Budapesti Corvinus Egyetem
Közszolgáltatások közgazdasági és irányítási kérdéseinek
(oktató, továbbképző és kutató) Központja Alapítvány
2017/3-as kutatási beszámolójának cikk-tervezetté átdolgozott változata

A TÖBBSZEKTOROS NEMZETGAZDASÁGI MODELLEKBEN SZEREPLŐ EGYÜTTHATÓ MÁTRIXOK BECSLÉSÉNEK GYAKORLATBAN ALKALMAZHATÓ MÓDSZEREINEK BEMUTATÁSA

Révész Tamás

KIVONAT

A tanulmány a számszerűsített általános egyensúlyi modellek (CGE-modellek) elsősorban a statikus, determinisztikus és multiregionális CGE-modellek adatigényét képező különféle tranzakciós és transzformációs mátrixok becslési módszereit tárgyalja. Először e mátrixok statisztikai módszertani sajátosságait ismerteti, majd a becslésük módszereit tekinti át. Ennek keretében külön hangsúlyt kap a szerzőnek a negatív elemű referencia-mátrixszal és/vagy nempozitív elvárt peremekkel rendelkező mátrixok becsléséhez kidolgozott "additív-RAS" módszerének ismertetése, és hatékonyságának közgazdasági gyakorlati számpéldákkal való illusztrálása. A gyakorlati tapasztalatok és a szakirodalom tanulságainak összefoglalása kapcsán javaslatokat tesz a becslési módszerek továbbfejlesztésére és jövőbeni alkalmazásának módjára.

1. Bevezetés

Egy különféle dezaggregációkat tartalmazó gazdasági modellezés adatbázisában gyakran szerepel ilyen dezaggregált kategóriák kereszt-táblázata (vagy másnéven kontingencia-táblázata). Azonban sokszor e mátrixoknak csak a sor- illetve oszlopösszesenjei állnak rendelkezésre, és a kérdés az, hogy a matrix ismeretlen elemeit hogyan becsüljük úgy, hogy ezekkel a peremértékekkel összhangban legyen, és egy kiinduló (prior) becsléshez, "referenciamátrixhoz" valamilyen értelemben a legközelebb legyen (maradjon). Ennek a problémának a kezelésére dolgozták ki a RAS- és egyéb "entrópia-modell"-nek nevezett (általában iterációs lépésekkel operáló) módszereket illetve a legkisebb négyzetek elvén nyugvó kvadratikus célfüggvényű modelleket. A szakirodalomban terjedelmes vita bontakozott ki, hogy mikor melyik módszer a hatékonyabb, megbízhatóbb. Az eddigi tapasztalatok szerint az, hogy melyik módszert érdemes választani az részben a mátrix, az elvárt peremek, valamint a becsült mátrixszal kapcsolatos elvárásaink matematikai tulajdonságaitól (nemnegativitás, zérusérték, előjelváltás megengedett volta, ritka-mátrix-e, stb.) függ, részben pedig a matrix közgazdasági tartalmától. Például a negatív vagy zérus értékek akadályozzák a sztenderd módszerek alkalmazását. Gyakran előfordulhat, hogy egy kiigazítandó mátrix egyik pereme (vagy annak egyes elemei) úgy kell zérus értéket felvegyen, hogy a mátrixban megmaradjanak pozitív és negatív értékek egyaránt.

Tanulmányunkban ezeket a módszereket tekintjük át, először vázlatosan matematikailag, majd megvilágítva a többszektoros modellezési gyakorlatban előforduló mátrixok statisztikai problémáit és becslési sajátosságait. A kifejtés során néhány számpéldával is megvilágítjuk a módszerek alkalmazását.

2. A mátrixkiigazítási probléma és leggyakrabban használt megoldási módszerei

2.1. A mátrix kiigazítási probléma

A szakirodalomban leggyakrabban tárgyalt mátrixkiigazítási problémát a következőképpen fogalmazhatjuk meg (lásd például Lahr & Mesnard [2004], amin a módszer alábbi ismertetése is elsősorban alapul) :

Legyen **A** egy *m*x*n*-es méretű ún. referencia mátrix, amelynek sorösszesenjei az ismert **u** oszlopvektorral, oszlopösszesenjei pedig a szintén ismert **v** sorvektorral egyzenek meg (azaz $\mathbf{A1} = \mathbf{u}$, $\mathbf{1}^T\mathbf{A} = \mathbf{v}$, ahol **1** a megfelelő méretű öszegzővektor, a ^{T} felsőindex pedig a transzponálás jele). Keressük azt a szintén *m*x*n*-es méretű $\mathbf{X^o}$ mátrixot, amelynek sorösszesenjei az **u** oszlopvektorral, oszlopösszesenjei pedig a **v** sorvektorral egyeznek meg (azaz $\mathbf{X^o1} = \mathbf{u}$, $\mathbf{1}^T\mathbf{X^o} = \mathbf{v}$) úgy, hogy $\mathbf{X^o}$ az **A** mátrixhoz valamilyen értelemben *leghasonlóbb* legyen.

Természetesen attól függően, hogy hogyan definiáljuk két matrix "hasonlóságát" (vagy ennek ellentéteként "eltérését" vagy "távolságát") a feladat megoldása eltérhet.

Természetesen két matrix "hasonlóságának" adott képlete mellett elképzelhető, hogy a feladatnak *több megoldás*a van, azaz amelyekre ez a képlet azonos értéket ad. Azonban ha **A** *indekompozábilis* (irreducibilis), a lehetséges megoldások halmaza *kompakt*, és a célfüggvény e halmaz felett *folytonosan differenciálható*, akkor csak egyetlen megoldás létezik, ami általunk tárgyalt eljárásokra általában fennáll (Mesnard [2011]). E problémával általánosságban tehát itt nem foglalkozunk, de majd visszatérünk rá a matrixok "hasonlóságának" konkrét képletét alkalmazó eljárások (modellek) tárgyalásakor.

Mindenesetre a mátrixkiigazítási feladat *matematikai programozási feladat*ként írható fel, amelyben az adott korlátok ($\mathbf{X1} = \mathbf{u}$, $\mathbf{1^TX} = \mathbf{v}$, valamint esetleg nemnegativitási, illetve előjelazonossági korlátok) mellett keressük a *célfüggvény* optimális értékét (konkrétan a hasonlósági képlet maximumát vagy az eltérés valamilyen monoton növekvő függvényének minimumát).

2.2. A RAS-módszer

A legkézenfekvőbb, már az 1930-as években dokumentált, az 1940-es években már az input-output-modellezésben is használt megoldási algoritmus a RAS-módszer[1]. Ennek az iterációs módszernek első lépése az **A** mátrixnak (aminek sorösszesenjeit jelölje a **b** oszlopvektor, oszlopösszesenjeit pedig az **f** sorvektor) először a sorait szorozza meg a hozzátartozó kívánt sorösszesen és a tényleges sorösszesen (u_i/b_i) arányában (ezáltal a mátrixot kiigazítva az elvárt sorösszesenekhez), majd az így kapott mátrixot oszlopirányban igazítja ki hasonló arányos módon az elvárt **v** oszlopösszesenekhez[2]. A második lépésben az így kapott $\mathbf{A^1}$ mátrixra hajtja végre a fenti sor- és oszlopirányú arányos kiigazításokat, majd így tovább az i-edik lépésben az (i-1)-edik lépésben kapott $\mathbf{A}^{i-1}$ mátrixra végrehajtva a fenti sor- és

[1] Amit azonban a matematikai közgazdaságtanban RAS-algoritmusnak hívunk, azt más szakterületeken másképp, például a közlekedéstudományokban Furness [1965] nyomán Furness-algoritmusnak, máshol pedig Fratar-algoritmusnak nevezik.

[2] Az általánosság rovása nélkül a sor- és oszlopirányú kiigazítás sorrendje felcserélhető, a megoldást nem érinti.

oszlopirányú kiigazításokat kapja az $\mathbf{A}^i$ mátrixot. Ez az eljárás rendszerint konvergens[3], az $\mathbf{A}^i$ mátrixsorozat határértéke, azaz a megoldásul kapott **X** mátrix az

$$\mathbf{X1} = \mathbf{u}\ ,\ \mathbf{1}^{\mathbf{T}}\mathbf{X} = \mathbf{v},\ \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{i,j} \ln(x_{i,j}/a_{i,j}) \rightarrow \min \qquad (1)$$

matematikai programozási feladat megoldása (Bacharach [1970][4]), és (a feladatot a Lagrange multiplikátor módszerrel megoldva) előáll az

$$\mathbf{X} = \hat{\mathbf{r}}\,\mathrm{A}\,\hat{\mathbf{s}} \qquad (2)$$

szorzat alakban, ahol ˆ a vektorból diagonális mátrix képzésének a jele, **r** és **s** pedig rendre az $\mathbf{X1} = \mathbf{u}$ és $\mathbf{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{X} = \mathbf{v}$ korlátok árnyékáraiból képzett vektorok (Bacharach [1970]). Mivel a célfüggvény konvex és folytonosan differenciálható egy kompakt halmazon, ha az **A** mátrix indekompozábilis (teljesen összefüggő, lásd Zalai [2012]), akkor a $\mathrm{X} = \hat{\mathbf{r}}\mathbf{A}\hat{\mathbf{s}}$ megoldás egyértelmű, pontosabban az **r** és **s** vektoroknál egy tetszőleges δ skalárszorzót leszámítva (Bacharach [1970], Mesnard [2011]). Pontosabban: ha egy **r** és **s** vektorpár egy megoldás, akkor a $\mathbf{r}\cdot\delta$ és $\mathbf{s}/\delta$ vektorpár is az.

A RAS-módszer tehát egy *biproporcionális* (kétirányú arányosítási) módszer, ami végeredményben az eredeti mátrixot egyfelől soronként, másfelől oszloponként (az adott soron- illetve oszlopon belül) egységes szorzókkal igazítja ki.

A RAS-módszer $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{i,j} \ln(x_{i,j}/a_{i,j})$ célfüggvényét a szakirodalom az analóg információelméleti képlet alapján információveszteségnek nevezi[5]. Az ilyen alakra hozható feladatokat illetve megoldási módszerüket kereszt-entrópia- (cross-entropy) feladatoknak illetve módszereknek nevezik[6].

A RAS-módszert a közgazdasági szakirodalomba, elsősorban az Ágazati kapcsolatok Mérlegének becslésére Richard Stone vezette be (Stone [1961]; Stone és Brown, [1962]).

2.3. Egyéb mátrix kiigazító modellek

Természetesen még nemnegatív mátrixok esetén is a mátrixkiigazítási problémára ettől az információveszteségtől eltérő célfüggvények is használatosak, és indokolhatók. Az egyik igen hasonló célfüggvény a $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} \ln(a_{i,j}/x_{i,j})$ ami éppen megfordítja a célfüggvénybeli szereposztást a referenciamátrix elemeinek és a becsült matrix elemeinek értékei között (e célfüggvénnyel kapott megoldások összehasonlító elemzését lásd például McNeil és Hendrickson [1985] cikkében). E célfüggvény előnye, hogy minden $x_{i,j}$ változó csak egyszer szerepel a képletben, így könnyebb kiszámítani és matematikai tulajdonságai (monotonitás, nemnegativitás, stb.) is könnyebben átláthatóak.

[3] A konvergencia szükséges és elégséges feltételeit MacGill [1977] mutatta ki (lásd még Lemelin et al [2013])

[4] Schneider és Zenios [1990] szerint ezt Bregman [1967] már Bacharach [1970] előtt bebizonyította.

[5] A matematikai információelméletet Shannon [1948] dolgozta ki, és Theil [1967] vezette be a közgazdaságtudományba.

[6] A kereszt-entrópia fogalmát Kullback, S. és Leibler, R. A. [1951] vezette be és tárgyalta először.

A további természetes alapú logaritmus-függvényt tartalmazó, de eltérő súlyozású lehetséges célfüggvényekre itt nem térünk ki, hanem ehelyett áttérünk a “korlátozott legkisebb-négyzetek” jellegű célfüggvényekre.

Lahr és Mesnard [2004] szerint Pearson χ^2 mutatóját avagy a normalizált négyzetes eltérést (másnéven a normalizált legkisebb négyzetek módszerét) először Deming és Stephan [1940] majd Friedlander [1961] használta a matrix-kiigazítási feladat megoldására, majd Lecomber [1975] ajánlotta a szimmetrikus ágazati kapcsolatok mérlegeinek (SIOT-ok) frissítésére (“update”-olására). A minimalizálandó célfüggvény az alábbi két egyenértékű formulával írható fel:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (x_{i,j} - a_{i,j})^2 / a_{i,j} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (x_{i,j} / a_{i,j} - 1)^2 \cdot a_{i,j} \tag{4}$$

A második képletből látható, hogy ez a célfüggvény a becsült és eredeti mátrixelemek relatív (%-os) eltérésének az eredeti mátrixelemek nagyságával súlyozott négyzetösszegét jelenti. Könnyen belátható, hogy az egyszerű négyzetösszeg a kis elemeknél hajlamosabb nagyobb eltéréseket megengedni, míg a súlyozatlan relatív négyzetes eltérés éppen fordítva, a szétosztandó (az előírt sor- és oszlopösszeghez szükséges hozzáadandó illetve levonandó) mennyiségeket a nagyobb elemekhez hajlamos osztani, ahol a módosítás százalékosan kisebb értéket jelent.

Az is könnyen látható, hogy az entrópia jellegű, azaz logaritmus-függvényt tartalmazó célfüggvényekkel szemben a négyzetes eltéréseken alapuló célfüggvények elvben megengedik azt, hogy a becsült $x_{i,j}$ az eredeti $a_{i,j}$ -től eltérő előjelű legyen. Hasonlóképpen nyilvánvaló, hogy az eredeti zérus elemek is válhatnak nemzérussá. E problémákkal a következő fejezetben foglakozunk.

3. Negatív elemeket is tartalmazó illetve zérus peremértékű mátrixok kiigazítási módszerei

Egy különféle dezaggregációkat tartalmazó gazdasági modellezés adatbázisában gyakran szerepel ilyen dzeggregált kategóriák kereszt-táblázata (vagy másnéven kontingencia-táblázata). Ha ezek becslésére van szükség, akkor sok esetben a negatív vagy zérus értékek akadályozzák a sztenderd módszerek alkalmazását. Gyakran előfordulhat, hogy egy kiigazítandó mátrix egyik pereme (vagy annak egyes elemei) úgy kell zérus értéket felvegyen, hogy a mátrixban megmaradjanak pozitív és negatív értékek egyaránt.

Mint a 2. fejezetben bemutatott képleteikből is sejthető, a mátrix-kiigazítás eddig tárgyalt módszerei nem, vagy nem megfelelően működnek akkor, ha az indulómátrix egyes elemei vagy az előírt sor- illetve oszlopösszesenek egyrésze negatív. E problémák banális ad hoc kezeléseit leszámítva, mint például a kis negatív $a_{i,j}$ elemek zérusra cserélését (Omar [1967][7]) vagy változatlanul hagyását (amit Huang et al [2008] szokásos módszernek nevez), Günlük-Şenesen

[7] Idézi Lahr és Mesnard [2004]

és Bates [1988], majd az ő eredményeiket újrafelfedezve[8] Junius és Oosterhaven [2003] foglalkozott először alaposan a negatív elemek kezelésével. Az őáltaluk GRAS-nak nevezett módszer célfüggvényét Huang et al [2008] a $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} |a_{i,j}|\cdot(z_{i,j}\cdot\ln(z_{i,j}/e)+1)$ alakra tovább módosították, és ezt "javított-GRAS"-nak (IGRAS) nevezték el.

A kvadratikus célfüggvényt tartalmazó modellekben is megfogalmazható a becsült mátrix elemeire az előjelváltás tilalma. Jackson és Murray [2004] például (lásd a 10. sorszámú modelljüket) a $z_{i,j} = x_{i,j}/a_{i,j}$ változók szerint minimalizálandó

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} (z_{i,j}\cdot a_{i,j} - a_{i,j})^2\cdot|a_{i,j}|$$

célfüggvényt alkalmazzák erre a célra a szokásos peremfeltételek és az $z_{i,j} \geq 0$ nemnegativitási feltételek mellett. A nemnegativitási feltételeket szerepeltető fenti, általuk „előjeltartó négyzetes eltérés"-nek nevezett modell ugyan elég jól megoldható a rendelkezésre álló matematikai programozási számítógépes programcsomagokkal (pl. GAMS), de ezen egyenlőtlenség tartalmú feltételek nem teszik lehetővé az optimális megoldás levezetését a Lagrange-szorzók módszerével. Talán ezért is Huang et al [2008] a mátrixelemek előjelváltását nem így, hanem a Lagrange-függvénybe beépített $+M/2\cdot\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}|a_{i,j}|\cdot[\min(0, z_{i,j})]^2$ taggal akadályozza meg, ahol M egy adott kellően nagy pozitív szám.

A Huang et al [2008] által „javított normalizált négyzetes eltérés"-nek (INSD) nevezett módszer célfüggvénye a

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} (x_{i,j}/a_{i,j} - 1)^2\cdot|a_{i,j}| + M/2\cdot\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}|a_{i,j}|\cdot[\min(0, z_{i,j})]^2 \tag{7}$$

képlettel adható meg, és arra a következtetésre is jutottak, hogy a különböző entrópia és kavdratikus célfügvények közül ez a célfüggvény teljesített (átlagosan) a legjobban Junius és Oosterhaven [2003] számpéldáján. Ez – a jó becslési eredmények mellett – elvileg is alátámasztja az EU-GTAP projektben általunk választott hasonló (kvadratikus-jellegű) célfüggvény indokoltságát (Rueda – Revesz et al [2016]).

Huang et al [2008] úgy érvelnek, hogy az ISND-módszer hajlamosabb megőrizni az elemek előjelét mint más nem-biproporcionális módszerek.

3.1. Az előjelváltást megengedő módszerekről

Az értelemszerűen a negatív elemeket is tartalmazó mátrixok elemeinek becslésénél előfordulható előjelváltást korábban igyekeztek elkerülni (márcsak azért is mert negatív $z_{i,j}$ esetén a célfüggvényként definiált az entrópia-modellekben szokásosan használt logaritmus függvény nincs értelmezve), és az előjeltartó ("sign-preserving") algoritmusokat kidolgozni.

[8] lásd Umed Temurshoev et al [2011] (lásd még: http://www.wiod.org/publications/papers/wiod2.pdf)

Azonban előfordulhatnak olyan esetek is, amikor az előírt peremek olyanok, hogy az $a_{i,j}$ és $x_{i,j}$ elemek előjele különböző kell, hogy legyen.

Lemelin [2009] egy ilyen esetet is bemutat a cikkében. Miközben igyekszik kiterjeszteni és tesztelni a GRAS- és a Kullback – Leibler [1951] féle kereszt-entrópia becslési módszereket zérus-illetve negatív peremű mátrixokra, Junius és Oosterhaven számpéldájának mátrixát először mint nettó *világkereskedelmi mátrix*ot értelmezi át (ahol az inkonzisztens kiinduló adatok **A** mátrixának $a_{i,j}$ eleme mutatja a j-edik ország nettó exportját az i-edik termékből, és amelynek becsült X mátrixának mind a sorösszesenjeinek mind az oszlopösszesenjeinek zérusnak kell lenniük), majd mint nemzetközi befektetési nettó pozíciók mátrixát (ahol az inkonzisztens kiinduló adatok **A** mátrixának $a_{i,j}$ eleme mutatja a j-edik ország nettó követelését az i-edik befektetési eszközből, és amelynek becsült X mátrixának ugyan csak a sorösszesenjeinek kell zérusnak lenniük, de ez egyes oszlopösszesenek negatív értékét teszi szükségessé).

Lemelin a két módszerrel kapott eredményeket összevetve megállapítja, hogy a módosított GRAS-módszere jobbnak bizonyult mint a kereszt-entrópia módszer. Sajnos nem vizsgálta a kvadratikus-jellegű célfüggvényekkel kapható megoldásokat, pedig azok maguktól értetődően megengedik az előjelváltásokat. Erre a következő alfejezetben még visszatérünk.

Lenzen [2014] miután elsősorban a (az ÁKM-ekben külön oszlopban megjelenő) készletváltozások kapcsán bemutatja, hogy a készletváltozások milyen okokból, mely termékekből és milyen gyakorisággal változnak, általában is megfordítja az előjelváltás addigi negatív minősítését, és erényként hangsúlyozza, hogy ha kell, adott esetben a becslési eljárás meg tudja fordítani a matrix elemeinek előjelét.

3.2. Az additív RAS módszer

A zérus (vagy zérus-közeli) elvárt peremek illetve szerencsétlen helyen és nagyságrendben megjelenő negatív elemeket tartalmazó indulómátrix esetében használhatatlan RAS-módszert egy olyan, általam additív-RAS-nak nevezett iterációs algoritmusra módosítottam (Révész [2001]), amely szorzás helyett először a a sorösszegekben az elvárttól való elmaradást osztja szét a indulómátrix adott sorában levő elemek között az abszolútérték-részesedésük arányában.

Vezessük be a $g_i = u_i - \Sigma_j\, a_{i,j}$ és $h_j = v_j - \Sigma_i\, a_{i,j}$ jelöléseket az az előírt sor- és oszlopösszesenek eltérésére az **A** mátrix megfelelő sor- és oszlopösszesenjeitől, valamint legyen $\mathbf{S} = |\mathbf{A}|$, ahol $|\mathbf{A}|$ az a mátrix, amely **A** elemeinek abszolútértékeit tartalmazza, $\mathbf{w} = \mathbf{1}^{\mathbf{T}}\mathbf{S}$, $\mathbf{q} = \mathbf{S1}$, valamint $\mathbf{R} = \hat{\mathbf{q}}^{-1}\mathbf{S}$ és $\mathbf{C} = \mathbf{S}\hat{\mathbf{w}}^{-1}$ az **S** sor- illetve oszlopirányú megoszlásait tartalmazó mátrixok.

Az additív RAS iterációs algoritmus a következő:

Először (az általánosság rovása nélkül) sorirányú kiigazítást hajtunk végre az

$$x_{i,j}^{(1)(r)} = a_{i,j} + g_i^{(1)} \cdot r_{i,j} \tag{20}$$

képlet alapján (ahol $g_i^{(1)} = g_i$), majd oszlopirányban is hasonló kiigazítást kell végrehajtani a

$$x_{i,j}^{(1)} = x_{i,j}^{(1)(r)} + h_j^{(1)} \cdot c_{i,j} \tag{21}$$

képlet alapján, ahol $h_j^{(1)} = \mathrm{v_j} - \Sigma_\mathrm{i}\, x_{i,j}^{(1)(\mathrm{r})}$.

Általában az n-edik iteráció (amely tehát az n. sorirányú és n. oszlopirányú kiigazítás lépéseit tartalmazza) a

$$x_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})} = x_{i,j}^{(\mathrm{n-1})} + g_i^{(\mathrm{n})} \cdot r_{i,j} \tag{22}$$

(ahol $g_i^{(\mathrm{n})} = \mathrm{u_i} - \Sigma_\mathrm{j}\, x_{i,j}^{(\mathrm{n-1})}$) illetve

$$x_{i,j}^{(\mathrm{n})} = x_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})} + h_j^{(\mathrm{n})} \cdot c_{i,j} \tag{23}$$

képletekkel írható fel, ahol $h_j^{(\mathrm{n})} = \mathrm{v_j} - \Sigma_\mathrm{i}\, x_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})}$.

Egy korábbi cikkünkben (Révész – Koppány [2018]) bebizonyítottuk, hogy az additív-RAS algoritmus eredménye azonos az INSD-módszerével abban az esetben, ha a mátrix elemei nem váltanak előjelet. Szerencsére az előjelváltás csak az elvárt és tényleges peremértékek extrém arányai esetében fordulhat elő. Ugyanis (mivel az abszolútérték-részesedések kisebbek a részesedéseknél) hacsak az elvárt és tényleges peremértékek arányai nem csökkennek -100% alá, akkor az iteráció biztosan nem vezet a mátrix elemeinek előjelváltásához. Sőt általában még ennél extrémebb arányoknál sem. Mindenesetre még extrémebb arányok esetén megkérdőjeleződik a referencia mátrix használhatósága, azaz, hogy a keresett mátrix szerkezete tényleg képes-e megőrizni az eredeti mátrix szerkezetét.

A fenti „abszolútérték-részesedések kisebbek a részesedéseknél" megállapítás némi pontosításra szorul. Ugyanis ez akkor igaz, ha ugyanazon vektor elemeiből számítódnak. A fentebb bemutatott algorimus azonban az abszolútérték-részesedések mindig az indulómátrix $a_{i,j}$ elemeiből számítódnak, miközben az aktuális részesedések a mindenkori $x_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})}$ illetve $x_{i,j}^{(\mathrm{n})}$ mátrixok elemeiből. Így ha valamilyen oknál fogva ez utóbbiak arányai jelentősen eltérnek az eredeti mátrixétól, akkor előfordulhat, hogy az additív-RAS algoritmus előjelet vált. Ettől persze még konvergálhat, és egész ésszerűnek látszó eredményekre is vezethet, de nem garantálható, hogy valamilyen szokásos optimumkritérium (távolságmetrika) alapján a legjobb becslést adja.

Ha tehát az additív-RAS algoritmus előjelváltást eredményez és ezáltal matematikai tulajdonságai úgyis átláthatatlanná válnak, akkor már érdemes az algoritmust egy technikailag csekély módosítással használni. Nevezetesen az abszolútérték-részesedéseket is – a RAS-algoritmus szorzói logikájához hasonlóan - a mindenkori $x_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})}$ illetve $x_{i,j}^{(\mathrm{n})}$ mátrixok (pontosabban mivel eltérnek az eredeti additív-RAS algoritmusétól, ezért jelöljük ezeket $\tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})}$ -vel illetve $\tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n})}$ -vel) arányában szétosztani. Tehát az n. iterációs lépés (22)-(23) képletei az alábbiakra módosulnak:

$$\tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})} = \tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n-1})} + g_i^{(\mathrm{n})} \cdot r_{i,j}^{(\mathrm{n})} \tag{34}$$

ahol $r_{i,j}^{(\mathrm{n})} = |\,\tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n-1})}| \,/\, \Sigma_\mathrm{j}\, |\,\tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n-1})}|$, illetve

$$\tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n})} = \tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})} + h_j^{(\mathrm{n})} \cdot c_{i,j}^{(\mathrm{n})} \tag{35}$$

ahol $c_{i,j}^{(\mathrm{n})} = |\,\tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})}| \,/\, \Sigma_\mathrm{i}\, |\,\tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})}|$.

Általában is az additív RAS módszer általános képleteiből (lásd a (22)-(23) illetve (34)-(35) egyenleteket) látható, hogy mivel $\Sigma_\mathrm{j}\, r_{i,j} = \Sigma_\mathrm{j}\, r_{i,j}^{(\mathrm{n})} = \Sigma_\mathrm{i}\, c_{i,j} = \Sigma_\mathrm{i}\, c_{i,j}^{(\mathrm{n})} = 1$ definíciószerűen, ezért

$\Sigma_j\, x_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})} = \Sigma_j\, \tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n})(\mathrm{r})} = u_i$, $\Sigma_i\, x_{i,j}^{(\mathrm{n})} = \Sigma_i\, \tilde{x}_{i,j}^{(\mathrm{n})} = v_j$, azaz az előírt peremfeltételek teljesülnek.

Természetesen nemnegatív elemek esetén mind az eredeti, mind a módosított additív-RAS iterációs lépései pontosan ugyanazt adják mint a hagyományos RAS-algoritmus, azaz megoldásaik is azonosak.

Szerencsére az eddigi több mint 25 éves tapasztalataim alapján általában az additív-RAS-módszernek mind a konvergenciája elég gyors, mind az illeszkedése rendkívül jó.

Mielőtt a nagyméretű mátrixokra és többlépcsős módon történő különféle gyakorlati alkalmazásainak menetét és főbb eredményeit bemutatnánk, érdemes a módszer közgazdasági hasznosságát egy egyszerű számpéldával megvilágítani.

Tegyük fel például, hogy a pénzügyi statisztikákból (viszonylag) pontosan ismerjük a lakosság megtakarításait, de a lakosság jövedelmeire illetve fogyasztására vonatkozó adataink ezzel nem konzisztensek, azaz nem tesznek eleget a jövedelem – fogyasztás = megtakarítás mérlegösszefüggésnek. Ha például a tényleges megtakarítás 800 volt, a jövedelemre és a fogyasztásra vonatkozó rendre 5200 és 4800 értékű előzetes adataink szerint pedig 5200 – 4800 = 400, akkor az eredeti RAS módszer a mérlegegyensúlyt a jövedelem és fogyasztás egységesen 800/400 = 2 -szeresre való növelésével biztosítaná (lásd 1. táblázat).

4. táblázat: A háztartások jövedelmi-kiadási adatainak becslése

	eredeti adatok	RAS-becslés	additív-RAS becslés
bevétel	5200	10400	5408
kiadás (-)	-4800	-9600	4608
egyenleg (=megtakarítás)	400	800	800
előírt egyenleg	800	800	800

Ez azonban a jövedelemre 10400-as, a kiadásokra pedig 9600-as értéket eredményezne, ami teljesen irreális, ekkora statisztikai hiba ezekben az adatokban gyakorlatilag nem képzelhető el.

Úgy is mondhatnánk, hogy az eredeti RAS módszernél a farok csóválja a kutyát, avagy a gombhoz varrjuk a kabátot. Természetesen ezzel a megállapítással nem általában kívánom a RAS módszert bírálni, csak arra igyekszem rámutatni, hogy az eredetileg nemnegatív adatok kiigazítására kidolgozott módszernek a negatív számokat tartalmazó, és speciális közgazdasági értelemmel bíró adatmátrixok esetében jelentős fogyatékosságai vannak (vagy ahogy Jackson és Murray [2004] jellemezték, a negatív elemek esetén a RAS viselkedése „erratic", azaz kiszámíthatatlanul változékonyak lehetnek az iterációk eredményei).

Az általam definiált additív RAS módszer ezzel szemben a megtakarításokban jelentkező $800 - 400 = 400$ egység eltérést úgy szünteti meg, hogy ezt az eltérést a jövedelem és a fogyasztás között eredeti abszolút értékeik arányában osztja el. Konkrétan a jövedelem részesedési aránya $5200 / (5200 + 4800) = 0{,}52$, a fogyasztásé pedig $0{,}48$, és így a jövedelem eredeti értékét $400 \cdot 0{,}52 = 208$ egységgel, a fogyasztás eredeti értékét pedig $400 \cdot 0{,}48 = 192$ egységgel csökkenti (a mérlegösszefüggésben negatív előjellel szereplő értékét növeli). A végeredményül a jövedelemre kapott $5200 + 208 = 5408$, és a fogyasztásra kapott $4800 - 192$

= 4608 értékek (lásd az 1. táblázat utolsó oszlopát) közgazdaságilag is elfogadhatók (az eredeti adatokat csak 4 %-kal kellett korrigálni!) és természetesen eleget tesznek az 5408 – 4608 = 800 elvárt mérlegegyenlőségnek is.

A háztartási szektort 3 rétegre bontva és ezáltal a sorirányú kiigazítás problémáját is bevonva az additív-RAS működését illusztráló fenti példába tekintsük az alábbi feladatot:

1. táblázat A háztartások 1998. évi jövedelem-kiadás mátrixa

	Jövedelmi csoportok			1998. évi	**2001. évi**
	alsó 40%	középoszt.	felső 20%	Összesen	**Összesen**
Munka és vegyes jövedelmek (működési eredménnyel)	936 589	1 852 908	2 176 795	4 966 293	**7 681 984**
Tulajdonosi jövedelem (nettó)	21 388	173 371	309 241	504 000	**539 485**
Adók, elvonások (Munkaadói járulékok nélkül !)	-150 341	-330 611	-456 164	-937 116	**-1 544 970**
Pénzbeni társadalmi juttatás	462 015	625 189	318 578	1 405 781	**1 990 328**
Természetbeni társadalmi juttatás	475 948	445 804	366 855	1 288 607	**1 853 764**
Transzferek egyenlege (felhalmozási is)	94 989	71 588	142 913	309 490	**394 459**
Le: Állóeszközfelhalmozás (Lakás, stb.)	-87 870	-141 912	-195 019	-424 800	**-729 336**
Le: Fogyasztás	-1 741 353	-2 396 159	-2 117 648	-6 255 160	**-9 534 185**
Le: Nettó pénzmegtakarítás	-11 366	-300 179	-545 550	-857 095	**-651 529**
Összes bevétel és kiadás egyenlege:	**0**	**0**	**0**		**0**

2. táblázat A háztartások additív-RAS módszerrel becsült 2001. évi jövedelem-kiadás mátrixa

	Jövedelmi csoportok			becsült	**előírt**
	alsó 40%	középoszt.	felső 20%	Összesen	**Összesen**
Munka és vegyes jövedelmek (működési eredménnyel)	1 483 448	2 871 145	3 327 391	**7 681 984**	**7 681 984**
Tulajdonosi jövedelem (nettó)	23 873	187 554	328 058	**539 485**	539 485
Adók, elvonások	-241 989	-543 508	-759 473	**-1 544 970**	-1 544 970
Pénzbeni társadalmi juttatás	666 977	881 064	442 287	**1 990 328**	1 990 328
Természetbeni társadalmi juttatás	697 839	638 330	517 595	**1 853 764**	1 853 764
Transzferek egyenlege (felhalmozási is)	124 248	91 181	179 030	**394 459**	394 459
Le: Állóeszközfelhalmozás (Lakás, stb.)	-147 623	-243 290	-338 423	**-729 336**	-729 336
Le: Fogyasztás	-2 598 670	-3 658 161	-3 277 354	**-9 534 185**	-9 534 185
Le: Nettó pénzmegtakarítás	-8 103	-224 315	-419 111	**-651 529**	-651 529
Összes bevétel és kiadás egyenlege:	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

Mint a 2. táblázatból látható, a zérus oszlopösszegek (és emiatt szükségképpen negatív elemeket is tartalmazó indulómátrix) mellett is az additív-RAS kiválóan megoldotta a kigazítási feladatot.

A fenti példához hasonló, de 10 rétegre és ennél több jövedelmi-kiadási kategóriára bontott réteg-költségvetési adatokkal is a konvergencia mindig rendkívül gyorsan megvalósult, és a számított eredmények közgazdaságilag értelmesnek, és a kiinduló struktúrákat nagyon jól megőrzőeknek bizonyultak.

3.3. A 2010. évi EU-ÁKM-eket a GTAP-ágazati bontásban becslő entrópia modell

Az ún. EU-GTAP projekt keretében (lásd Rueda et al (2016) a **EU-GTAP project - final report-161005.pdf** file-ban) az Európai Bizottság Kereskedelmi Főigazgatósága (DG Trade) megbízásából a Közös Kutató Központ (JRC) az Eurostat közvetítői, módszertani ellenőri és a GTAP-konzorcium[9] szakértői segítségével az EU-országok 2010. évi Ágazati kapcsolati Mérlegeit (ÁKM-eit) és termékadó mátrixait állították elő egységes szerkezetben (beleértve a hiányzó ÁKM-eknek a becslését is, és a nettó termékadómátrixoknak a főbb termékadófajták és támogatások szerinti bontását is – becslésekkel – elvégezve).

E projekt keretében is sor került az additív-RAS módszer alkalmazására. Az Eurostat 26 hivatalos nettó termékadó mátrixot adott át (a 28 EU tagországra kivéve Spanyolországot és Belgiumot), amiből 12 országra (konkrétan: Austria, Csehország, Németország, Horvátország, Litvánia, Málta, Hollandia, Lengyelország, Portugália, Románia, Svédország és Szlovákia) az összetevőket is tartalmazta valamilyen bontásban. Spanyolországra állítólag létezik a nettó termékadómátrix, de titkosítva van. Ezért az additív-RAS kétirányú arányosítási módszerrel becsültük a 2010. évi Felhasználás táblát használva referenciamátrixként[10]. Ez az összehasonlításként szintén alkalmazott RAS-módszerhez képest (ami eleve nem alkalmazható zérus peremértékek esetén, negatív elemek esetén pedig "megjósolhatatlan" eredményekre vezet) jóval ésszerűbb szétosztását eredményezte a rendelkezésre álló sor- és oszlopösszeseneknek.

Az EU-GTAP projektben a kétirányú mátrix-kiigazítási probléma egy komplexebb becslési feladat részeként jelent meg. Ugyanis mind a hazai termékáramlások mátrixát, mind az importmátrixot kellett becsülnünk, de nem külön-külön, hanem úgy, hogy az oszlopösszesenek (folyó termelőfelhasználás ágazatonként, összes felhasználás végső felhasználási kategóriánként), illetve az egyes cellákra vonatkozó alsó- és felső korlátok csak a két mátrix összegére álltak rendelkezésre. Ezért a feladatot bi-mátrix kiigazítási feladatnak is nevezhetjük.

Ezen túlmenően (főleg az eredeti statisztikai adatok hibái, inkonzisztenciája, és negatív elemekhez vezető módszertani megoldásai miatt) néhány esetben egyedi kivételekkel, de a mátrixok elemei zömére nemnegativitási kikötéssel is kellett élnünk, valamint az aggregáltabban rendelkezésre álló adatokat figyelembevéve a becslendő (dezaggregáltabb) mátrix elemeire blokk-összesen, és egyéb feltételeket is elő kellett írnunk.

[9] Erről a világmodellezési adatbázissal foglalkozó szervezetről lásd a honlapjukat (www.gtap.org)

[10] Ez azokban a sorokban minden elemre negatív nettó termékadót becsült, ahol a sorösszesen, azaz az adott terméken levő összes termékadók és támogatások egyenlege (nettó termékadó) negatív volt (például a mezőgazdaság, bányászat és szárazföldi közlekedés esetében). Hasonlóan, azon ágazat (konkrétan az élelmiszeripar) oszlopában, amelynek az inputjain összességében negatív volt a termékadók és támogatások egyenlege, szintén minden elemre negatív (vagy zérus) termékadót becsült az additív-RAS módszer. Ezzel szemben a RAS-módszer a negatív peremű sorok és negatív peremű oszlopok találkozási pontjában (cellájában) *pozitív* (!) nettó termékadót becsült, ami teljességgel elfogadhatatlan.

E komplex feladat megoldására kidolgozott modell (az alsó- felső- korlátokat az egyes ráfordítási együtthatókra, export/termelés részarányokra és készletfelhalmozásokra, az előjelkorlátokat és kivételeket nem tartalmazó) lényegi részét az alábbiakban írhatjuk fel matematikai jelölésekkel:

Halmazok:

I GTAP-adatbázisban (www.gtap.org) szereplő ágazatok (általános elemét *i* -vel illetve *j* -vel jelöljük attól függően, hogy sor- vagy oszlopindexet jelöl)

V végső felhasználási kategóriák (általános elemét *v* -vel jelöljük)

B Az Eurostat ÁKM-ek és a GTAP-ágazatok közös aggregációjának ágazatai (általános elemét *b* -vel illetve *b’* -vel jelöljük attól függően, hogy sor- vagy oszlopindexet jelöl)

M(b,i) A közös aggregációs szint ágazatai és a GTAP-ágazatok megfeleltetésének halmaza, azon (*b,i*) párok halmaza, amelyben az *i* GTAP ágazat a *b* közös aggregációs ágazatba tartozik

Változók (normális esetben nemnegatívak, például a készletfelhalmozás)*:*

D^p(i,j) a hazai termékek folyó termelő felhasználásának mátrixa az ÁKM-ben

D^f(i,v) a hazai termékek végső felhasználásának mátrixa az ÁKM-ben

M^p(i,j) az importmátrixnak a folyó termelő felhasználási blokkja

M^f(i,v) az importmátrixnak a végső felhasználási blokkja

Paraméterek:

x(i) bruttó termelési értékek GTAP-ágazatonként

m(i) import GTAP-ágazatonként

v(i) hozzáadott érték GTAP-ágazatonként

ε alkalmasan megválasztott kis szám (0,1 a GAMS programban)

λ alkalmasan megválasztott nagy szám (10 a GAMS programban)

D_0^p(i,j) referencia (prior) mátrix a D^p(i,j) becsléséhez

D_0^f(i,v) referencia (prior) mátrix a D^f(i,v) becsléséhez

M_0^p(i,j) referencia (prior) mátrix a M^p(i,j) becsléséhez

M_0^f(i,v) referencia (prior) mátrix a M^f(i,v) becsléséhez

D_a^p(b,b’) a D^p(i,j) közös aggregációs ágazatokra vonatkozó blokk-összesenjei

M_a^p(b,b’) az M^p(i,j) közös aggregációs ágazatokra vonatkozó blokk-összesenjei

D_a^f(b,v) a D^f(i,v) közös aggregációs ágazatokra vonatkozó blokk-összesenjei

M_a^f(b,v) a M^f(i,v) közös aggregációs ágazatokra vonatkozó blokk-összesenjei

⋮

Korlátozó feltételek[11]:

x(i) = $\sum_j D^p(i,j) + \sum_v D^f(i,v)$

m(i) = $\sum_j M^p(i,j) + \sum_v M^f(i,v)$

v(j) = $x(j) - \sum_i \{D^p(i,j) + M^p(i,j)\}$

$D_a^p(b,b') = \sum_{i|(b,i)\in M} \sum_{j\,|\,(b',j)\in M} D^p(i,j)$

$M_a^p(b,b') = \sum_{i|(b,i)\in M} \sum_{j\,|\,(b',j)\in M} M^p(i,j)$

$D_a^f(b,v) = \sum_{i|(b,i)\in M} D^f(i,v)$

$M_a^f(b,v) = \sum_{i|(b,i)\in M} M^f(i,v)$

⋮

(Itt sem soroljuk fel az egyes ráfordítási együtthatókra, exportokra és készletfelhalmozásokra vonatkozó abszolút- illetve relatív , alsó- illetve felső- korlátokat, és az előjelkorlátokat illetve az az alóli kivételeket)

Célfüggvény:

$$\sum_{i,j}\left(\left[\frac{D^p(i,j)+\varepsilon}{D_0^p(i,j)+\varepsilon} - 1\right]^2 + \left[\frac{D_0^p(i,j)+\varepsilon}{D^p(i,j)+\varepsilon} - 1\right]^2 + \left[\frac{M^p(i,j)+\varepsilon}{M_0^p(i,j)+\varepsilon} - 1\right]^2 + \right.$$
$$\left. + \left[\frac{M_0^p(i,j)+\varepsilon}{M^p(i,j)+\varepsilon} - 1\right]^2 \right) + \lambda\cdot\sum_{i,v}\left(\left[\frac{D^f(i,v)+\varepsilon}{D_0^f(i,v)+\varepsilon} - 1\right]^2 + \left[\frac{M^f(i,v)+\varepsilon}{M_0^f(i,v)+\varepsilon} - 1\right]^2 \right)$$

Figyeljük meg a fenti célfüggvény alábbi sajátosságait:

- ε alkalmasan választott kis számérték teszi lehetővé, hogy olyan cellákra is nemzérus becslést kaphassunk, amelyekre az indulómátrixban zérus érték szerepelt. Ezt a minimumértéket vezette be például Möhr et al. (1987) a RAS-módszer alkalmazásánál az előírt feltételek (sokszor rejtett) inkonzisztenciája kiküszöbölésére (ezt a szerzők "augmentation"-nek hívják), ezáltal biztosítva, hogy rendelkezésre álljanak növelhető elemek, ha az előírt sor- és oszlopösszegek ezt kívánják meg. Később például Lemelin et al [2013] is használták ezt a módszert arra hivatkozva, hogy a kereszt-entrópia modell célfüggvényében szereplő logaritmust zérus elemekre enélkül nem lehetne kiszámítani ("To avoid having to take the log of zero in the CE /Cross Entropy/ method, the GAMS program adds a small amount to each cell value") és ezt az érvelést szó szerint de idézés nélkül átveszi Ming-Chang Lee [2014]. Mi azonban nem pusztán a fenti technikai okokból engedjük meg az ilyen kis pozitív értékeket, hanem azért is, hogy a ténylegesen *korábban nem létező áramlásokat is megragadhassuk*, valamint azért, hogy biztosítsuk a ritka

[11] Ebben a blokkban a | függőleges vonalszakasz a "ha" szót helyettesíti, azaz azt jelenti, hogy az összegzés azon elemekre szorítkozik, amelyek a | jel jobb oldalán álló feltételt kielégítik.

mátrixok esetén is a gyors konvergenciát és közgazdaságilag értelmes megoldást (a kényszerigazodások mellékhatásait csökkentendő).

- az egyes mátrixelemek relatív eltéréseit az indulómátrix megfelelő elemétől reciprok, a számlálót a nevezővel felcserélő módon is szerepeltetjük, összeadva az eeredeti hányadossal. Ez az újszerű megoldás megakadályozza, hogy az indulómátrixbeli nagy abszolútértékű elemek nagyon kicsire változzanak a becslésben.
- a λ súlyok (konkrétan λ=10 értékkel futott a GAMS program), amiket más elvi alapon mások is már bevezettek (Byron, R.P. (1978) például az indulóértékek megbízhatóságának mutatójaként értelmezi), itt arra szolgálnak, hogy a végső felhasználásokra adott becslés jobban igazodjon az indulómátrixbeli értékhez, pontosabban annak *ellen*súlyozására lettek bevezetve, hogy a becslés ne legyen hajlamos az igen nagyszámú folyótermelőfelhasználási mátrixelem relatív hibáinak csökkentése érdekében feláldozni a viszonylag kisszámú végsőfelhasználási mátrixelem illeszkedési pontosságát.

4. A nemzetgazdasági elemzésekben használt fontosabb kiigazítandó mátrixok

E fejezetben a bevezetőben említett tipikus problémákat elsősorban a saját, az Eurostat ÁKM-ekkel kapcsolatos tapasztalataim alapján igyekszem megvilágítani.

4.1. Az „A-típusú ÁKM”

Az ÁKM-ek két egymást átfedő mérlegből állnak. Egyfelől (az ún. felső hasábban, vagy idegen szóhasználattal a „tranzakciós-mátrixban”) tartalmazzák (sorirányban) az egyes termékek mérlegeit, másfelől (oszlopirányban) a termelési érték felosztását ráfordításokra és jövedelmekre. Ha a felhasználásokban nem különböztetjük meg a hazai és import eredetű termékeket, akkor a termékmérlegek az $\mathbf{x} + \mathbf{u} = \mathbf{t} + \mathbf{y}^h + \mathbf{z}$ egyenletrendszerrel írhatók fel, ahol az $\mathbf{x}$ vektor az egyes ágazatok (vagy termékek) bruttó termelésének vektora, az $\mathbf{u}$, $\mathbf{z}$, $\mathbf{t}$ és $\mathbf{y}^h$ rendre az import, az export, a folyó termelő felhasználás és a belföldi végső felhasználás termékenkénti bontását mutató vektor. Az ÁKM-ekben a $\mathbf{t}$ a felhasználó ágazatok szerint is megbontva szerepel ($\mathbf{T}$ mátrix, aminek t_{ij} eleme mutatja az i-edik termék felhasználását a j-edik termék előállításában).

Az ún. **“A” típusú mérleg** is együtt szerepelteti a táblázat felső hasábjában az importált és a hazai termékek elosztását, de mint az alábbi ábrán látható, az oszlop- és a sorösszegek egyenlőségét nem az importnak a hazai kibocsátáshoz való hozzáadásával, hanem a végső felhasználásból való levonásával teremti meg ($\mathbf{x} = \mathbf{t} + \mathbf{y}^h + \mathbf{z} - \mathbf{u}$ képlettel felírható nettó termékmérlegek, ahol $\mathbf{z} - \mathbf{u}$ a *nettó export*).

Az ágazati kapcsolatok “A” *típusú mérlege*

Az induló ÁKM tábla

T	$\mathbf{y}^d$	$\mathbf{z} - \mathbf{u}$	**x**
$\mathbf{t}^a$	t_d	$-t_z$	t
h	0	0	h
x	y_d	$-d_e$	

A számított együtthatók

A	$\mathbf{s}^d$
$\boldsymbol{\tau}^a$	τ_d
c	0
1	1

Az egyszerűbb ***ÁKM-modellek*** a táblázat számaiból együtthatókat képeznek, amiknek a jelöléseit a fenti ábra jobb oldali részében láthatjuk. Az $\mathbf{A} = \mathbf{T}\langle\mathbf{x}\rangle^{-1}$ mátrix elemei a termelés technológiai ráfordítási együtthatói lesznek, és oly módon képezzük őket, hogy nem teszünk különbséget a hazai vagy külföldről behozott, feltételezés szerint azonos használati értékű termékek között.

4.2. Ad-hoc kiigazítási módszerek

Bár az Eurostat (Eurostat [2008], lásd IO-EU-Handbook-KS-RA-07-013-en.pdf) kiadott egy módszertani útmutatót a tagországok statisztikai hivatalainak arra, hogy hogyan állítsák össze ezeket az ÁKM-táblákat, és egy kitöltendő Excel sablon (template) fájlt, a tagországok ezt a feladatukat kissé szabadon értelmezik, ami részben azzal a ténnyel magyarázható, hogy az egyes országokban eltérő adatok és adatfeldolgozó kapacitások állnak rendelkezésre, valamint eltérő szabályoknak is kell megfelelniük. Még az Eurostat útmutatója is különböző elszámolási módszereket tesz lehetővé, és a sablonban szereplő adatkategóriák egyrészét sem kötelező megadni. Sőt, a kötelezően, határidőre megadandó adatok el nem küldését (el nem készítését) sem szankcionálják, aminek köszönhetően sok ország el is hanyagolja ezt a kötelezettségét.

Mindenesetre az elkészült ÁKM-ek jelentős mértékben különböznek az alábbi tekintetben:

- Tevékenységi- vagy szervezeti csoportosításban definiálják az ágazatokat
- Mely ágazatok vannak elrejtve (például másokkal összevonva, lásd a 3. lábjegyzetet)
- A hazai vagy a nemzeti fogyasztást mutatják be ágazati bontásban (turistakiadások kezelése)
- Az exportot (es importot) mennyire bruttó módon számolják el (reexport-, bérmunka- es egyéb ideiglenes tételek), és megkülönböztetik-e az EU-n (vagy eurozónán) belüli exportot a többitől
- Hogy kezelik az ún. cif-fob eltérést (az export- és importár eltérését az útközben rárakódó árrések miatt)

- Különválasztják-e a készletfelhalmozást az értéktárgyak („valuables”) felhalmozásától
- Kimutatják-e az amortizációt a bruttó működési eredményen belül
- Kimutatják-e a béreket a (TB-járulékokat is tartalmazó) bruttó munkajövedelmen belül
- Mely háttértáblákat készítik el, illetve publikálják, és milyen módszerrel készítik ezeket, a korábban felsorolt kiegészítő adatok közül melyeket tartalmazzák

Az Eurostat mindezt érzékelve kiadott egy, a fenti és hasonló módszertani dilemmákra az egyes tagországokban alkalmazott megoldásokra vonatkozó kérdőívet, amire beérkező válaszokat is tartalmazó
Answers_questionnaire_SUIOT_compilation_September2015_forSE_upload_new.xlsx
file is letölthető az Eurostat honlapjáról.

A kérdőív válaszai azt is mutatják, hogy mi a RAS-féle módszerek szerepe a mérlegek kiegyenlítésében. A fenti file "5. Methodology" munkalapja 51-72. sorában igen tanulságos például az UK esete (99 %-ban kézzel balanszíroznak, és a RAS-ra csak a maradék 1 %-ot bízzák), ami alátámasztja a prior-mátrix jóságának fontosságát az entrópia modelleknél. Kicsit leegyszerűsítve úgy fogalmazhatunk, hogy ha elég közel van az indulómátrix a végsőhöz, akkor már majdnem mindegy a módszer (McNeil és Hendrickson [1985], Round [2003]). Polenske [1997] is hangsúlyozza, hogy tévedés a RAS-t univerzális csodaszernek tekinteni, ha nem elég gondosan állítjuk össze a prior-mátrixot, akkor a RAS-becslés közgazdasági szempontból gyakran elfogadhatatlanul nagyarányú eltéréseket eredményez a valóságtól.

A fent és a kérdőív válaszaiban felsorolt módszertani és gyakorlati eltérések miatt is a sablon ellenére nehéz standardizált, egymással összehasonlítható, és elszámolási mérlegekbe beilleszthető, automatikusan feldolgozható európai ÁKM-eket előállítani a multiregionális modellezés céljára. Az eddigi legátfogóbb kísérlet erre a fentebb már említett, a 2014-2016. években az Európai Bizottság (EB) keretén belül folyó EU-GTAP projekt volt. Ennek során az EU-országok 2010. évi ÁKM-jeiben valamint termékadó és terméktámogatási mátrixaiban feltárt hibákat részben kiküszöböl(tet)ték, illetve ezekre felhívták a figyelmet, majd az így kapott „Eurostat-szerkezetű” ÁKM-eket és a hozzájuk tartozó termékadó mátrixokat transzformálva (elsősorban a bányászatot, az élelmiszer-ital-dohányipart, a textil-ruházati ipart, a kohászatot, valamint a villamosenergia-gáz-hőszolgáltatást dezaggregálva) a GTAP-adatbázis 57 ágazatára előállították mind alapáron mind felhasználói áron a termék(csoportos) bontású EU-GTAP ÁKM-eket. Az eredmények a GTAP világmodell adatbázis 9.2-es verziójába építették be.

4.3. Fogyasztás- és beruházási transzformációs mátrixok becslése

Egyes kifinomultabb CGE-modellek a beruházási keresletet a beruházó ágazatok keresletéből és az ágazatra jellemző beruházási jószág-szerkezetből ("anyagi-műszaki összetétel"-ből, importhányadokból) vezetik le. E szerkezeteket foglalja össze a beruházási mátrix, amelynek sorai a beruházási javak (szállítóit), oszlopai pedig a beruházó ágazatokat képviselik.

Hasonlóan a fogyasztást is sokszor az ún. COICOP-fogyasztási kategóriák szerinti bontásból kiindulva becslik, az ún. (Lancaster-féle) fogyasztás-transzformációs mátrixszal transzformálva.

Ezek a transzformációs mátrixok azonban a hivatalos statisztikákban nem találhatók meg. Még az EU-országok közül is csak a német, az angol és az osztrák fogyasztás transzformációs mátrix létezik egy vagy több időszakra (ebből a szempontból, és dezaggregáltság szempontjából is a legjobb az angol). Beruházás transzformációs mátrixot is csak Ausztria (2005-re az ÁKM-hez kiegészítésként) és az Egyesült Királyság publikál (évenként, 1997-től).

A többi transzformációs mátrixot becsléssel kell meghatározni (általában RAS- vagy egyéb entrópia-becsléssel) az elérhető transzformációs mátrixokat referenciaként használva.

Hozzá kell tenni, hogy a tagországok egynémelyikétől (és ha ezet a tagállam beküldi az Eurostatnak, akkor az Eurostat adatbázisból is) lehet szerezni adatokat az egyes ága(zato)k beruházásának "anyagi-műszaki összetétel"-éről (pl. Olaszországra, Spanyolországra, Magyarországra is), de ezekből meg sok becslésen, transzformáción keresztül vezet az út a multiregionális modellekben felhasználható transzformációs mátrixokig (Révész – Zalai [2013]).

A fogyasztás- és beruházási transzformációs mátrixok illusztrálására bemutatjuk azokat a refernciamátrixokat és RAS-becsléssel készült frissítésüket, amelyek a Gazdaságkutató Intézet által működtetett DUNA-modellhez készültek (Révész [2008]):

A modellhez a KSH-tól megkapott, 1994. évi fogyasztás transzformációs mátrixot kellett 2000-re, 2001-re majd 2006-ra aktualizálni. A 2001. és 2006. évi mátrixok az alábbi voltak:

7. Táblázat : A 2001. évi Fogyasztás-transzformációs mátrix, millió forintban

2001. évi transzform. mátrix	Hús, baromfi, tojás	Tejtermékek, margarin étolaj	Kenyér, gabonafélék	Zöldség - gyümölcs	Egyéb feldolgozott élelmiszer	Alkohol	Dohány	Ruházat	Házartási energia	Közmű szolgálta.-ok	Bútor	Háztartási fogyóeszközök	Járművek	Eletronikai cikkek	nem tartós termékek	Egészségügyi és higiéniai cikkek	Motor üzemanyag és alkatrész	Egyéb termékek	Javítási, takarítási szolg.	Egészségügyi ellátás	Lakás	Oktatás	Pénzügyi szolgáltatások	Postai szolgáltatások	Egyéb szolgáltatások
Mezőgazdaság, vadgazd. halászat	62214	41925	36749	142429	34136	14123	0	0	1406	0	0	0	0	0	0	0	0	3161	0	1669	0	472	0	0	2550
Erdőgazdálkodás	0	0	0	0	0	0	0	0	6174	0	0	0	0	0	0	0	0	2744	0	290	0	82	0	0	443
Bányászat	0	0	0	0	0	0	0	0	6400	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	59	0	17	0	0	90
Élelmiszeripar	211301	142393	124812	0	246706	161158	76091	0	0	0	0	0	0	0	11693	7491	0	468	0	710	0	201	0	0	1084
Könnyűipar	0	0	0	0	0	0	0	159647	0	0	0	0	0	0	29854	17878	0	94262	0	944	0	267	0	0	1442
Vegyipar	0	0	0	0	0	0	0	0	19102	0	0	0	0	0	56801	199618	121244	8406	0	631	0	179	0	0	964
Építőanyagipar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11331	0	237	0	67	0	0	362
Kohászat és fémfeldolg.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21381	0	296	0	84	0	0	452
Gépipar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	65973	180463	48183	0	31546	48253	15455	0	495	0	140	0	0	756
Egyéb feldolgozóipar	0	0	0	0	0	0	0	5359	0	0	46562	0	0	8356	0	0	0	11849	0	28	0	8	0	0	43
Villamosenergia-, gáz-, hő-, vízellátás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	368894	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17546	0	4963	0	0	26805
Építőipar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	121	9920	34	0	0	184
Kereskedelem, javítás, karbantartás	74539	50231	44029	37834	82368	58083	19982	138488	18865	96	70067	42123	62885	41636	67696	200859	116380	113950	20181	1145	0	324	0	0	130777
Szálláshely	0	0	0	0	159437	46220	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	164	0	46	0	0	151262
Szállítás, raktározás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1087	0	308	0	0	349078
Posta, távközlés	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	316937	0
Pénzügyi tev. és kieg. szolg.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	56676	0	114354
Gazdasági szolgáltatás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10562	693	982555	196	0	0	78320
Közigazgatás és egyéb közösségi sz.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	26523	0	22502	0	0	0	580121
Oktatás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	738495	0	0	***24668***
Egészségügyi és szoc. ellátás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	35507	678658	0	0	0	0	***142364***
Vám	550	371	325	1146	1876	1150	1860	4996	0	0	1229	2093	8228	6909	2544	0	4054	2470	0	0	0	0	0	0	0

Termékadók	17472	11774	10320	27386	68077	153733	164960	74898	7996	55042	40040	44983	144795	31764	22980	21178	257293	57064	10300	0	32585	0	2724	79234	99517
Terméktámogatás	-3039	-2225	-1726	-1235	0	0	0	0	-233	0	0	0	0	0	0	-157	-3	0	0	0	0	0	0	0	-84942
Lakossági fogyasztás fogyaszt.áron	363038	244469	214508	207560	592600	434467	262893	383387	59710	424031	157898	155172	396371	136847	191567	478413	547221	342540	103074	704772	1047563	745882	59400	396171	1620696

8. Táblázat : A 2006. évi Fogyasztás-transzformációs mátrix, millió forintban

2001. évi transzform. mátrix	Hús, baromfi, tojás	Tejtermékek, margarin étolaj	Kenyér, gabonafélék	Züldség - gyümölcs	Egyéb feldoglozott élelmiszer	Alkohol	Dohány o	Ruházat	Házartási energia	Közmű szolgált a.-ok	Bútor	Háztartási fogyóeszközök	Járművek	Eletronikai cikkek	nem tartós termékek	Egészségügyi és higiéniai cikkek	Motor üzemanyag és alkatrész	Egyéb termékek	Javítási, takarítási szolg.	Egészségügyi ellátás	Lakás	Oktatás	Pénzügyi szolgáltatások	Postai szolgáltatások	Egyéb szolgáltatások
Mezőgazdaság, vadgazd. halászat	102244	53837	43551	169225	45111	17627	0	0	2048	0	0	0	0	0	0	0	0	5126	0	1245	0	189	0	0	2436
Erdőgazdálkodás	0	0	0	0	0	0	0	0	3540	0	0	0	0	0	0	0	0	1752	0	85	0	13	0	0	167
Bányászat	0	0	0	0	0	0	0	0	3927	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	0	3	0	0	36
Élelmiszeripar	282489	148746	120327	0	265213	163630	78965	0	0	0	0	0	0	0	10841	8800	0	618	0	431	0	65	0	0	842
Könnyűipar	0	0	0	0	0	0	0	176354	0	0	0	0	0	0	40467	30706	0	181812	0	837	0	127	0	0	1638
Vegyipar	0	0	0	0	0	0	0	0	33727	0	0	0	0	0	78467	349410	224430	16524	0	571	0	87	0	0	1116
Építőanyagipar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19917	0	192	0	29	0	0	375
Kohászat és fémfeldolg.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	39625	0	252	0	38	0	0	493
Gépipar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	89841	336538	77423	0	59940	96959	32978	0	486	0	74	0	0	950
Egyéb feldolgozóipar	0	0	0	0	0	0	0	3813	0	0	51638	0	0	7818	0	0	0	14722	0	16	0	2	0	0	32
Villamosenergia-, gáz-, hő-, vízellátás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	588820	0	0	0	0	0	0	0	0	0	41785	0	6335	0	0	81731
Építőipar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	237	16511	36	0	0	464
Kereskedelem, javítás, karbantartás	149052	78484	63489	54695	132442	88209	31016	156506	33435	58	123408	53044	108444	61868	93877	352929	216253	224851	19202	1040	0	158	0	0	151984
Szálláshely	0	0	0	0	310535	85025	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	180	0	27	0	0	212937

Szállítás, raktározás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1677	0	254	0	0	689138
Posta, távközlés	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	436288	0
Pénzügyi tev. és kieg. szolg.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	334476	0	82112
Gazdasági szolgáltatás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	19800	1239	1484660	188	0	0	179338
Közigazgatás és egyéb közösségi sz.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	38369	0	26238	0	0	0	1025067
Oktatás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1234793	0	0	98520
Egészségügyi és szoc. ellátás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	55019	1003255	0	0	0	0	269446
Vám	231	122	98	348	634	367	606	1186	0	0	454	554	2980	2156	741	0	1582	1023	0	0	0	0	0	0	0
Termékadók	40001	21063	17039	45329	125326	267306	293163	96909	16225	106310	80741	64855	285883	54039	36485	42605	328390	128919	11220	0	28611	0	2539	109469	132415
Terméktámogatás	-37944	-27782	-21556	-15423	0	0	0	0	-62	0	0	0	0	0	0	-336	-19	0	0	0	0	0	0	0	-84255
Lakossági fogyasztás fogyaszt.áron	**536074**	**274469**	**222949**	**254175**	**879262**	**622164**	**403751**	**434768**	**92840**	**695189**	**256241**	**208293**	**733845**	**203304**	**260878**	**844054**	**867595**	**667868**	**143611**	**1053547**	**1556020**	**1242418**	**337015**	**545757**	**2846983**

Forrás LF95.xls

A beruházási mátrix becslésénél első lépésben az egyes szakágazatok állóeszközfelhalmozási összkiadását határoztam meg. A KSH 2004-ben kiadott „A bruttó állóeszköz-felhalmozás 2000-2002” c. kiadványa közli a beruházásokat a nemzeti számláknak megfelelő (kétszámjegyű TEÁOR kód szerinti) szakágazati bontásban, a beruházáson felüli állóeszközfelhalmozásokat (apport, lízing, használt állóeszköz adásvétel, immateriális javak) azonban csak 15 ágra bontva mutatja be[12] A 15 ágazaton belül a szakágazati bontást – ami a DUNA-modell 21-ágazatos bontása szempontjából lényegében véve szükségtelen, irreleváns – a 2000. évi megoszlások arányában hajtottam végre.

Ezután ezekből az összkiadásokból leválasztottam a beruházási termékadókat, amelyeket az előző lépésben becsült termékadómátrix beruházási oszlopa és az ÁKM beruházási oszlopa megfelelő elemeinek hányadosaként számított implicit beruházási termékadókulcsok, valamint az egyes beruházók beruházási termékszerkezete alapján határoztam meg az aggregált makroadatokkal konzisztens módon (intézményi szektoronként külön-külön is). Az így kapott „nettó” beruházási kiadásokat mint oszlopösszegeket (sorperem), a hasonló tartalmú (azaz hazai+import+vám) termékcsoportos beruházásokat mint sorösszeseneket (oszlop-perem), valamint a 2000. évi beruházási mátrixot mint indulómátrixot használva a beruházási termékadók nélküli, de a vámokat tartalmazó, ún. egységes-áron mért beruházási mátrixot ismét a RAS-módszerrel határoztam meg.

Erre a korábbi módszertől eltérő lépésre azért volt szükség, hogy a beruházási vámok becslésének esetleg szükségessé váló korrekciója esetén ne kelljen az egész eljárást az elejétől kezdve megismételni, csak annak utolsó lépését. A beruházási vámokat ugyanis az importgépekre vonatkozó adatszolgáltatás megszűnése miatt egyelőre csak a korábbi évekre vonatkozó importgépadatok arányában tudtam szétosztani beruházó szakágazatok között. A beruházási vámmátrixot tehát ezzel a sorperemmel, valamint az előző pontban ismertetett módon becsült vámmátrix beruházási oszlopa mint oszlop-perem megadásával ismét a RAS-módszerrel határoztam meg.

Ezután a beruházási termékadók mátrixát is hasonlóan határoztam meg a RAS-segítségével.

Ezután a RAS-olt mátrixokat 21 szektorra aggregáltam. Az így kapott mátrixok különbségeként (azaz az egységes árból a vámokat levonva) a alapáras beruházások mátrixot kaptam, amit kiegészítve a beruházónkénti összes beruházási termékadók és vámok 2 sorával kaptam meg a DUNA-modell által definiált értelmű beruházási mátrixot (9. táblázat) mutatja be[13]. Az eljárás részletei a BERU01.XLS file „agreg” munkalapján találhatók.

---

[12] . A DUNA modell 21 ágazatos bontásához főleg a csak agregáltan megadott feldolgozóipari állóeszközfelhalmozást kellett dezaggregálni.

[13] Sajnos a RAS-olás nem orvosolta az 1998-as indulómátrix túl alacsony egészségügyi gépberuházási problémáját. Ezt később szakértők segítségével kell majd pl. a „bástyázás” módszerével megtenni. Ennél azonban nagyobb probléma, hogy a modell az importgép arányt csak aggregáltan veszi figyelembe, holott felhasználónként igen nagy eltérések vannak ebben (mégha az erre vonatkozó statisztika rendkívüli mértékben megbízhatatlan is, mivel a beruházók csak a közvetlen importot jelentik)

9. Táblázat : A 2001. évi Beruházás-transzformációs mátrix, millió forintban

Beruházási mátrix:	1. Mező-h	2. Erdőgaz	3. Bányász	4. Élelmisze	5. Könnyűip	6. Vegyipar	7. Építőany	8. Kohász	9. Gépipar	10. Egyéb	11. Villamo	12. Építőip	13. Kereske	14. Vendég	15. Szállít	16. Távközl	17. Pénzü	18. Ingatla	19. Közigaz	20. Oktatá	21. Egészs	Összesen
Hazai beruházás alapáron összese	60845	7077	12869	68609	36257	105000	11884	31799	224116	4391	144621	63254	168474	31990	179966	129539	86885	542885	207418	46494	39096	2203468
1. Mező-hal-vadgazdálkodás	20831	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20831
2. Erdőgazdaság	0	1272	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1272
3. Bányászat	0	0	3002	0	0	3419	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6422
4. Élelmiszer- és dohányipar	0	0	0	10068	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10068
5. Könnyűipar	20	1	2	140	4382	16	0	41	470	3	23	232	167	0	118	220	536	281	58	35	152	6899
6. Vegyipar	228	67	87	284	241	26672	40	172	1238	26	1050	197	1162	240	472	1144	523	2211	819	140	130	37144
7. Építőanyagipar	0	0	0	0	0	0	7708	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7708
8. Kohászat	1496	97	85	2256	1320	1660	294	9062	4587	117	1705	596	1963	0	1410	2576	1372	4927	771	633	640	37567
9. Gépipar	7455	699	997	14260	9777	17053	1674	8049	48953	807	15860	133	24867	1268	8136	27312	9761	18917	15324	4681	1818	237802
10. Egyéb feldolgozóipar	0	0	0	0	0	0	0	323	4933	1403	0	5388	0	0	0	0	7299	1499	1027	844	870	23586
11. Villamosenergia-,gáz-,hő-, vízell	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34349	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34349
12. Építőipar	6904	2282	5006	14942	6659	28020	138	3388	88173	347	54211	35696	73778	21218	77792	21364	30472	372163	129440	28544	23945	1024482
13. Kereskedelem	16971	1563	2018	11045	7575	14979	1266	5743	33306	890	15104	13047	33845	3622	45250	20326	10640	48605	25614	5162	4768	321339
14. Vendéglátás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	928	0	0	0	0	0	0	0	928
15. Szállítás	515	60	105	672	477	998	85	380	2451	55	1386	451	1536	244	15006	1540	705	3458	1685	355	305	32468
16. Távközlés	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24460	0	0	0	0	0	24460
17. Pénzügyi tevékenység	218	25	44	284	201	422	36	161	1035	23	586	190	649	103	525	650	298	1461	712	150	129	7903
18. Ingatlan-, gazdasági szolg.	5845	905	1382	14204	5240	10520	579	4205	37000	679	18676	7010	28659	3984	30507	28127	24449	85846	21236	4219	5593	338863
19. Közigazgatás, közösségi szolg	362	106	139	452	384	1240	64	274	1969	41	1671	314	1848	383	752	1821	832	3517	10733	222	207	27329
20. Oktatás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1508	0	1508
21. Egészségügyi-szociális ellátás	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	540	540
Beruházási termékadó összesen	1151	185	251	1216	930	1721	100	788	5215	125	3286	1559	4000	1087	6924	2258	1526	79696	28236	7647	5643	153544
Beruházási vám összesen	449	34	85	687	708	884	104	392	3624	44	792	180	1214	62	435	1619	747	548	498	201	223	13531
Import beruházás (gép, könnyűip.)	33629	1985	5734	47982	42014	75346	11659	22298	151337	3512	52171	9355	70766	3015	34097	97590	40054	32163	41593	14526	18434	809261
Beruházás felhasználói áron	96074	9281	18939	118495	79909	182951	23747	55276	384291	8073	200870	74348	244453	36154	221422	231007	129213	655292	277746	68867	63397	3179804

Forrás i-o0121s.xls

4.4. A nemzetgazdasági statisztikában előforduló főbb negatív elemű mátrixok

Ha például egy háztartási rétegekre vonatkozó, a réteg **bevételeit és kiadásai**t (beleértve természetesen a befektetéseket is) egy vektorban (oszlopban), de ellentétes előjellel tüntetjük fel (amire főleg azért lehet szükség, mert az összbevétel /=összkiadás/ értéke sem ismert), akkor a vektor összesenje értelemszerűen zérus lesz. Ekkor a bevételek és a kiadások csak szimultán módon becsülhetők, nem lehetséges külön-külön a bevételeknek ill. a kiadásoknak az összbevételekhez való igazítása. A zérus peremhez való igazítás azonban a hagyományos RAS - módszerrel arra vezetne, hogy már az első arányosításnál az egész oszlopot lenullázná, ami nyilvánvalóan elfogadhatatlan eredmény lenne, mivel azt jelentené, hogy a szóban forgó rétegnek se bevétele, se fogyasztása nem volt.

Hasonlóképpen, ha egy olyan **követelés-tartozás mátrix**ot tekintünk, amelynek sorai az egyes hitelezési instrumentumokat (financial assets), oszlopai pedig a gazdaság szereplőit mutatják (ahol tehát az adott hitelviszonyt megtestesítő értékpapír állományát a kibocsátó adósnál negatív értékkel számoljuk el), akkor abban is számos negatív elem található (lásd például Lemelin et al [2009] számpéldáját).

A többszektoros modellezés adatbázisának előállítása során is számos esetben találkozunk hasonló problémával. A nyílt statikus ÁKM-modelleknél használt **ÁKM-ek**nél a probléma 2 helyen jelentkezik. Elsőként a **készletváltozás** oszlopvektoránál (amely tehát az összes készletváltozást termékenként mutatja). Ha ennek összesenje zérus (vagy ahhoz közeli), akkor a RAS-becslés az egész induló oszlopot lenullázná, még akkor is ha valóságban mind pozitív, mind negatív irányban léteznek nullától nyilvánvalóan jelentősen eltérő termékkészletváltozások (pl. tudjuk, hogy az adott évben jelentős volt az energiahordozók vagy a mezőgazdasági termékek készletváltozása, mégha pontos értékeket nem is tudunk megadni).

Másodszor akkor jelentkezik ez a probléma, ha az ÁKM-nek az „A**-típusú ÁKM**”-nek nevezett nettó változatát (ahol tehát az **import**ot negatív előjellel a végső felhasználások mellett tüntetjük fel az egyes termékek forrás – felhasználás mérlegében) próbáljuk számszerűsíteni, ahol a sorösszesenek a bruttó termelési értékek (Révész, 2009). Ezek egyrésze ugyanis lehet, hogy zérus, azaz az adott termékből nincs hazai termelés.

A készletváltozásokon és az importokon kívül a gyakorlatban az ÁKM-ek más celláiban is időnként megfigyelhetők negatív elemek. Ha az egész ÁKM-et kell becsülni, azaz a hozzáadott érték elemei is ismeretlenek, akkor ritkán (ha a folyó ráfordítások nagyobbak a termelési értéknél) előfordulhat, hogy maga a **hozzáadott érték** is negatív, amiből természetszerűleg következik, hogy valamelyik összetevője (gyakorlatilag vagy a **működési eredmény**, vagy a **termelési adók és támogatások egyenlege**) negatív.

Az ÁKM-ekben található további negatív elemek egyes rendkívüli események sajátos elszámolásából adódnak. Az Eurostat adatbázisban található 2010. évi termékcsoportos bontású

ÁKM-ek közül 3 országnál találhatunk negatív elemet a beruházások, pontosabban az **állóeszköz-felhalmozások** oszlopában: Írország esetében a mezőgazdaság termékeiből számoltak el negatív beruházást, Dániában a mezőgazdaság mellett a fémalapanyag-gyártásban is, Olaszország esetében pedig a halászatnál. A negatív beruházások legjellegzetesebb példája a ’90-es évek elején készült (1991-re vonatkozó) román ÁKM volt, ahol a negatív beruházást azzal indokolták, hogy a termelőszövetkezetek feloszlásakor a parasztok kivették a termelőeszközöket, amiket aztán (a háztartások által vásárolt személygépkocsikhoz hasonlóan) fogyasztásként kellett elszámolni. Mivel azonban ez nem új forrásból történt (tárgyévi termelés vagy import), ezért a sorösszesen változatlanságát csak úgy lehetett biztosítani, ha a termelőszövetkezetekből kivett termékeket az állóeszközfelhalmozásokban negatív felhasználásként számolták el.

A fenti EU-ÁKM-ek közül a **fogyasztás**ban egyedül a dán ÁKM hazai termékáramlási táblázatában találunk (11 millió eurós) negatív értéket, mégpedig az „egyéb járműgyártás” sorában. Ennek hivatalos magyarázata az volt, hogy a gazdasági válság következtében sok dánnak el kellett adnia a motorcsónakját ill. vitorlását, és ennek a külföldre (Svédországba) került részét exportként számolták el. Mivel azonban ez sem a tárgyévi termelésből történt, ezért a sorösszesen változatlanságát csak úgy lehetett biztosítani, ha az így exportált használt vízijárműveket negatív fogyasztásként számolták el.

Az **export**ban is találhatunk negatív elemeket, például a fenti EU-ÁKM-ek közül az osztrák és a bolgár ÁKM-ek hazai termékáramlási táblázatának ez EU-n kívüli országokba irányuló exportot tartalmazó oszlopában. Ezek közül a legnagyobb, az osztrák ÁKM bányászati sorában található -4221 millió euró értékét az osztrák statisztikai hivatal a kőolaj reexportjával magyarázta[14], bár ez nem adekvát, mivel a negatív elem nem az importban, hanem mint hazai termék jelenik meg. Természetesen lehet, hogy a reexportált kőolaj nem a tárgyévi importból, hanem az előző évi készletből történt, és szemmelláthatólag az osztrák statisztikai hivatal (akár fiktív tranzakciók szerepeltetése árán is) igyekszik a reexport elszámolását „nettósítani”, azaz az importmátrix export oszlopának értékeit kiküszöbölni.

A fenti példák is érzékeltették, hogy igen nehéz utánajárni a negatív elemek okának, de egyes fontosabb esetekben mindenképpen meg kell próbálni, mielőtt a kiigazítás „vak” általános módszereit vetnénk be. Például a fenti EU-ÁKM-ek korábbi verzióiban számos esetben találtunk olyan negatív elemet az importmátrixban vagy a hazai termékáramlási mátrixban, amelyről kiderült, hogy reziduálisan számították a nem konzisztens módon becsült összes (hazai+import) felhasználás és a másik összetevője (import vagy hazai termékfelhasználás) különbségeként. A hiba általunk történt jelzése után rendszerint hamar kijavították a hibát a nemzeti statisztikai hivatalok.

Mivel az ÁKM a **Társadalmi Elszámolási Mátrix** (angol rövidítéssel: SAM) részét (egyszerűbb változatokban az egyik blokkját) képezi, értelemszerűen a SAM becslésénél is találkozhatunk a negatív elemek problémájával. Azonban a SAM más celláiban is

[14] Lásd Erwin Kolleritsch 2015. december 18-án kelt e-mail-jét Isabelle Redmond-Thierrez-nek, az Eurostat illetékesének.

előfordulhatnak negatív elemek. Ugyanis a SAM összeállítása sokszor egy ún. SAM-multiplikátor modell számszerűsítése céljából történik. Márpedig a SAM-multiplikátor modell az endogénnek választott számlák oszlopösszesenjeire vetített együtthatókkal számol, így fontos, hogy minden tranzakció abban az oszlopban legyen lehetőleg elszámolva, amelynek az összesenjével arányosnak tekinthető (sőt, hogy lehetőleg olyan tranzakciók szerepeljenek csak az oszlopokban, amelyek közgazdaságilag értelmes összesent képviselnek). Ezért például az i-edik számlának a j-edik számla felé történő t_{ij} kiadását fordított irányban, azaz a főátlóra tükrözve, negatív előjellel, a t_{ji} tranzakció(k) részeként számoljuk el. Így ha a j-edik számlának az i-edik számla felé történő egyéb kiadásai ennél kisebbek voltak, akkor a t_{ji} értéke negatív lesz. Ha például az exogén számlák (rendszerint az állami kiadások és a külföld kiadásai) valamely számla felé történő kiadásait (például a lakásberuházások állami támogatását) endogén módon (ennek a szóbanforgó számlának a főösszegével[15] arányosan) akarjuk a modellben meghatározni, akkor ezt a szóbanforgó számlának az adott exogén számla felé történő (negatív) kiadásaként számoljuk el.

A többszektoros gazdaságmodellezés más szokásosan igényelt adatmátrixaiban is előfordulhatnak negatív elemek illetve peremértékek. Az ún. **termékadók és támogatások mátrixá**ban értelemszerűen negatív cellaértékeket találunk, ha az adott termék adott felhasználásán több a támogatás mint az adó. Természetesen ha e nettó termékadók csak egy sorban (lásd az **alapáras ÁKM**-eket, ahol az alapáron kimutatott termékáramlások alatt egy sorban vannak feltüntetve az adott felhasználó összes termékfelhasználását érintő adók és támogatások), vagy egy oszlopban (mint például az ún. **Forrás-táblá**ban, ahol az egyes termékek alapáron elszámolt forrásai mellett külön oszlopban tüntetik fel a termék összes felhasználására eső adókat és támogatásokat) jelennek is meg a kérdéses adattáblázatban, akkor is szerepelhetnek bennük negatív elemek.

A többi, a többszektoros gazdaságmodellezés által használt adatmátrixban (fogyasztás transzformációs mátrix, beruházás-transzformációs mátrix, bilaterális külkereskedelmi mátrix) ugyan elvileg szintén nem szerepelhetnének negatív elemek, de amennyiben ezek az ÁKM fogyasztási-, beruházási- illetve exportoszlopainak a kibontásának tekinthetők, örökölhetik az ÁKM ezen oszlopaiban a fenti okokból található negatív értékeket. Emellett mivel a használt állóeszközök adásvétele részét képezi az egyes ágazatok állóeszközfelhasználásának, a **beruházási mátrix**ban (aminek egyes oszlopai tehát azt mutatják, hogy az adott ágazat állóeszközfelhasználása mely termékekből, „beruházási javakból” történt) márcsak ezért is találhatunk negatív elemeket.

Természetesen ha a termékáramlásokat e transzformációs mátrixokban is alapáron számoljuk el, de az oszlopösszesenek a felhasználói áras összkiadások, akkor a felhasználói áras és alapáras összkiadások különbségét, azaz a termékadók és támogatások egyenlegét ugyanúgy külön sorban kell elszámolni mint magában az alapáras ÁKM-ekben. Így e transzformációs mátrix „termékadók és támogatások egyenlege” sorában is lehetnek negatív,

[15] ami egyaránt képviseli az összbevételt illetve (a modell alapfeltevéséből illetve a kiadások kiterjesztett, a megtakarításokat is magába foglaló értelmezéséből eredően) az ezzel egyező összkiadást

támogatási többletet képviselő értékek.

5. Az additív RAS módszer eddigi alkalmazásai

Az additív RAS-módszert a korábbi fejezetekben említett háztartási rétegek jövedelem-kiadás mérlegeinek mátrixa és a termékadómátrix becslésén túl más, a többszektoros nemzetgazdasági modellezéshez szükséges mátrix becslésre is sokszor tudtam használni. Mint azt egy korábbi tanulmányomban (Révész, [2009]) a 2007. évi ÁKM becslésénél részletesen bemutattam, a hazai és import termékek mérlegeit összevontan ábrázoló A-típusú ÁKM-eket az ún. „additív-RAS" módszeremmel lehet becsülni az import ágazati termékszerkezete ismerete nélkül.

Az ÁKM-ek többféle elrendezésben állíthatók elő. Ezek közül először az ún. „A"-típusú ÁKM-et becsüljük az additív-RAS módszerrel, így megkapva az import ágazati jelleg szerinti bontását. Ezután a kapott becslés felső mátrix-blokkjában csak a hazai termékek felhasználónkénti bontását mutató ún. „B"-típusú ÁKM-et becsüljük hasonló módszerrel, végül pedig a termék x felhasználó bontású, ún. importmátrixot. Az utolsó lépés, az importmátrix becslése úgy történik, hogy a B-típusú ÁKM-becslés importsorát a még hiányzó importmátrix becsült oszlopösszegeinek véve, sorösszeseneknek pedig az importnak az „A"-típusú ÁKM-becslésénél kapott ágazati jelleg szerinti bontását tekintve, a referencia (induló-) importmátrixszal (ahol a készletfelhalmozás indulóértékeit valamilyen ésszerű módon módosítjuk) RAS-becsléssel meghatározzuk az importmátrixot. A módszer érdekessége, hogy a végeredményben kapott hazai és import termékmérlegek összeadásával az első lépésben becsült „A"-típusú ÁKM-től eltérő számokat kapunk, azaz ez felülírható.

Az alábbi alpontokban példaként a 2009. évi ÁKM becslési folyamatának egyes lépéseit külön-külön ismertetjük, és a fenti lépéssorrend indokait.

5.1. A 2009. ÉVI A-TÍPUSÚ ÁKM BECSLÉSE

Az A-típusú ÁKM ágazatokhoz tartozó sorai a „nettó termékmérlegek" felhasználási oldalát alapáron, felhasználónkénti bontásban mutatják, ahol a sorösszegek a bruttó termelési értékek. Ha az ezen sorok által képzett blokkot kiegészítjük a termékadók és –támogatások egyenlegének felhasználónkénti adatainak sorával, akkor az így kapott mátrix oszlopösszesenjei a felhasználónkénti összes termékfelhasználások lesznek felhasználói áron. Ez a felhasználó ágazatok oszlopaiban a folyó termelőfelhasználás felhasználói áron kategóriájának felel meg.

A 2009. évi A-típusú ÁKM fenti tartalmú felső blokkját úgy becsültem, hogy a 2005. évi A-típusú ÁKM folyó termelőfelhasználási blokkját és az ún. „kiegészítő" (ágazati jelleg szerinti bontású) import vektorát egymás mellé téve és mint indulómátrixot használva az „additív-RAS" módszerrel igazítottam ki a sor- és oszlopösszesenek 2009. évi értékeihez. E peremvektorokat elsősorban a KSH legutolsó nemzeti számlákra vonatkozó kiadványának adataiból (KSH, 2010a) közvetlenül (termelési értékek) illetve közvetve számítottam ki. Konkrétan a bruttó termeléseket az AddRAS09.xls file „NSz" munkalapja D4:D76 celláiba írtam be, az ágazatok hozzáadott értékeit pedig a E4:E76 tömbbe. Innen ezek a részösszesenek elhagyásával az „input" munkalap BU4:BU66 és BV4:BV66 tömbjeibe másolódnak át, majd a mellettük levő BW4:BW66 tömbben a folyó termelőfelhasználások felhasználói áras értékei számítódnak ki. Ez utóbbi transzponálva átmásolódik a 115. sorba, majd az „addras" munkalap 115. sorába is, hogy mint a kiigazítandó mátrix oszlopösszesenje jelenjen meg.

A termékadók sorának 2009. évi peremadata, a 2009. évi termékadók és –támogatások egyenlegének makrogazdasági összesenje szintén a nemzeti számlákban volt megtalálható (lásd az „NSz" munkalap C81-es celláját, ami átmásolódik az „input", majd „addras" munkalap BU69-es celláiba).

Mivel a KSH a nemzeti számlákban csak a nemzeti fogyasztás és a nemzetgazdasági export összértékeit közli, az ÁKM-ben viszont a hazai fogyasztás és a turizmus nélküli („cég"-)export szerepel) szükségünk volt a turizmus export és -import fogyasztásra eső részének adatára is (ezek mint 2 pótlólagos sor peremadatai jelennek meg először az „input" munkalap BU70-es és BU71-es celláiban, majd innen átmásolódva az „addras" munkalap BU70-es és BU71-es celláiban). Mivel azonban ezekre statisztikai adat 2009-re nincs (ilyen kategória majd csak 2010-re, a 2010. évi hivatalos ÁKM-ben jelenik meg), ezeket a cellákhoz fűzött megjegyzésben leírt módon a 2005. évi ÁKM megfelelő adata és a (exportban elszámolt nemzetközi közlekedés nélküli) turizmus export és import (a KSH, 2009 és 2010 kiadványaiból számított) 2009./2005. évi értékindexe szorzatként becsültem.

Mivel az additív-RAS algoritmus az „addras" munkalap C2:BS113 tömbjében – kezdetben a számainak eredetét is mutató képlethivatkozással - szereplő indulómátrix az iterációs algoritmus során puszta számértékekkel felülíródik (így az eredményül kapott mátrix is ide kerül), hogy az induló adatokat (és az azok forráshivatkozó képleteit) mégis megőrizhessem, ezért az additív-RAS algoritmus elvégzése után kapott eredményeket nem az eredeti file-ba mentettem el, hanem az AddRAS09-RES-C-B-tip-ImpMat-jav.xls file-ba. Az Addras09.xls file „addras" munkalapjának C2:BS113 tömbjében tehát még az eredeti 2005. évi A-típusú ÁKM-mérleg számai láthatók, megadva az „input" munkalapon lévő hazai és import összetevők lelőhelyét is.

Az AddRAS09-RES-C-B-tip-ImpMat-jav.xls file „addras" munkalapjának C2:BS113 tömbje tehát az eredményül kapott 2009. évi A-típusú ÁKM-mérleget tartalmazza. Ennek utolsó oszlopa, a BS9:BS65 cellák mutatják (negatív előjellel, azaz mintegy negatív felhasználásként) az import becsült 2009. évi ágazati eredet szerinti megoszlását.

5.2. A 2009. ÉVI B-TÍPUSÚ ÁKM BECSLÉSE

Következő lépésben a 2005. évi B-típusú ÁKM-mérlegből az ágazatok ráfordításainak oszlopait valamint a korábban becsült 2009. évi ÁKM végsőfelhasználási blokkját (TAM09_10.xls file Teny09 munkalap E2:K63 blokkját) mint indulómátrixot használva (lásd az AddRAS09-RES-C-B-tip-ImpMat-jav.xls Excel file „input” és „ras” munkalapjai G9:BR71 tömbjét) a RAS-módszerrel igazítottam ki a megfelelő sor- és oszlopösszesenek 2009. évi értékeihez. Konkrétan a sorösszesenek az ágazatonkénti bruttó termelési értékek voltak, valamint az importnak, a termékadók és terméktámogatások egyenlegének, az idegenforgalmi exportnak és idegenforgalmi importnak az aggregált makrogazdasági értékadatai. A mátrix 2009. évi oszlopösszegei pedig az ágazatonkénti folyó termelő felhasználások, valamint a végső felhasználási kategóriák 2009. évi értékei voltak (felhasználói áron). Ezeket a sor- és oszlopösszeseneket megfelelő elrendezésben az „input” és „ras” munkalapok BU5:BU71 és C115:BR115 tömbjeiben jelennek meg. (A „ras” munkalapon ezek a mindenkori előírt sor- és oszlopösszesenek helyei, így a termelési értékek és folyó termelőfelhasználások akkor jelennek meg, ha az A116 cellába 0-t írunk.)

Ezután a kiinduló (referencia) mátrixot a fenti peremadatokhoz a RAS módszerrel kiigazítottam. A „ras” munkalap G9:BR71 tömbjében felülíródott adatokat kiegészítve a hozzáadott érték összetevőinek a Magyarország Nemzeti Számlái 2006-2009 kiadványban szintén 57 ágazatos bontásban megtalálható 2009. évi adataival állt elő a teljes 2009. évi (becsült) B-típusú ÁKM, amit az „output” munkalap G9:BR71 tömbjébe mentettem le.

5.3. A 2009. ÉVI IMPORTMÁTRIX BECSLÉSE

Az előző lépés „melléktermékeként” tehát az „output” munkalap G66:BR66 tömbjében előállt a 2009. évi import felhasználók szerinti bontásának becsült értéke. A 2009. évi importmátrix másik pereme pedig már az A-típusú ÁKM-becslésének eredményeként állt elő, az „addras” munkalap BS9:BS65 celláiban, amik aztán átmásolódnak az „output” munkalap BU121:BU177 majd a „ras” munkalap BV9:BV65 vektoraiba. Végül az A116-os (váltókapcsoló) cella értékét 1-re átállítva e peremek átmásolódnak a „ras” munkalap G115:BR115 illetve BT9:BT65 celláiba.

Az eredeti 2005. évi importmátrix, mint kiinduló mátrix, valamint a keresett 2009. évi importmátrix előző lépésekben meghatározott elvárt sor- és oszlopösszesenjei ismeretében az AddRAS09.XLS file „ras” munkalapján a RAS-módszer újbóli alkalmazásával megkaptam a 2009. évi importmátrix becsült értékét, amit mind e file, mind az AddRAS09-RES-C-B-tip-ImpMat-jav.xls Excel file „output” munkalapjai G121:BR177 tömbjébe mentettem el.

Pontosabban a készletváltozási értékek instabilitása miatt a RAS-becslés 2005. évi induló importmátrixát ezúttal is úgy módosítottam, hogy az iparban és a nagykereskedelemben (ahol a 2005. évi ÁKM-ben is jelentős készletváltozás szerepelt) a készletváltozásokat az egyes ágazatok termelési értékeinek arányában úgy (olyan arányossági tényezővel) határoztam meg, hogy összhangban legyenek a 2009. évi készletváltozás+statisztikai hiba (a KSH (2010a)-ban található) makrogazdasági értékével.

5.4. Külföldi országokra való alkalmazások

Külföldi országokra például az EU-GTAP projekt keretén belül alkalmaztam az additív RAS-módszert, például GAMS-ba beprogramozva a hiányzó (titkos) spanyol nettó termékadó mátrix becslésére az ÁKM termékadó sorával és a Forrás tábla termékadó oszlopával mint előírt peremekkel. Láthatóan jobb eredményeket adott mint a szimpla RAS, ami negatív peremérték esetében minden elemet negatívba fordít. Különösen látványos volt a RAS csődje a negatív összesenű sorok és oszlopok találkozási cellájában, ahol a két előjelváltás után POZITÍV lett a cellaérték. Ezt az additív RAS simán elkerüli.

6. Összefoglalás

Megállapíthatjuk, hogy a tanulmányban tárgyalt RAS- és hasonló módszerekkel történt kétirányú mátrixkiigazítási eljárások a legtöbb esetben igen jól működtek, mind önmagukban, mind további feltételekkel kiegészítve. Természetesen ez elsősorban az alapadatokból körültekintően, az adott közgazdasági kategóriára vonatkozó közgazdaságelméleti és gazdaságstatisztikai isemreteknek a maximális szem előtt tartásával megszerkesztett indulómátrix (referenciamátrix) jóságának köszönhető: amint azt többek között McNeil és Hendrickson [1985] és Round [2003] is megállapították, ha a referenciamátrix elemeinek értéke közel van a becsülendő mátrix megfelelő elemének értékéhez, akkor a mátrix kiigazítási-modell a különböző szokásos célfüggvények mellett is hasonló becslési eredményekre vezet.

Hivatkozások

Bacharach, M. [1970]: **Biproportional Matrices and Input-Output Change** (Cambridge, UK: Cambridge University Press)

Bregman, L. M. [1967]: **Proof of the Convergence of Sheleikhovskii's Method for a Problem With Transportation Constraints**, USSR Computational Math. and Mathem. Phys. 1(1), 191-204.

Byron, R.P. [1978]: **The Estimation of Large Social Account Matrices,** Journal of the Royal Statistical Society, Series A, 141, Part 3, pp. 359-367

Deming, W. E. és Stephan, F. F. [1940]: **On a least-squares adjustment of a sampled frequency table when the expected marginal totals are known**, Annals of Mathematical Statistics, 11, pp. 427–444.

Eurostat (2008): " **Eurostat Manual of Supply, Use and Input-Output Tables**", Luxembourg: European Commission, Eurostat

Friedlander, D. [1961]: **A technique for estimating contingency tables, given marginal totals and some supplemental data**, Journal of the Royal Statistical Society, Series A, 124, pp. 412–420.

Furness, K. P. [1965]: **Time function iteration**, Traffic Engineering and Control, 7, pp. 458–460.

Günlük-Şenesen, G. – Bates, J. M. [1988]: **Some Experiments with Methods of Adjusting Unbalanced Data Matrices**, Journal of the Royal Statistical Society. Series A (Statistics in Society) Vol. 151, No. 3, pp. 473-490

Jackson, R. W. – Murray, A. T. [2004]: **Alternative Input–Output Matrix Updating Formulations**, Economic Systems Research, Vol. 16, No. 2, June 2004, pp. 135-148.

Junius, T. – Oosterhaven, J. [2003]: **The solution of updating or regionalizing a matrix with both positive and negative entries**, Economic Systems Research, 15, pp. 87–96.

KSH (2010a): **Magyarország nemzeti számlái 2007-2009** (monsz0709.pdf, megjelent 2010. november)

Koppány Krisztián (2016): **Növekedési hozzájárulások számítása input-output táblák strukturális felbontása alapján**, Statisztikai Szemle, 94. évfolyam 8–9. szám, 881-914. oldal, http://www.ksh.hu/statszemle_archive/2016/2016_08-09/2016_08-09_881.pdf

KSH (2012a): **Nemzeti Számlák 2009–2011**. Budapest.

KSH (2013): Tájékoztatási adatbázis/Szimmetrikus Ágazati Kapcsolatok Mérlegei, Forrás- és Felhasználás Táblák, Import- és Termékadó mátrixok/**2010. évi Szimmetrikus Ágazati Kapcsolatok Mérlege a hazai kibocsátásra, az import- és termékadó-mátrix, TEÁOR 08 szerint** (http://statinfo.ksh.hu/Statinfo/themeSelector.jsp?page=2&szst=QPA)

Kullback, S. – Leibler, R. A. [1951], "**On Information and Sufficiency**" Ann. Math. Stat. 4, 99-111.

Lahr, M. L.: 2001, '**A strategy for producing hibrid regional input-output tables**'. In: M. L. Lahr and E. Dietzenbacher (eds.): Input-Output Analysis: Frontiers and Extensions. New York: Palgrave, pp. 211–242.

Lahr, M. – Mesnard, L. [2004] : **Biproportional Techniques in Input–Output Analysis: Table Updating and Structural Analysis**, Economic Systems Research, Vol. 16, No. 2, June 2004, p. 115-134.

Lecomber, J. R. C. [1975]. **A critique of methods of adjusting, updating and projecting matrices.** In: **Estimating and Projecting Input-Output Coefficients.** R. I. G. Allen and W. F. Gossling. London, UK, Input-Output Publishing Company: 1-25.

Lemelin, A. [2009]: **A GRAS variant solving for minimum information loss**, Economic Systems Research, Vol. 21, No. 4, 399–408.

Lemelin, A. – Fofana, I. – Cockburn, J. [2013]: **Balancing a Social Accounting Matrix: Theory and application** (revised edition), Partnership for Economic Policy working paper, http://ssrn.com/abstract=2439868

Lenzen, Manfred – Moran, Daniel D. – Geschke, Arne - Keiichiro Kanemoto [2014]: **A non-sign preserving GRAS-variant**, Economic Systems Research, Vol. 26, No. 2, 197–208.

Lenzen, Manfred – Wood, Richard – Gallego, Blanca [2007]: **Some Comments on the GRAS Method**, Economic Systems Research, 19:4, 461-465, DOI:10.1080/09535310701698613

MacGill, S. M. [1977]: "**Theoretical properties of biproportional matrix adjustments**", Environment and Planning A, 9: 687-701.

McNeil, S. and Hendrickson, C. [1985]: "**A note on alternative matrix entry estimation techniques**", Transportation Research: Vol. 19B, No. 6, pp. 509-519, 1985, Pergamon Press Ltd.

Mesnard, L. [2011]: **Six matrix adjustment problems solved by some fundamental theorems on biproportion**, working paper, University of Burgundy and CNRS, http://ssrn.com/abstract=1692512

Ming-Chang Lee [2014]: **Social accounting matrix balanced based on mathematical optimization method and general algebraic modeling system**, British Journal of Economics, Management & Trade 4(8): 1174-1190, 2014

Möhr, M., – Crown, W.H. – Polenske, K.R. [1987]: **A Linear Programming Approach to Solving Infeasible RAS Problems**. Journal of Regional Science, 27, 587–603.

Omar, F. H. [1967]: **The Projection of Input–Output Coefficients with Application to the United Kingdom**. Publikálatlan PhD-értekezés, University of Nottingham.

Oosterhaven, J. [2005]: **GRAS versus minimizing absolute and squared differences: a comment**, Economic Systems Research, 17, pp. 327–331.

Polenske, K.R. [1997]: **Current uses of the RAS Technique:A Critical Review**. In: A. Simonovits and A.E. Steenge (eds.) Prices, Growth and Cycles. London, MacMillan, 58–88.

Révész, T. [2001]: **Költségvetési és környezetpolitikák elemzése általános egyensúlyi modellekkel**, Budapesti Közgazdaság–tudományi Egyetem, Ph.D. értekezés, 2001. március

Révész, T. [2009]: **Negyedéves adatokon alapuló ágazati bontású előrejelző és hatás-elemző modell –** Az áfa-bevallási adatbázisnak a legfrissebb hazai ÁKM-mel integrált újszerű alkalmazása – A Kockázatkutató Intézet részére készített tanulmány (TAM-REP (3).DOC file)

Révész, T. – Koppány, K. [2018]: **A nemzetgazdasági modellekben szereplő mátrixok kétirányú kiigazítási becslési módszereiről**, Szigma 2018/3-4. sz. (megjelenés alatt)

Révész, T. – Takács, T. [2011]: **A SOCIO-LINE modell 2005. évi adatbázisának készítésekor szerzett tapasztalatok I.**, Statisztikai Szemle 2011/2. sz. (pp. 141-160.)

Révész, T. – Takács, T. [2011a]: **A SOCIO-LINE modell 2005. évi adatbázisának készítésekor szerzett tapasztalatok II.**, Statisztikai Szemle 2011/3. sz. (pp. 253-274.)

Révész, T. – Zalai, E. [2013]: **Estimating consumption transformation matrices for the GEM-E3 model**, A Budapesti Corvinus Egyetem Közszolgálati Alapítványának kutatási jelentése

Round, J. I. [2003]. "**Constructing SAMs for development policy analysis. Lessons learned and challenges ahead**", Economic Systems Research, 15(2), 161-183.

Rueda-Cantuche, José - Revesz, Tamas - Amores, Antonio F. - Velázquez, Agustín - Mraz, Marian - Ferrari, Emanuele - Mainar, Alfredo - Montinari, Letizia - Saveyn, Bert [2016]: **Improving the European Input-Output Database for Global Trade Analysis** (EU-GTAP), Final report June 30, 2016, European Commission JRC Nº33705-2014-11 and DG TRADE 2014/G2/G10

Schneider, M. H. – Zenios, S. A. [1990]: **A comparative study of algorithms for matrix balancing**, Operations Research, 38, 3: 439-455

Shannon, C. E. [1948]: "**A Mathematical theory of communication**", Bell System Technical Journal 27, 379-423.

SNA [2009]: **System of National Accounts, 2008** (SNA2008.pdf), az Európai Bizottság, International Monetary Fund, Organisation for Economic Co-operation and Development, United Nations and World Bank közös kiadványa

Stone, R. [1961]: **Input–Output and National Accounts** (Organization for European Economic Cooperation, Párizs).

Stone, R. – Brown, A. [1962]: **A Computable Model of Economic Growth** (Chapman and Hill, London).

Temurshoev, Umed – Webb, Colin – Yamano, Norihiko [2011]: **Projection of Supply and Use tables: methods and their empirical assessment**, Economic Systems Research, 23:1, 91-123, DOI: 10.1080/09535314.2010.534978

Temurshoev, U. – Miller, R. E. – Bouwmeester, M. C. [2013]: **A note on the GRAS method**, Economic Systems Research, 25:3, 361-367,

Theil, H. [1967]: **Economics and information theory**, Rand McNally & Company, Chicago, Studies in mathematical and managerial economics, 7, 488 oldal

Zalai, E. [2012]: **Matematikai közgazdaságtan I.** (Általános egyensúlyi modellek és mikroökonómiai elemzések) **II. –** Többszektoros modellek és makrogazdasági elemzések, Közgazdasági es Jogi Könykiadó, Budapest

Tartalom