közömbösségi görbék ezen a részen -1 meredekségű egyenesek. A közömbösségi térkép:



Vissza a feladathoz

HASZNOSSÁG

1. feladat: A hasznosságfüggvényből látszik, hogy a fogyasztó számára a jószágtér két részre osztható az

$$5x+y=x+6y \Longrightarrow y=\frac{4}{5}x$$

egyenes mentén. Az e fölötti pontokban ugyanis

$$5x+y<x+6y,$$

így

$$U(x,y)=\min\{5x+y,x+6y\}=5x+y,$$

míg az egyenes alatt:

$$U(x,y)=\min\{5x+y,x+6y\}=x+6y.$$

Ezért az egyenes fölött a helyettesítési határarány:

$$MRS^{f}(x,y)=-\frac{MU_x(x,y)}{MU_y(x,y)}=-5,$$

hiszen ekkor az

$$y=c-5x$$

egyenes mentén történik a helyettesítés, ahol c a konstans „haszon” nagysága.

Az egyenes alatt a helyettesítési határarány:

$$MRS^{a}(x,y)=-\frac{MU_x(x,y)}{MU_y(x,y)}=-\frac{1}{6},$$

hiszen ekkor az

$$y=c-\frac{1}{6}x$$

egyenes mentén történik a helyettesítés, ahol c a konstans „haszon” nagysága.

A szóban forgó $(3,8)$ pont az egyenes fölött helyezkedik el, így a helyettesítési határarány itt:

$$MRS(3,8)=-\frac{MU_x(3,8)}{MU_y(3,8)}=-5.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat: Barbara láthatóan kvázilineáris preferenciákkal rendelkezik, közömbösségi görbéi egymás párhuzamos eltoltjai. Ez egyben azt jelenti, hogy egy adott x érték mellett – függetlenül y adott nagyságától – a helyettesítési határarány állandó. Más oldalról: egy adott helyettesítési határarányhoz tartozó jószágkosarak egy függőleges egyenes mentén helyezkednek el. Először vegyük észre, hogy mivel a helyettesítési határarány nem függ a konkrét reprezentációtól és csak a közömbösségi görbék meredekségét adja, ezért az

$$U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$$

függvény ugyanazokat a közömbösségi görbéket eredményezi. Emiatt most ebből számítjuk a helyettesítési határarányt:

$$MRS(x_1, x_2) = -\frac{MU_1(x_1, x_2)}{MU_2(x_1, x_2)} = -\frac{\frac{1}{x_1}}{1} = -\frac{1}{x_1}.$$

Ebből, ha

$$|MRS(x_1, x_2)| = 2,$$

akkor

$$x_1 = \frac{1}{2}.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat: A helyettesítési határráta

$$MRS(x, y) = -\frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}}.$$

a.

$$MRS(x, y) = -\frac{2}{3}.$$

b.

$$MRS(x, y) = -\frac{y^2}{2 \cdot x \cdot y} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{y}{x}.$$

c.

$$MRS(x, y) = -\frac{8 \cdot x + 12 \cdot y}{12 \cdot x + 18 \cdot y} = -\frac{2}{3}.$$

Gyanús, hogy ez minden (x, y) pontban ugyanaz, mint az **a.** feladatban. Ennek oka, hogy az

$$U(x, y) = 4 \cdot x^2 + 9 \cdot y^2 + 12 \cdot x \cdot y$$

hasznosságfüggvény másik alakban

$$U(x, y) = (2 \cdot x + 3 \cdot y)^2.$$

Ez pedig nemnegatív x, y értékek mellett monoton transzformációja az **a.** feladatban szereplő $2 \cdot x + 3 \cdot y$ függvénynek. Így ugyanazt a preferenciát írja le, ugyanazok a közömbösségi görbék. Így tetszőleges (x, y) ponton áthaladó közömbösségi görbe meredeksége az (x, y) pontban ugyanaz lesz az **a.** és a **c.** feladatokban, és az $MRS(x, y)$ éppen ezt méri.

d. Ha $2 \cdot x > 3 \cdot y$, akkor az (x,y) pont kis környezetében

$$U(x,y) = \min(2 \cdot x; 3 \cdot y) = 3 \cdot y.$$

Ekkor

$$MRS(x,y) = -\frac{0}{3} = 0.$$

Vagyis a közömbösségi görbe itt vízszintes az (x,y) koordináta-rendszerben, azaz az x jószág semleges ezen a részen.
Ha $2 \cdot x < 3 \cdot y$, akkor az (x,y) pont kis környezetében

$$U(x,y) = \min(2 \cdot x; 3 \cdot y) = 2 \cdot x.$$

Ekkor

$$MRS(x,y) = -\frac{2}{0},$$

ami nem értelmezhető kifejezés. Ennek oka, hogy az y jószág semleges ezen a részen, azaz a közömbösségi görbe függőleges az (x,y) koordináta-rendszerben, meredeksége pongyolán megfogalmazva „végtelen nagy”.
Ha $2 \cdot x = 3 \cdot y$, akkor az (x,y) pontban nem létezik az $MRS(x,y)$, itt töréspont van a közömbösségi görbékben, nincs egyértelmű meredekségük.

A fenti eredményeket összegezhetjük:

$$MRS(x,y) = \begin{cases} \text{nem létezik,} & \text{ha } 2 \cdot x < 3 \cdot y; \\ \text{nem létezik,} & \text{ha } 2 \cdot x = 3 \cdot y; \\ 0 & \text{ha } 2 \cdot x > 3 \cdot y. \end{cases}$$

e.

$$MRS(x,y) = -\frac{29 \cdot 4 \cdot x^3 \cdot y^2}{29 \cdot 2 \cdot x^4 \cdot y} = -2 \cdot \frac{y}{x}.$$

Ezt úgyis megkaphatnánk, hogy

$$U(x,y) = 29 \cdot x^4 \cdot y^2 = 29 \cdot (x^2 \cdot y)^2$$

monoton transzformációja

$$\hat{U}(x,y) = (x^2 \cdot y)^2$$

függvénynek, ami monoton transzformációja

$$\overline{U}(x,y) = x^2 \cdot y$$

hasznosságfüggvénynek, ennek a helyettesítési határrátája pedig

$$MRS(x,y) = -\frac{2 \cdot x \cdot y}{x^2} = -2 \cdot \frac{y}{x}.$$

f.

$$MRS(x,y) = -\frac{\frac{1}{x}}{\frac{2}{y}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{y}{x}.$$

Ezt úgyis megkaphatnánk, hogy

$$U(x,y) = \ln(x) + 2 \cdot \ln(y) = \ln(x \cdot y^2)$$

monoton transzformációja

$$\hat{U}(x,y) = x \cdot y^2$$

függvénynek, ennek a helyettesítési határrátája pedig, ahogy már láttuk a **b.** pontban,

$$MRS(x,y) = -\frac{y^2}{2 \cdot x \cdot y} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{y}{x}.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat:

a. Az egyes pontokhoz tartozó hasznosságértékek

$$U(6,2) = \min(5 \cdot 6 + 2; 6 + 3 \cdot 2)$$

$$= \min(32; 12) = 12;$$

$$U(3,6) = \min(5 \cdot 3 + 6; 3 + 3 \cdot 6)$$

$$= \min(21; 21) = 21;$$

$$U(3,3) = \min(5 \cdot 3 + 3; 3 + 3 \cdot 3)$$

$$= \min(18; 12) = 12.$$

Ez alapján

$$(6,2) \sim (3,3) \prec (3,6).$$

b. Azt kell megnézni, hogy lokálisan melyik függvény érvényesül. Mivel

$$U(3,3) = \min(5 \cdot 3 + 3; 3 + 3 \cdot 3)$$

és

$$5 \cdot 3 + 3 > 3 + 3 \cdot 3,$$

ezért lokálisan az $x + 3 \cdot y$ függvény adja meg a hasznosságot, tehát

$$MU_x(3,3) = \left.\frac{\partial(x+3y)}{\partial x}\right|_{(x,y)=(3,3)} = 1.$$

c. Az előző pontban leírtak alapján:

$$\frac{MU_y(3,3)}{MU_x(3,3)} = \left.\frac{\frac{\partial(x+3\cdot y)}{\partial y}}{\frac{\partial(x+3\cdot y)}{\partial x}}\right|_{(x,y)=(3,3)} = \frac{3}{1} = 3.$$

A csereárány legalább 3.

d. Igaz, hogy

$$U(x,y) - x - y = \hat{U}(x,y),$$

de ez nem monoton transzformáció. Nincs olyan szigorúan monoton f függvény, melyre igaz lenne, hogy bármilyen x, y érték mellett

$$f(U(x,y)) = \hat{U}(x,y).$$

Ezt például onnan látni, hogy f-nek egy bemeneti változója van, a hasznosságérték. Az viszont, hogy mennyivel kevesebb $U(x,y)$ értékénél $U(x,y) - x - y$, két változó értékétől, x-től és y-tól is függ.

A másik mód, ahogy láthatjuk, hogy $\hat{U}(x,y)$ nem monoton transzformációja $U(x,y)$-nak, az, hogy nem ugyanazt a preferenciarendezést írják le. Ez onnan látszik, hogy $\hat{U}(x,y)$-nak más a preferenciatérképe: függőleges és vízszintes egyenesekből áll.

Vissza a feladathoz

5. feladat:

a. A **Preferenciák** fejezet **5. feladatának** megoldásában már leírtak alapján

$$U(x,y) = \min(2 \cdot x + 2 \cdot y; 10 + x).$$

b. Nem az, mert nem ugyanazt a preferenciarendezést írják le. Ezt például onnan látni, hogy $(x,y)=(1,1)$ kis környezetében az **a.** pontban szereplő $U(x,y)$ függvény lokálisan

$$U(x,y)=\min(2\cdot x+2\cdot y;10+x)=2\cdot x+2\cdot y,$$

így az ehhez tartozó határhelyettesítési ráta $MRS(1,1)=-1$. Ugyanakkor az $\hat{U}(x,y)$ az $(x,y)=(1,1)$ kis környezetében

$$\hat{U}(x,y)=x+2\cdot y,$$

így az ehhez tartozó határhelyettesítési ráta $MRS(1,1)=-1/2$. Mivel itt nem ugyanakkora a két hasznosságfüggvény helyettesítési határrátája, nem ugyanazt a preferenciarendezést írják le, nem monoton transzformációi egymásnak.

Vissza a feladathoz

VÁLASZTÁS

1. feladat: Alapesetben a fogyasztó kereslete a két jószágból:

$$c = n = 50,$$

haszna:

$$U = \sqrt{2500} = 50.$$

Legyen a jövedelemkiegészítés Δm, ekkor a megemelt ár mellett a két kereslet:

$$c' = \frac{1}{2}\frac{100+\Delta m}{4}, \quad n' = \frac{1}{2}\frac{100+\Delta m}{1},$$

a fogyasztó haszna:

$$U' = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{100+\Delta m}{4}}\sqrt{\frac{1}{2}\frac{100+\Delta m}{1}},$$

amelynek egyenlőnek kell lenni az előző értékkel:

$$\sqrt{\frac{1}{2}\frac{100+\Delta m}{4}}\sqrt{\frac{1}{2}\frac{100+\Delta m}{1}} = 50.$$

Ebből:

$$\Delta m = 100.$$

Innen a keresett csokimennyiség:

$$c' = 25.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat: Andrea hasznossági függvénye egy szimpla szimmetrikus Cobb–Douglas-típusú hasznossági függvény pozitív monoton transzformációja. Emiatt a két jószágból a következő mennyiségeket keresi:

$$x = \frac{1}{2}\frac{m}{p_{CD}}, \quad \text{illetve} \quad y = \frac{1}{2}\frac{m}{2}.$$

Miután a feltétel szerint

$$x = 2y,$$

ezért

$$p_{CD} = 4.$$

A pótlólagos jövedelméből a fentiek szerint

$$\triangle x = \frac{1}{2}\frac{600}{4} = 75$$

CD-t, illetve

$$\triangle y = \frac{1}{2}\frac{600}{2} = 150$$

könyvet vásárol.

Vissza a feladathoz

3. feladat: Tünde hasznossági függvényéből az következik, hogy amennyiben

$$\frac{p_f}{p_l} > 2, \qquad \text{akkor} \quad f = 0, \quad l = \frac{2250}{75};$$
$$\frac{p_f}{p_l} = 2, \qquad \text{akkor} \quad f > 0, \quad l \geqq f, \quad l = \frac{2250}{75} - 2f;$$
$$2 > \frac{p_f}{p_l} > \frac{1}{2}, \qquad \text{akkor} \quad f = \frac{2250}{p_f + 75}, \quad l = \frac{2250}{p_f + 75} >;$$
$$\frac{p_f}{p_l} = \frac{1}{2}, \qquad \text{akkor} \quad l > 0, \quad f \geqq l, \quad f = \frac{2250}{75} - 2l;$$
$$\frac{p_f}{p_l} < \frac{1}{2}, \qquad \text{akkor} \quad l = 0, \quad f = \frac{2250}{75},$$

ahol p_f a fiúk, p_la lányok által fejenként okozott kár.

a. Miután a fiúk túl sok kárt okoznak, és az árarány nagyobb kettőnél,

$$f = 0, \quad l = \frac{2250}{75} = 30.$$

b. A lányok száma néggyel több, mint a fiúké. Ez csak akkor lehet, ha

$$f > 0 \quad \textit{és} \quad l > o,$$

azaz az árarány éppen

$$\frac{p_f}{p_l} = 2,$$

amiből

$$p_f = 150.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat: A fogyasztó hasznossági függvénye szimmetrikus Cobb–Douglas-típusú, ezért

$$x = \frac{1}{2}\frac{m}{9+7}, \quad y = \frac{1}{2}m,$$

ebből a hasznossága

$$U(x,y) = \frac{1}{2}\frac{m}{9+7} * \frac{1}{2}m = \frac{1}{4}\frac{m^2}{16}.$$

Ha $T = \alpha m$ egyösszegű adót vetünk ki, akkor

$$x = \frac{1}{2}\frac{m - \alpha m}{9}, \quad y = \frac{1}{2}(m - \alpha m),$$

és a fogyasztó haszna

$$U(x,y) = \frac{1}{4}\frac{(m-\alpha m)^2}{9}.$$

A két esetben a két haszon egyenlő:

$$\frac{1}{4}\frac{m^2}{16} = \frac{1}{4}\frac{(m-\alpha m)^2}{9},$$

amiből

$$9m^2 = 16(m-\alpha m)^2,$$

azaz

$$\alpha = \frac{1}{4}.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat: Miután a fogyasztó hasznossági függvénye olyan amilyen, ezért a közömbösségi görbéi a 45 fokos egyenes mentén törnek be. A fogyasztó a jelzett pontban nem egyforma mennyiséget fogyaszt, de belső pontban van, ezért az árak aránya megegyezik a közömbösségi görbe megfelelő szakasza meredekségének ellentettjével, amiből

$$p_y = 3.$$

Ebből a fogyasztó jövedelme:

$$m = 1 * 9 + 3 * 3 = 18.$$

Ha az y jószág ára harmadára csökken, azaz 1 lesz, akkor a fogyasztó a töréspontban fogyaszt, azaz

$$x = y \qquad \text{és} \qquad 1 * x + 1 * y = 18,$$

amiből a keresett jószágkosár

$$(9,9).$$

Vissza a feladathoz

6. feladat: A relatív árak a fontosak, megválaszthatjuk a második jószág árát 1-nek, az elsőé legyen p. Miután Móricka mind a két jószágból fogyaszt, igaz az érintési feltétel, amiből

$$p = (\ln x)' = \frac{1}{x} = \frac{1}{30}.$$

Ekkor Móricka jövedelme:

$$m = \frac{1}{30} * 30 + 1 + 20 = 21.$$

A jószágok árainak megduplázódása ekvivalens a jövedelem feleződésével, azaz legyen:

$$m' = \frac{21}{2}.$$

Móricka az x jószágból – miután a relatív árak nem változnak – továbbra is 30 egységet fogyaszt, erre

$$\frac{1}{30} * 30 = 1$$

egységet költ. Marad tehát $19/2$ egység pénze, ebből a keresett kosár – figyelembe véve, hogy a második jószág ára egységnyi –

$$\left(30, \frac{19}{2}\right).$$

Vissza a feladathoz

7. feladat Sz.M. közömbösségi görbéi lineáris szakaszokból állnak, ezek a

$$2h + 3sz = 4h + 2sz$$

egyenlőség által meghatározott

$$sz = 2h$$

skálaegyenes mentén törnek be. A skálaegyenes fölött a közömbösségi görbék meredeksége -2, alatta -2/3. (A habcsók van a vízszintes tengelyen.)

Miután kedden csak 6 kiló habcsókot vesz, ezért jövedelme:

$$5 * 6 = 30.$$

Szerdán az árak aránya:

$$\frac{p_h}{p_{sz}} = 1,$$

emiatt költségvetési egyenesének meredeksége (-1) a közömbösségi görbe szakaszainak meredekségei között van. Sz. M. ezért a skálaegyenesen választ:

$$sz = h + 10 = 2h.$$

Ebből:

$$h = 10, \quad sz = 20.$$

Ez a fogyasztói kosár pedig

$$5 * 10 + 5 * 20 = 150$$

garasba kerül. Ezért pótlólagos jövedelme:

$$\Delta m = 150 - 30 = 120 \text{ garas}.$$

Vissza a feladathoz

8. feladat: Robin közömbösségi görbéi egyenes szakaszokból állnak, a töréspontokat összekötő skálaegyenes egyenletét a

$$3v + h = v + 6h$$

öszefüggésből tudjuk kiszámítani:

$$h = \frac{2}{5}v.$$

A skálaegyenes fölött a helyettesítési határarány:

$$MRS\left(v, h > \frac{2}{5}v\right) = -\frac{MU_v(v,h)}{MU_h(v,h)} = -\frac{3}{1}.$$

A skálaegyenes alatt a helyettesítési határarány:

$$MRS\left(v, h < \frac{2}{5}v\right) = -\frac{MU_v(v,h)}{MU_h(v,h)} = -\frac{1}{6}.$$

a. Miután Robin optimális $(v^*, h^*) = (1,5)$ kosara belső pont, másrészt nincs rajta a skálaegyenesen, ezért ebben a pontban

$$\frac{p_v}{p_h} = |MRS(1,5)| = \frac{MU_v(1,5)}{MU_h(1,5)}.$$

Ez a pont a skálaegyenes fölött helyezkedik el, tehát:

$$\frac{3}{p_h} = \frac{3}{1},$$

amiből:

$$p_h = 1.$$

b. Robin jövedelmét könnyű kiszámolni, hiszen az optimális pontban teljesen elkölti:

$$m = p_v v + p_h h,$$

azaz

$$m = 3 \cdot 1 + 1 \cdot 5 = 8.$$

c. Robin új $(v',h') = (1,\frac{1}{5})$ optimális választása ezúttal a skálaegyenes alá esik, hiszen

$$h' = \frac{1}{5}v' < \frac{2}{5}v'.$$

Emiatt az új árarányoknak kell egybeesni az MRS e pontbeli abszolút értékével:

$$\frac{p_v}{p_h} = \left|MRS\left(1,\frac{1}{5}\right)\right|,$$

tehát:

$$\frac{3}{p_h} = \frac{1}{6},$$

amiből:

$$p_h' = 18.$$

d. Robin új jövedelme ezek után:

$$m' = 3\cdot 1 + 18\cdot\frac{1}{5} = \frac{33}{5}.$$

Ebből:

$$\Delta m = m' - m = -\frac{7}{5},$$

azaz Robin jövedelme

$$|\Delta m| = \frac{7}{5}$$

egységgel csökkent.

Vissza a feladathoz

9. feladat: A templomszolga optimumfeladata:

$$\max_{x,y\geqq 0}\{\ln x + y\},$$

$$0.1\cdot x + 1\cdot y = 100.$$

A preferenciák kvázilineárisak. Feltéve, hogy mind a két jószágból vesz (azaz van elég pénze), teljesülnie kell az érintési feltételnek:

$$\frac{p_x}{p_1} = 0.1 = \frac{(\ln x)'}{1} = \frac{MU_x(x,y)}{MU_y(x,y)}.$$

a. Ebből:

$$0.1 = \frac{1}{x},$$

azaz

$$x = 10.$$

Ezt visszahelyettesítve a költségvetési egyenes

$$0.1 \cdot 10 + 1 \cdot y = 100$$

egyenletébe, kapjuk, hogy

$$y = 99.$$

b. Az előzőekhez képest annyi a különbség, hogy most a templomszolga

$$p_x = 0.1 + 0.1 = 0.2$$

frankot fizet a füldugó darabjáért. Emiatt az érintési feltétel új alakja:

$$0.2 = \frac{1}{x},$$

amiből

$$x = 5.$$

A költségvetési egyenlet új alakja:

$$0.2 \cdot 5 + 1 \cdot y = 100,$$

amiből

$$y = 99$$

ismét. Tehát semmivel és sehogyan nem változik a kötélfogyasztása.

Vissza a feladathoz

10. feladat Az az igazi kérdés, ki fizetne több mennyiségi adót, mert az egyösszegű adó mindenképpen befolyik az önkormányzathoz.

a. A felvégiek preferenciái tökéletes helyettesítők, a közömbösségi görbéik egyenesek, egyenletük:

$$y_f = \frac{\bar{U}_f}{3} - \frac{2}{3}x_f,$$

meredekségük – és így a helyettesítési határarányuk – tehát

$$MRS(x_f, y_f) = -\frac{2}{3}.$$

Az adott árak mellett

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2} < \frac{2}{3} = \left| MRS(x_f, y_f) \right|,$$

emiatt a felvégiek biztos nem vesznek körtét, csak szilvát. Optimális fogyasztói kosaruk:

$$(x_f^*, y_f^*) = \left(\frac{m}{100}, 0 \right).$$

Ha ők a körtére kivetett t mennyiségi adót fizetik, akkor

$$\frac{p_x}{p_y + t} = \frac{100}{200 + t} < \frac{2}{3} = \left| MRS(x_f, y_f) \right|$$

továbbra is, az optimális kosaruk nem változik, az általuk befizetett adó:

$$t * 0 = 0,$$

az összes beszedett adó tehát:

$$\sum adó = T + 0 = T.$$

Emiatt, ha az alvégiek csak egy minimális mennyiségű körtét fogyasztanak, akkor érdemes velük fizettetni a mennyiségi adót, és a felvégiekkel az egyösszegű adót.

b. Az alvégiek optimumfeladata ebben az esetben:

$$\max_{x_a, y_a \geqq 0} \ln x_a + y_a$$

$$100x_a + (200 + t)\, y_a = m,$$

ebből – elegendő jövedelem mellett – az érintési feltétel:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{100}{200 + t} = \frac{1/x_a}{1} = \frac{1}{x_a} = |MRS(x_a, y_a)|,$$

amiből az optimális megoldás

$$\begin{aligned} x_a^* &= \frac{200 + t}{100} = 2 + \frac{t}{100}, \\ y_a^* &= \frac{m - 100\left(2 + \frac{t}{100}\right)}{200 + t} = \frac{m - 200 - t}{200 + t}. \end{aligned}$$

A befizetendő mennyiségi adó:

$$ty_a^* = t * \frac{m - 200 - t}{200 + t},$$

és az optimális összadóbevétel:

$$\sum adó = T + t * \frac{m - 200 - t}{200 + t}.$$

Vissza a feladathoz

11. feladat: Jelölje Dani jövedelmét az m szimbólum! Miután hasznossági függvénye szimmetrikus Cobb–Douglas-típusú, ezért tudjuk, hogy kereslete a két jószágból:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}\frac{m}{p_x}, \\ y &= \frac{1}{2}\frac{m}{1}. \end{aligned}$$

Hasznossága ekkor

$$U(x,y) = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{m}{p_x}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}\frac{m}{1}} = \frac{1}{2}\frac{m}{\sqrt{p_x}}.$$

A feltételünkből, miszerint jövedelme 4-szer akkora, mint a hasznossága:

$$m = 4 \cdot \frac{1}{2}\frac{m}{\sqrt{p_x}} = 2\frac{m}{\sqrt{p_x}},$$

amiből:

$$p_x = 4.$$

Vissza a feladathoz

12. feladat: Aladár hasznossági függvénye egy egyszerű, szimmetrikus Cobb–Douglas-típusú hasznossági függvény pozitív monoton transzformációja. Emiatt a két jószágból a következő mennyiségeket keresi:

$$x = \frac{1}{2}\frac{m}{p_c}, \quad \text{illetve} \quad y = \frac{1}{2}\frac{m}{3}.$$

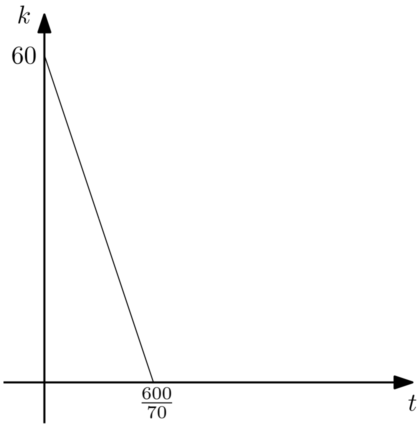
Miután a feltétel szerint $1.5x = y$, ezért $p_c = 4.5$. A pótlólagos jövedelméből a héten a fentiek szerint

$$\Delta x = \frac{1}{2}\frac{900}{9} = 50$$

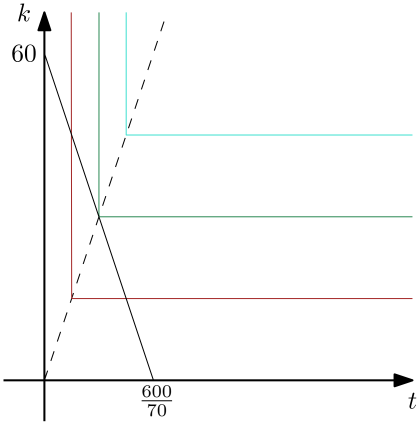
kifestőkönyvet vesz.

Vissza a feladathoz

13. feladat: Geometriai megoldás:
Először is felrajzoljuk a költségvetési korlátot. Ez behatárolja azon pontokat, amelyek közül választhatunk.



Majd ebbe az ábrába rajzolunk egy preferenciatérképet, és megkeressük a legmagasabban lévő közömbösségi görbét, amelynek még van közös pontja a költségvetési halmazzal.



Algebrailag

$$U(t,k) = \min(3 \cdot t, k).$$

Ebből következik, hogy optimumban

$$3 \cdot t^* = k^*.$$

Ha valaki ezt nem hinné el (pedig látszik a rajzból is):
Tegyük fel, hogy $3 \cdot t^* > k^*$, konkrétan legyen $3 \cdot t^* + \varepsilon = k^*$. Ekkor

$$U(3 \cdot t^*, k^*) = 3 \cdot t^*.$$

Ha kicsit kevesebb kakaót és kicsit több teát vesz, még mindig rajta lesz a költségvetési egyenesen

$$m = p_t \cdot t^* + p_k \cdot k^* = 70 \cdot t^* + 10 \cdot k^* = 70 \cdot \left(t^* + \frac{\varepsilon}{10}\right) + 10 \cdot \left(k^* - \frac{7 \cdot \varepsilon}{10}\right),$$

és jobban is jár

$$U\left(t^* + \frac{\varepsilon}{10}, k^* - \frac{7 \cdot \varepsilon}{10}\right) = 3 \cdot \left(t^* + \frac{\varepsilon}{10}\right) = k^* - \frac{7 \cdot \varepsilon}{10} = 3 \cdot t^* + \frac{3 \cdot \varepsilon}{10} > 3 \cdot t^* = U(3 \cdot t^*, k^*).$$

Szóval optimumban

$$3 \cdot t^* = k^*.$$

Kihasználva ezt és a költségvetési korlátot

$$m = p_t \cdot t^* + p_k \cdot k^*,$$

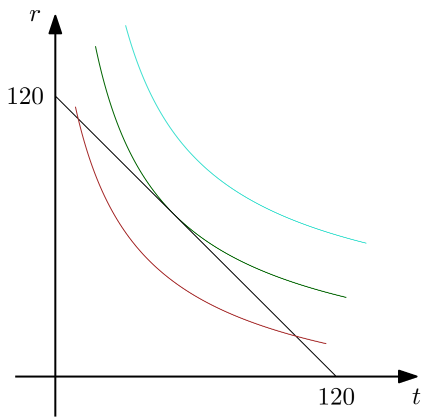
$$600 = 70 \cdot t^* + 10 \cdot k^*,$$

azt kapjuk, hogy:

$$600 = 70 \cdot t^* + 10 \cdot k^* = 70 \cdot t^* + 10 \cdot 3 \cdot t^* = 100 \cdot t^* \Rightarrow t* = 60 \Rightarrow k^* = 18.$$

Vissza a feladathoz

14. feladat: Geometriai megoldás:



A költségvetési korlát a fekete vonal. Keressük a legmagasabban lévő közömbösségi görbét, amelynek még van közös pontja a költségvetési halmazzal. Látszik, hogy ez a zöld vonal lesz.
Algebrailag:
A feladatban a virágok mennyisége csak a kertészek számától függ, ebből lesz a korlát:

$$120 = t^* + r^*.$$

Ezután két megoldás lehetséges. A rövid:
A Cobb–Douglas-tulajdonság alapján[1]:

$$t^* = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_t} = \frac{2}{5}\frac{120}{1} = 48,$$

illetve

$$r^* = \frac{b}{a+b}\frac{m}{p_r} = \frac{3}{5}\frac{120}{1} = 72.$$

Hosszú megoldás:
Az MRS-feltétel alapján:

$$|MRS(t^*, r^*)| = \frac{MU_t(t^*, r^*)}{MU_r(t^*, r^*)} = \frac{2 \cdot t^* \cdot (r^*)^3}{3 \cdot (t^*)^2 \cdot (r^*)^2} = \frac{2 \cdot r^*}{3 \cdot t^*} = \frac{p_t}{p_r} = 1.$$

Ebből:

$$r^* = \frac{3}{2} \cdot t^*.$$

A költségvetési korlátot felhasználva:

$$120 = t^* + r^* = t^* + \frac{3}{2} \cdot t^* = \frac{5}{2} \cdot t^* \Rightarrow t^* = 48 \Rightarrow r^* = 72.$$

Vissza a feladathoz

15. feladat:

a.

$$U(a, j) = 2 \cdot a + j.$$

b. Azonos ár mellett az Amfeta nagyobb boldogságot nyújt, ezért abból veszünk 15 egységet.

[1] A Cobb–Douglas-tulajdonság: Cobb–Douglas-típusú hasznosságfüggvény esetén a fogyasztó a jövedelmét a hasznosságfüggvényben szereplő kitevők arányában osztja szét a jószágok között.

c. Ha mindkét jószágból vásárolunk, a megoldás belső ponti, azaz nem a koordináta-rendszer valamelyik szélén vagyunk, nem korlátoz minket az, hogy nem fogyaszthatunk negatív mennyiséget. Ilyenkor használhatjuk az *MRS*-feltételt, így

$$MRS(j,a) = -\frac{MU_j(j,a)}{MU_a(j,a)} = -\frac{1}{2} = -\frac{p_j}{p_a},$$

azaz $p_j = 1$.

Vissza a feladathoz

16. feladat:

a. A Cobb–Douglas-tulajdonságot használva

$$x^* = \frac{1}{n+1}\frac{m}{p_x} = \frac{25}{n+1} = 5,$$

azaz

$$n = 4.$$

b. Cobb-Douglas-típusú hasznosságfüggvény mellett a jövedelem fix részét költjük egy-egy termékre, ezért x^* marad 5, lásd a fenti képletet.

c. Ismét a Cobb–Douglas-tulajdonságot használva:

$$y^* = \frac{n}{n+1}\frac{m}{p_y} = \frac{4}{5}\frac{100}{4} = 20.$$

d. Optimumban

$$MRS(x,y) = -\frac{p_y}{p_x} = -1.$$

Vissza a feladathoz

17. feladat:

a.

$$MRS(x^*,t^*) = -\frac{MU_x(x^*,t^*)}{MU_t(x^*,t^*)} = -\frac{\frac{\partial(x+20\sqrt{t})}{\partial x}}{\frac{\partial(x+20\sqrt{t})}{\partial t}} = -\frac{1}{\frac{20}{2\sqrt{t^*}}} = -\frac{\sqrt{t^*}}{10} = -\frac{p_x}{p_t} = -\frac{1}{5}$$

azaz optimumban 4 táncórát vesz, és 30 garast költ egyéb javakra.

b. Ha csak 1 tangóórát vesz, akkor a tangó határhaszna 10, míg a pénzé 1. Mivel a tangó ára 5, a pénzé pedig 1, ez azt jelenti, hogy pénz tangóra cserélésével Lyn növelni tudná a hasznosságát. Mivel nem ezt teszi (optimumban 1 tangóórát vesz), ezért már minden pénzét elköltötte/elcserélte tangóórára, nem belső pontban vagyunk, a megoldásunkat korlátozza, hogy az egyéb jószágokra nem költhet negatív mennyiségű pénzt. Viszont ebből könnyű kiszámolni a jövedelmét:

$$t^* \cdot p_t = 1 \cdot 5 = 5.$$

c.

$$\begin{aligned}
|MRS(25,25)| &= \frac{p_x}{p_t}, \\
\frac{MU_x(25,25)}{MU_t(25,25)} &= \frac{p_x}{p_t}, \\
\left.\frac{\frac{\partial(x+20\sqrt{t})}{\partial x}}{\frac{\partial(x+20\sqrt{t})}{\partial t}}\right|_{(x,t)=(25,25)} &= \frac{p_x}{p_t}, \\
\left.\frac{1}{\frac{20}{2\sqrt{t}}}\right|_{(x,t)=(25,25)} = \frac{\sqrt{25}}{10} &= \frac{p_x}{p_t}, \\
\frac{1}{2} &= \frac{p_x}{p_t},
\end{aligned}$$

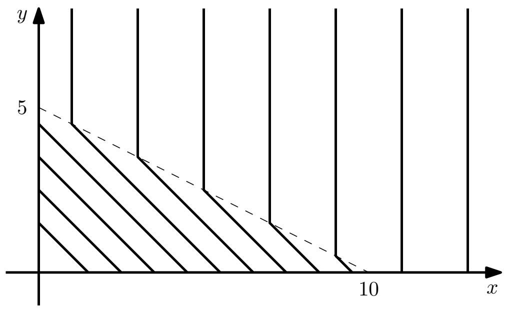
azaz egy tangóóra 2 garasba kerül, és ez alapján a jövedelem:

$$m = 25 \cdot p_x + 25 \cdot p_t = 25 \cdot 1 + 25 \cdot 2 = 75.$$

Vissza a feladathoz

18. feladat:

a. Ahogy a **Preferenciák** fejezet **5. feladatának** megoldásában láttuk, az ehhez a hasznosságfüggvényhez tartozó közömbösségi térkép:



A $p_x = 12$ ár mellett Eldiora nem tud 10 darab tojást vásárolni, így a legmagasabb elérhető közömbösségi görbének biztos lesz töréspontja. A $p_y = 4$ ár mellett a költségvetési egyenes meredeksége (az árarány ellentettje):

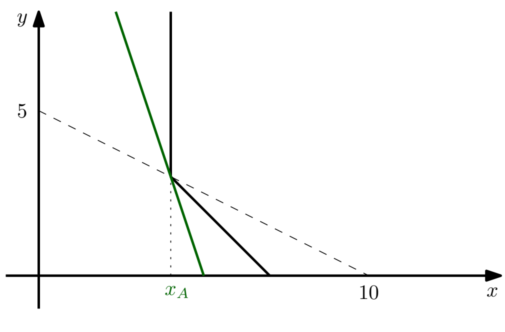
$$-\frac{p_x}{p_y} = -\frac{12}{4} = -\frac{3}{1}.$$

Ez meredekebb, mint a közömbösségi görbe -1 meredekségű része, de laposabb, mint a közömbösségi görbe függőleges része, így az optimum épp a töréspontban lesz. (A törésponttól jobbra $|MRS(x,y)| < p_x/p_y$, így megéri x jószágot y-ra cserélni, a törésponttól felfelé pedig y semleges, így megéri x-re cserélni.) Eszerint az optimális választást a

$$\begin{aligned} 2\cdot x + 2\cdot y &= x + 10, \\ 12\cdot x + 4\cdot y &= 60 \end{aligned}$$

egyenletek határozzák meg, amelyekből:

$$x = 4, \qquad y = 3.$$



b. Az új $p_y = 9$ ár mellett Eldiora még mindig nem tud 10 darab tojást vásárolni, a legmagasabb elérhető közömbösségi görbének továbbra is lesz töréspontja, és

$$-\frac{p_x}{p_y} = -\frac{12}{9} < -1,$$

így az optimum megint a töréspontban lesz. A költségvetési korlát változott az előző helyzethez képest, úgyhogy optimumban

$$\begin{aligned} 2\cdot x + 2\cdot y &= x + 10, \\ 12\cdot x + 9\cdot y &= 60, \\ x = 2, &\qquad y = 4. \end{aligned}$$

c. A legújabb $p_y = 15$ ár mellett Eldiora még mindig nem tud 10 darab tojást vásárolni, a legmagasabb elérhető közömbösségi görbének továbbra is lesz töréspontja, de most

$$-\frac{p_x}{p_y} = -\frac{12}{15} > -1,$$

így optimumban Eldiora egyáltalán nem vásárol spenótot. Azaz optimumban

$$\begin{aligned} y &= 0, \\ 12\cdot x + 9\cdot y &= 60, \\ x = 5, &\qquad y = 0. \end{aligned}$$

Vissza a feladathoz

KERESLET

1. feladat: Carlos preferenciái Cobb–Douglas-típusúak. A két jószágból az

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\alpha m}{p_1}, \\ x_2 &= \frac{(1-\alpha)m}{p_2} \end{aligned}$$

mennyiségeket keresi.

Ezekből a jövedelem–ajánlati görbéjének egyenletét a két összefüggés átrendezéséből kapjuk:

$$m = \frac{p_1 x_1}{\alpha} = \frac{p_2 x_2}{(1-\alpha)} = m,$$

amiből

$$x_2 = \frac{(1-\alpha)p_1}{\alpha p_2} x_1.$$

Behelyettesítve a megadott értékeket:

$$x_2 = \frac{\frac{1}{3}100}{\frac{2}{3}100} x_1 = \frac{1}{2} x_1.$$

Az első jószágra vonatkozó ár–ajánlati görbe vízszintes, hiszen a második jószágra mindig ugyannyit költ:

$$x_2 = \frac{(1-\alpha)m}{p_2}.$$

A kettő metszéspontjában:

$$\frac{(1-\alpha)m}{p_2} = \frac{\frac{1}{3}m}{100} = \frac{1}{2} x_1.$$

Ebből:

$$m = \frac{100}{\frac{1}{3}} \frac{1}{2} x_1,$$

behelyettesítve az $x_1 = 180$ értéket:

$$m = \frac{100}{\frac{1}{3}} \frac{1}{2} 180 = 27000.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat: A szöveg az $U(x,y) = \min(2 \cdot x, y)$ hasznosságfüggvényt írja le. Ellenőrizzük, nem rossz helyre tettük-e a kettes szorzót. 1 palacsintához 2 dkg lekvár kell. Emellett a min függvényben szereplő két szám épp ugyanakkora kell hogy legyen, és tényleg

$$2 \cdot 1 = 2.$$

a. Geoffrey lényegében egy x jószágból és két y jószágból álló „csomagokat” vásárol. Egy csomag ára $p_x + 2 \cdot p_y$, ezért

$$\frac{m}{p_x + 2 \cdot p_y}$$

csomagot vesz, és mivel minden csomagban egy darab x jószág van, ez megadja a keresleti függvényét is:

$$x(p_x, p_y, m) = \frac{m}{p_x + 2 \cdot p_y}.$$

A szöveg szerint ugyanakkor ez:

$$\frac{18}{3 \cdot p_x + 6 \cdot p_y}.$$

Így:

$$\frac{18}{3 \cdot p_x + 6 \cdot p_y} = x(p_x, p_y, m) = \frac{m}{p_x + 2 \cdot p_y},$$

amiből

$$m = 6.$$

b. Ilyen hasznosság függvény mellett optimumban

$$2 \cdot x^* = y^*.$$

Ez az összes optimális fogyasztásra teljesül, ezért a jövedelem–ajánlati görbén, amelyen a nemnegatív jövedelmekhez tartozó optimális fogyasztások szerepelnek, csak olyan pontok szerepelhetnek, amelyek teljesítik a feltételt. Azt, hogy az összes ilyen (nemnegatív) pontpár része a jövedelem–ajánlati görbének, onnan látjuk, hogy a fogyasztás a jövedelemmel arányosan nő.
(A hasznosságfüggvény homotetikus.)

Vissza a feladathoz

3. feladat: A fogyasztó optimális fogyasztása esetén

$$ax = y.$$

Költségvetési egyenesének képlete:

$$1 \cdot x + p_y \cdot y = m.$$

Ezekből:

$$x = \frac{m}{1 + p_y \cdot a}.$$

Ez egyben az *Engel*-görbéjének az egyenlete is, ennek meredekségéből tehát:

$$1 + p_y \cdot a = 2,$$

amiből:

$$a = \frac{1}{p_y}.$$

Mivel a jövedelme 40 garas, ezért:

$$x = \frac{40}{2} = 20,$$

ezeket visszahelyettesítve a költségvetési egyenes egyenletébe:

$$\frac{1}{a} \cdot y = 20.$$

Mivel az optimumban $y = 10$, ezért:

$$a = \frac{1}{2}.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat: A Cobb–Douglas-tulajdonság szerint

$$x(m, p_x, p_y) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_x}.$$

Hogyan változik ez, ha p_x a felére csökken, vagyis $\frac{p_x}{2}$ kerül a helyére?

a. Ekkor

$$x\left(m, \frac{p_x}{2}, p_y\right) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{\frac{p_x}{2}}.$$

A két x fogyasztás aránya:

$$\frac{x\left(m, \frac{p_x}{2}, p_y\right)}{x(p_x, p_y, m)} = \frac{\frac{a}{a+b}\frac{m}{\frac{p_x}{2}}}{\frac{a}{a+b}\frac{m}{p_x}} = 2,$$

vagyis az x fogyasztása kétszeresére nő.

b. Az Engel-görbe az y, m koordináta-rendszerben ábrázolja az optimális y fogyasztás és a jövedelem kapcsolatát. Az imént használt Cobb–Douglas-tulajdonság ennek meg is adja az egyenletét:

$$y = \frac{3}{1+3}\frac{m}{p_y},$$

és mivel $p_y = 1$, kapjuk, hogy:

$$y = \frac{3}{4} \cdot m,$$

avagy m-re átrendezve:

$$m = \frac{4}{3} \cdot y.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat: A szöveg szerint van olyan jövedelem, amely mellett az $(1,9)$ optimális fogyasztói kosár. Mivel ebben mindkét jószág pozitív értékkel szerepel, emellett a jövedelem mellett teljesül az MRS-feltétel, vagyis

$$|MRS(x,y)| = \frac{2}{\frac{9}{2\sqrt{y}}} = \frac{p_x}{p_y}.$$

Mivel x a nem politikai kéziratokra költött pénzt méri, $p_x = 1$. Ezt felhasználva:

$$\begin{aligned} \frac{2}{\frac{9}{2\sqrt{y}}} &= \frac{1}{p_y}, \\ \frac{4 \cdot \sqrt{y}}{9} &= \frac{1}{p_y}, \\ p_y &= \frac{9}{4 \cdot \sqrt{y}}. \end{aligned}$$

a. Az $(1,9)$ pontban pedig $y = 9$, így

$$p_y = \frac{9}{4 \cdot \sqrt{9}} = \frac{3}{4}.$$

b. Nem, kvázilineáris hasznosságfüggvény esetén egy bizonyos fogyasztási szint után már csak a lineáris hasznosságú jószágra költ pénzt. Mivel az $(1,9)$ pontban már költött x-re, ezért onnantól kezdve minden pluszjövedelmét is rákölti, így a $(2,18)$ pont nem lesz rajta a jövedelem–ajánlati görbén.

c. Az **a.** pontbeli levezetés alapján, ha elég nagy a jövedelme és teljesül az *MRS*-feltétel, akkor:

$$\begin{aligned}
|MRS(x,y)| &= \frac{p_x}{p_y}, \\
\frac{2}{\frac{9}{2\sqrt{y}}} &= \frac{4}{3}, \\
\frac{4\sqrt{y}}{9} &= \frac{4}{3}, \\
\sqrt{y} &= 3, \\
y &= 9.
\end{aligned}$$

Ekkor Engels $y \cdot p_y = 9 \cdot 3/4 = 27/4$ pénzegységet költ politikai kéziratokra. Maradék pénzét költi ételre, vagyis:

$$x = m - \frac{27}{4}.$$

A **b.** pontban leírtak alapján akkor teljesül az *MRS*-feltétel, ha már van jövedelme, amit x-re költ, vagyis ha

$$m > \frac{27}{4}.$$

Ha ennél kisebb a jövedelme, az egészet kéziratokra költi, ekkor:

$$x = 0, \qquad y = \frac{m}{p_y} = \frac{4}{3} \cdot m.$$

Így a jövedelem–ajánlati görbe az

$$x = 0, \qquad y \in [0,9]$$

ponthalmaz és az

$$x \in [0,\infty), \qquad y = 9$$

ponthalmaz uniója.

Vissza a feladathoz

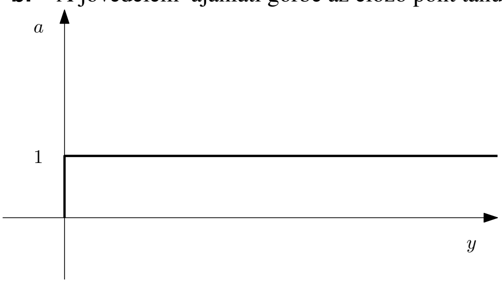
6. feladat: Mivel y pénzt mér, ármércejószág, vagyis $p_y = 1$. Ha teljesül az MRS-feltétel, akkor

$$\begin{aligned}
|MRS(y,a)| &= \frac{p_y}{p_a}, \\
\frac{\frac{\partial(y+\ln a)}{\partial y}}{\frac{\partial(y+\ln a)}{\partial a}} &= \frac{1}{p_a}, \\
\frac{1}{\frac{1}{a}} &= \frac{1}{p_a}, \\
a &= \frac{1}{p_a}.
\end{aligned}$$

a. Eszerint ha teljesül az MRS-feltétel, akkor Elena $p_a \cdot a = 1$ dollárt költ appletínikre. Egyéb javakra ekkor $m-1$ dollárt költ. Az MRS-feltételből csak akkor következne negatív fogyasztás, ha Elenának nem lenne 1 dollárja, de a szöveg szerint 60 is van. Így az MRS-feltétel minden ár mellett teljesül, és az appletínik iránti keresleti függvény

$$a(m, p_y, p_a) = \frac{1}{p_a}.$$

b. A jövedelem–ajánlati görbe az előző pont tanulsága alapján így néz ki:



1. (Persze tudjuk, hogy ez nem az egyenlet, hiszen egy rajz pontatlan, nem is ez a válasz, csak azért rajzoljuk le, mert segít átlátni a helyzetet.) A jövedelem–ajánlati görbe két szakaszból áll. A függőleges szakasz pontjai:

$$y = 0, \qquad a \in [0,1]$$

A vízszintes szakasz pontjai:

$$y \in [0,\infty), \qquad a = 1.$$

A jövedelem–ajánlati görbe e ponthalmazok uniója.

c. Az Engel-görbe a jószág és a jövedelem kapcsolatát vizsgálja. Az **a.** pontbeli számítások alapján

$$a = \begin{cases} 1, & \text{ha } m \geq 1; \\ m, & \text{ha } m < 1. \end{cases}$$

Ha ugyanezt m szerint szeretnénk megadni, akkor annyival nehezebb a dolgunk, hogy $a = 1$ mellett az m több értéket is felvesz. Az Engel-görbe pozitív meredekségű szakaszán, vagyis ahol $a \leq 1$,

$$m = a.$$

A függőleges szakaszon, ahol $a = 1$, pedig

$$m \in [1, \infty).$$

d. Nincs, mert ehhez az kellene, hogy bizonyos m mellett a jövedelemnövekedésre az a csökkentésével reagáljon Elena. Ez azt jelenti, hogy az Engel-görbe valahol csökkenő. De nem az, hanem (nem szigorúan) monoton növekvő. Ezt rajz nélkül onnan látni, hogy az

$$a = \begin{cases} 1, & \text{ha } m \geq 1; \\ m, & \text{ha } m < 1 \end{cases}$$

Engel-görbe folytonos, és m szerinti deriváltja az első szakaszon nulla, a másodikon pedig egy, de sehol sem egy negatív szám.

Vissza a feladathoz

7. feladat: A hasznossági függény egy pozitív monoton transzformációja:

$$U(x_1, x_2) = x_1^{0.6} x_2^{0.4}.$$

Mivel a fogyasztó hasznossági függvénye Cobb–Douglas-típusú, ezért minden árrendszer mellett jövedelmének ugyanakkora hányadát költi az egyes jószágokra. Ezeket a hányadokat a megfelelő kitevők adják. Ennek értelmében minden árrendszer mellett a második jószágból a következő egységet fogyasztja:

$$x_2 = \frac{0,4m}{p_2} = \frac{0.4 * 100}{2} = 20.$$

Az első jószágból a kereslete:

$$x_1 = \frac{0.6m}{p_1} = \frac{60}{p_1}.$$

Ahogy p_1 változik a $(0, \infty)$ intervallumon, úgy ez a kereslet felvesz minden értéket a $(\infty, 0)$ intervallumban. Ennek megfelelően az ár–ajánlati görbe egybeesik az

$$x_2(x_1) : \Re_{++} \to \Re, \quad x_2(x_1) = 20$$

(nyílt) félegyenessel.

Vissza a feladathoz

8. feladat: Mivel Aladdin preferenciái Cobb–Douglas-típusúak, ezért a keresleti függvényei a következők:

$$x_1 = \frac{am}{p_1} = am,$$

illetve

$$x_2 = \frac{(1-a)m}{p_2} = \frac{(1-a)m}{6}.$$

A jövedelem–ajánlati görbe nem más, mint az optimális választásokat összekötő függvény, változatlan árakat, de változó jövedelmet feltételezve. Úgy kapjuk meg tehát, hogy az optimális x_2^*-t kifejezem x_1^* függvényeként:

$$x_2^* = x_2\left(x_1^*\right).$$

A keresleti függvényekből m-et kifejezve:

$$\begin{aligned} m &= \frac{x_1}{a}, \\ m &= \frac{6x_2}{(1-a)}, \end{aligned}$$

amiből

$$\frac{x_1}{a} = \frac{6x_2}{(1-a)}.$$

Átrendezve:

$$x_2 = \frac{(1-a)x_1}{6a}.$$

A megadott adatokból:

$$\frac{(1-a)}{6a} = 0.5,$$

amiből

$$a = \frac{1}{4}.$$

Ha a lámpaolaj ára $p_1 = 3$, és Aladdin 3 egységet vesz belőle, akkor

$$3 = \frac{1}{4}\frac{m}{3},$$

amiből

$$m = 36.$$

Vissza a feladathoz

9. feladat: Jelöljük a rejtvény egységárát a p szimbólummal! A második jószág ára definíció szerint egységnyi. Ha C. D. jövedelme m, akkor kereslete a két jószágból:

$$x_1^{C.D.} = \frac{\frac{2}{3}m}{p},$$
$$x_2^{C.D.} = \frac{\frac{1}{3}m}{1}.$$

Ezek mellett az árak mellett a jövedelem–ajánlati görbéjének egyenlete:

$$\frac{x_2^{C.D.}}{x_1^{C.D.}} = \frac{p}{2} \Longrightarrow x_2^{C.D.} = \frac{p}{2}x_1^{C.D.}.$$

Miután

$$x_1^{C.D.} = 20,$$

ezért

$$x_2^{C.D.} = 10p > 0.$$

Ezek szerint mind T. H., mind C. D. optimális választása a

$$(x_1^*, x_2^*) = (20, 10p) > 0$$

kosár.

Miután T. H. preferenciái tökéletes helyettesítők, ezért ár–ajánlati görbéjének csak akkor lehet mindkét jószágban pozitív pontja, ha az árarányok megegyeznek a helyettesítési határarányának abszolút értékével:

$$\frac{p}{1} = |MRS(x_1^*, x_2^*)| = \frac{MU_1\left(x_1^*, x_2^*\right)}{MU_2\left(x_1^*, x_2^*\right)} = \frac{2}{3},$$

amiből

$$p = \frac{2}{3}.$$

Ezt visszahelyettesítve C. D. rejtvénykeresletébe:

$$20 = x_1^{C.D.} = \frac{\frac{2}{3}m_{C.D.}}{\frac{2}{3}} = m_{C.D.}.$$

Miután mind a ketten teljesen elköltik jövedelmüket, és ugyanazt a kosarat választják, ezért T.H. jövedelme ezzel szükségképpen megegyezik, azaz

$$m_{T.H.} = 20.$$

Vissza a feladathoz

10. feladat: Az $U(x_1,x_2)$ hasznossági függény egy pozitív monoton transzformációja a következő:

$$U(x_1,x_2) = x_1^{0.6}x_2^{0.4}.$$

Mivel a fogyasztó hasznossági függvénye Cobb–Douglas-típusú, ezért minden árrendszer mellett jövedelmének ugyanakkora hányadát költi az egyes jószágokra. Ezeket a hányadokat a megfelelő kitevők adják.

a. Miután

$$x_2 = \frac{0.4m}{p_2},$$

ezért

$$10 = \frac{0.4 * 300}{p_2} = \frac{120}{p_2},$$

amiből

$$p_2 = 12.$$

b. A fogyasztó tehát minden árrendszer mellett az első jószágból

$$x_1 = \frac{0,6m}{p_1} = \frac{0,6 * 300}{4} = 45$$

egységet fogyaszt.

Mint az előbb láttuk, a második jószágból a kereslete

$$x_2 = \frac{0,4m}{p_2} = \frac{120}{p_2}.$$

Ahogy p_2 változik a $(0,\infty)$ intervallumon, úgy ez a kereslet felvesz minden értéket a $(\infty,0)$ intervallumban. Ennek megfelelően az ár–ajánlati görbe egybeesik az

$$x_1(x_2) : \mathfrak{R}_{++} \to \mathfrak{R}, \quad x_1(x_2) = 45$$

(nyílt) félegyenessel.

Vissza a feladathoz

11. feladat: Quasimodo a következő feladatot oldja meg:

$$\begin{aligned} lnx_1 + x_2 &\to \max, \\ px_1 + x_2 &\leqq m, \end{aligned}$$

ahol m a jövedelme.

(Ez a feladat a feltételes szélsőértékszámítás Kuhn–Tucker-tételeit alkalmazva tökéletesen megoldható, de ezt itt most nem kérjük számon. A továbbiakban bemutatandókat órán tanuljuk, elfogadható, ha a hallgató erre hivatkozik.)

1. Quasimodo preferenciái kvázilineárisak. Ha a jövedelme elegendően nagy, akkor belső ponti megoldást kapunk, a

$$p = \frac{MU_1(x_1, x_2)}{MU_2(x_1, x_2)} = \frac{1}{x_1}$$

érintési feltétel igaz. Ebből kapjuk, hogy minden ilyen m mellett

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{p}, \\ x_2 &= m - 1. \end{aligned}$$

Látható, hogy ebben az esetben füldugóra mindig egy egységet költ.

2. Ha jövedelme nem elegendően nagy, azaz esetünkben

$$m < 1,$$

akkor csak az első jószágra költ, a másodikból nem vesz semmit.

A jövedelem–ajánlati görbe egyenlete ezek után:

$$\begin{array}{lll} x_2 = 0, & \text{ha } m < 1, & (x_1 = m/p), \\ x_1 = 1/p, & \text{ha } m \geqq 1, & (x_2 = m - 1), \end{array}$$

azaz az $m = 1$ értékig vízszintes szakasz, amíg az x_1 el nem éri az $1/p$ értéket, onnan pedig függőleges.

Az Engel-görbe egyenlete ezek után:

$$\begin{array}{ll} m = px_1, & \text{ha } x_1 < \frac{1}{p}, \\ x_1 = 1/p, & \text{különben}, \end{array}$$

azaz, amíg az x_1 el nem éri az $1/p$ értéket, egy p meredekségű szakasz, onnan pedig függőleges.

Az előzőek miatt a két görbe közti terület a

$$(0,0);(1/p,0);(1/p,1)$$

csúcspontok által kifeszített háromszög területe:

$$T = \left(\frac{1}{p} * 1\right)/2 = \frac{1}{2p}.$$

Vissza a feladathoz

12. feladat:

a. A Cobb–Douglas-tulajdonság szerint

$$x(m, p_x, p_y) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_x}.$$

Hogyan változik ez, ha p_x a felére csökken, vagyis $\frac{p_x}{2}$ kerül a helyére? Ekkor

$$x\left(m, \frac{p_x}{2}, p_y\right) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{\frac{p_x}{2}}.$$

A két x fogyasztás aránya

$$\frac{x\left(m, \frac{p_x}{2}, p_y\right)}{x(p_x, p_y, m)} = \frac{\frac{a}{a+b}\frac{m}{\frac{p_x}{2}}}{\frac{a}{a+b}\frac{m}{p_x}} = 2,$$

vagyis az x fogyasztás kétszeresére nő.

b. Az Engel-görbe az y, m koordináta-rendszerben ábrázolja az optimális y fogyasztás és a jövedelem kapcsolatát. Az imént használt Cobb–Douglas-tulajdonság ennek meg is adja az egyenletét:

$$y = \frac{3}{1+3}\frac{m}{p_y},$$

és mivel $p_y = 1$, ezért

$$y = \frac{3}{4} \cdot m,$$

avagy m-re átrendezve

$$m = \frac{4}{3} \cdot y.$$

Vissza a feladathoz

13. feladat:

a. A szöveg alapján $p_j = 1$, illetve

$$U(j,a) = j + 2 \cdot a.$$

A $(10,10)$ pontban mindkét jószágból vásárolt a fogyasztó. Tökéletes helyettesítésnél csak akkor vásárol mindkét jószágból a fogyasztó, ha a határhasznok aránya egyenlő az árаránnyal (belső ponti megoldás $\Rightarrow$ teljesül az *MRS*-feltétel). Ebből

$$\begin{aligned} |MRS(j,a)| &= \frac{p_j}{p_a}, \\ \frac{1}{2} &= \frac{1}{p_a}, \\ p_a &= 2. \end{aligned}$$

A költségvetési korlátból pedig:

$$m = p_j \cdot j + p_a \cdot a = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 = 30.$$

b. Ha $p_a < 2$, akkor

$$\frac{MU_j(j,a)}{p_j} < \frac{MU_a(j,a)}{p_a},$$

avagy

$$|MRS(j,a)| < \frac{p_j}{p_a}.$$

Ez azt jelenti, hogy nem éri meg Jin-jang kólát venni, az Amfeta kólából olcsóbban jutunk hasznossághoz. Ekkor az optimális fogyasztás:

$$j^* = 0, \qquad a^* = \frac{30}{p_a}.$$

Ha $p_a = 2$, akkor

$$\frac{MU_j(j,a)}{p_j} = \frac{MU_a(j,a)}{p_a},$$

vagyis mindegy a fogyasztónak, hogy mit vesz. Ekkor bármilyen (j^*, a^*) kosár optimális, amiben $0 \le a^* \le 30$ és $a^* = \frac{30-j^*}{2}$.
Ha $p_a > 2$, akkor

$$\frac{MU_j(j,a)}{p_j} > \frac{MU_a(j,a)}{p_a}.$$

Ez azt jelenti, hogy nem éri meg Amfeta kólát venni, a Jin-jang kólából olcsóbban jutunk hasznossághoz. Ekkor az optimális fogyasztás.

$$j^* = 30, \qquad a^* = 0.$$

Vagyis a különböző p_a árszintek mellett optimális jószágkosarak (j,a) koordináta-rendszerbeli egyenlete (az ár–ajánlati görbe):

$$a = \begin{cases} \frac{30-j}{2}, & \text{ha } 0 < j \leq 30; \\ [15,\infty), & \text{ha } j = 0. \end{cases}$$

c. A keresleti függvény az előző pontbeli számítások alapján:

$$a(30,1,p_a) = \begin{cases} 0, & \text{ha } 2 < p_a; \\ [0,15], & \text{ha } p_a = 2; \\ \frac{30}{p_a}, & \text{ha } 0 < p_a < 2. \end{cases}$$

Vissza a feladathoz

14. feladat:

a. A minimum függvényben szereplő két érték egyenlő, ha

$$\begin{aligned} x + 2\cdot y &= 3\cdot x + y, \\ y &= 2\cdot x. \end{aligned}$$

Efölött az egyenes „fölött”

$$\begin{aligned} y &> 2\cdot x, \\ x + 2\cdot y &> 3\cdot x + y. \end{aligned}$$

Ilyen (x,y) pontokra $U(x,y) = 3\cdot x + y$, így:

$$|MRS(x,y)| = 3.$$

Az egyenes „alatt”

$$\begin{aligned} y &< 2\cdot x, \\ x + 2\cdot y &< 3\cdot x + y. \end{aligned}$$

Ilyen (x,y) pontokra $U(x,y) = x + 2 \cdot y$, így:

$$|MRS(x,y)| = \frac{1}{2}.$$

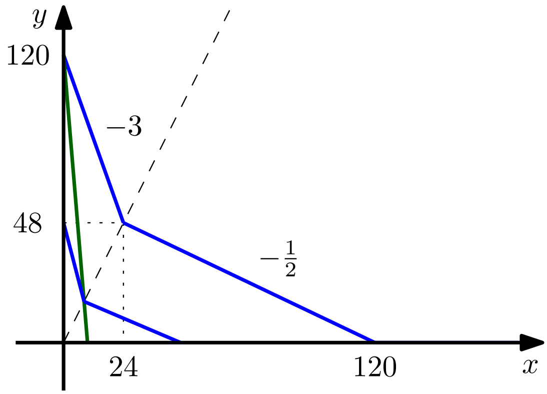
Ez azt mutatja, hogy bármilyen (x,y) kosarat is nézünk, az x jószág *helyettesíthető* az y jószággal valamilyen arányban. Legrosszabb esetben három y jószág éppolyan hasznos, mint egy x jószág. Mivel az árarány a szöveg szerint

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{100}{1} > 3,$$

egyáltalán nem éri meg x jószágot venni. Így optimumban

$$x^* = 0, \qquad y^* = \frac{m}{p_y} = 120.$$

Az optimum rajzzal ábrázolva:



Kék: közömbösségi görbék, zöld: költségvetési korlát.

b. Csak azért, mert a jövedelem változik, a fenti okfejtés még nem veszti érvényességet. Vagyis továbbra sem veszünk x jószágot, minden jövedelmet y-ra költünk, amely így bármely értéket felvehet nullától végtelenig. Ennek a függőleges félegyenesnek az egyenlete $x = 0$. (Ki lehetne kötni azt is, hogy $y \geq 0$, de ugye alapból csak a nemnegatív jószágteret nézzük, szóval nem muszáj.)

c. Az ár–ajánlati görbe szakaszosan lineáris, az egyes esetek mellett külön-külön tárgyaljuk a fogyasztó viselkedését.
Az **a.** pontban tárgyaltak alapján, ha

$$\frac{p_x}{p_y} > 3,$$

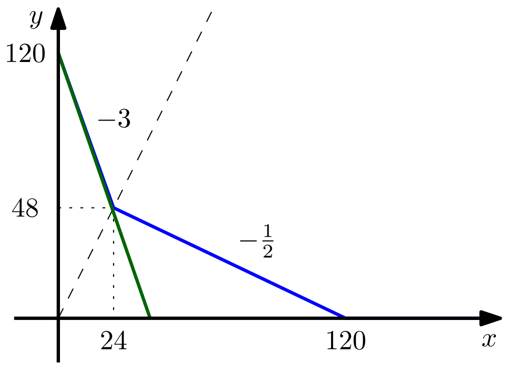
akkor optimumban

$$x^* = 0, \qquad y^* = \frac{m}{p_y} = 120.$$

Ha

$$\frac{p_x}{p_y} = 3,$$

akkor a legmagasabb elérhető közömbösségi görbe részben átfedi a költségvetési korlátot:



Ekkor több optimális fogyasztói kosár van. Minden (x^*, y^*) kosár optimális, melyre igaz, hogy a közömbösségi görbe -3 meredekségű szakaszán van, és rajta van a költségvetési görbén, vagyis

$$x^* \leq 24, \qquad y^* = 120 - 3 \cdot x^*.$$

Ha

$$3 > \frac{p_x}{p_y} > \frac{1}{2},$$

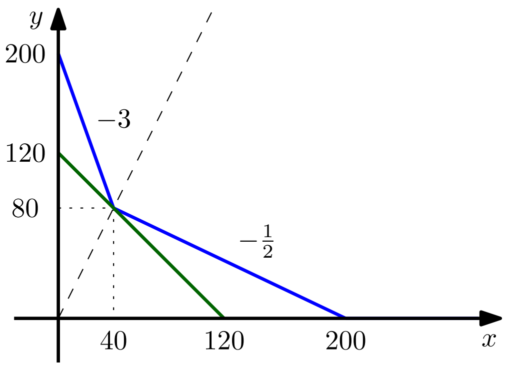
akkor a költségvetési korlát a töréspontban érinti a legmagasabb elérhető közömbösségi görbét. Ezt például onnan látni, hogy a -3 meredekségű szakasz tetszőleges (x, y) pontjában

$$|MRS(x,y)| > \frac{p_x}{p_y} \text{ és } y > 0.$$

Ilyen (x, y) nem lehet optimális, mivel a fogyasztó a helyettesítési határrátája alapján több y jószágról is lemondana egy x jószágért cserébe, mint amennyiről az árarányok alapján le kell. Ezért jobban járna, ha kicsit kevesebb y és több x jószágot fogyasztana. Hasonlóképpen a $-1/2$ meredekségű szakasz tetszőleges (x,y) pontjában

$$|MRS(x,y)| < \frac{p_x}{p_y} \text{ és } x > 0.$$

Ilyen (x,y) sem lehet optimális, mivel a fogyasztó a helyettesítési határrátája alapján kevesebb y jószágot is elfogadna egy x jószágért cserébe, mint amennyit az árarány alapján kaphat. Ezért jobban járna, ha kicsit kevesebb x és több y jószágot fogyasztana. A töréspont azért optimális, mert abból kicsit pontatlanul fogalmazva[1] több x felé elmozdulva $|MRS(x,y)| = 1/2$, több y felé elmozdulva viszont $|MRS(x,y)| = 3$.
Egy illusztratív ábra $p_x = 1$ mellett:



Az optimumot ekkor a

$$\begin{aligned} 2 \cdot x^* &= y^*, \\ p_x \cdot x^* + p_y \cdot y^* &= m \end{aligned}$$

[1] A fogalmazás pontatlan, mert a helyettesítési határráta ebben a pontban nem létezik, mivel a meredekséget adó differenciálhányados a jobb és bal oldali határértékei nem egyeznek meg.

egyenletek írják le. Ezekből:

$$\begin{aligned}
p_x \cdot x^* + p_y \cdot y^* &= m, \\
p_x \cdot x^* + p_y \cdot 2 \cdot x^* &= m, \\
p_x \cdot x^* + 2 \cdot x^* &= 120, \\
x^* &= \frac{120}{p_x + 2}, \\
y^* &= 2 \cdot \frac{120}{p_x + 2}.
\end{aligned}$$

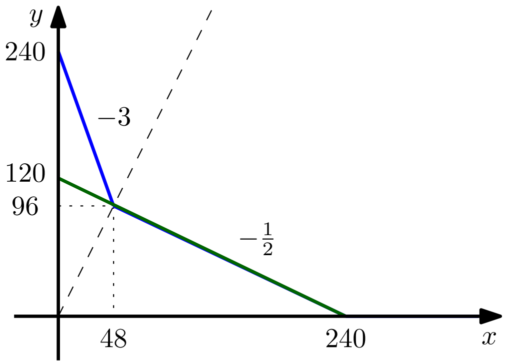
Ezek az (x^*, y^*) koordináták egy egyenes szakaszt határoznak meg (mivel $2 \cdot x^* = y^*$), és a szakasz bal alsó, illetve jobb felső pontja

$$\left(\frac{120}{3+2}, 2 \cdot \frac{120}{3+2}\right) = (24, 48), \qquad \left(\frac{120}{\frac{1}{2}+2}, 2 \cdot \frac{120}{\frac{1}{2}+2}\right) = (48, 96).$$

Ha

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{1}{2},$$

akkor a legmagasabb elérhető közömbösségi görbe ismét részben átfedi a költségvetési korlátot:



Ekkor több optimális fogyasztói kosár van. Minden (x^*, y^*) kosár optimális, melyre igaz, hogy a közömbösségi görbe $-1/2$ meredekségű szakaszán van, és rajta van a költségvetési görbén, vagyis:

$$x^* \geq 48, \qquad y^* = 120 - \frac{1}{2} \cdot x^*.$$

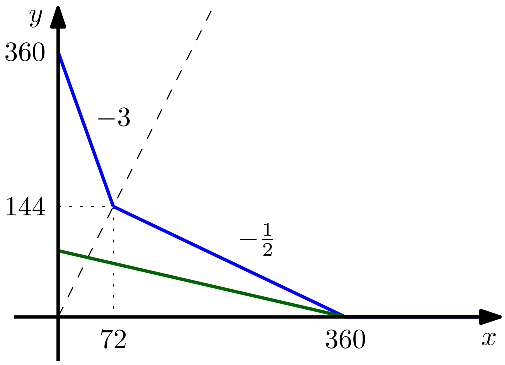
Az utolsó eset amikor

$$\frac{p_x}{p_y} < \frac{1}{2}.$$

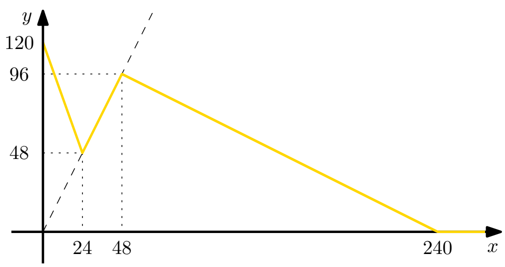
Ekkor az **a.** pontban leírtakhoz hasonlóan a fogyasztó csak x jószágot vásárol, mégpedig

$$x^* = \frac{m}{p_x}, \qquad y^* = 0.$$

Egy illusztratív ára $p_x = 1/3$ mellett:



A fenti eseteket összegezve az ár–ajánlati görbe:



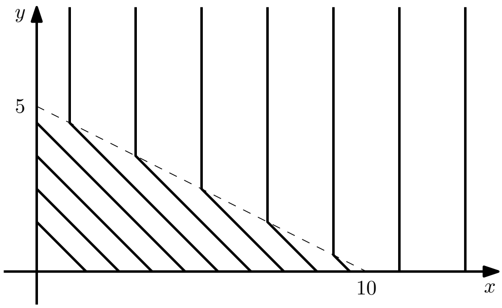
Egyenlettel:

$$y = \begin{cases} 120 - 3 \cdot x, & \text{ha } x \leq 24; \\ 2 \cdot x, & \text{ha } 24 < x \leq 48; \\ 120 - \frac{1}{2} \cdot x, & \text{ha } 48 < x \leq 240; \\ 0, & \text{ha } 240 < x. \end{cases}$$

Vissza a feladathoz

15. feladat:

a. Ahogy a **Preferenciák** fejezet **5. feladatának** megoldásában láttuk, az ehhez a hasznosságfüggvényhez tartozó közömbösségi térkép:



A $p_x = 8$ ár mellett Eldiora nem tud 10 darab tojást vásárolni, így a legmagasabb elérhető közömbösségi görbének biztos lesz töréspontja. A p_y ár mellett a költségvetési egyenes meredeksége (az árarány ellentettje):

$$-\frac{p_x}{p_y} = -\frac{8}{p_y}.$$

A közömbösségi görbe függőleges részénél ez minden pozitív p_y mellett laposabb, de a közömbösségi görbe -1 meredekségű részénél pontosan akkor laposabb, ha $p_y > 8$. Ekkor optimumban Eldiora egyáltalán nem vásárol spenótot, azaz ilyenkor $y = 0$.

Amikor $p_y < 8$, akkor az optimális választás az $2 \cdot x + 2 \cdot y = x + 10$ egyenesre eső töréspontok valamelyikében lesz, így a

$$2 \cdot x + 2 \cdot y = x + 10,$$

$$8 \cdot x + p_y \cdot y = 48$$

egyenletek határozzák meg, amelyekből

$$y(p_y) = \frac{32}{16 - p_y}.$$

Amikor $p_y = 8$, akkor pont mindegy Eldiorának, hogy mire költi a pénzét, tojásra vagy spenótra. Ekkor 0 és 4 között bármennyi spenótot vehet. Ezeket összegezve:

$$y(p_y) = \begin{cases} \frac{32}{16-p_y}, & \text{ha } p_y < 8; \\ [0,4], & \text{ha } p_y = 8; \\ 0, & \text{ha } p_y > 8. \end{cases}$$

b. A $p_y = 6$ ár mellett a költségvetési egyenes meredeksége (az árarány ellentettje):

$$-\frac{p_x}{p_y} = -\frac{8}{6} < -1.$$

Így, ha létezik a közömbösségi görbének töréspontja, az lesz az optimum. Töréspont pontosan akkor létezik, ha a fogyasztó nem tud legalább 10 tojást venni. Ez akkor teljesül, ha

$$m < p_x \cdot 10,$$

$$m < 80.$$

Ekkor optimumban:

$$2 \cdot x + 2 \cdot y = x + 10,$$

$$8 \cdot x + 6 \cdot y = m.$$

Ezekből az egyenletekből:

$$y(m) = \frac{80 - m}{10}.$$

A fenti eseteket összegezve a spenót Engel-görbéje:

$$y(m) = \begin{cases} \frac{80-m}{10}, & \text{ha } m < 80; \\ 0, & \text{ha } m \geq 80. \end{cases}$$

c. A megadott árak és jövedelem környezetében

$$y(p_y) = \frac{32}{16 - p_y}.$$

Ez p_y-ban növekvő, vagyis ahogy nő a spenót ára, egyre többet vesz belőle Eldiora. Így a spenót Giffen-jószág.

d. Mivel a spenót a megadott árak és jövedelem környezetében Giffen-jószág, ezért inferior jószág is. Persze a definícióval is indokolhatunk. Ebben a környezetben

$$y(m) = \frac{80 - m}{10}.$$

Ez m-ben csökkenő, vagyis ahogy nő jövedelem, egyre kevesebb spenótot vesz Eldiora. Így a spenót inferior jószág.

Vissza a feladathoz

A SLUTSKY-EGYENLET

1. feladat: Az átlagdiák hasznossági függvénye pozitív monoton transzformációja az

$$U(x,y) = x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{3}{4}}$$

függvénynek. Ezért az adó kivetése előtt a diák

$$x = \frac{1}{4}\frac{12000}{1000} = 3$$

könyvet vásárolt.

Az adó kivetése utáni fogyasztása

$$x' = \frac{1}{4}\frac{12000}{1200} = 2.5$$

könyv. A teljes árhatás ezért:

$$TH = x' - x = -0.5.$$

A *Slutsky*-féle jövedelemkompenzáció:

$$\Delta m = \Delta p \cdot x = 200 * 3 = 600.$$

A kompenzált jövedelem melleti fogyasztása:

$$x'' = \frac{1}{4}\frac{12000+600}{1200} = 2.625.$$

Ebből a helyettesítési hatás:

$$HH = x'' - x = -0.375.$$

A jövedelmi hatás pedig:

$$JH = TH - HH = \left(x' - x''\right) = -0.125.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat: Lajoska preferenciái kvázilineárisak, elég jövedelme van ahhoz, hogy mind a két jószágot fogyassza. Tudjuk, hogy emiatt belső pontban fogyaszt, azaz

$$\frac{p}{1} = (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

mindenképpen.

Ekkor azt is tudjuk, hogy a paradicsomos káposzta árának megváltozása csak helyettesítési hatást von maga után, hiszen a jövedelmi hatás szükségképpen zérus. Emiatt a teljes árhatás egyenlő a helyettesítési hatással. Az első árváltozás teljes hatása:

$$\triangle x^{1\to 2} = x^2 - x^1 = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}.$$

A második árváltozás teljes hatása:

$$\triangle x^{2\to 3} = x^3 - x^2 = \frac{1}{p_3} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{12}.$$

Ebből

$$\frac{\triangle x^{1\to 2}}{\triangle x^{2\to 3}} = 2.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat: Miután T(üsi) K(ati) számára a javak tökéletes kiegészítők, ezért az árváltozás helyettesítési hatása:

$$HH = 0,$$

és így a teljes hatás a jövedelmi hatással egyezik meg.

$$TH = JH.$$

Az eredeti árak mellett T(üsi) K(ati) feladata a következő alakot ölti:

$$\begin{aligned} &\max\{\min\{2k; 3cs\}\}, \\ &2k + 18cs = m. \end{aligned}$$

Az optimum a töréspontban van, ezért tudjuk, hogy

$$2k = 3cs,$$

amiből

$$cs = \frac{2}{3}k.$$

Ezt a feltételbe visszahelyettesítve kapjuk, hogy

$$k = \frac{m}{2 + 18 * \frac{2}{3}} = \frac{m}{14}.$$

Jelöljük most azt, hogy hányszorosára növekedett az ár az a változóval. Az új árak mellett a kávé iránti kereslete (hasonló módon kiszámítva):

$$k' = \frac{m}{2a + 12}.$$

Miután a teljes hatás egyenlő a jövedelmi hatással, ezért

$$TH = k' - k = -0.3k = JH,$$

amiből

$$k' = 0.7k.$$

Behelyettesítve:

$$\frac{m}{2a+12} = 0.7\frac{m}{14},$$

amiből

$$a = 4.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat: Vivien hasznossági függvénye – pozitív monoton transzformációval – roppant egyszerű alakra hozható:

$$U_V(t,k) = t \cdot k,$$

azaz szimmetrikus Cobb–Douglas-alakú. A megadott adatokból tudjuk, hogy kezdetben

$$\begin{aligned} p_k &= 3, \\ x_k &= \frac{1}{2}\frac{m}{3}, \end{aligned}$$

ahol m Vivien jövedelme. Az árváltozás:

$$\Delta p_k = 2.$$

Slutsky-kompenzációs esetben:

$$\Delta m = \Delta p_k \cdot x_k = 2 \cdot \frac{1}{2}\frac{m}{3} = \frac{m}{3}.$$

A kompenzációt követő kereslete:

$$x_k^{''} = \frac{1}{2}\frac{m+\Delta m}{5}.$$

A végső kereslet:

$$x_k^{'} = \frac{1}{2}\frac{m}{5}.$$

A jövedelmi hatás:

$$\begin{aligned} JH &= x_k^{'} - x_k^{''} = \frac{1}{2}\frac{m}{5} - \frac{1}{2}\frac{m+\Delta m}{5} = \\ &= \frac{1}{2}\frac{m}{5} - \frac{1}{2}\frac{m+\frac{m}{3}}{5} = -\frac{1}{30}m. \end{aligned}$$

Mivel

$$JH = -2,$$

ezért

$$m = 60.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat: A hasznosságfüggvénye:

$$U(t,c) = \min(2 \cdot t, c).$$

Ebből következően optimumban:

$$2 \cdot t^* = c^*.$$

A költségvetési korlát:

$$p_t \cdot t^* + p_c \cdot c^* = m.$$

Ez alapján az eredeti ár melletti fogyasztás:

$$40 \cdot t_A + 10 \cdot c_A = 40 \cdot t_A + 10 \cdot 2 \cdot t_A = 60 \cdot t_A = 480,$$

azaz

$$t_A = 8, \qquad c_A = 16.$$

Az új ár (p'_c) melletti fogyasztás:

$$40 \cdot t_C + p'_c \cdot c_C = (40 + 2 \cdot p'_c) \cdot t_C = 480,$$

azaz

$$t_C = \frac{480}{40 + 2 \cdot p'_c}, \qquad c_C = \frac{960}{40 + 2 \cdot p'_c}.$$

Még ki kell számolnunk a fogyasztást az új ár mellett, ha jövedelmét annyira megnöveljük, hogy éppen el tudja érni az eredeti hasznosságát. A hasznosságfüggvény alakjából következően ilyen jövedelem mellett újra a (8,16) kosarat fogja vásárolni.[1]

$$t_B = 8, \qquad c_B = 16.$$

Ez alapján a jövedelmi hatás:

$$c_C - c_B = \frac{960}{40 + 2 \cdot p'_c} - 16 = -4.$$

Ebből:

$$960 = 12 \cdot (40 + 2 \cdot p'_c) = 480 + 24 \cdot p'_c \Rightarrow p'_c = 20.$$

Vissza a feladathoz

[1] Bármilyen legalább ilyen hasznos kosárban legalább ennyi kell mindkét jószágból, és a jószágok ára pozitív, tehát a legolcsóbb jószágkosár, amely legalább ilyen hasznos, maga az eredeti kosár.

6. feladat:

a. A $p_x = 12$ ár mellett a fogyasztó nem tud 10 darab tojást vásárolni, így a legmagasabb elérhető közömbösségi görbének biztos lesz töréspontja. Az eredeti, $p_y = 4$ ár mellett a költségvetési egyenes meredeksége (az árarány ellentettje):

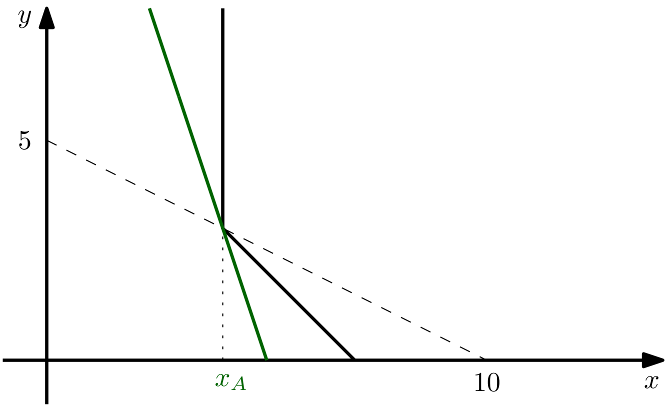
$$-\frac{p_x}{p_y} = -\frac{12}{4} = -\frac{3}{1}.$$

Ez meredekebb, mint a közömbösségi görbe -1 meredekségű része, de laposabb, mint a közömbösségi görbe függőleges része, így az optimum épp a töréspontban lesz. (A törésponttól jobbra $|MRS(x,y)| < p_x/p_y$, így megéri x jószágot y-ra cserélni, a törésponttól felfelé pedig y semleges, így megéri x-re cserélni.) Eszerint az optimális választást az eredeti árak mellett a

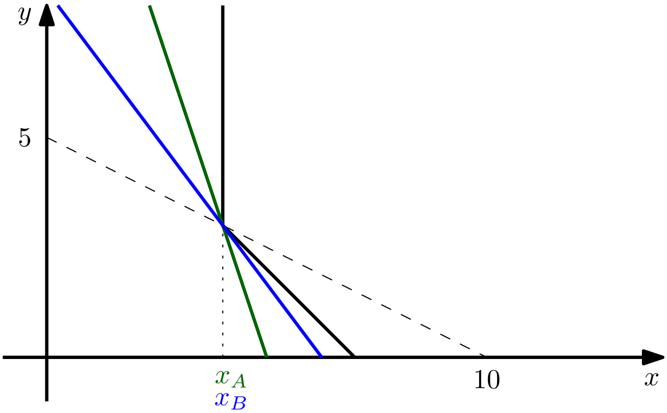
$$\begin{aligned} 2 \cdot x_A + 2 \cdot y_A &= x_A + 10, \\ 12 \cdot x_A + 4 \cdot y_A &= 60 \end{aligned}$$

egyenesek határozzák meg, amelyekből

$$x_A = 4, \qquad y_A = 3.$$



Az új $p_y = 9$ ár és Slutsky-féle kompenzáció mellett a $(4,3)$ jószágkosarat ismét meg lehet vásárolni, és az árarány $p_x/p_y = 4/3$. Ekkor a $(4,3)$ ponton áthaladó költségvetési egyenes megint meredekebb, mint a ponton áthaladó közömbösségi görbe -1 meredekségű része, és laposabb, mint a függőleges része.



Így az optimális választás ismét a töréspont lesz, vagyis:

$$x_B = 4, \qquad y_B = 3.$$

Ezek alapján az árváltozás Slutsky-féle helyettesítési hatása:

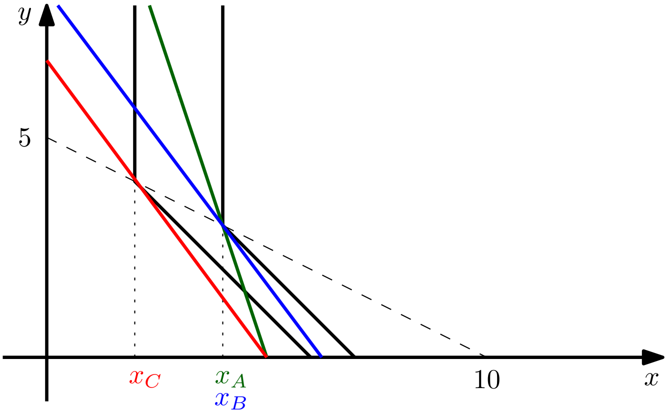
$$HH = y_B - y_A = 0.$$

Az új ár arány és nem kompenzált jövedelem mellett is igaz, hogy Eldiorának nincs pénze 10 tojásra, illetve a költségvetési egyenes még mindig meredekebb, mint a közömbösségi görbék -1 meredekségű része, úgyhogy az optimum megint éppen töréspontba esik. Így az optimumot meghatározó egyenletek:

$$\begin{aligned} 2 \cdot x_C + 2 \cdot y_C &= x_C + 10, \\ 12 \cdot x_C + 9 \cdot y_C &= 60, \end{aligned}$$

amelyekből:

$$x_A = 2, \qquad y_C = 4.$$



Ezek alapján az árváltozás Slutsky-féle jövedelmi hatása:

$$HH = y_C - y_B = -1.$$

b. A teljes hatás negatív, úgyhogy itt a spenót Giffen-jószág volt. Egyébként a negatív teljes hatásból az is látszik, hogy inferior jószág, de az következik abból is, hogy Giffen.

Vissza a feladathoz

7. feladat:

a. Az eredeti fogyasztás az *MRS*-feltétel és a költségvetési korlát alapján:

$$\begin{aligned}
|MRS(x_A, y_A)| &= \frac{p_x}{p_y}, \\
\frac{\frac{3}{\sqrt{x_A}}}{1} &= 1, \\
x_A &= 9, \\
p_x \cdot x_A + p_y \cdot y_A &= m, \\
1 \cdot 9 + 1 \cdot y_A &= 20, \\
y_A &= 11.
\end{aligned}$$

Jelöljük (x_E, y_E)-vel azt a kosarat, amelyet az egyenértékű változás mellett fogyaszt. (Ha ad hat garast, és nincs árváltozás.) Mivel az árarány nem változik, $x_E = x_A = 9$, és a költségvetési korlátból

$$y_E = 20 - 6 - 1 \cdot x_E = 5.$$

(Lehetne abból probléma, hogy nincs elég pénze megvenni 9 mosószert. Ekkor az y_E-re kapott érték negatív lett volna, de most szerencsére nem így volt.)
Ha bekövetkezik az árváltozás, az új ár melletti választás ismét az *MRS*-feltétel és a költségvetési korlát alapján

$$\begin{aligned}
|MRS(x_C, y_C)| &= \frac{p'_x}{p_y}, \\
\frac{\frac{3}{\sqrt{x_C}}}{1} &= p'_x, \\
x_C &= \left(\frac{3}{p'_x}\right)^2, \\
p'_x \cdot x_C + p_y \cdot y_C &= m, \\
\frac{9}{p'_x} + y_C &= 20, \\
y_C &= 20 - \frac{9}{p'_x}.
\end{aligned}$$

Az egyenértékű változás definíciója alapján, ha hat garast fizet és nincs árváltozás, az pont olyan jó neki, mintha jövedelme változatlan, de van árváltozás, azaz:

$$U(x_E, y_E) = U(x_C, y_C).$$

Ebbe behelyettesítve az optimális fogyasztásokat:

$$
\begin{aligned}
U(x_E, y_E) &= U(x_C, y_C), \\
6 \cdot \sqrt{x_E} + y_E &= 6 \cdot \sqrt{x_C} + y_C, \\
6 \cdot \sqrt{9} + 5 &= 6 \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{p'_x}\right)^2} + 20 - \frac{9}{p'_x}, \\
23 &= 20 + \frac{18}{p'_x} - \frac{9}{p'_x}, \\
3 &= \frac{9}{p'_x}, \\
p'_x &= 3.
\end{aligned}
$$

Ebből:

$$x_C = \left(\frac{3}{p'_x}\right)^2 = \left(\frac{3}{3}\right)^2 = 1.$$

Csak egy bökkenő van. Mi köze ezeknek a mosószerfogyasztásoknak a helyettesítési hatáshoz? Hiszen a Hicks-féle kompenzáció nem elvenne, hanem adna pénzt Alfonznak, hogy az új árak mellett is elérhesse eredeti hasznosságát. Csakhogy Alfonz hasznosságfüggvénye kvázilineáris, és mivel az új árak mellett vásárol y-ból is, ha plusz jövedelmet kap, azt is mind y-ra költi. Azaz a mosószerfogyasztás új árak és Hicks-féle kompenzáció mellett is

$$x_B = x_C = 1,$$

így

$$HH = x_B - x_A = 1 - 3 = -2,$$

b.

$$JH = x_C - x_B = 1 - 1 = 0.$$

Vissza a feladathoz

VÉTEL ÉS ELADÁS

1. feladat: Alberto közömbösségi görbéi a

$$c = 2k$$

skálaegyenes mentén törnek be, és L-alakúak, hiszen számára a jószágok tökéletes kiegészítők.

a. Kezdetben jövedelme:

$$(3,1)\cdot(2000,6000) = 12000 \text{ garas.}$$

Egy csésze kávé ára pedig:

$$3*1+1*2 = 5,$$

tehát

$$\frac{12000}{5} = 2400$$

csészét fogyaszt, amihez

$$4800$$

kockacukrot használ.

b. Az árváltozás után jövedelme:

$$(3,0.5)\cdot(2000,6000) = 9000 \text{ garas,}$$

egy csésze kávé ára

$$3*1+0.5*2 = 4.$$

Ekkor tehát

$$\frac{9000}{2} = 2250$$

csészét fogyaszt, és

$$4500$$

kockacukrot használ.

c. A teljes hatás tehát:

$$4500 - 4800 = -300.$$

Miután a preferenciák tökéletes kiegészítők, ezért a helyettesítési hatás zérus lévén:

$$TH = JH + KJH.$$

A jövedelmi hatás kiszámításához tételezzük fel, hogy az árváltozás nem érintette a jövedelmet. Ekkor (hipotetikusan)

$$\frac{12000}{4} = 3000$$

csésze kávét, illetve

$$6000$$

kockacukrot fogyaszt. A jövedelmi hatás tehát:

$$JH = 6000 - 4800 = 1200.$$

Ebből a készletjövedelmi hatás:

$$KJH = 4500 - 6000 = -1500.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat: Miután a főkönyvelő elfogadta a szerződést, emiatt megváltozott a készletpontja. A heti 168 órából 10-et éneklésre fordít, marad 158 órája. Cserébe kap

$$10 * 500 = 5000$$

forintot, ami az eddig összespórolt pénzével együtt azt jelenti, hogy készlete az

$$(\omega_x, \omega_m) = (158, 23400)$$

pont lesz. Ekkor a megoldandó haszonmaximalizálási feladata:

$$\begin{aligned} &\max_{x,m} \{xm\} \\ wx + m &= w * 158 + 23400, \end{aligned}$$

hiszen az összes többi jószágra fordított jövedelmének egységára éppen 1. Tudjuk azt is, hogy szimmetrikus C-D preferenciák esetén a kereslete a szabadidőből:

$$x = \frac{1}{2}\frac{w * 158 + 23400}{w}.$$

Ha ezt egyenlővé tesszük a megadott

$$158-40=118$$

értékkel, akkor

$$118=\frac{1}{2}\frac{w*158+23400}{w},$$

amiből

$$w=300.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat: Az *MRS*-feltételekből megkapjuk a (bruttó) keresleti függvényeket:

$$\begin{aligned}\left|MRS_{Ny}(x_{Ny},y_{Ny})\right| &= \frac{10-2\cdot x_{Ny}}{1}=\frac{p_x}{1}\Rightarrow x_{Ny}=\frac{10-p_x}{2},\\ |MRS_M(x_M,y_M)| &= \frac{8-2\cdot x_M}{1}=\frac{p_x}{1}\Rightarrow x_M=\frac{8-p_x}{2}.\end{aligned}$$

A 4 dolláros árat behelyettesítve:

$$x_{Ny}=\frac{10-4}{2}=3, \qquad x_M=\frac{8-4}{2}=2.$$

Mivel Nyuszika nettó kereslete kétszerese a Medve nettó keresletének:

$$\begin{aligned}x_{Ny}-\frac{k}{2} &= 2\left(x_M-\frac{k}{2}\right),\\ 3-\frac{k}{2} &= 2\left(2-\frac{k}{2}\right),\\ 1 &= \frac{k}{2},\\ k &= 2.\end{aligned}$$

Vissza a feladathoz

4. feladat:

a. Hogy kevesebb nullát kelljen írni, az egyéb jószágokra költött jövedelmemet 1000 forintokban mérem. Ezt most megtehetem, mert a hasznosságfüggvény monoton transzformációját jelenti. (Például kvázilineáris hasznosságfüggvénynél nem lehetne ezt csinálni. Önnek nem muszáj ebben a megoldásban sem így tennie.) A Cobb–Douglas-tulajdonság alapján

$$\begin{aligned}G^* &= \frac{1}{4}\cdot\frac{32000}{1000}=8,\\ y^* &= \frac{3}{4}\cdot\frac{32000}{1000}=24.\end{aligned}$$

b. Az **a.** pontban kiszámolt$(8,24)$ optimális kosárra még éppen nem vonatkozik a kedvezményes árazás. Így a 8 GB adatforgalom továbbra is 8000 forintba kerül, épp 24000 forintom marad másra, szóval a költségvetési halmaz határán leszek.

Konkrétan a költségvetési halmazom határa lényegében két szakaszból áll. Amíg $G \leq 8$, addig a határ az

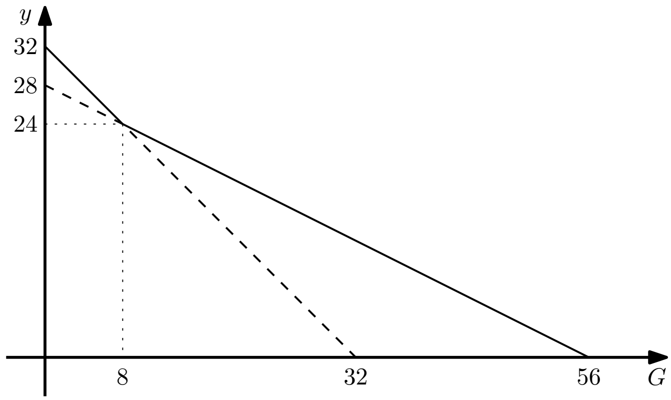
$$y = 32 - G$$

egyenes. Utána, ha $G > 8$, a határ a (8,24) ponton áthaladó, $-\frac{1}{2}$ meredekségű egyenes, vagyis

$$y = 24 - (G-8) \cdot \frac{1}{2} = 28 - G \cdot \frac{1}{2}.$$

Így a határt leíró egyenlet

$$y = \begin{cases} 32 - G, & \text{ha } G \leq 8; \\ 28 - G \cdot \frac{1}{2}, & \text{ha } G > 8. \end{cases}$$



c. Egyszerű számolással

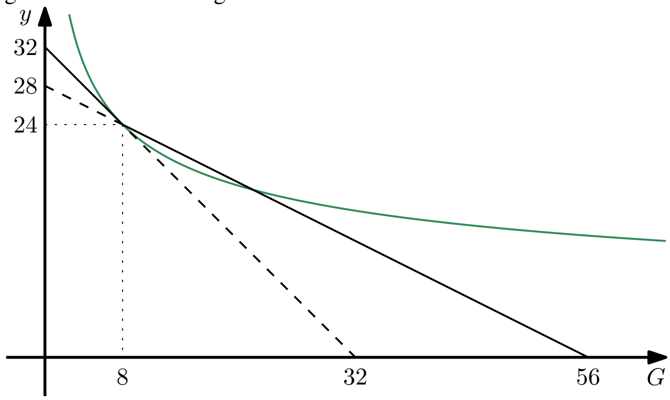
$$|MRS(G,y)| = \frac{1}{3} \cdot \frac{y}{G},$$

$$|MRS(8,24)| = \frac{1}{3} \cdot \frac{24}{8} = 1.$$

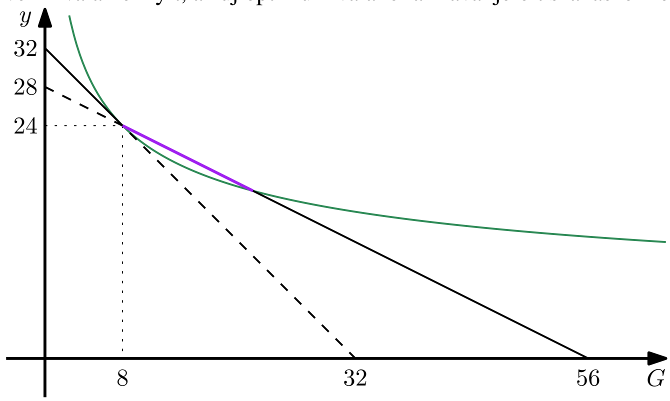
Azzal is érvelhetünk, hogy $(8,24)$ az eredeti optimum, és abban az optimumban

$$|MRS(8,24)| = \frac{p_G}{p_y} = \frac{1}{1} = 1.$$

d. Az előző két pontban leírtak alapján a $(8,24)$ ponton áthaladó közömbösségi görbét metszi a költségvetési korlátunk.



Konkrétan a helyettesítési határarány nagyobb, mint a költségvetési korlát $G > 8$ esetben kapott meredekségének abszolút értéke. Ez azt jelenti, hogy nekem több pénzt ér egy marginális mennyiségi gigabyte, mint amennyiért megvehetem. Így fogok is még venni valamennyit, az új optimum valahol a lilával jelölt szakaszon lesz.



Keressük tehát a költségvetési korlátnak erre a szakaszára eső pontot, amely maximalizálja a hasznosságot. Az *MRS*-feltételből:

$$
\begin{aligned}
|MRS(G^*, y^*)| &= \frac{p_G}{p_y}, \\
\frac{1}{3} \cdot \frac{y^*}{G^*} &= \frac{1}{2}, \\
y^* &= \frac{3}{2} \cdot G^*.
\end{aligned}
$$

A költségvetési korlát releváns szakaszát igazából már korábban levezettük, de ha azt a lépést át szeretnénk ugrani, a következőképpen járhatunk el. Tudjuk, hogy a $(8,24)$ rajta van a költségvetési korláton. A **c.** részben azt is láttuk, hogy az optimum azon a részen lesz, ahol a költségvetési korlát meredeksége $-\frac{1}{2}$. Így csinálhatunk úgy, mintha $(8,24)$ lenne a készletünk, és az árak aránya $\frac{1}{2}$ lenne, ez pont jó költségvetési halmazt határoz meg.

$$8\cdot 1+24\cdot 2=G\cdot 1+y\cdot 2.$$

Optimumban:

$$\begin{aligned}
8\cdot 1+24\cdot 2 &= G^*\cdot 1+y^*\cdot 2,\\
56 &= G^*\cdot 1+\frac{3}{2}\cdot G^*\cdot 2,\\
56 &= 4\cdot G^*,\\
14 &= G^*,\\
y^* &= \frac{3}{2}\cdot G^*=21.
\end{aligned}$$

Ezt megkaphatjuk a Cobb–Douglas-tulajdonságból is:

$$G^*=\frac{8\cdot 1+24\cdot 2}{4\cdot 1}=14.$$

Vigyázni kell azonban arra, hogy mit tekintünk jövedelemnek. Az eredeti, 32000 forintos jövedelem más eredményre vezetne:

$$\frac{32}{4\cdot\frac{1}{2}}=16.$$

Ez nem jó megoldás. A probléma az, hogy a 32000 forintot nem állandó árarányon váltjuk át gigabyte-okra. Ha a $(8,24)$ készletből indulunk ki, ezt a problémát megkerüljük, mert az a pont a költségvetési korlát mindkét szakaszán rajta van. Szóval ne használjuk ész nélkül a Cobb–Douglas-tulajdonságot.

Vissza a feladathoz

5. feladat:

a. Jelölje Etel pezsgőfogyasztását a C, pihenéssel töltött idejét az R. Ekkor hasznosságfüggvénye:

$$U(R,C)=\min(R,C).$$

Optimumban:

$$R^*=C^*.$$

Kezdetben összesen 1000 garasa és $\overline{R}$ ideje van, így a költségvetési korlát:

$$w \cdot \overline{R} + 1\,000 = w \cdot R + p \cdot C.$$

Ebbe behelyettesítve az optimumfeltételt és azt, hogy $\overline{R} = 300$:

$$w \cdot 300 + 1000 = w \cdot R^* + p \cdot C^* = R^* \cdot (w + p),$$

azaz:

$$R^* = \frac{w \cdot 300 + 1000}{w + p}.$$

Tudjuk, hogy $w = 10$ órabér mellett 200 órát pihen, azaz:

$$\begin{aligned} 200 &= \frac{w \cdot 300 + 1000}{10 + p}, \\ 200 &= \frac{10 \cdot 300 + 1000}{10 + p}, \\ 2000 + 200 \cdot p &= 4\,000, \\ p &= 10. \end{aligned}$$

b. Az előző pontból bármilyen adott w órabérre az optimális pihenés:

$$R^*(w) = \frac{1000 + w \cdot 300}{10 + w}.$$

Mivel $L + R = \overline{R}$, azt kapjuk hogy:

$$L(w) = 300 - R^*(w) = 300 - \frac{1000 + w \cdot 300}{10 + w} = \frac{2000}{10 + w}.$$

Vissza a feladathoz

6. feladat:

a. Mivel 8 órát dolgozik a 24-ből:

$$\overline{R} - L = 24 - 8 = 16 = R^*.$$

Az *MRS*-feltételből:

$$\begin{aligned} |MRS(R^*, C^*)| &= \frac{p_R}{p_C}, \\ \frac{84}{\sqrt{R^*}} &= \frac{w}{1}. \end{aligned}$$

Ebbe behelyettesítve a korábban megkapott $R^* = 16$ értéket:

$$\begin{aligned} \frac{84}{\sqrt{16}} &= w, \\ 21 &= w. \end{aligned}$$

Mivel $R^* = 16 > 0$, és $C^* = w \cdot L^* = 21 \cdot 8 = 168 > 0$, jogosan használtuk az *MRS*-feltételt.

b. Mivel 15 órát dolgozik a 24-ből:

$$\overline{R} - L' = 24 - 15 = 9 = R'.$$

Jelöljük az új órabért w'-vel! Ismét az MRS-feltételből:

$$\begin{aligned} |MRS(R', C')| &= \frac{w'}{1}, \\ \frac{84}{\sqrt{R'}} &= w', \\ \frac{84}{\sqrt{9}} &= w', \\ 28 &= w'. \end{aligned}$$

A fogyasztás:

$$C' = w' \cdot L' = 28 \cdot 15 = 420.$$

Mivel $R' = 9 > 0$ és $C' = 420 > 0$, jogosan használtuk az *MRS*-feltételt.

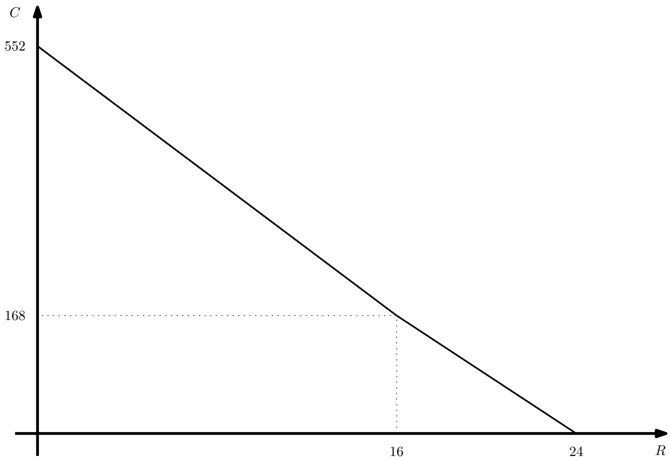
c. Ha Pifi $L \leq 8$ órát dolgozik, akkor fizetése továbbra is $21 \cdot L$. De ha $L > 8$ órát dolgozik, akkor fizetése

$$w \cdot 8 + \hat{w} \cdot (L - 8) = 21 \cdot 8 + 24 \cdot (L - 8) = 24 \cdot L - 24.$$

Ennyit fog fogyasztásra költeni. De nekünk tulajdonképpen (R, C) koordinátarendszerben kéne a költségvetési korlát, mivel az $MRS(R, C)$ ebben a koordinátarendszerben ír le meredekséget. Az előbbiek alapján, ha nem túlórázik, akkor $C = 21 \cdot L$, ha túlórázik, akkor pedig $C = 24 \cdot L - 24$. Ebből már csak L-t kéne eltüntetni. Ez szerencsére nem nehéz, mivel $L = 24 - R$. Így az $R = 16$ pontban megtörő költségvetési egyenes egyenlete

$$C = \begin{cases} 21 \cdot (24 - R) & \text{ha } R \geq 16 \\ 24 \cdot (24 - R) - 24 & \text{ha } R < 16. \end{cases}$$

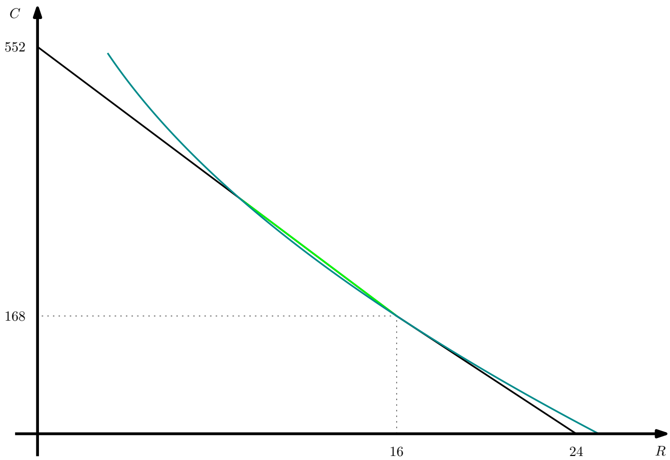
Ugyanez lerajzolva:



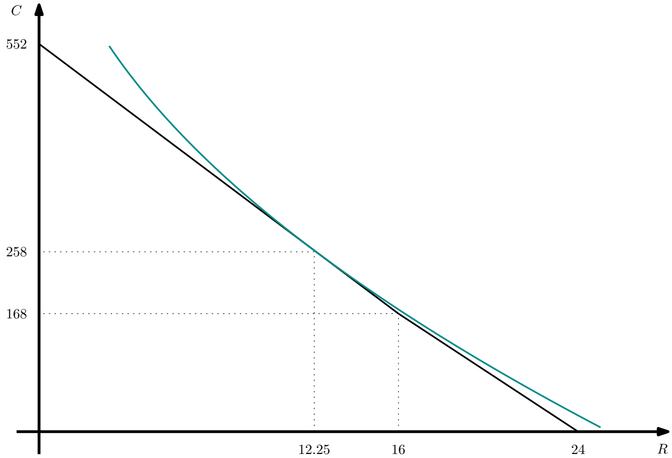
A $(16,168)$ törésponton áthaladó közömbösségi görbe meredekségét a $(16,168)$ pontban már kiszámoltuk az **a.** feladatrészben. Ez

$$|MRS(16,168)| = 21.$$

Ez azt jelenti, hogy egy marginális órát a szabadidejéből eladna 21 egység fogyasztásra költhető jövedelemért cserébe. A költségvetési egyenes meredeksége $R < 16$ mellett 24. Ez azt jelenti, hogy a vállalat több mint 21 egység fogyasztásra költhető jövedelmet ajánl a szabadidőért cserébe. Így a fogyasztó jobban jár, ha elad még valamennyit az idejéből.



A fenti ábrán türkizzel van ábrázolva a törésponton áthaladó közömbösségi görbe. A költségvetési egyenes világoszölddel jelölt szakasza efölé esik, az ott lévő pontokhoz nagyobb hasznosság tartozik, mint a törésponthoz. Ezek közül keressük a legnagyobb hasznossággal rendelkező pontot.



Erről a pontról az alábbiakat tudjuk:
1. Rajta van a költségvetési egyenes túlórázós szakaszán.
2. A közömbösségi görbe itt érinti a költségvetési egyenest.

Vagyis az alábbi egyenletrendszer megoldását keressük:

$$C = 552 - 24 \cdot R,$$

$$|MRS(R,C)| = 24.$$

Az *MRS*-feltételből:

$$|MRS(R,C)| = 24,$$

$$\frac{84}{\sqrt{R}} = 24,$$

$$\frac{84}{24} = \sqrt{R},$$

$$3.5^2 = R.$$

Ez tulajdonképpen meg is válaszolta a kérdést, mivel ebből:

$$L = 24 - R = 11.75.$$

Az *MRS*-feltételt használhattuk, mert pozitív Pifi fizetése, így pozitív lesz C is. De ha valakit érdekelne C pontos értéke: a költségvetési korlátból

$$C = 552 - 24 \cdot R,$$

$$C = 552 - 24 \cdot 12.25,$$

$$C = 258.$$

d. Ismét „törik” a költségvetési egyenes:

$$C = \begin{cases} 21 \cdot (24 - R), & \text{ha } R \geq 16; \\ 21 \cdot (24 - 16) + \hat{w} \cdot (16 - R), & \text{ha } R < 16. \end{cases}$$

A $(16, 168)$ törésponton áthaladó közömbösségi görbe meredekségét a $(16, 168)$ pontban már kiszámoltuk az **a.** feladatrészben. Ez

$$|MRS(16, 120)| = 21.$$

Kérdés, hogy milyen $\hat{w}$ túlórabér mellett hajlandó Pifi kimozdulni ebből a pontból. Amennyiben

$$\hat{w} \leq |MRS(16, 168)|,$$

Pifi nem fog többet dolgozni, mivel ekkor többre értékeli a maradék szabadidejét, mint a vállalat. Így mostantól csak azzal az esettel foglalkozunk, amikor

$$\hat{w} > |MRS(16, 168)|.$$

Ekkor Pifi valamennyit fog túlórázni, így optimumban teljesülnek a

$$C = 168 + 16 \cdot \hat{w} - \hat{w} \cdot R,$$

$$|MRS(R, C)| = \hat{w}$$

egyenletek. A második egyenletből, felhasználva, hogy $R = 9$-t szeretnénk elérni:

$$|MRS(R,C)| = \hat{w},$$

$$\frac{84}{\sqrt{R}} = \hat{w},$$

$$\frac{84}{3} = \hat{w},$$

$$28 = \hat{w}.$$

(Ismét nyilván belső ponti a megoldás, nem baj, hogy használtuk az *MRS*-feltételt.)

Vissza a feladathoz

FOGYASZTÓI TÖBBLET

1. feladat: F. F. preferenciái kvázilineárisak, ezért a NFTV abszolút értéke egyenlő a CV-vel és az EV-vel. Erre a kettőre kérdez rá (ebben a sorrendben) a feladat. Éppen ezért elég kiszámítani a NFTV-t.

Mivel kvázilineárisak a preferenciák, és F. F. jövedelme „magas”, ezért belső pontban fogyaszt. Emiatt érvényes az érintési feltétel, azaz:

$$\left(200m - \frac{m^2}{2}\right)' = 200 - m = \frac{p_m}{1},$$

Ebből a mamutborda iránti keresletének függvénye:

$$m = 200 - p_m.$$

Ha

$$p_m = 40, \Rightarrow m = 160,$$

és ha

$$p_m = 50, \Rightarrow m = 150.$$

Ebből

$$NFTV = \frac{(160+150)}{2}(40-50) = -1550.$$

A két kérdésre tehát egyaránt 1550 a helyes válasz.

Vissza a feladathoz

2. feladat: Preferencke preferenciái kvázilineárisak, a másik jószág ára egységnyi, ezért – hasonlóképpen, mint az előző feladatban – az inverz keresleti függvényét megkapjuk, ha a hasznossági függvényében a nemlineáris részt t szerint deriváljuk:

$$\left(at - t^2\right)' = a - 2t = p.$$

Ilyen lineáris inverz keresleti függvény mellett a NFT:

$$\frac{(a-p)\left(\frac{a-p}{2}\right)}{2}.$$

A tortáért kifizetett pénzösszeg:

$$p\left(\frac{a-p}{2}\right).$$

A feltétel szerint ezek a $p = 40$ ár mellett egyenlőek:

$$\frac{(a-40)\left(\frac{a-40}{2}\right)}{2} = 40\left(\frac{a-40}{2}\right).$$

Ebből:

$$a = 120,$$

amiből:

$$t = \left(\frac{a-p}{2}\right) = \frac{120-40}{2} = 40.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat: Irsa Albert preferenciái kvázilineárisak, a másik jószág ára egységnyi, ezért – hasonlóképpen, mint az előző feladatban – az inverz keresleti függvényét megkapjuk, ha a hasznossági függvényében a nemlineáris részt x szerint deriváljuk:

$$\left(-0.5bx^2 + ax\right)' = a - bx = p.$$

a. A szarvaspástétomra fordított összeg ezek után:

$$p\left(\frac{a-p}{b}\right).$$

Ennek maximuma a

$$p = \frac{a}{2}$$

értéknél van.

b. A nettó fogyasztói többlet:

$$NFT = \frac{(a-p)}{2}\frac{(a-p)}{b}.$$

Behelyettesítve:

$$\frac{a-\frac{a}{2}}{2}\left(\frac{a-\frac{a}{2}}{b}\right) = \frac{a^2}{8b}.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat: Quasimodo hasznossági függvénye kvázilineáris, ezért a haszonmaximalizálási feladatának megoldása egyszerűsödik:

$$\max_{x,y}\left\{ax - \frac{x^2}{2} + y\right\},$$
$$px + y = m,$$

ahol m a jövedelme. Miután ez elegendően nagy, ezért érvényes az érintési feltétel:

$$\frac{p}{1} = \frac{MU_x(x,y)}{MU_y(x,y)} = \frac{a-x}{1},$$

amiből az inverz keresleti függvénye:

$$p = a - x.$$

a. Fogyasztói többlete a $p = 6$ ár mellett

$$FT(6) = \frac{(a-6)x}{2} = \frac{(a-6)^2}{2} = 8,$$

amiből:

$$\{a_1 = 10\} \text{ és } \{a_2 = 2\}.$$

Ezek közül nyilván csak a $p = 6$ árnál nagyobb

$$a = 10$$

lehet megoldás.

b. Miután a preferenciák kvázilineárisak, ezért az egyenértékű változás egyenlő a fogyasztói többlet változásával:

$$EV(\Delta p) = \Delta FT.$$

Az új p' ár melletti fogyasztói többlet ezek szerint:

$$FT + \Delta FT = 12.5,$$

ezért:

$$FT\left(p'\right) = \frac{(10-p')^2}{2} = 12.5,$$

amiből:

$$\left\{p' = 15\right\} \text{ és } \left\{p' = 5\right\}.$$

Ezek közül nyilván csak a

$$p' = 5$$

lehet érvényes megoldás.

Vissza a feladathoz

5. feladat: Mind Emese, mind Zombor hasznossági függvénye kvázilineáris, ezért belső ponti megoldásban, azaz, ha a jövedelem elég nagy, a

$$\frac{p_n}{p_y} = p_n = MRS(n,y) = \frac{MU_n(n,y)}{MU_y(n,y)}$$

feltételből Emese (inverz) keresleti függvénye:

$$p_n = 70 - 10n,$$

Zomboré:

$$p_n = a - 4n.$$

Kvázilineráis esetben:

$$CV = \Delta FT_n,$$

tehát mindkét esetben csak a nettó fogyasztói többlet változását kell kiszámítanunk.

Emese esetében:

$$\begin{aligned} 8 &= 70-10n^{E}(8) \quad \rightarrow \quad n^{E}(8)=6.2, \\ 10 &= 70-10n^{E}(10) \quad \rightarrow \quad n^{E}(10)=6, \end{aligned}$$

$$\left|\Delta FT_{n}^{E}(8\rightarrow 10)\right| = \left|\frac{(6.2+6)}{2}(8-10)\right| = 12.2,$$

míg Zombor esetében:

$$\begin{aligned} 8 &= a-4n^{Z}(8) \quad \rightarrow \quad n^{Z}(8)=\frac{a-8}{4}, \\ 10 &= a-4n^{Z}(10) \quad \rightarrow \quad n^{EZ}(10)=\frac{a-10}{4}, \end{aligned}$$

$$\left|\Delta FT_{n}^{Z}(8\rightarrow 10)\right| = \left|\frac{2a-18}{4*2}(8-10)\right| = \frac{a-9}{2}.$$

Mivel:

$$\left|\Delta FT_{n}^{Z}(8\rightarrow 10)\right| - \left|\Delta FT_{n}^{E}(8\rightarrow 10)\right| = 10.3,$$

ezért:

$$\frac{a-9}{2}-10.3=12.2,$$

amiből:

$$a=54.$$

Vissza a feladathoz

6. feladat:

a. Legyen M. A. hasznosságfüggvénye:

$$U(x,y)=x\cdot y.$$

(Bármilyen monoton transzformáció is jó.) A Cobb–Douglas-tulajdonság alapján:

$$x=\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{p_x}, \qquad y=\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{p_y}.$$

A forradalom előtti árak egyenlőek, úgyhogy legyen $p_x=p_y=p$. A hasznosság eredeti ár mellett, ha jövedelme $1-\alpha$ részéről lemond az árváltozás elkerülése végett:

$$U(x^{*},y^{*})=\frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha\cdot m}{p_x}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha\cdot m}{p_y}=\frac{\alpha^{2}\cdot m^{2}}{4\cdot p^{2}}.$$

A hasznosság új ár és teljes jövedelem mellett:

$$U(x',y') = \frac{1}{2}\cdot\frac{m}{4\cdot p_x}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{p_y} = \frac{m^2}{16\cdot p^2}.$$

A két hasznosság egyenlő:

$$U(x^*,y^*) = U(x',y'),$$

így:

$$\begin{aligned}\frac{\alpha^2\cdot m^2}{4\cdot p^2} &= \frac{m^2}{16\cdot p^2},\\ \alpha^2 &= \frac{1}{4},\\ \alpha &= \frac{1}{2},\end{aligned}$$

azaz jövedelme feléről mondana le.

b. A hasznosság eredeti ár és teljes jövedelem mellett:

$$U(\tilde{x},\tilde{y}) = \frac{1}{2}\cdot\frac{m}{p_x}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{p_y} = \frac{m^2}{4\cdot p^2}.$$

A hasznosság új ár és kompenzált jövedelem mellett:

$$U(\tilde{x}',\tilde{y}') = \frac{1}{2}\cdot\frac{\beta\cdot m}{4\cdot p_x}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\beta\cdot m}{p_y} = \frac{\beta^2\cdot m^2}{16\cdot p^2}.$$

A két hasznosság egyenlő:

$$U(\tilde{x},\tilde{y}) = U(\tilde{x}',\tilde{y}'),$$

így:

$$\begin{aligned}\frac{m^2}{4\cdot p^2} &= \frac{\beta^2\cdot m^2}{16\cdot p^2},\\ 4 &= \beta^2,\\ 2 &= \beta,\end{aligned}$$

azaz kétszerezni kellene a jövedelmét, hogy olyan jó legyen neki a forradalom után, mint előtte. (Legalábbis egy ideig.)

Vissza a feladathoz

7. feladat:

a. A szöveg alapján:

$$U(t,c) = \min(2 \cdot t, c),$$

így optimumban:

$$2 \cdot t^* = c^*.$$

Illetve mivel optimumban mindent pénzt elkölt:

$$480 = 40 \cdot t^* + p_c \cdot c^*.$$

Ebbe behelyettesítve a $2 \cdot t^* = c^*$ egyenlőséget:

$$480 = 40 \cdot t^* + p_c \cdot 2 \cdot t^* = (40 + 2 \cdot p_c) \cdot t^*,$$

vagyis:

$$t^* = \frac{480}{40 + 2 \cdot p_c}, \quad c^* = 2 \cdot t^* = \frac{960}{40 + 2 \cdot p_c}.$$

Így Schmetterling hasznossága az eredeti ár és jövedelem mellett:

$$U(t^*, c^*) = \frac{960}{40 + 2 \cdot p_c}.$$

Ha kétszeresére nő a kockacukor ára, de 160 pfenniggel nagyobb a jövedelme, akkor fogyasztása:

$$t' = \frac{640}{40 + 4 \cdot p_c}, \quad c' = \frac{1\,280}{40 + 4 \cdot p_c}.$$

Ekkor hasznossága:

$$U(t', c') = \frac{1\,280}{40 + 4 \cdot p_c}.$$

A szöveg szerint 160 pfennig pont kompenzálja az árváltozásért, így a két hasznosság megegyezik:

$$U(t^*, c^*) = U(t', c').$$

Ebből:

$$\begin{aligned}
\frac{960}{40 + 2 \cdot p_c} &= \frac{1\,280}{40 + 4 \cdot p_c}, \\
960 \cdot (40 + 4 \cdot p_c) &= 1\,280 \cdot (40 + 2 \cdot p_c), \\
3 \cdot (40 + 4 \cdot p_c) &= 4 \cdot (40 + 2 \cdot p_c), \\
120 + 12 \cdot p_c &= 160 + 8 \cdot p_c, \\
4 \cdot p_c &= 40, \\
p_c &= 10.
\end{aligned}$$

b. A fogyasztás eredeti ár mellett, ha e pfennigről lemond:

$$\tilde{t} = \frac{480-e}{40+2\cdot 10}, \quad \tilde{c} = 2\cdot\frac{480-e}{40+2\cdot 10}.$$

A fogyasztás kétszeres ár és teljes jövedelem mellett:

$$\tilde{t}' = \frac{480}{40+4\cdot 10}, \quad \tilde{c}' = \frac{960}{40+4\cdot 10}.$$

Ha legfeljebb e pfennigről mondana le, hogy elkerülje az árváltozást, akkor az első hasznosság egyenlő a másodikkal (ez a legnagyobb pénzérték, amiről le tud mondani úgy, hogy ne romoljon a helyzete):

$$U(\tilde{t},\tilde{c}) = U(\tilde{t}',\tilde{c}').$$

Ebből

$$\begin{aligned}
\frac{960-2\cdot e}{60} &= \frac{960}{80}, \\
960-2\cdot e &= 12\cdot 60, \\
e &= 120.
\end{aligned}$$

Vissza a feladathoz

8. feladat:

a. Számoljuk ki az inverz keresleti függvényt:

$$\begin{aligned}
q = D(p) &= 35-\frac{p}{2}, \\
\frac{p}{2} &= 35-q, \\
p(q) &= 70-2\cdot q.
\end{aligned}$$

Ez alapján egy adott q mennyiséghez tartozó bruttó fogyasztói többletem[1]:

$$BFT(q) = \frac{70+70-2\cdot q}{2}\cdot q = (70-q)\cdot q.$$

Az 5, 10 és 20 hagymakarikás kiszerelésekhez tartozó bruttó fogyasztói többletek:

$$BFT(5) = 325, \quad BFT(10) = 600, \quad BFT(20) = 1000,$$

[1] Miért? Rajzoljon!

b. A nettó fogyasztói többlet a bruttó fogyasztói többlet mínusz az eladónak átadott többlet, vagyis az ár. Ez:

$$\begin{aligned} NFT(5) &= BFT(5) - 330 = -5, \\ NFT(10) &= BFT(10) - 490 = 110, \\ NFT(20) &= BFT(20) - 790 = 210. \end{aligned}$$

c. A bruttó fogyasztói többlet nem veszi figyelembe, hogy mennyit fizetek a jószágért, pedig ez nekem nyilván fontos. Ezért (és főleg az előadáson elmondottak miatt) a nettó fogyasztói többlet alapján döntök. Ez akkor a legnagyobb, ha 20 hagymakarikát veszek. Egyébként felmerülhet, hogy nem éri-e meg 20 + 5, 20 + 10 vagy esetleg 20 + 20 hagymakarikát venni. De ha utánaszámolunk, nem éri meg, mert

$$\begin{aligned} NFT(25) &= BFT(25) - 790 - 330 = 5, \\ NFT(30) &= BFT(30) - 790 - 330 = 5, \\ NFT(40) &= BFT(40) - 790 - 790 = BFT(35) - 790 - 790 = -355. \end{aligned}$$

Az utolsó egyenletben $BFT(40) = BFT(35)$, mivel 35-nél több hagymakarikát ingyen sem ennék. (Lásd a keresleti függvényt!)

Vissza a feladathoz

PIACI KERESLET

1. feladat: Miután $a > 10$, ezért a $p = 10$ ár mellett mind a két fogyasztói csoport vásárol a gyufából. Az inverz keresleti függvényeket érdemes átalakítani keresleti függvényekké:

$$\begin{aligned} q_D &= 30 - 2p_D, \\ q_{ND} &= a - p_{ND}. \end{aligned}$$

Ezekből kapjuk, hogy azokban a pontokban, ahol mind a két csoport vásárol:

$$q = (30 + a) - 3p.$$

Ennek az aggregált keresleti függvénynek az árrugalmassága:

$$\varepsilon(p) = \frac{-3p}{(30 + a) - 3p}.$$

A fogyasztók kiadását maximalizáló ár esetén $\varepsilon(p) = -1$, így a feltételt és az árat behelyettesítve:

$$-2 = \frac{-30}{(30 + a) - 30} = \frac{-30}{a},$$

amiből:

$$a = 15.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat: A bevétel ott maximális, ahol a kereslet árrugalmassága éppen egységnyi (azaz -1-gyel egyenlő):

$$\varepsilon(p) = -1.$$

A

$$q = a - bp$$

alakú lineáris keresleti függvény árrugalmasságának képlete:

$$\varepsilon(p) = \frac{-bp}{a - bq}.$$

A konkrét értékeket az optimumfeltételbe visszahelyettesítve:

$$\frac{-0.5p}{6 - 0.5p} = -1,$$

amiből a bevételmaximalizáló p^* ár:

$$p^* = 6.$$

Az optimális bevétel ezek szerint:

$$TR(p^*) = 6*(6-0.5*6) = 18.$$

Ha a főnök utasítására a

$$\hat{p} = 1.5p^* = 9$$

árat állapítja meg a cég, akkor a bevétel:

$$TR(\hat{p}) = 9*(6-0.5*9) = 13.5,$$

így az elvesztegetett bevétel:

$$TR(p^*) - TR(\hat{p}) = 4.5.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat: Miután a két inverz keresleti függvény tengelymetszetei kölcsönösen nagyobbak, mint a másik értékének fele, ezért a bevétel maximalizálásánál az együttes keresleti függvényt kell vizsgálnunk. Ehhez először alakítsuk át az inverz keresleti függvényeket keresleti függvénnyé, majd adjuk össze őket:

$$\begin{aligned} P_O = 29 - \frac{1}{3}Q_O \quad &\mapsto \quad Q_O = 87 - 3P_O, \\ P_B = 35 - \frac{1}{2}Q_B \quad &\mapsto \quad Q_B = 70 - 2P_B, \\ Q &= 157 - 5P. \end{aligned}$$

Ott lesz a bevétel maximuma, ahol ennek a függvénynek a rugalmassága éppen mínusz egy:

$$\varepsilon(P) = \frac{-5P}{157-5P} = -1,$$

amiből a keresett ár:

$$P = 15.7.$$

Ha Réka belép, és a bevételmaximalizáló ár változik, akkor az ő lineáris

$$Q_R = a - bP$$

keresleti függvényét is hozzá kell adnunk az eddigi kereslethez:

$$\hat{Q} = (157+a) - (5+b)\hat{P}.$$

Mivel változott a bevételmaximalizáló ár, méghozzá 2.7 garassal csökkent, ezért ez az új ár $\hat{P} = 13$ lesz, és az alábbi egyenlőség is fennáll:

$$\varepsilon\left(\hat{P}\right) = \frac{-(5+b)\cdot 13}{(157+a)-(5+b)\cdot 13} = -1. \qquad (*)$$

Azt is tudjuk, hogy az új bevétel:

$$13 \cdot ((157+a)-(5+b)\cdot 13) = 1690,$$

amiből

$$(157+a)-(5+b)\cdot 13 = 130.$$

Az új, rugalmasságra vonatkozó $(*)$ egyenletbe visszahelyettesítve:

$$-(5+b)\cdot 13 = -130,$$

amiből:

$$b = 5,$$

és ezt visszahelyettesítve:

$$a = 103.$$

Réka keresleti görbéje tehát:

$$Q_R = 103 - 5P.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat: A hazai szurkolóktól akkor tudjuk a lehető legnagyobb árbevételt begyűjteni, ha olyan árat választunk, ahol a keresleti függvényük árrugalmasságának abszolút értéke éppen egységnyi, azaz:

$$\varepsilon_A(p) = -1.$$

Behelyettesítve az árrugalmasság képletébe a keresleti függvényt:

$$\varepsilon_A(p) = \frac{-50p}{100000-50p} = -1,$$

amiből:

$$p = 1000.$$

E mellett az ár mellett

$$D_A(1000) = 100000 - 50 * 1000 = 50000$$

hazai szurkoló megy ki a meccsre. Ha összesen 5000 hely marad üresen a stadionban, akkor

$$D_B(1000) = 50000 - b\cdot 1000 = 60000 - 50000 - 5000 = 5000,$$

amiből:

$$b = 45.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat: A bevétel ott maximális, ahol a kereslet árrugalmassága éppen egységnyi (azaz -1-gyel egyenlő) A $q = a - bp$ alakú lineáris keresleti függvény árrugalmasságának képlete:

$$\varepsilon(p) = \frac{-bp}{a - bq}.$$

A konkrét értékeket az optimumfeltételbe visszahelyettesítve:

$$\frac{-0.5p}{a - 0.5p} = -1,$$

amiből a bevételmaximalizáló p^* ár:

$$p^* = a.$$

a. Ha a főnök által utasításba adott ár az optimális ár b-szerese, akkor a bevétel ebben az esetben:

$$TR(ba) = ba(a - 0.5ba).$$

Ez az optimális

$$TR(a) = a(a - 0.5a)$$

bevétel háromnegyede:

$$\frac{TR(ba)}{TR(a)} = \frac{ba(a - 0.5ba)}{a(a - 0.5a)} = \frac{3}{4},$$

amiből a $b > 1$feltétel miatt:

$$b = 1.5.$$

b. Ha az elvesztegett bevétel 50 garas, akkor az optimális bevétel 200 garas:

$$TR(a) = a(a - 0.5a) = 200,$$

amiből:

$$a = 20.$$

Vissza a feladathoz

6. feladat: A kereslet árrugalmasságának képletét használva:

$$-\frac{1}{2} = \frac{-p}{90-p},$$

amiből:

$$p = 30.$$

Ha a bevétel maximális lesz, akkor az új ár melletti rugalmasság éppen -1. Ismét a rugalmasság képletét használva:

$$-1 = \frac{-p}{90-p},$$

amiből:

$$p = 45.$$

Az első esetben a bevétel:

$$TR_1 = p_1 x(p_1) = 30(90-30) = 1800,$$

a másodikban a bevétel:

$$TR_2 = p_2 x(p_2) = 45(90-45) = 2025,$$

tehát a bevétel

$$\Delta TR = TR_2 - TR_1 = 2025 - 1800 = 225$$

garassal nőtt.

Vissza a feladathoz

7. feladat: A kereslet árrugalmasságának képletét használva:

$$-\frac{1}{2} = \frac{-ap}{450-ap},$$

amiből:

$$p = \frac{150}{a}.$$

Ha ezt az árat megemelem 75 forinttal, akkor a bevétel maximális lesz, azaz az új ár melletti rugalmasság éppen -1. Ismét a rugalmasság képletét használva:

$$-1 = \frac{-a\left(\frac{150}{a}+75\right)}{450-a\left(\frac{150}{a}+75\right)},$$

amiből:

$$a = 1.$$

Az első esetben a bevétel:

$$TR_1 = p_1 x(p_1) = 150(450 - 150) = 45000,$$

a másodikban az ár és a bevétel:

$$p_2 = 150 + 75 = 225,$$

$$TR_2 = p_2 x(p_2) = 225(450 - 225) = 50625,$$

tehát a bevétel

$$\Delta TR = TR_2 - TR_1 = 50625 - 45000 = 5625$$

garassal nőtt.

Vissza a feladathoz

8. feladat:

a. Nem szabad elfelejteni, hogy a keresleti függvények nem vehetnek fel negatív értéket, helyesebb lenne ezért

$$D_H(p) = \max(10 - 2 \cdot p, 0), \quad D_G(p) = \max(9 - p, 0)$$

alakban írni őket.[1] Ekkor az aggregált keresleti függvény:

$$D_{Agg}(p) = D_H(p) + D_G(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha } 9 < p; \\ 9 - p, & \text{ha } 5 < p \leq 9; \\ 19 - 3 \cdot p, & \text{ha } 0 < p \leq 5. \end{cases}$$

b. Ha $D_{Agg}(p) = 1$, akkor meg kell nézni a függvény mindegyik szakaszán, hogy van-e megoldás:

$$\begin{aligned} 0 < p \leq 5: &\quad 19 - 3 \cdot p = 1 \quad \Rightarrow p = 6, \\ 5 < p \leq 9: &\quad 9 - p = 1 \quad \Rightarrow p = 8, \\ 8 < p: &\quad 0 \neq 1. \end{aligned}$$

Ellenőrizni kell, hogy a kapott p (ha volt ilyen) a keresleti függvény megfelelő szakaszára esik-e. A $p = 8$ a megfelelő szakaszra ($5 < p \leq 9$) esik, a $p = 6$ azonban nem, mivel $p = 6 > 5$, és $0 < p \leq 5$ kéne. Azaz csak $p = 8$ mellett lesz 1 az aggregált kereslet.

[1] De nem fogjuk, mert lusták vagyunk, és gyakran nem származik ebből probléma.

c. Behelyettesítve $p = 8$-at Hänsel keresleti függvényébe:

$$D_H(7) = \max(10 - 2\cdot 8, 0) = \max(-6, 0) = 0.$$

Vissza a feladathoz

9. feladat: A Cobb–Douglas-típusú hasznosságfüggvényből származó keresletek:

$$U_1(x_1, y_1) = x_1^{\alpha}\cdot y_1^{1-\alpha}, \qquad U_2(x_2, y_2) = x_2^{\beta}\cdot y_2^{1-\beta},$$

$$x_1(m_1, p_x) = \alpha\cdot\frac{m_1}{p_x}, \qquad x_2(m_2, p_x) = \beta\cdot\frac{m_2}{p_x}.$$

Ezek aggregátuma:

$$\begin{aligned}
x_A(m_1, m_2, p_x) &= x_1(m_1, p_x) + x_2(m_2, p_x),\\
x_A(m_1, m_2, p_x) &= \alpha\cdot\frac{m_1}{p_x} + \beta\cdot\frac{m_2}{p_x},\\
x_A(m_1, m_2, p_x) &= \frac{\alpha\cdot m_1 + \beta\cdot m_2}{p_x}.
\end{aligned}$$

Ez az eredeti keresletekhez hasonlóan szintén fordítottan arányos az árral. Vagyis:

$$x_A(m_1, m_2, p_x)\cdot p_x = \alpha\cdot m_1 + \beta\cdot m_2,$$

az együttes grillcsirkére költött összeg az ártól független. (Ha jövedelmük nem változik, konstans.) Ez nagyjából olyan, mintha együttes fogyasztásukat is leírná egy „közös” Cobb–Douglas-típusú hasznosságfüggvény.
Mivel 10 randos ár mellett 26 csirkét ettek:

$$\frac{\alpha\cdot m_1 + \beta\cdot m_2}{10} = 26,$$

azaz mostani jövedelmük mellett az aggregált kereslet:

$$x_A(p_x) = \frac{260}{p_x}.$$

Úgyis gondolkodhatunk, hogy mivel a férj és a feleség is a jövedelme fix részét költi csirkére (C-D), együttesen is jövedelmük fix részét költik rá, 260 randot.

Vissza a feladathoz

10. feladat:

a. Jelöljük q-val a vásárolt mennyiséget. Fogyasztói többletet az inverz keresleti függvényből számolunk:

$$q_K = D_K(p_K) = 30 - 5 \cdot p_K, \qquad q_A = D_A(p_A) = 20 - p_A,$$

$$p_K = 6 - \frac{1}{5} \cdot q_K, \qquad p_A = 20 - q_A.$$

A fogyasztói többletek:

$$\frac{(6 - p_K) \cdot (30 - 5 \cdot p_K)}{2} = \frac{5}{2} \cdot (6 - p_K)^2, \qquad \frac{(20 - p_A) \cdot (20 - p_A)}{2} = \frac{1}{2} \cdot (20 - p_A)^2.$$

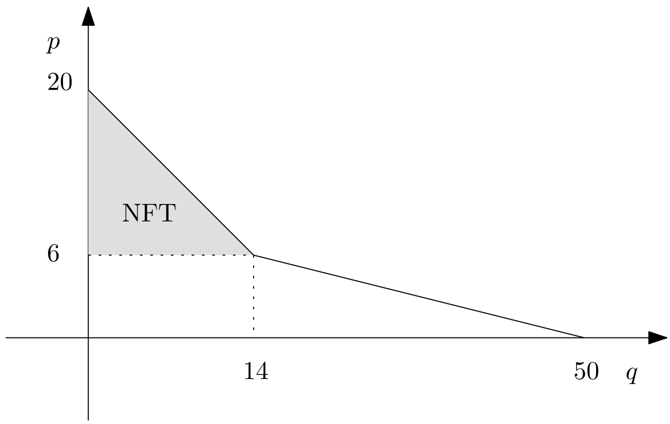
Ha mindkét országban 4 reál a bor ára:

$$NFT_K = 10, \qquad NFT_A = 128.$$

b. Az aggregált keresleti függvény:

$$D_{Agg}(p) = D_K(p) + D_A(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha } 20 < p; \\ 20 - p, & \text{ha } 6 < p \leq 20; \\ 50 - 6 \cdot p, & \text{ha } 0 < p \leq 6. \end{cases}$$

c. Vizsgáljuk a fogyasztói többletet a keresleti függvény töréspontjában!



Itt $p = 6$, és a keresleti függvény azon szakaszán vagyunk, ahol csak Aragónia vásárol. A fogyasztói többlet:

$$\frac{1}{2} \cdot (20 - p)^2 = \frac{1}{2} \cdot (20 - 6)^2 = 98.$$

Azaz ennél *magasabb* ár mellett lesz 72 a fogyasztói többlet (mert a fogyasztói többlet árban csökkenő). Ezért még mindig csak Aragónia fog vásárolni:

$$\frac{1}{2} \cdot (20 - p)^2 = 72 \Rightarrow (20 - p)^2 = 144 \Rightarrow p = 8.$$

(Bár $(20 - 32)^2 = 144$, a $p = 32$ nem jó megoldás.)

Vissza a feladathoz

11. feladat: A Cobb–Douglas-tulajdonságot kihasználva:

$$o(p_o, p_f, m) = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{m}{p_o}.$$

Ebből a jövedelemrugalmasság:

$$|\eta| = \left| \frac{do\left(p_o, p_f, m\right)}{dm} \cdot \frac{m}{o\left(p_o, p_f, m\right)} \right| = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{1}{p_o} \cdot \frac{m}{\frac{a}{a+b}\frac{m}{p_o}} = 1.$$

Hasonlóképp 1-et kapnánk a fetasajtra is, így a két jövedelemrugalmasság egyenlő. Az árakra és a jövedelemre nem volt szükség.

Vissza a feladathoz

EGYENSÚLY

1. feladat: Az egyensúlyi mennyiség esetén a kínálati árra és a keresleti árra a következő összefüggés teljesül:

$$p_s + t = p_d,$$

behelyettesítve a megfelelő függvényekbe:

$$20 + 4q + t = 100 - 2q.$$

Ebből:

$$q = \frac{80 - t}{6},$$

és

$$p_d = 100 - 2\frac{80 - t}{6}.$$

A beszedett összes adó:

$$T = tq = \frac{80t - t^2}{6}.$$

Az adózás utáni nettó fogyasztói többlet:

$$FT = \frac{q\,(100 - p)}{2} = \frac{\frac{80-t}{6}\left(100 - 100 + 2\,\frac{80-t}{6}\right)}{2}.$$

A feltétel szerint:

$$T = \frac{80t - t^2}{6} = \frac{80 - t}{6}\left(100 - 100 + 2\frac{80 - t}{6}\right) = 2FT.$$

Ebből:

$$t = 20.$$

Vissza a feladathoz

2. feladat: Az adómentes eset roppant egyszerű, az adó kivetése kicsit bonyolítja a helyzetet.

a. Az egyensúlyi ár mellett a keresett mennyiség egyenlő a kínált mennyiséggel:

$$100 - 2p = -20 + p,$$

amiből:

$$p = 40.$$

b. Az egyensúlyi ár mellett az értékesített zakók számát vagy a keresleti, vagy a kínálati függvényből számíthatjuk:

$$q = 100 - 2 * 40 = 20.$$

c. Az adott 45 keresleti ár mellett a keresett mennyiség:

$$q^D = 100 - 2 * 45 = 10.$$

Ebből kapjuk, hogy a kínált mennyiség:

$$q^S = 10 + 9 = 19.$$

Ha t mennyiségi adót vetek ki a golyóálló zakóra, akkor az eladók ugyanazt a mennyiséget csak az adóval megnövelt ár mellett hajlandóak eladni. Az új inverz kínálati függvény ezért:

$$p = \left(20 + q^S\right) + t,$$

amiből az új kínálati függvény egyenlete:

$$q^S = -20 + p - t.$$

Ebből:

$$t = -20 + p - q^S = -20 + 45 - 19 = 6.$$

d. Az inverz keresleti függvény:

$$p^D = 50 - \frac{1}{2}q^D.$$

Az új adó melletti egyensúlyban:

$$50 - \frac{1}{2}q = (20 + q) + 6,$$

ahonnan:

$$q = 16,$$

és így az összes beszedett adó:

$$T = tq = 96.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat: Ha egyenlővé tesszük az inverz keresleti, illetve kínálati függvény jobb oldalát, akkor megkapjuk az egyensúlyi mennyiséget:

$$\begin{aligned} 200-q &= 80+0.5q, \\ q^* &= 80. \end{aligned}$$

Ebből az egyensúlyi ár:

$$p^* = 120.$$

Ennek kétharmadánál $(p = 80)$ a kereslet:

$$80 = 200 - q^D \rightarrow q^D = 120,$$

a kínálat:

$$80 = 80 + 0.5q^S \rightarrow q^S = 0.$$

A kettő különbsége a túlkereslet:

$$z = q^D - q^S = 120 - 0 = 120.$$

Vissza a feladathoz

4. feladat: Ha egyenlővé tesszük az inverz keresleti, illetve kínálati függvény jobb oldalát, akkor megkapjuk az egyensúlyi mennyiséget:

$$\begin{aligned} a-q &= 40+0,5q, \\ q^* &= \frac{2}{3}a - \frac{80}{3}. \end{aligned}$$

Ebből az egyensúlyi ár:

$$p^* = a - \left(\frac{2}{3}a - \frac{80}{3}\right) = \frac{1}{3}a + \frac{80}{3}.$$

A keresleti, illetve kínálati függvény:

$$\begin{aligned} q^D &= a-p, \\ q^S &= \frac{p-40}{0.5}. \end{aligned}$$

Az egyensúlyi ár kétharmada mellett a keresett, illetve kínált mennyiség:

$$\begin{aligned} a - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}a + \frac{80}{3}\right) &= \frac{7}{9}a - \frac{160}{9}, \\ \frac{\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}a + \frac{80}{3}\right) - 40}{0.5} &= \frac{4}{9}a - \frac{400}{9}. \end{aligned}$$

A kettő különbségének kell egyenlőnek lenni a túlkereslet értékével:

$$\left(\frac{7}{9}a-\frac{160}{9}\right)-\left(\frac{4}{9}a-\frac{400}{9}\right)=\frac{3}{9}a+\frac{240}{9}=60,$$

amiből:

$$a=100.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat: Ahhoz, hogy a keresett, illetve kínált mennyiségeket ki tudjuk számítani, elő kell állítanunk a keresleti és kínálati függvényeket:

a. Ezek rendre:

$$\begin{aligned} q^D &= 100-p^D, \\ q^S &= -10+p^S. \end{aligned}$$

Ha a keresett mennyiség egy $p^D=p^S=p$ ár mellett kétszerese a kínált mennyiségnek, akkor:

$$100-p=2\left(-10+p\right),$$

amiből ez a szabályozott p ár:

$$p=40.$$

A keresett mennyiség ebből:

$$q^D=100-40=60.$$

Ezt a mennyiséget a sínketyere gyártói csak a

$$\begin{gathered} 60=-10+p^S, \\ p^S=70 \end{gathered}$$

ár mellett kínálják. A mennyiségi támogatás mértéke tehát:

$$t\left(q\right)=p^S-p=30,$$

és így az összes támogatásra költött pénz:

$$T\left(q\right)=tq^{D(=S)}=1800.$$

b. Ehhez a ponthoz szükségünk van az eredeti egyensúlyi árra:

$$\begin{aligned} p^D &= p^S = p^*, \\ 100 - p^D &= -10 + p^S, \end{aligned}$$

amiből:

$$p^* = 55,$$

valamint az egyensúlyi mennyiségre:

$$q^* = 45.$$

Most két úton mehetünk tovább. Az első nagyobb számolásigényű, de egyszerűbb. Itt kiszámítjuk, hogy mennyi az összes társadalmi többlet szabályozás és támogatás nélkül!

$$\sum SS(q^*) = \sum CS(q^*) + \sum PS(q^*) - T(q^*).$$

Az össztámogatás ebben az esetben nyilván

$$T(q^*) = 0.$$

Az öszes fogyasztói többlet:

$$\sum CS(q^*) = \frac{1}{2}(100 - 55)45 = 1012.5,$$

az összes termelői többlet pedig:

$$= \frac{1}{2}(55 - 10)45 = 1012.5,$$

tehát:

$$\sum SS(q^*) = \sum CS(q^*) + \sum PS(q^*) - T(q^*) = 2025.$$

Ezek után kiszámítjuk, mennyi az összes társadalmi többlet szabályozás és támogatás mellett. Az összes támogatást már tudjuk:

$$T(60) = 1800.$$

Az összes fogyasztói többlet:

$$\sum CS(60) = \frac{1}{2}(100 - 40)60 = 1800,$$

az összes termelői többlet:

$$\sum PS(60) = \frac{1}{2}(70 - 10)60 = 1800.$$

Ezekből:

$$\sum SS(60) = \sum CS(60) + \sum PS(60) - T(60) = 1800,$$

azaz az összes társadalmi többlet

$$\Delta \sum SS = \sum SS(q^*) - \sum SS(60) = 2025 - 1800 = 225$$

egységgel csökken.

A másik úton alig kell számolni, ellenben észre kell venni azt, hogy a csökkenés egy háromszög területe. Egy olyan háromszögé, amelynek alapja a mennyiségi támogatás nagysága, magassága a szabályozás melletti és nélküli mennyiségek közti különbség, azaz

$$\Delta \sum SS = \frac{1}{2} t \left(q^{D=S} - q^* \right) = \frac{1}{2} 30 (60 - 45) = 225.$$

Vissza a feladathoz

6. feladat: Az egyensúlyi mennyiség esetén a kínálati árra és a keresleti árra a következő összefüggés teljesül:

$$p_s + t = p_d,$$

behelyettesítve a megfelelő függvényekbe:

$$20 + q + 20 = 100 - 2q.$$

Ebből:

$$q = 20,$$

és

$$p_d = 100 - 2 * 20 = 60.$$

A fogyasztók által kifizetett pénzösszeg:

$$p_d * q = 60 * 20 = 1200,$$

A termelők a következő összeget kapják:

$$p_s * q = (p_d - t) q = 40 * 20 = 800.$$

A kettő hányadosa:

$$\frac{p_d * q}{p_s * q} = \frac{1200}{800} = 1.5.$$

Vissza a feladathoz

7. feladat: Először nézzük meg, mennyi bevételre tesz szert Dalma a szerelmi bájital piacán! Ehhez az egyensúlyi mennyiséget és árat kell meghatároznunk. Tegyük egyenlővé a keresett mennyiséget a kínált mennyiséggel!

$$D(p_s) = 200 - 0.5 p_s = 2 p_s - 50 = S(p_s).$$

Ebből az egyensúlyi ár és mennyiség, illetve bevétel:

$$\begin{aligned} p_s &= 100, \\ q_s &= 150, \\ TR_s &= 15000. \end{aligned}$$

Most vizsgáljuk meg, hogy az agyserkentő piacán elérhető-e a tervezett adóbevétel? Ehhez az adó kivetése melletti egyensúly meghatározásához van szükség. Az inverz keresleti, illetve kínálati függvények, valamint a keresleti és kínálati árak közötti összefüggések a $t = 100$ adónagyság esetén a következők:

$$\begin{aligned} p_a^D &= 500 - 5q_a, \\ p_a^S &= \frac{1}{0.3}q_a, \\ p_a^D &= p_a^S + 100. \end{aligned}$$

Ezekből az

$$500 - 5q_a = \frac{1}{0.3}q_a + 100$$

egyenletet nyerjük, amiből az egyensúlyi mennyiség és az adóbevétel:

$$\begin{aligned} q_a &= 48, \\ T_a &= 48 * 100 = 4800. \end{aligned}$$

András legnagyobb bánatára Dalma

$$TR_s + T_a = 19800$$

teljes bevétele még akkor sem éri el a 20000-es nagyságot, ha megkapná az összes adóbevételt.

Vissza a feladathoz

8. feladat: Egyensúlyban a vevők által keresett mennyiség az általuk fizetett ár mellett megegyezik az eladók által a kínálati áron kínált mennyiséggel:

$$D\left(p^d\right) = S\left(p^s\right).$$

Azt is tudjuk, hogy a t nagyságú mennyiségi adó mellett

$$p^d = p^s + t.$$

Ezekből:

$$\begin{aligned} D\left(p^s + t\right) &= S\left(p^s\right), \\ 250 - 10\left(p^s + t\right) &= -50 + 10p^s. \end{aligned}$$

Az egyensúlyi kínálati ár tehát az adó függvényében:

$$p^s(t) = 15 - \frac{1}{2}t.$$

Az egyensúlyi mennyiség az adó függvényében:

$$q^*(t) = S\left(p^s(t)\right) = -50 + 10\left(15 - \frac{1}{2}t\right).$$

a. Az adóbevétel ezek után:

$$T = tq^*(t) = t\left(-50 + 10\left(15 - \frac{1}{2}t\right)\right) = 100t - 5t^2,$$

amelynek maximuma a

$$t^* = 10.$$

érték mellett van.

b. Az összes (optimális) adóbevétel ezek után:

$$T^* = t^*q^*(t^*) = 100t^* - 5t^{*2} = 500.$$

Vissza a feladathoz

9. feladat: Egyensúlyban

$$D(p) = S(p).$$

Ha egyensúlyban $p = 48$, akkor

$$150 - 2 \cdot 48 = a + 48,$$

amiből:

$$a = 6.$$

Ha az eladók behódolnak a maffiának, akkor az egyensúlyban az eladott termék minden egyes egysége után náluk maradt összeg a vevők által fizetett p árnál éppen a t nagyságú védelmi pénzzel kevesebb. Így az új egyensúlyban:

$$150 - 2p = 6 + (p - t).$$

A kereslet árrugalmassága ebben a p árban éppen -2, azaz felhasználva a kereslet árrugalmasságának képletét:

$$\varepsilon(p) = \frac{-2p}{150 - 2p} = -2,$$

amiből:

$$p = 50.$$

Ezt az értéket visszahelyettesítve az új egyensúly képletébe kapjuk, hogy:

$$150 - 2 \cdot 50 = 6 + (50 - t),$$

amiből:

$$t = 6.$$

Vissza a feladathoz

10. feladat:

a. Az inverz kínálati függvény pont azt mutatja, hogy milyen ár mellett lesz a kínált mennyiség q egység, így:

$$p_S(5) = 4 \cdot 5 + 10,$$

$$p_S(5) = 30.$$

b. Ha az ár 30 dollár, akkor a keresett mennyiség (jelöljük ezt q_D-vel):

$$p_D(q_D) = 30,$$

$$70 - 2 \cdot q_D = 30,$$

$$20 = q_D.$$

Ez nagyobb, mint a kínált 5 egység, így túlkereslet van.

c. 34 dolláros ár mellett a keresett mennyiség:

$$p_D(q_D) = 34,$$

$$70 - 2 \cdot q_D = 34,$$

$$18 = q_D,$$

a kínált mennyiség pedig (jelöljük ezt q_S-sel):

$$p_S(q_S) = 34,$$

$$4 \cdot q_S + 10 = 34,$$

$$q_S = 6.$$

Az előző pontban a keresett mennyiség 15 egységgel haladta meg a kínált mennyiséget, most csak 12 egységgel, úgyhogy csökkent a túlkereslet. Ami rendkívül logikus, mivel nőtt az ár, és ez csökkentette a keresletet, illetve növelte a kínálatot. Mindkét hatás csökkenti a túlkeresletet.

Egyébként erre a feladatrészre úgy is válaszolhattunk volna, hogy először kiszámoljuk a keresleti és kínálati függvényeket:

$$p_S(q) = 4 \cdot q + 10,$$

$$p_S(q)/4 - 5/2 = q,$$

vagyis a kínálati függvény $S(p) = p/4 - 5/2$. Hasonlóképpen

$$p_D(q) = 70 - 2 \cdot q,$$

$$q = 35 - p_D(q)/2,$$

vagyis a keresleti függvény $D(p) = 35 - p/2$. Ekkor a 34 dolláros ár mellett:

$$S(34) = 34/4 - 5/2,$$

$$S(34) = 6,$$

$$D(34) = 35 - 34/2,$$

$$D(34) = 18,$$

és ebből ismét látjuk, hogy csökkent a túlkereslet.

d. Egyensúlyban a q^* mennyiség cserél gazdát p^* áron. Vagyis mind a keresleti, mind a kínálati oldal p^* árral szembesül, és emellett a q^* mennyiséget akarják fogyasztani, illetve eladni. Ebből:

$$p_S(q^*) = p_D(q^*),$$

$$4 \cdot q^* + 10 = 70 - 2 \cdot q^*,$$

$$q^* = 10.$$

Ugyanez a keresleti és kínálati függvények felől megközelítve:

$$S(p^*) = D(p^*),$$

$$p^*/4 - 5/2 = 35 - p^*/2,$$

$$p^* = 50,$$

és az árat behelyettesítve valamelyik (S vagy D) függvénybe:

$$D(50) = 35 - 50/2,$$

$$D(50) = 10.$$

Vissza a feladathoz

11. feladat:

a. Egyensúlyi ár mellett a kereslet és a kínálat megegyezik. Ebből:

$$D(p^*) = 12 - p^* = 3 \cdot p^* = S(p^*) \Rightarrow p^* = 3,$$

illetve:

$$q^* = D(3) = S(3) = 9.$$

Az egyensúlyi ár–mennyiség pár: $(3, 9)$.

b. A vevők és eladók által érzékelt ár közti különbség:

$$p_D = p_S \cdot (1 + \tau).$$

Egyensúlyban ezen árak mellett egyezik a kereslet és a kínálat:

$$D(p'_D) = S(p'_S).$$

Fejezzük ki az egyensúlyt τ függvényében:

$$\begin{gathered} D(p'_D) = 12 - p'_D = 12 - p'_S \cdot (1 + \tau) = 3 \cdot p'_S = S(p'_S), \\ 12 - p'_S \cdot (1 + \tau) = 3 \cdot p'_S, \\ p'_S = \frac{12}{4 + \tau}, \end{gathered}$$

illetve:

$$q' = D(p'_D) = 12 - \frac{12}{4 + \tau} \cdot (1 + \tau).$$

A holtteherveszteség (rajzolgassunk!):

$$HTT = \frac{\tau \cdot p'_S \cdot (q^* - q')}{2} = \frac{3}{8},$$

$$HTT = \frac{6 \cdot \tau \cdot \left(9 - 12 + \frac{12+12\cdot\tau}{4+\tau}\right)}{4+\tau} = \frac{6 \cdot \tau \cdot \frac{9\cdot\tau}{4+\tau}}{4+\tau} = 6 \cdot \left(\frac{3\cdot\tau}{4+\tau}\right)^2 = \frac{3}{8},$$

$$\left(\frac{3\cdot\tau}{4+\tau}\right)^2 = \frac{1}{16},$$

$$\frac{3\cdot\tau}{4+\tau} = \frac{1}{4},$$

$$12 \cdot \tau = 4 + \tau,$$

$$\tau = \frac{4}{11}.$$

A számolás közben[1] elhagytunk egy megoldást, ahol az áfa negatív lett volna. Elméletileg ez is lehetséges, de ez nem lenne áfa-emelés. A $\frac{4}{11}$-s áfa melletti egyensúlyi árak:

$$\begin{aligned} p'_S &= \frac{12}{4+\tau} = \frac{12}{4+\frac{4}{11}} = \frac{11}{4}, \\ p'_D &= p'_S \cdot (1+\tau) = \frac{11}{4} \cdot \left(1 + \frac{4}{11}\right) = \frac{15}{4}, \end{aligned}$$

és az egyensúlyi mennyiség:

$$q' = 3 \cdot p'_S = \frac{33}{4}.$$

Vissza a feladathoz

12. feladat:

a. Egyensúlyi ár mellett a kereslet és a kínálat megegyezik. Ebből egyszerű számolással:

$$(q^*_K, p^*_K) = (5, 5), \qquad (q^*_A, p^*_A) = (8, 12).$$

[1] Amikor gyököt vontunk.

b. Az aggregált keresleti függvény:[2]

$$D_{Agg}(p) = D_K(p) + D_A(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha } 20 < p; \\ 20 - p, & \text{ha } 6 < p \leq 20, \\ 50 - 6 \cdot p, & \text{ha } 0 < p \leq 6. \end{cases}$$

Az aggregált kínálati függvény:

$$S_{Agg}(p) = S_K(p) + S_A(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha } p < 0; \\ p, & \text{ha } 0 \geq p < 4, \\ 2 \cdot p - 4, & \text{ha } 4 < p. \end{cases}$$

Egyensúly a $(q^*, p^*) = (12, 8)$ pontban van.

c. A fogyasztói többletet lehet kiszámolni. Ehhez az egyesülés előtti inverz keresleti függvényekre van szükségünk:

$$\begin{aligned} q_K &= 30 - 5 \cdot p \Rightarrow p = 6 - \frac{1}{5} \cdot q_K, \\ NFT_K &= \frac{(6-5) \cdot 5}{2} = \frac{5}{2}, \\ q_A &= 20 - p \Rightarrow p = 20 - q_A, \\ NFT_A &= \frac{(20-12) \cdot 8}{2} = 30, \end{aligned}$$

meg persze az egyesülés utánira is:

$$p = 20 - q \Rightarrow NFT_A = \frac{(20-8) \cdot 12}{2} = 72.$$

Kasztíliában az egyesülés után nulla a nettó fogyasztói többlet, mivel $p^* = 8$ mellett ott nincs fogyasztás. Az egyesülés utáni többletek összege nagyobb, mint az egyesülés előtti többletek összege, ezért a fogyasztók összesített helyzete javult. Ugyanakkor most az összes fogyasztói többlet Aragóniában keletkezik, szóval egy kasztíliai fogyasztó valószínűleg nem érzi úgy, hogy javult a helyzet. (Nem Pareto-javítás történt.)

Vissza a feladathoz

[2] Nem ismerős?

13. feladat:

a. Jelöljük t-vel a mennyiségi adót. Ez a vevők és az eladók által érzékelt ár különbsége:

$$p_D = p_S + t.$$

Egyensúlyban ezen árak mellett egyezik a kereslet és a kínálat:

$$D(p_D^*) = S(p_S^*).$$

Ebből:

$$\begin{aligned} D(p_D^*) &= 48 - p_D^* = 48 - p_S^* - t = 3 \cdot p_S^* = S(p_S^*), \\ 48 &= 4 \cdot p_S^* + t. \end{aligned}$$

Azt is tudjuk, hogy az összadómennyiség 240 reál:

$$t \cdot S(p_s^*) = t \cdot 3 \cdot p_S^* = 240,$$

azaz:

$$t = \frac{80}{p_S^*}.$$

Ezt behelyettesítve a korábbi egyenletbe:

$$48 = 4 \cdot p_S^* + t,$$

$$48 = 4 \cdot p_S^* + \frac{80}{p_S^*},$$

$$(p_S^*)^2 - 12 \cdot p_S^* + 20 = 0,$$

$$p_S^* = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{2} = 6 \pm 4.$$

Két lehetséges megoldás is van:

$$p_S^* = 10, \qquad t = \frac{80}{p_S} = 8,$$

illetve:

$$p_S^* = 2, \qquad t = \frac{80}{p_S} = 40.$$

b. Az áfát ugyanígy kell kiszámolni, az egyetlen különbség, hogy az elején

$$p_D = p_S + t$$

helyett

$$p_D = p_S \cdot (1+\tau)$$

szerepel. De még jobb, ha észrevesszük, hogy ha bevezetjük a $t = p_S \cdot \tau$ jelölést, akkor visszakapjuk az eredeti egyenletrendszert. Ezért az előző megoldásból megkapjuk az áfát a $\tau = \frac{t}{p_S}$ számítással, így:

$$\tau = \frac{t}{p_S} = \frac{8}{10} = 80\% \text{ vagy } \tau = \frac{t}{p_S} = \frac{40}{2} = 2000\%.$$

Vissza a feladathoz

CSERE

1. feladat: Az egyensúlyban csak a relatív árak számítanak, legyen ezért mondjuk

$$p_t = 1.$$

A Walras-törvény értelmében elég az első jószágra egyenlővé tenni a túlkeresletet zérussal:

$$z_t(1, p_o) = 0.$$

Zeusz preferenciái C–D típusúak, ezért egyensúlyi kereslete:

$$2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 * \omega_t^z + p_o * 5}{1},$$

amiből:

$$p_o = \frac{1}{5}\left(4 - \omega_t^z\right).$$

A templomra vonatkozó aggregált túlkereslet:

$$z_t(1, p_o) = (2 - \omega_t^z) + \frac{1}{4}\left(\frac{1 * 1 + \frac{1}{5}\left(4 - \omega_t^z\right) * 35}{1}\right) - 1 = 0,$$

amiből:

$$\omega_t^z = 3, \qquad \left(p_o = \frac{1}{5}\right).$$

Vissza a feladathoz

2. feladat: Legyen a papír ára 1, a töltőtoll ára egyensúlyban – a feltevésünk szerint – pontosan ugyanannyi. Ugyancsak egyensúlyban a túlkereslet mindkét jószágból zérus.

A Walras-törvény miatt elég az egyik jószágra számolni.

Gábor kereslete tollból:

$$x_t^G = \frac{1}{2}\frac{1 * \omega_t^G}{1} = \frac{\omega_t^G}{2}.$$

Andor kereslete tollból:

$$x_t^A = 0.2\frac{1 * 100}{1} = 20.$$

Egyensúlyban ezek összege egyenlő a rendelkezésre álló készlettel:

$$\frac{\omega_t^G}{2} + 20 = \omega_t^G + 0,$$

amiből:

$$\omega_t^G = 40.$$

Vissza a feladathoz

3. feladat: Mivel egyformán fogyasztanak, és K. preferenciái C-D típusúak, mind a ketten mind a két jószágból fogyasztanak. Emiatt A.-nál érvényesül az érintési feltétel, azaz:

$$2 = p = (\ln x)' = \frac{100}{h_A},$$

amiből:

$$h_A = 50.$$

a. Miután K. preferenciái szimmetrikus C-D típusúak, ezért keresleti függvényéből:

$$50 = h_K = \frac{1}{2}\frac{m_K}{p} = \frac{m_K}{4},$$

ebből:

$$m_K = 200,$$

így:

$$b_K = \frac{1}{2}\frac{200}{1} = 100 = b_A.$$

Ebből:

$$m_A = 2 * 50 + 1 * 100 = 200.$$

b. A keresett kosár tehát:

$$\begin{aligned} h_A &= h_K = 50, \\ b_A &= b_K = 100. \end{aligned}$$

Vissza a feladathoz

4. feladat: Rómeó jövedelme:

$$w_R = 1 * \omega_R^k + p\omega_R^m = 1 * 16 + p * 13,$$

bruttó kereslete méregből:

$$m_R = \frac{2}{3}\frac{w_r}{p} = \frac{2}{3}\frac{1 * 16 + p * 13}{p},$$

nettó kereslete méregből:

$$z_R^m = m_R - \omega_R^m = \frac{2}{3}\frac{1 * 16 + p * 13}{p} - 13.$$

Júlia jövedelme:

$$w_J = 1 * \omega_J^k + p\omega_J^m = 1 * 59 + p * 2,$$

bruttó kereslete méregből:

$$m_J = \frac{2}{3}\frac{w_J}{p} = \frac{2}{3}\frac{1 * 59 + p * 2}{p},$$

nettó kereslete méregből:

$$z_J^m = m_J - \omega_J^m = \frac{2}{3}\frac{1 * 59 + p * 2}{p} - 2.$$

Egyensúlyban e két túlkereslet összege szükségképpen zérus:

$$z_R^m + z_J^m = \frac{2}{3}\frac{1 * 16 + p * 13}{p} - 13 + \frac{2}{3}\frac{1 * 59 + p * 2}{p} - 2 = 0,$$

amiből:

$$p = 10.$$

Vissza a feladathoz

5. feladat: Héra jövedelme (készletének értéke) $10p + 12$, ahol p a villám ára. Egyensúlyban tehát a méreg iránti kereslete:

$$m_H = \frac{1}{2}\frac{10p + 12}{1} = 16,$$

amiből:

$$p = 2.$$

Összesen

$$\omega^m = \omega_Z^m + \omega_H^m = 9 + 12 = 21$$

pohár mérgük van, így egyensúlyban Zeusz fogyasztása méregből:

$$m_Z = \omega^m - m_H = 21 - 16 = 5.$$

Héra fogyasztása villámból:

$$v_H = \frac{1}{2}\frac{2 \cdot 10 + 12}{2} = 8,$$

így Zeusz fogyasztása villámból:

$$v_Z = \omega^v - v_H = (8 + 10) - 8 = 10.$$

Miután Zeusz hasznossági függvénye tökéletes kiegészítésű preferenciákat reprezentál, ezért optimális választásában:

$$v_Z = am_Z.$$

Ebből:

$$10 = a \cdot 5,$$

ahonnan:

$$a = 2.$$

Vissza a feladathoz

6. feladat: Az első fogyasztó készletpontja legyen $(1,0)$, ezzel nem sértjük az általánosságot. Azt is feltehetjük, hogy $p_y = 1$.

Ezek után az első fogyasztó kereslete az x jószágból:

$$x_1 = a\frac{2*1+1*0}{p_x} = \frac{2a}{p_x},$$

a második fogyasztó kereslete ugyanebből:

$$x_2 = a\frac{2*0+1*1}{p_x} = \frac{a}{p_x}.$$

Egyensúlyban $p_x = 2$, és a két kereslet összege egyenlő a rendelkezésre álló mennyiséggel:

$$a + \frac{a}{2} = 1,$$

amiből:

$$a = \frac{2}{3}.$$

Vissza a feladathoz

7. feladat: Tekintsük először a B fogyasztó döntését. Mivel hasznossági függvénye szimmetrikus Cobb–Douglas-típusú, ezért kereslete a két jószágból minden $(p,1)$ árvektor mellett:

$$x_B = \frac{1}{2}\frac{15p+1*0}{p} = 7.5,$$

illetve:

$$y_B = \frac{1}{2}\frac{15p+1*0}{1} = 7.5p.$$

a. Egyensúlyban ezért az A fogyasztó az X jószágból

$$x_A = \omega^x - x_B = 15 - 7.5 = 7.5$$

egységet fogyaszt, azaz fogyasztása mind a két jószágból pozitív. Mivel preferenciái tökéletesen helyettesítők, ez csak akkor lehetséges, ha a közömbösségi görbéi meredekségének abszolút értéke megegyezik az áraránnyal, azaz:

$$\left|-\frac{a}{1}\right| = \frac{p}{1},$$

amiből:

$$a = p.$$

b. Ha az A fogyasztó az Y jószágból 85 egységet fogyaszt, akkor:

$$y_B = (\omega^y - y_A) = 100 - 85 = 15.$$

Összevetve ezt az y_B fentebb kiszámított értékével:

$$y_B = 7.5p = 15,$$

amiből:

$$p = 2.$$

Vissza a feladathoz

8. feladat: Miután mind a két jószágból kezdetben összesen 1-1 egységnyi volt a gazdaságban, a kezdeti készletelosztás könnyen megálllapítható.

a.

$$\omega_A = \left(1 - \omega_B^f; 1 - \omega_B^v\right) = (1 - 0.4; 1 - 0.25) = (0.6; 0.75).$$

b. Ebben a pontban András haszna:

$$U\left(\omega_A^f; \omega_A^v\right) = 0.6 * 0.75 = 0.45.$$

c. A Pareto-hatékony pontokban a két fogyasztó helyettesítési határaránya megegyezik. András MRS-e:

$$MRS_A(f_A, v_A) = \frac{v_A}{f_A},$$

Bálinté:

$$MRS_B(f_B, v_B) = \frac{1}{2} * \frac{1 - v_A}{1 - f_A}.$$

Ezeket egyenlővé téve, majd az egyik változót a másikból kifejezve:

$$\begin{aligned} \frac{v_A}{f_A} &= \frac{1}{2} * \frac{1 - v_A}{1 - f_A}, \\ f_A &= 2 * \frac{v_A}{v_A + 1}. \end{aligned}$$

d. Ha András haszna megegyezik a kezdeti készletében nyert hasznával, akkor

$$f_A * v_A = 0.45,$$

amiből:

$$f_A = \frac{0.45}{v_A}.$$

Ezt visszahelyettesítve a Pareto-hatékony pontok egyenletébe kapjuk, hogy:

$$2 * \frac{v_A}{v_A + 1} = \frac{0.45}{v_A},$$

amiből:

$$v_A = 0.6.$$

Vissza a feladathoz

9. feladat: Ha a nektár az ármérce, akkor ára:

$$p^{\text{nektár}} = 1.$$

Apollón jövedelme:

$$m_A = p^{\text{ambrózia}} \cdot \omega_A + 1 \cdot 5$$

a. Ha egy adag ambróziáért két pohár nektárt vehetek, akkor

$$p^{\text{ambrózia}} = 2.$$

Mivel Apollón preferenciái α paraméterű Cobb–Douglas-típusúak, ezért kereslete ambróziából:

$$x_A^a = \alpha \frac{m_A}{p^{\text{ambrózia}}} = \alpha \frac{2\omega_A + 1 \cdot 5}{2} = 2.75,$$

amiből

$$\omega_A = \frac{2.75}{\alpha} - 2.5.$$

b. Hermész jövedelme:

$$m_H = p^{\text{ambrózia}} \cdot 1 + 1 \cdot 35,$$

kereslete ambróziából az **5** egyensúlyi ár mellett:

$$x_H^a(5) = \frac{1}{4}\frac{m_H}{p^{\text{ambrózia}}} = \frac{1}{4}\frac{5 \cdot 1 + 1 \cdot 35}{5} = 2.$$

Apollón kereslete:

$$x_A^a(5) = \alpha \frac{m_A}{p^{\text{ambrózia}}} = \alpha \frac{5\omega_A + 1 \cdot 5}{5} = \alpha \frac{5\left(\frac{2.75}{\alpha} - 2.5\right) + 1 \cdot 5}{5}.$$

Egyensúlyban:

$$x_A^a(5) + x_H^a(5) = \alpha \frac{5\left(\frac{2.75}{\alpha} - 2.5\right) + 1 \cdot 5}{5} + 2 = \left(\frac{2.75}{\alpha} - 2.5\right) + 1 = \omega_A + 1.$$

Ezt megoldva kapjuk, hogy:

$$\alpha = \frac{1}{2}.$$

Vissza a feladathoz

10. feladat:

a. Ha Bondelló nem cserél, hasznossága:

$$U_B(16,1) = \sqrt{16} + \sqrt{1} = 5,$$

míg ha cserél, akkor:

$$U_B(16-16, 1+15) = U_B(0,16) = \sqrt{0} + \sqrt{16} = 4.$$

Mivel $U_B(16,1) > U_B(0,16)$, nem éri meg cserélnie.

b. Ha Amír cserél:

$$U_A(13+7, 15-8) = U_A(20,7) = 20 + 8 = 27,$$

ha nem cserél akkor pedig:

$$U_A(13,15) = 13 + 15 = 28.$$

Mivel $U_A(13,15) > U_A(20,7)$, nem éri meg cserélnie.

c. Nem az. Összesen $13+16=29$ zsömle és $15+1=16$ joghurt van. Ha ezt úgy osztanánk el, hogy Amír készlete $(20,12)$, Bondellóé pedig $(9,4)$ legyen, akkor Amír jobban járna, Bondelló pedig nem járna rosszabbul, mint a kezdeti $(13,15)$, $(16,1)$ elosztás mellett. Azaz ez Pareto-javítás lenne, tehát a javak kezdeti elosztása nem Pareto-hatékony.

Azzal is érvelhetünk, hogy a kezdeti elosztás belső pontja az Edgeworth-doboznak (minden fogyasztónak van készlete minden jószágból), viszont:

$$\begin{aligned}|MRS_A(x_A,y_A)| &= \frac{1}{1},\\ |MRS_B(x_B,y_B)| &= \frac{\sqrt{y_B}}{\sqrt{x_B}},\\ |MRS_A(13,15)|=1 &\neq \frac{1}{2}=|MRS_B(16,1)|.\end{aligned}$$

Egyébként így azt is be tudjuk látni, hogy bár a $(20,12)$, $(9,4)$ elosztás Pareto-javítása a $(13,15)$, $(16,1)$ elosztásnak, de nem Pareto-hatékony, mert neki is lenne Pareto-javítása. Például az

$$(x_A,y_A)=\left(\frac{91}{4},\frac{39}{4}\right) \qquad (x_B,y_B)=\left(\frac{25}{4},\frac{25}{4}\right)$$

elosztás. (Ami már Pareto-hatékony.)

Vissza a feladathoz

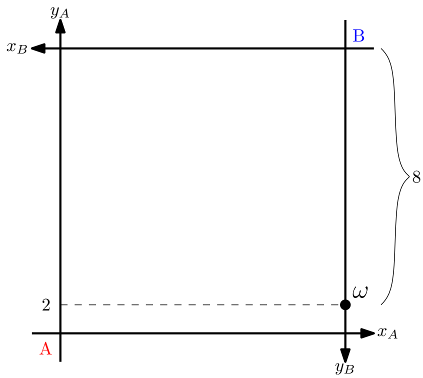
11. feladat:

a. A kérdés az, hogy Pareto-hatékony elosztás-e az indulókészlet. Ha egy elosztás Pareto-hatékony, nincs olyan másik elosztás, amivel egyikük sem jár rosszabbul és legalább az egyikük jobban jár. Rövid válasz:
Van ilyen, például az $(x_A,y_A)=(9,9)$, $(x_B,y_B)=(1,1)$, mert ekkor:

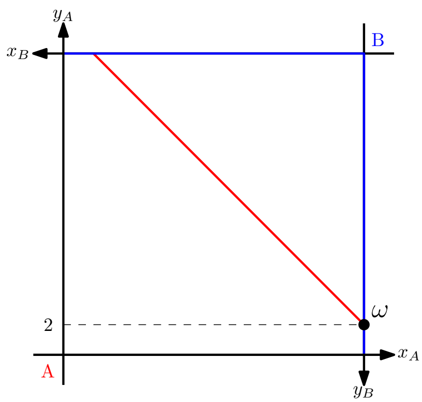
$$U_A(9,9)=18>12=U_A(10,2),$$

$$U_B(1,1)=1>0=U_B(0,8).$$

Hosszú válasz:
Hogy lássuk, van-e Pareto-javítás, először ábrázoljuk a kezdeti elosztást egy Edgeworth-dobozban:



A fogyasztók preferenciáit közömbösségi görbék segítségével tudjuk ábrázolni:



Balu kék színű közömbösségi görbéje talán szokatlanul néz ki, ez azért van, mert banánból egyáltalán nem jutott neki, és emiatt nulla a hasznossága. A hasznosságszintje csak akkor ilyen alacsony, ha legalább az egyik jószágból nem kap. (Nézzük meg a hasznosságfüggvényét, bármilyen más jószágkosárnak már pozitív a hasznossága.) Akela piros színű közömbösségi görbéje ennél már jóval egyszerűbb, a kezdeti elosztás hasznossága számára:

$$U_A(10,2) = 10+2 = 12.$$

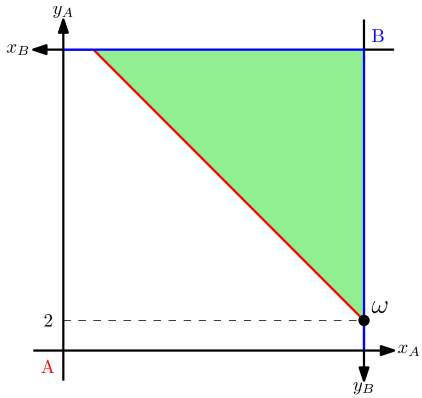
Azok a pontok, amelyek ugyanilyen hasznosak számára, a

$$12 = x_A + y_A,$$

$$y_A = 12 - x_A$$

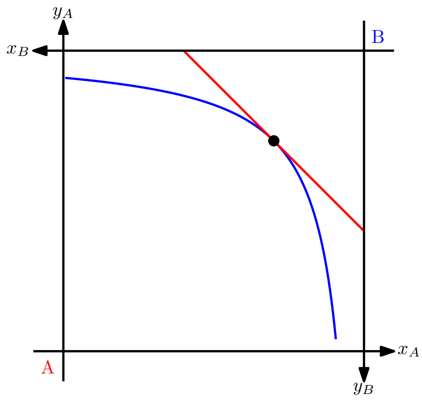
egyenesen helyezkednek el.

A jelenlegi ábrázolás szerint Akela a kezdeti elosztással szemben preferálja az azon áthaladó piros közömbösségi görbéjétől jobbra felfelé elhelyezkedő jószágkosarakat, Balu pedig a kezdeti eloszláson áthaladó kék közömbösségi görbéjétől balra lefelé elhelyezkedő jószágkosarakat preferálja a kezdeti elosztással szemben. Ennek a két halmaznak vannak közös elemei, ezeket a zöld háromszög jelöli. Minden itt lévő jószágkosarat mindketten preferálnak a kezdeti elosztással szemben.



A zöld háromszög bármelyik kosara Pareto-javítás a kezdeti elosztáshoz képest. Ez nem azt jelenti, hogy a zöld háromszög a Pareto-hatékony pontok halmaza. Például a $(10,2),(0,8)$ elosztáshoz képest Pareto-javítás a $(9,3),(1,7)$ elosztás, de ő maga nem Pareto-hatékony, mivel még hozzá képest is lehetséges Pareto-javítás, például a $(7,7),(3,3)$ elosztás.

b. A Pareto-hatékony pontokban, amennyiben az Edgeworth-doboz belsejében vannak, a helyettesítési határarányok megegyeznek. Ha nem így lenne, a két fogyasztó közül az egyik relatíve többre értékelné az egyik jószágot, mint a másik fogyasztó, és így tudnának olyan cserét kötni, amivel mindketten jól járnak. Az, hogy a helyettesítési határarányok egyenlőek, azt jelenti, hogy egy Pareto-hatékony ponton áthaladó közömbösségi görbék érintik egymást.



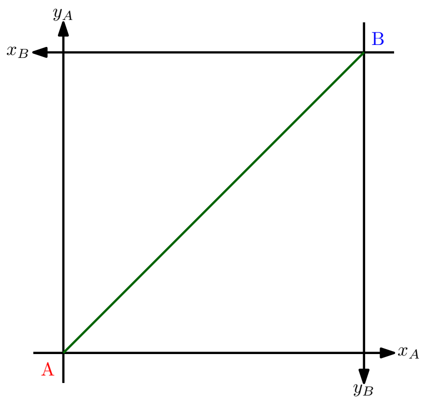
Ebből is látszik, hogy itt már nincsenek olyan pontok, amelyek Akela közömbösségi görbéjétől jobbra fel, Balu közömbösségi görbéjétől balra le helyezkednek el. (Ezek a pontok lennének a Pareto-javítások.) Ahhoz, hogy minden Pareto-hatékony pontot megkapjunk, számoljuk ki, hogy mikor egyenlőek a helyettesítési határarányok.

$$|MRS_A(x_A, y_A)| = |MRS_B(x_B, y_B)|,$$

$$\frac{1}{1} = \frac{y_B}{x_B},$$

$$x_B = y_B.$$

Azaz a Pareto-hatékony pontok halmaza a B csúcsból induló 45 fokos egyenes.



Ha esetleg a szokásos (A csúcs szerinti) koordináta-rendszerünkben is szeretnénk felírni az egyenletet, akkor vegyük figyelembe, hogy az Edgeworth-dobozban az összfogyasztás egyenlő az összkészlettel, így:

$$x_A + x_B = \omega_A^x + \omega_B^x,$$

$$x_A + x_B = 10 + 0,$$

$$x_B = 10 - x_A.$$

Hasonlóképpen:

$$y_A + y_B = \omega_A^y + \omega_B^y,$$

$$y_A + y_B = 2 + 8,$$

$$y_B = 10 - y_A.$$

Ezeket felhasználva a Pareto-hatékony elosztásokban az is igaz, hogy:

$$x_B = y_B,$$

$$10 - x_A = 10 - y_A,$$

$$x_A = y_A.$$

Ez azt jelenti, hogy a Pareto-hatékony halmaza az A csúcsból induló 45 fokos egyenes. Ez általánosan nem igaz. Most azért alakult így, mert a hasznosságfüggvények szimmetrikusak és az Edgeworth-doboz egy négyzet.

c. A szerződési görbét olyan Pareto-hatékony pontok alkotják, amelyeket mindkét fogyasztó preferál az indulókészletéhez képest. Az indulókészlettel elérhető hasznosságok:

$$U_A(10,2) = 10 + 2 = 12, \qquad U_B(0,8) = 0 \cdot 8 = 0.$$

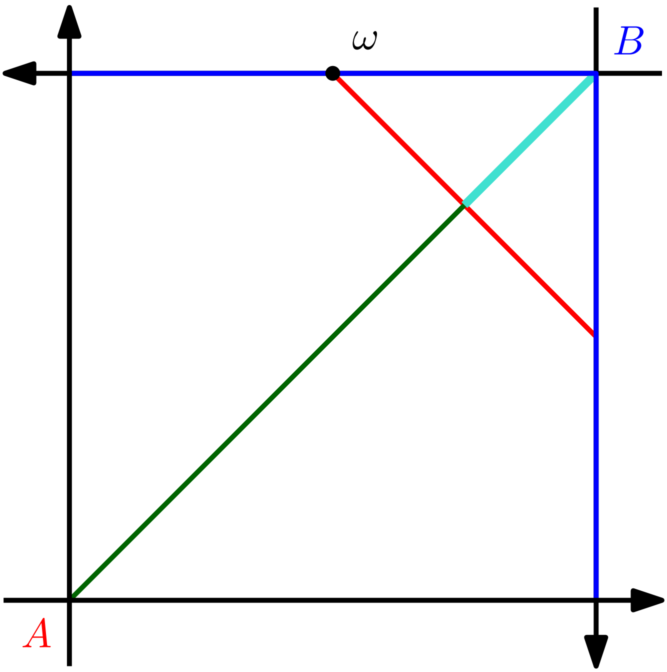
Az előző pontban láttuk, hogy a Pareto-hatékony allokációk $((z,z),(10-z,10-z))$ típusú vektorok, ahol $z \in [0,10]$. Azokat a pontokat keressük, amelyek egyiküknek sem adnak kisebb hasznosságot, mint amit az indulókészlettel érnek el, azaz:

$$U_A(z,z) = z + z = 2 \cdot z \geq 12, \qquad U_B(10-z,10-z) = (10-z)^2 \geq 0.$$

Ebből a kettőből:

$$6 \leq z \leq 10.$$

A szerződési görbén így azok a Pareto-hatékony pontok lesznek rajta, ahol Akela legalább 6, legfeljebb 10 egységet kap mindkét jószágból. (Balu így nyilván legalább 0, legfeljebb 4 egységet kap mindkét jószágból.)



A zöld vonal és a türkiz/világoskék vonal együtt a Pareto-hatékony pontok halmaza. Pirossal Akelának, kékkel Balunak az indulókészleten áthaladó közömbösségi görbéjét jelöljük. A türkiz vonal a szerződési görbe.

d. Jelöljük a versenyzői egyensúlyi jószágelosztást $(x_A^*, y_A^*, x_B^*, y_B^*)$-vel, és tegyük fel, hogy ezek mind pozitív számok, vagyis mindkét fogyasztó szemszögéből belső pontban vagyunk. Ekkor a p^* egyensúlyi árarány mellett teljesülnek az MRS-feltételek, vagyis:

$$\begin{aligned}
|MRS_A(x_A^*, y_A^*)| &= p^*, \\
1 &= p^*, \\
|MRS_B(x_B^*, y_B^*)| &= p^*, \\
\frac{y_B^*}{x_B^*} &= p^*,
\end{aligned}$$

azaz:

$$p^* = 1 \text{ és } x_B^* = y_B^*.$$

B költségvetési korlátjából:

$$\begin{aligned} p^* \cdot x_B^* + y_B^* &= p^* \cdot \omega_B^x + \omega_B^y, \\ 1 \cdot x_B^* + y_B^* &= 1 \cdot 0 + 8. \end{aligned}$$

Behelyettesítve a fenti $x_B^* = y_B^*$ összefüggést is:

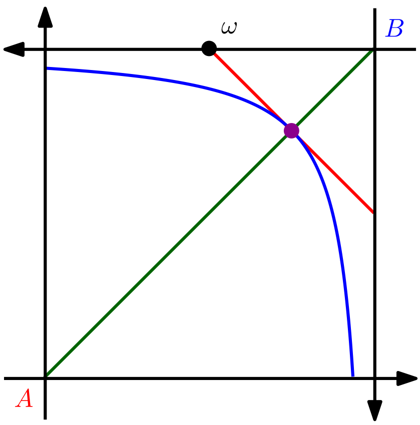
$$\begin{aligned} x_B^* + x_B^* &= 8, \\ x_B^* &= 4, \end{aligned}$$

illetve: $y_B^* = x_B^* = 4$.
Figyelembe véve, hogy mindkét jószágból összesen 10 egység van:

$$x_A^* = y_A^* = 6.$$

A versenyzői egyensúlyi allokáció és ár tehát:

$$((x_A^*, y_A^*), (x_B^*, y_B^*), p^*) = ((6,6), (4,4), 1).$$



e. Nincs, mivel az Pareto-javítás lenne, de a versenyzői egyensúly Pareto-hatékony.

Vissza a feladathoz

12. feladat:

a. A Pareto-hatékony pontokban, amennyiben az Edgeworth-doboz belsejében vannak, a helyettesítési határarányok megegyeznek:

$$|MRS_A(x_A, y_A)| = |MRS_B(x_B, y_B)|.$$

Esetünkben:

$$\begin{aligned}
|MRS_A(x_A, y_A)| = \frac{\frac{\partial U_A(x_A, y_A)}{\partial x_A}}{\frac{\partial U_A(x_A, y_A)}{\partial y_A}} &= \frac{\frac{\partial U_B(x_B, y_B)}{\partial x_B}}{\frac{\partial U_B(x_B, y_B)}{\partial y_B}} = |MRS_B(x_B, y_B)|, \\
\frac{1}{\sqrt{x_A}} &= \frac{3}{\sqrt{x_B}}, \\
\sqrt{x_B} &= 3 \cdot \sqrt{x_A}, \\
x_B &= 9 \cdot x_A.
\end{aligned}$$

Azaz Barrnál kilencszer annyi kártya lesz, mint Anthornál. A szöveg szerint összesen 40 kártyájuk van, azaz:

$$\begin{aligned}
x_A + x_B &= \omega_A^x + \omega_B^x, \\
x_A + x_B &= 20 + 20.
\end{aligned}$$

Felhasználva a helyettesítési határráták egyenlőségéből kapott információt:

$$\begin{aligned}
x_A + 9 \cdot x_A &= 20 + 20, \\
10 \cdot x_A &= 40, \\
x_A &= 4, \\
x_B &= 9 \cdot x_A = 36.
\end{aligned}$$

(Igazából felesleges mindkét koordinátát leírni, mert x_A meghatározza x_B-t is: $x_B = 40 - x_A$). Ez az Edgeworth-dobozban egy függőleges egyenes. Még azon Pareto-hatékony pontokat is meg kell határozni, amelyek esetleg nem a doboz belsejében vannak. Ezekben a pontokban a két gyerek helyettesítési határaránya nem lesz egyenlő. Kölcsönösen előnyös csere csak azért nem jöhet létre, mert valamelyikőjüknek már nincs abból a jószából, amit relatíve kevesebbre tart, mint a másik. Az $x_A = 4,\ x_B = 36$ esetet már megnéztük (van is két pont az egyenesen, ami a dobozban van, de nem a doboz belsejében: ha $y_A = 0$, illetve ha $y_B = 0$), vizsgáljuk most az $x_A < 4, x_B > 36$ esetet! Ekkor:

$$|MRS_A(x_A, y_A)| = \frac{1}{\sqrt{x_A}} > \frac{1}{2} > \frac{3}{\sqrt{x_B}} = |MRS_B(x_B, y_B)|,$$

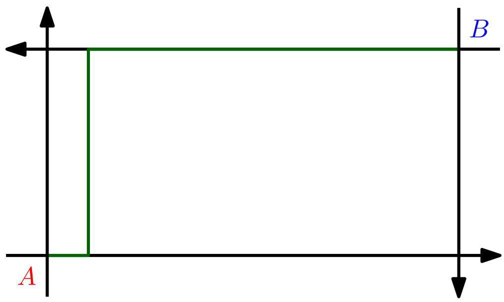
azaz a doboznak ebben a részében Anthor relatíve többre értékeli az x jószágot (Chimpokomon kártyákat), mint Barr. Egy pont akkor Pareto-hatékony, ha Anthornak már nincs az y jószágból (cukorkából), mert ha lenne, azt elcserélné Barr-ral. Így az

$$x_A < 4,\ y_A = 0$$

pontok (ekkor $x_B > 36, y_B = 20$) is részei a Pareto-hatékony pontok halmazának. Hasonló logikával belátható, hogy az

$$x_A > 4,\ y_A = 20$$

pontok is Pareto-hatékonyak. A Pareto-hatékony pontok halmaza tehát:



b. Versenyzői egyensúlyban olyan az árarány, hogy a fogyasztók által keresett összmennyiség (optimális fogyasztásaik összege) épp megegyezik az általuk kínált összmennyiséggel (készleteik összege). Az optimális fogyasztást (feltéve, hogy az belső ponti) ebben az esetben az MRS-feltételből kapjuk:

$$|MRS_A(x_A, y_A)| = p,$$

$$\frac{1}{\sqrt{x_A}} = p,$$

$$\frac{1}{p^2} = x_A.$$

Így az A fogyasztó x keresleti függvénye $x_A(p) = 1/p^2$. Hasonlóképpen:

$$|MRS_B(x_B, y_B)| = p,$$

$$\frac{3}{\sqrt{x_B}} = p,$$

$$\frac{9}{p^2} = x_B,$$

vagyis a B fogyasztó x keresleti függvénye $x_B(p) = 9/p^2$. Azt az árarányt keressük, ami mellett a kereslet egyenlő a kínálattal:

$$\begin{aligned} x_A(p^*) + x_B(p^*) &= \omega_A^x + \omega_B^x, \\ \frac{1}{(p^*)^2} + \frac{9}{(p^*)^2} &= 20 + 20, \\ \frac{10}{(p^*)^2} &= 40, \\ p^* &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Ebből az egyensúlyi kereslteket is megkapjuk:

$$x_A(p^*) = \frac{1}{(p^*)^2} = 4, \; x_B(p^*) = \frac{9}{(p^*)^2} = 36.$$

Mivel a cserék fix árarány mellett történtek, a költségvetési korlátból meg tudjuk mondani $y_A(p^*)$-t és $y_B(p^*)$-t is:[1]

$$\begin{aligned} p^* \cdot x_A(p^*) + y_A(p^*) &= p^* \cdot \omega_A^x + \omega_A^y, \\ \frac{1}{2} \cdot 4 + y_A(p^*) &= \frac{1}{2} \cdot 20 + 10, \\ y_A(p^*) &= 18. \end{aligned}$$

Barr költségvetési korlátjából megkapjuk $y_B(p^*) = 2$-t is. Tényleg minden belső pont volt, jogosan használtuk az MRS-feltételeket. A versenyzői egyensúlyi allokáció és ár:

$$((x_A^*, y_A^*), (x_B^*, y_B^*), p^*) = \left((4, 18), (36, 2), \frac{1}{2}\right).$$

[1] Egyébként ki lehetne ezeket is számolni a bonyolult keresleti függvényükből, de minek.

(Ezt nem kell pont ilyen formában tálalni, elég, ha az összes adat szerepel.)

Vissza a feladathoz

13. feladat:

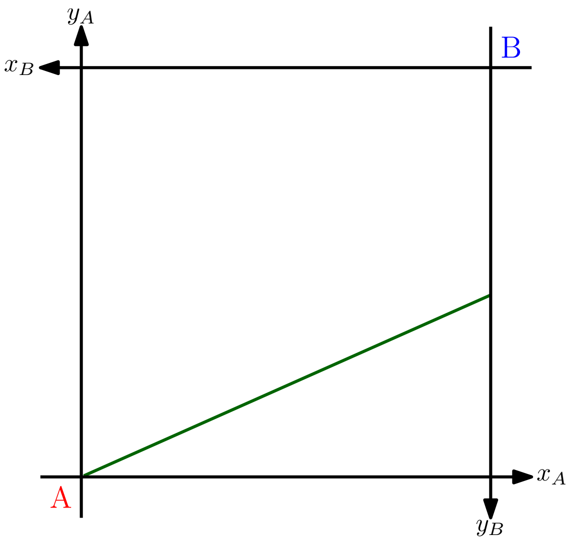
a. A Pareto-hatékony pontokban, amennyiben az Edgeworth-doboz belsejében vannak, a helyettesítési határarányok megegyeznek:

$$|MRS_A(x_A, y_A)| = |MRS_B(x_B, y_B)|,$$

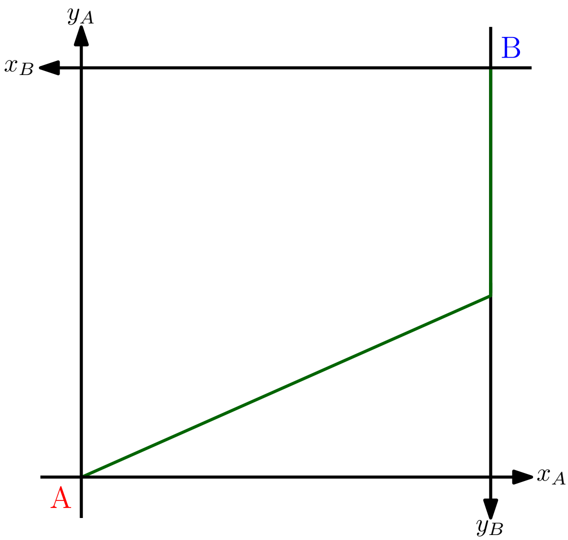
$$3 \cdot \frac{\sqrt{y_A}}{\sqrt{x_A}} = 2,$$

$$y_A = \frac{4}{9} \cdot x_A.$$

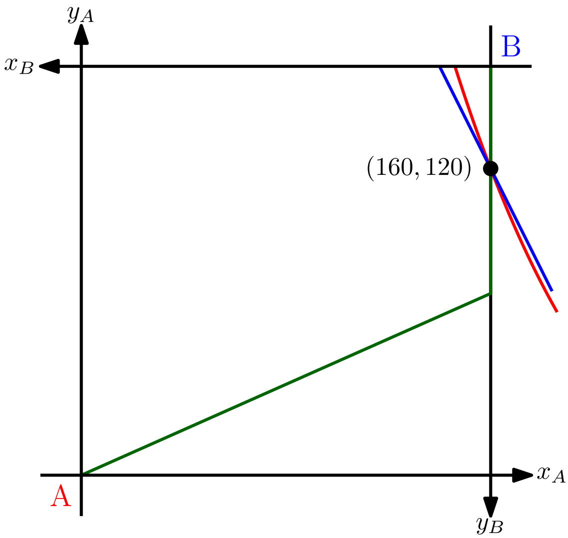
E pontok halmaza:



Esetleg feltűnhetett, hogy a jobb felső sarok nem eleme a halmaznak. Pedig a jobb felső sarokban minden jószág az A fogyasztóé. Ez azt jelenti, hogy nincs olyan elosztás, ahol nem jár rosszabbul, mint a jobb felső sarok által képviselt elosztásban. Azaz, ha minden jószág az A fogyasztóé, nem lehet Pareto-javítást végrehajtani, azaz egy ilyen elosztás Pareto-hatékony. Ez azt jelenti, hogy itt lesznek olyan Pareto-hatékony pontok is, amelyek nem belső pontjai az Edgeworth-doboznak, hanem valahol a szélén helyezkednek el. Tulajdonképpen nem nehéz megtalálni ezeket a pontokat, „logikus”, hogy a már megkapott egyenest kell csak összekötnünk a jobb felső sarokkal.



Ezen az összekötő szakaszon található pontok azért lesznek Pareto-hatékonyak, mert bár az A fogyasztó relatíve hasznossabbnak tartja az x jószágot, mint a B fogyasztó, már a gazdaság összes x jószága nála van, ezért nem tudnak kölcsönösen előnyös cserét kötni.



Ezen a rajzon a $(160,120),(0,40)$ elosztás példáján ábrázoljuk, hogy azok az elosztások, amelyeket mindketten preferálnak (*A* közömbösségi görbéjétől jobbra fel, *B* közömbösségi görbéjétől balra le elhelyezkedő pontok), már kívül esnek az Edgeworth-dobozon. A halmazt leíró egyenlet:

$$y_A = \frac{4}{9}\cdot x_A, \text{ ha } x_A < 160,$$

$$y_A \in \left[\frac{640}{9}, 160\right], \text{ ha } x_A = 160.$$

b. A feladat szövege szerint a szerződési görbén csak belső pontok helyezkednek el (a görbe a $(36,16)$ és $(54,24)$ pontok közti szakasz). Mivel a szerződési görbén lévő pontok Pareto-hatékonyak, itt teljesül az

$$y_A = \frac{4}{9}\cdot x_A$$

egyenlőség. A szerződési görbén lévő pontok individuálisan racionálisak, azaz ha (x_A, y_A) rajta van a szerződési görbén, akkor:

$$U(x_A,y_A) \geq U(\omega_A^x, \omega_A^y), \qquad U(x_B,y_B) \geq U(\omega_B^x, \omega_B^y).$$

A görbe határai azok a pontok lesznek, ahol Arkagyij vagy Borisz számára épphogy elfogadható a csere. A $(36,16)$ pontban Arkagyij mindenből kevesebbet kap, mint az $(54,24)$ pontban, így ez lesz a számára közömbös az indulókészletponttal. (Ha $(54,24)$

közömbös lenne neki az indulókészletponttal, akkor $(36,16)$ már nem lenne számára individuálisan racionális.) Ebből az okból az Arkagyij koordináta-rendszerében $(54,24)$-tal jelölt pont Borisz számára lesz közömbös az indulókészlettel. Borisz fogyasztása itt $(106,136)$, így:

$$
\begin{aligned}
U(\omega_B^x,\omega_B^y) &= U(106,136),\\
2\cdot\omega_B^x+\omega_B^y &= 2\cdot 106+136,\\
2\cdot\omega_B^x+\omega_B^y &= 348.
\end{aligned}
$$

Írjuk ezt vissza Arkagyij koordináta-rendszerébe. Mivel mind x, mind y jószágból összesen 160 van, ezért:

$$
\begin{aligned}
2\cdot\omega_B^x+\omega_B^y &= 348,\\
2\cdot(160-\omega_A^x)+160-\omega_A^y &= 348,\\
132-2\cdot\omega_A^x &= \omega_A^y.
\end{aligned}
$$

Felhasználva, hogy Arkagyij számára közömbös az indulókészlet és a $(36,16)$ pont, azt kapjuk hogy:

$$
\begin{aligned}
U(\omega_A^x,\omega_A^y) &= U(36,16),\\
3\cdot\sqrt{\omega_A^x}+\sqrt{\omega_A^y} &= 3\cdot\sqrt{36}+\sqrt{16},\\
3\cdot\sqrt{\omega_A^x}+\sqrt{\omega_A^y} &= 22.
\end{aligned}
$$

Felhasználva a $132-2\cdot\omega_A^x=\omega_A^y$ egyenlőséget:

$$
\begin{aligned}
3\cdot\sqrt{\omega_A^x}+\sqrt{132-2\cdot\omega_A^x} &= 22,\\
\sqrt{132-2\cdot\omega_A^x} &= 22-3\cdot\sqrt{\omega_A^x},\\
132-2\cdot\omega_A^x &= 484-132\cdot\sqrt{\omega_A^x}+9\cdot\omega_A^x,\\
11\cdot\omega_A^x-132\cdot\sqrt{\omega_A^x}+352 &= 0,\\
\omega_A^x-12\cdot\sqrt{\omega_A^x}+32 &= 0.
\end{aligned}
$$

Ezt másodfokú egyenletként megoldva (tekintsük $\sqrt{\omega_A^x}$-t α-nak, és ω_A^x-t α^2-nek):

$$\sqrt{\omega_A^x} = 4 \quad \text{vagy} \quad \sqrt{\omega_A^x} = 8,$$

$$\omega_A^x = 16 \quad \text{vagy} \quad \omega_A^x = 64.$$

De ha ellenőrzünk, észrevesszük, hogy a második megoldás nem jó. Akkor lopakodott be, amikor $22 - 3 \cdot \sqrt{\omega_A^x}$-t négyzetre emeltük, mert $-2^2 = 2^2$. Vagyis az indulókészletek:

$$\left(\omega_A^x, \omega_A^y\right) = (16, 100), \qquad \left(\omega_B^x, \omega_B^y\right) = (144, 60).$$

c. Ha Borisz készlete $(70, 120)$, akkor Arkagyij készlete $(90, 40)$. Mivel $40 = \frac{4}{9} \cdot 90$, ez rajta lesz a Pareto-hatékony pontok halmazán. Ez azt jelenti, hogy ilyen készlet mellett nem tudnak kölcsönösen előnyös cserét kötni. Sőt bármely egyéb Pareto-hatékony pontban valamelyikőjüknek rosszabb lenne. Így az egyetlen individuálisan racionális Pareto-hatékony elosztás maga az indulókészlet.

Vissza a feladathoz

14. feladat:

a. Belfegor hasznosságfüggvénye:

$$U_B(x_B, y_B) = x_B \cdot y_B^2.$$

A jövedelem most nem pénzben, hanem készletben van megadva. Belfegor készlete:

$$(\omega_A^x, \omega_A^y) = (0, 9).$$

A p árarány mellett Belfegor készletének értéke:

$$m_B = p \cdot 0 + 9 = 9.$$

A Cobb–Douglas-tulajdonság alapján Belfegor keresleti függvényei:

$$\begin{aligned}
x_B(p) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{m_B}{p}, \\
x_B(p) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{p}, \\
x_B(p) &= 3 \cdot \frac{1}{p}, \\
y_B(p) &= \frac{2}{3} \cdot \frac{m_B}{1}, \\
y_B(p) &= \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{1}, \\
y_B(p) &= 6.
\end{aligned}$$

Mivel Belfegornál kezdetben 9 csomag szőlőcukor van, és ebből a fenti számítás alapján bármilyen p mellett épp 6 egységet szeretne elfogyasztani, 3 csomag cukrot cserélne Aquinasszal. Ezért egyébként $3/p$ liter vizet kap.

b. Az előző ponthoz hasonlóan fogunk eljárni. Aquinas készlete:

$$(\omega_A^x, \omega_A^y) = (6,0).$$

Ennek értéke:

$$m_A = p \cdot \omega_A^x + \omega_A^y = p \cdot 6.$$

Aquinas hasznosságfüggvénye:

$$U_A(x_A, y_A) = x_A^2 \cdot y_A,$$

így a Cobb–Douglas-tulajdonság alapján a keresleti függvényei:

$$\begin{aligned}
x_A(p) &= \frac{2}{3} \cdot \frac{m_A}{p}, \\
x_A(p) &= \frac{2}{3} \cdot \frac{p \cdot 6}{p}, \\
x_A(p) &= 4, \\
y_A(p) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{m_A}{1}, \\
y_A(p) &= \frac{1}{3} \cdot p \cdot 6, \\
y_A(p) &= 2 \cdot p.
\end{aligned}$$

Aquinas víz iránti kereslete független az áraránytól, minden p mellett 4 liter vizet fog fogyasztani, a maradék $6-4=2$ litert elcseréli Belfegorral szőlőcukorra.

c. Az eddigiek alapján, ha $p=3$, akkor:

$$x_A(3) + x_B(3) = 3 \cdot \frac{1}{3} + 4 = 5,$$

$$y_A(3) + y_B(3) = 2 \cdot 3 + 6 = 12.$$

Ekkor vízből (x) túlkínálat, cukorból túlkereslet van, mivel előbbiből összesen 6, utóbbiból összesen csak 9 egység áll rendelkezésre. Vagyis ez nem egyensúly. De vajon nő vagy csökken vízből a túlkínálat, ha a víz olcsóbb lesz...? (Lásd a következő pontban.)

d. Ha $p=2$, akkor:

$$x_A(2) + x_B(2) = 3 \cdot \frac{1}{2} + 4 = 5.5,$$

$$y_A(2) + y_B(2) = 2 \cdot 2 + 6 = 10.$$

A vízkínálat még mindig meghaladja a vízkeresletet, de most már csak fél literrel. (Az előző pontban egy liter volt a túlkínálat mennyisége.)

e. Az egyensúlyi p^* árarány mellett a kereslet megegyezik a kínálattal, vagyis:

$$x_A(p^*) + x_B(p^*) = 6,$$

$$3 \cdot \frac{1}{p^*} + 4 = 6,$$

$$3/2 = p^*.$$

A Walras-törvény szerint ekkor a másik jószág (esetünkben a cukor) piacán is egyensúly van.

Vissza a feladathoz

15. feladat:

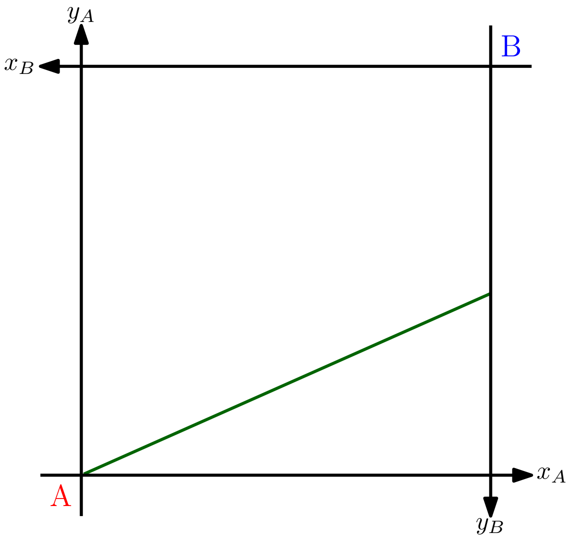
a. Ezt lényegében már megcsináltuk ebben a fejezetben, a **13. feladatban.** A Pareto-hatékony pontokban, amennyiben az Edgeworth-doboz belsejében vannak, a helyettesítési határarányok megegyeznek:

$$|MRS_A(x_A, y_A)| = |MRS_B(x_B, y_B)|,$$

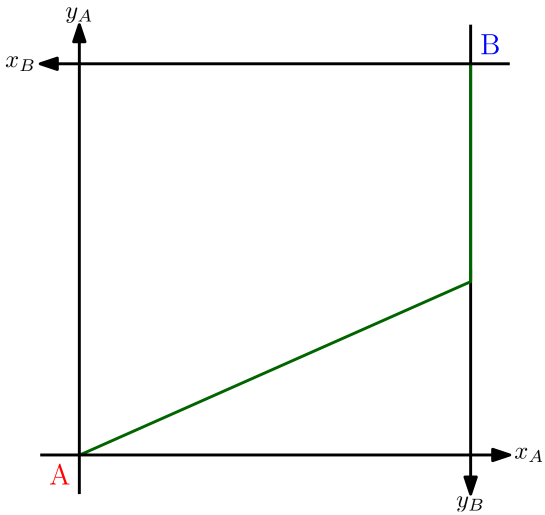
$$3 \cdot \frac{\sqrt{y_A}}{\sqrt{x_A}} = 2,$$

$$y_A = \frac{4}{9} \cdot x_A.$$

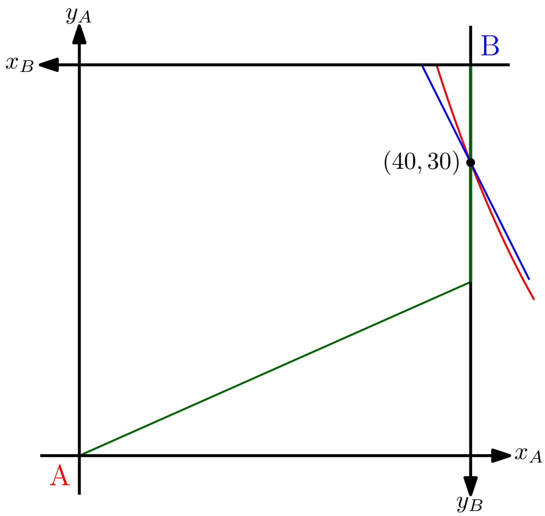
E pontok halmaza:



Esetleg feltűnhetett, hogy a jobb felső sarok nem eleme a halmaznak. Pedig a jobb felső sarokban minden jószág az *A* fogyasztóé. Ez azt jelenti, hogy nincs olyan elosztás, ahol nem jár rosszabbul, mint a jobb felső sarok által képviselt elosztásban. Azaz, ha minden jószág az *A* fogyasztóé, nem lehet Pareto-javítást végrehajtani, azaz egy ilyen elosztás Pareto-hatékony. Ez azt jelenti, hogy itt lesznek olyan Pareto-hatékony pontok is, amelyek nem belső pontjai az Edgeworth-doboznak, hanem valahol a szélén helyezkednek el. Tulajdonképpen nem nehéz megtalálni ezeket a pontokat, „logikus”, hogy a már megkapott egyenest kell csak összekötnünk a jobb felső sarokkal.



Ezen az összekötő szakaszon található pontok azért lesznek Pareto-hatékonyak, mert bár az *A* fogyasztó relatíve hasznosabbnak tartja az *x* jószágot, mint a *B* fogyasztó, már a gazdaság összes *x* jószága nála van, ezért nem tudnak kölcsönösen előnyös cserét kötni.



Ezen a rajzon a $(40, 30), (0, 10)$ elosztás példáján ábrázoljuk, hogy azok az elosztások, amelyeket mindketten preferálnak, melyek az *A* piros közömbösségi görbéjétől jobbra fel, a B kék közömbösségi görbéjétől balra le helyezkednek el, már kívül esnek az Edgeworth-dobozon.

b. Minden versenyzői egyensúlyi elosztás Pareto-hatékony. Az olyan Pareto-hatékony pontok, ahol $x_A = 27$, belső pontok. Ezekre a pontokra teljesül az

$$y_A = \frac{4}{9} \cdot x_A$$

egyenlőség, így

$$y_A = \frac{4}{9} \cdot 27 = 12.$$

A $(27,12),(13,28)$ elosztás tényleg tartozhat versenyzői egyensúlyhoz, mert:

$$\begin{aligned} |MRS_A(x_A^*, y_A^*)| &= 3 \cdot \frac{\sqrt{y_A^*}}{\sqrt{x_A^*}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{12}{27}} = 2, \\ |MRS_B(x_B^*, y_B^*)| &= \frac{2}{1} = 2, \end{aligned}$$

azaz $p^* = 2$ árarány mellett ezek egyénileg is optimális fogyasztások.

Legnagyobb bánatunkra a kezdeti készleteket nem ismertük meg, de szerencsére ez nem is volt kérdés.

Vissza a feladathoz

Mikrökonómiai feladatok tára I.

Ez a példatár a Budapesti CORVINUS Egyetemen a Mikroökonómia I. című tárgy oktatása során használt feladatokból ad válogatást. Különbözik az általában közreadott feladatgyűjteményektől, hiszen kifejezetten törekedtünk arra, hogy lehetőleg csak olyan feladatokat tartalmazzon, amelyekhez nem elég a tananyag képleteinek ismerete, hanem kicsit komolyabban „el kell gondolkozni rajtuk". Úgy véljük ugyanis, hogy a tananyag megértéséhez nem elegendő annak egyszerű ismerete, hanem azt alkalmazni is tudni kell. Feladataink ilyen „alkalmazások".