BEFEKTETÉSEK

Gyakorló feladatok

Szerkesztette: Badics Milán Csaba

2018

BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM

BEFEKTETÉSEK

Gyakorló feladatok

Szerkesztette: Badics Milán Csaba

Budapesti Corvinus Egyetem
Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék

Budapest, 2018

Szerkesztette: Badics Milán Csaba; milancsaba.badics@uni-corvinus.hu
Budapesti Corvinus Egyetem
Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék

A könyv ingyenesen letölthető az alábbi helyről:
http://unipub.lib.uni-corvinus.hu/3886/

ISBN 978-963-503-752-0

Kiadó: Budapesti Corvinus Egyetem, 2018

Tartalom

1. Hozamgörbe elméletek, IRR vs. hozamgörbe, DKJ, par kamatláb, HPR, kötvényarbitrázs, FRA 5
2. Kötvények kockázata: átlagidő, görbület 22
3. Határidős ügyletek: arbitrázs és spekuláció 31
4. Határidős ügyletek: fedezés 51
5. Csereügyletek: kamatcsereügylet, devizacsereügylet 62
6. Repó, FX swap 81
7. Opciók 1. Statikus összefüggések, összetett opciós pozíciók 95
8. Opciók 2. Opcióárazás a binomiális modellben 115
9. Opciók 3. Black-Scholes modell 129
10. Opciók 4. Devizaopciók, görög betűk 137
11. Amerikai és exotikus opciók árazása a binomiális modellben 150
12. Opciós jogokat tartalmazó kötvények, MBS, Warrant, Bull CD 159
13. Partnerkockázat 177
14.Dual currency deposit, FX Ranger, Dual Currency Note, FX-linked strukturált hitel és betét 189

1. Hozamgörbe elméletek, IRR vs. hozamgörbe, DKJ, par kamatláb, HPR, kötvényarbitrázs, FRA

Alapfeladatok:

1.1 A loghozamgörbe 1, 2 és 3 éves pontjai rendre 10%, 11% és 12%. Mennyi a két év múlvára várható egyéves, illetve az egy év múlvára várható kétéves logkamatláb (éves szinten)
a) a tiszta várakozási elmélet szerint?
b) A likviditáspreferencia-elmélet szerint ez nagyobb vagy kisebb?

Megoldás:
a) 3·12%-2·11%=14%; (3·12%-10%)/2=13%.
b) Kisebb lesz, mert f>E(r)

1.2 Az egy-, két- és hároméves effektív spot hozamgörbe pontjai: 3,90%, 4,15% és 4,40%. Ha egy hároméves annuitás jelenértéke 1 milliárd forint ma, mekkora részleteket fizet?

Megoldás:
$DF_1 = 0{,}9625;\ DF_2 = 0{,}9219;\ DF_3 = 0{,}8788$
$AF_3 = DF_1 + DF_2 + DF_3 = 2{,}7632$
C = 1.000.000.000/2,7632 = 361.899.247,3 forint az éves részlet

1.3. A hozamgörbe enyhén emelkedő. Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e!
a) A tiszta várakozási elmélet szerint a hozamgörbe várhatóan feljebb fog tolódni.
b) A likviditásprémium elmélet szerint várhatóan a hozamgörbe időben nem változik.
c) A szegmentált piacok elmélete szerint a rövid és hosszú kötvények piacán nincs egyensúly.

Megoldás:
a) igaz
a) hamis, attól függ mekkora a likviditási prémium
b) hamis, nincs semmi értelme az állításnak

1.4. A hozamgörbe szigorúan monoton emelkedő és a likviditáspreferencia-elmélet érvényes. Mibe érdemes fektetni: inkább hosszú vagy rövid kötvényekbe? Válaszát indokolja!

Megoldás:
Ez alapján nem lehet megmondani. A várható hozama a hosszabb kötvényeknek nagyobb a likviditáspreferencia elmélet szerint, de ez nagyobb kockázattal is jár.

1.5. Mutassa be, hogy emelkedő hozamgörbe esetén mi a különbség a likviditáspreferencia-elmélet és a tiszta várakozási elmélet következtetései között!

Megoldás:
A tiszta várakozási elmélet szerint a hozamgörbe azért emelkedik, mert felfelé fog tolódni (vagy inkább olyankor emelkedik, amikor utána felfelé tolódást vár tőle a piac) és ez tükröződik a spot-nál magasabb forward hozamokban, vagyis azért kell emelkedő legyen a hozamgörbe, hogy a spotnál magasabb forward hozamok jöjjenek ki, melyek a jövőbeli spot hozamok várható értékei. A likviditás-preferencia elmélet szerint a rövidebb papírok keresettebbek (mert hamarabb visszaadják a likviditást, emiatt preferálja ezeket a befektetők nagy része), ezért a lejáratig tartott hozamuk nyilván alacsonyabb. A likviditáspreferencia-elmélet alapján az enyhébben emelkedő hozamgörbe nem biztos, hogy változni fog.

1.6. Ma bocsátottak ki két 10 éves lejáratú, évente egyszer fix kamatot fizető, lejáratkor egy összegben törlesztő államkötvényt. Az X kötvény a névleges kamatlába kisebb, mint az Y kötvény névleges kamatlába. A hozamgörbe monoton emelkedő. Melyik kötvény érdemesebb megvásárolni?

Megoldás:
Mindkettőt jól árazza a piac, tehát mindegy. Nem az IRR alapján döntünk, hanem attól függően, hogy a hozamgörbe milyen megváltozására számítunk.

1.7. Fél évvel ezelőtt 8%-on volt vízszintes az effektív hozamgörbe, ma 9%-on vízszintes. Mekkora annak a változó kamatozású államkötvénynek a bruttó és nettó árfolyama ma, amelyet fél évvel ezelőtt bocsátottak ki és amely évente egyszer fizeti az egyéves DKJ-hozamot és 3,5 év múlva egy összegben törleszt?

Megoldás:
Mivel változó kamatozású az államkötvény, ezért:
$P_{bruttó}=108/1{,}0905=103{,}45$; $P_{nettó}=103{,}45-4=99{,}45$

1.8. A következő táblázat a loghozamgörbe 1, 2 és 3 évi pontjait mutatja.

T	Egy évvel ezelőtti loghozam-görbe	Mai loghozamgörbe
1	8%	12%
2	10%	12,5%
3	11%	13%

Egy évvel ezelőtt lehetett 1, 2 és 3 éves kamatozó államkötvényeket venni (évi egyszeri kamatfizetés mellett). Melyik államkötvénynek volt a legnagyobb az elmúlt évi hozama, ha a piac mindvégig jól árazott?

Megoldás:
Egyéves forward loghozam 2·10%-8%=12%, kétéves forward loghozam pedig (3·11%-8%)/2=12,5%. Mivel a loghozamgörbe pont a forwardnak megfelelőn alakult, az ex post hozamok megegyeznek az államkötvények esetén.

1.9. A féléves, éves és másféléves diszkontfaktorok jelenleg rendre 0,9, 0,8 és 0,7. A piac jól áraz.
a) Mennyi a féléves DKJ-re szóló egyéves határidős árfolyam?
b) Mennyi az egyéves DKJ-re szóló féléves határidős árfolyam?
c) Számítsa ki a loghozamgörbe féléves, éves és másféléves pontjait!

Megoldás:
a) ${}_{1}DF_{1.5}=0{,}7/0{,}8 = 0{,}875$,
b) ${}_{0.5}DF_{1.5}=0{,}7/0{,}9 = 0{,}778$
c) $\ln(1/0{,}9)/0{,}5=21{,}08\%$; *a féléves;* $\ln(1/0{,}8)=22{,}31\%$ *az éves;* $\ln(1/0{,}7)/1{,}5=23{,}78\%$ *a másféléves*

1.10. Az alábbi államkötvényeket bocsátották ki ma:
a) 1 éves DKJ - árfolyama: 90,91%
b) 2 éves, lejáratkor egy összegben törlesztő, évente egyszer 8% kamatot fizető kötvény, melynek árfolyama: 94,93%
c) 3 éves futamidejű az utolsó két évben 50%-50%-ban törlesztő 6%-os fix kamatozású évente kamatot fizető kötvény, melynek árfolyama: 88,63%

Mekkora az egy év múlvára várható 2 éves prompt kamatláb a tiszta várakozási elmélet szerint?

Megoldás:
$DF_1= 0{,}9091$ $r_1=10\%$

$8*DF_1 + 108*DF_2 = 94{,}93$
$DF_2 = 0{,}8116$ $r_2=11\%$
$6*DF_1 + 56*DF_2 + 53*DF_3 = 88{,}63$
$DF_3 = 0{,}7117$ $r_3=12\%$
Az egy év múlva kezdődő 2 év futamidejű implicit forward kamatláb:
$((1{,}12^3)/1{,}1)^{0{,}5}-1=13{,}01\%$

1.11. Az 1, 2 és 3 éves elemi kötvények árfolyamai rendre 0,9, 0,8 és 0,7.
a) Mennyi a lejáratig számított effektív hozama annak a névértéken kibocsátott államkötvénynek, amely évente egyszer fix kamatot fizet és 3 év múlva egy összegben törleszt, ha a piac jól áraz?
b) Mit tesz, ha a ma kibocsátott, 3 év futamidejű, egy összegben törlesztő, évente egyszer 10% kamatot fizető államkötvényt névértéken lehetne adni-venni?

Megoldás:
a) A lejáratig számított hozam pontosan a par kamatláb, mivel a kötvény névértéken lett kibocsátva. $k=(1-DF_3)/kummDF=0{,}3/2{,}4=12{,}5\%$. A lejáratig számított hozam ugyanennyi, mivel a kötvény névértéken lett kibocsátva.
b) A kötvény elméleti árfolyama a diszkontfaktorok alapján: $0.9\cdot10+0{,}8\cdot10+0{,}7\cdot110=94$, tehát eladni (shortolni) kell és szintetikusan venni.

1.12. A 6 hónapos német euró diszkontkincstárjegy árfolyama 100,25%.
a) Mekkora a diszkontkincstárjegy lejáratig számított effektív hozama?
b) Mekkora a 9 hónapos német euró diszkontkincstárjegy fair árfolyama, ha a 6x9-es euró FRA éppen 0%?

Megoldás:
a) (100/100,25)^2-1 = -0,4981%, a negatív hozam abból adódik, hogy prémiummal veszünk meg egy kupont nem fizető papírt.
b) Ha a 6x9-es határidős kamat éppen 0%, akkor az azt is jelenti, hogy a 9 havi DKJ pont annyiba kerül, mint a 6 hónapos, tehát már innen is látszik, hogy 100,25% a jó válasz.

1.13. Az kockázatmentes elemi kötvény árfolyamok a következők:

1.	2.	3.	4.
0,9091	0,7972	0,6931	0,6026

Mekkora a névértéken kibocsátott négyéves futamidejű, fix kamatozású államkötvények lejáratig számított hozama (YTM)?

Megoldás:
A diszkontfaktorok:

DF_1	DF_2	DF_3	DF_4
0,9091	*0,7972*	*0,6931*	*0,6026*

A par = (1-0,6026)/3,002=0,1324, azaz 13,24%.

1.14. Az effektív hozamgörbe jelenleg a következő:

r_1	r_2	r_3
10%	12%	13%

Milyen névleges kamattal bocsátották ki azt a hároméves, évente egyszer kamatot fizető, az utolsó alkalommal egy összegben törlesztő államkötvényt, amelyiket a piac 110%-os árfolyamon jegyzett le?

Megoldás:
A diszkontfaktorok:

r_1	r_2	r_3
0,9091	*0,7972*	*0,6931*

Innen k=(110-69,31)/2,3994=16,96%

1.15. Egy változó kamatozású államkötvény évente egyszer az egy éves DKJ hozamot fizeti és lejáratkor egy összegben törleszt. Futamideje jelenleg már csak 3,5 év. A hozamgörbe jelenleg 10%-on vízszintes, fél évvel ezelőtt 11%-on volt vízszintes. Mekkora volt annak a befektetőnek az elmúlt fél évi ex post hozama, aki fél évvel ezelőtt (kibocsátáskor) megvásárolta ezt a kötvényt és ma eladta, ha a piac mindvégig jól árazott?

Megoldás:
Fél évvel ezelőtt 100-on vette. Ma $111/1,1^{0,5}$*=105,83-on adta el. Hozama: 105,83/100-1=5,83% volt fél év alatt.*

1.16. Egy 3 éves évente egyszer kamatot fizető, egy összegben törlesztő államkötvény névleges kamatlába 10%, kibocsátáskori lejáratig számított hozama (YTM) 7%. Egy év múlva kamatfizetés után ugyanezen kötvény

YTM-ja 8%. Mekkora hozamot realizált az a befektető, aki pénzét ebbe a kötvénybe fektette kibocsátáskor, majd egy év múlva eladta?

Megoldás:
100-as névértékkel számolva: $P_0 = 10/1,07+10/1,07^2+110/1,07^3 = 107,87$.
$P_1 = 10/1,08+110/1,08^2 = 103,57$. CF_0: -107,87 CF_1: 10 + 103,57 = 113,57
A hozam: 113,57/107,87-1 = 5,28%.

1.17. Fél éve -0,10%-os lejáratig számított hozamon (ytm, yield-to-maturity) vásároltunk 1 éves német euró diszkontkincstárjegyeket, melyeket ma -0,40%-os lejáratig számított hozam mellett eladtunk. Mekkora a tartási időszak alatt elért hozamunk (HPR, holding period return)?

Megoldás:
Vásárláskor ez egy 1 éves DKJ volt, az árfolyama 1/(1+(-0,10%))^1 = kb 100,10%
Eladáskor ez egy 0,5 éves DKJ, az árfolyama 1/(1+(-0,40%))^0,5 = kb 100,20%
Fél év telt el.
HPR = (100,20%/100,10%)^(1/0,5)-1= kb +0,20%
Vagyis a negatív hozammal megvett DKJ-n még nyertünk is!

1.18. Az egyéves diszkont-kincstárjegy árfolyama 94,52. A féléves diszkont-kincstárjegy árfolyama 97,77.
a) Számítsa ki a loghozam-görbe féléves és egyéves pontját!
b) Számítsa ki, hogy a tiszta várakozási elmélet szerint várhatóan mekkora lesz félév múlva a féléves prompt loghozam!
c) Megveszünk egy hatéves annuitásos kötvényt névértéken. Várhatóan mekkora loghozamot realizálunk a tiszta várakozási elmélet szerint, ha egy év múlva eladjuk?

Megoldás:
*a) éves: ln(1/0,9452)= 5,64%, féléves: ln(1/0,9777)*2=4,51%*
b) félév múlvai féléves= 2(5,64%-4,51%/2)=6,77 %, a mai implicit határidős hozam.*
c) a mostani éves prompt loghozamot, azaz 5,64%-ot (a tiszta várakozási elmélet szerint minden kötvény várható hozama egyenlő, tehát az annuitásos megvásárlása és egy év múlvai eladása várhatóan ugyanannyit hoz, mintha egy egyéves elemi kötvényt vettünk volna)

1.19. Az ’A’, a ’B’ és a ’C’ kötvény adatai:

	A	B	C
Névérték	100	100	250
Névleges kamatláb	10%	10%	10%
Futamidő	3	3	3
Törlesztés	Egyszeri	2. és 3. évben azonos összegben	2. évben 20% és 3. évben 80%
Prompt árfolyam	105,5	104	?

Tételezzük fel, hogy ’A’ és ’B’ kötvények jól vannak árazva. Mennyit érne ekkor a ’C’ kötvény?

Megoldás:
A hozamgörbe csak az A és B ismeretében nem határozható meg egyértelműen (2 egyenlet, 3 ismeretlen). Azonban a C kötvény nem teljesen független, hanem egy redundáns papír, C=1,5A+B. (egyenletrendszerben kiszámítható: 10x+10y=25, 10x+60y=75, 110x+55y=220)

	A	*B*	*C*
0	*105,5*	*104*	*262,25*
1	*10*	*10*	*25*
2	*10*	*60*	*75*
3	*110*	*55*	*220*

1.20. A piacon háromféle 2 év lejáratú kötvény van:
a) Egy 100 Ft névértékű elemi kötvény
b) Egy k = 20% éves kamatozású egyenletes tőketörlesztésű N = 100Ft névértékű kötvény
c) Egy annuitásos konstrukció C = 70 Ft

A hozamgörbe vízszintes, a piac jól áraz. Mekkora az 1 éves effektív hozam, ha a piac az annuitást 113,2 Ft-on, az egyenletes tőketörlesztéses kötvényt 104,65 Ft-on jegyzi le?

Megoldás:
A CF-ek:

Annuitás	*Egy. Tőket.*	*Elemi*
70	*70*	*0*
70	*60*	*100*

A CF-ek közötti összefüggés:

$10 \cdot Ann - 10 \cdot Egy.Tőket. = Elemi$

Ennek az árfolyamokban is tükröződnie kell. Tehát az elemi kötvény árfolyama:

$1132 - 1046{,}5 = 85{,}5$

Visszaszámítva a 2 éves hozamot az árfolyamból:$(100/85{,}5)^{0{,}5} - 1 = 0{,}0815$

Mivel a hozamgörbe vízszintes, az 1 éves hozam is 8,15%.

1.21. 3 éves, évente k = 20% kamatot fizető, rejtett opciókat nem tartalmazó, végtörlesztéses kötvény árfolyama 100 Ft. Az effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes, a piacon minden kötvény névértéke 100 Ft. (Elemi kötvényekkel minden lejáratra lehet kereskedni.) Hogyan arbitrálna?

Megoldás:

A reális árfolyam: $20/1{,}1 + 20/1{,}1^2 + 120/1{,}1^3 = 124{,}8685$

Arbitrázs elemei:

A kötvény alulárazott, venni kell 10 db-ot és ugyanennyit szintetikusan (elemi kötvények segítségével) eladni.

A szintetikus pozíció: El kell adni 2db 1 éves, 2 db 2 éves és 12 db 3 éves elemi kötvényt.

1.22. Három 5 éves futamidejű államkötvényt bocsátottak ki ma (1 kötvény névértéke 10 ezer Ft). Mindhárom egy összegben törleszt és évente egyszer fizet kamatot, de az „A" kötvény névleges kamatlába 10%, a „B" kötvényé 12% és a „C" kötvényé 14%. A kötvények nem tartalmaznak implicit opciókat. Az alábbi táblázat mutatja a másodlagos piacon kialakult árfolyamokat:

	Vételi árfolyam	Eladási árfolyam
A	99%	100%
B	101,5%	102%
C	106%	107%

Van-e lehetőség arbitrázsra? Válaszát indokolja!

Megoldás:

Cash-flow-k alapján: A+C=2B

Ha veszem A+C és eladom a 2B-t:

$2 \cdot 101{,}5 - (100 + 107) = -4$, tehát nem éri meg.

Ha veszem 2B-t és eladom A+C-t:

$99 + 106 - 2 \cdot 102 = +1$ tehát megéri, itt arbitrázslehetőség van!

1.23. Három 3 éves futamidejű államkötvényt bocsátottak ki ma. Mindhárom egy összegben törleszt és évente egyszer fizet kamatot, de az „A” kötvény névleges kamatlába 12%, a „B” kötvényé 10% és a „C” kötvényé 8%. A kötvények nem tartalmaznak implicit opciókat. Az alábbi táblázat mutatja az B és a C kötvény másodlagos piacon kialakult árfolyamát:

	Vételi árfolyam	Eladási árfolyam
C	99%	100%
B	100%	102%

Milyen vételi és eladási árat kellene jegyezni a A kötvényre, hogy ne legyen lehetőség arbitrázsra?

Megoldás:
Cash-flow-k alapján: A=2B-C
*Az A szintetikus vételi ára: 2*102%-99%=105%*
Tehát a bid ár nem lehet ennél nagyobb: A(bid)<=105%.

*Az A szintetikus eladási ára: 2*100%-100%=100%.*
Tehát az offer ár nem lehet ennél alacsonyabb: A(offer)>=100%.
És persze A(bid)<=A(offer)

1.24. Egy korábban 4%-os fix kamaton megkötött long 6x9-es FRA pozíció piaci értéke biztosan pozitív, ha most a hozamgörbe 5%-on vízszintes.

Megoldás:
Igaz, mert ekkor az összes forward kamat is 5%, vagyis eladhatnánk az FRA-t 5%-on, miközben 4%-on vettük.

1.25. Amennyiben kizárólag a következő három derivatív pozícióval rendelkezünk, és ezek jelenértéke megegyezik, akkor a portfoliónk kockázatmentes:

long 3x6 FRA; long 6x12 FRA, short 3x12 FRA

Megoldás:
Igaz, mert az FRA-k így együtt zárt pozíciót képeznek.

1.26. Mutassa be, hogy emelkedő hozamgörbe esetén mi a különbség a likviditáspreferencia-elmélet és a tiszta várakozási elmélet következtetései között!

Megoldás:
A tiszta várakozási elmélet szerint a hozamgörbe azért emelkedik, mert felfelé fog tolódni (vagy inkább olyankor emelkedik, amikor utána felfelé tolódást vár tőle a piac) és ez tükröződik a spot-nál magasabb forward hozamokban, vagyis azért kell emelkedő legyen a hozamgörbe, hogy a spotnál magasabb forward hozamok jöjjenek ki, melyek a jövőbeli spot hozamok várható értékei. A likviditás-preferencia elmélet szerint a rövidebb papírok keresettebbek (mert hamarabb visszaadják a likviditást, emiatt preferálja ezeket a befektetők nagy része), ezért a lejáratig tartott hozamuk nyilván alacsonyabb. A likviditáspreferencia-elmélet alapján az enyhébben emelkedő hozamgörbe nem biztos, hogy változni fog.

Nehezebb Feladatok:

1.27. A 6 hónapos diszkontkincstárjegy árfolyama 99,25%, az 1 évesé 98,25%. Egy vállalat fél évre szeretne 10 milliárd forintot állampapírba fektetni. A magasabb hozam reményében azt fontolgatja, hogy most az 1 éves papírt vásárolja meg és majd fél év múlva eladja azt.
a) Hány forinttal érne el több hozamot, ha a hosszabb papírt választja és a hozamgörbe változatlan marad?
b) Legfeljebb mekkora lehet fél év múlva a fél éves effektív hozam, amely mellett a befektető még éppen nem járna rosszabbul, ha a hosszabb papírt választotta?

Megoldás:
Lényegében az emelkedő hozamgörbe melletti döntésekről szól a feladat, kicsit a hozamgörbe-meglovaglás, határidős hozam és tiszta várakozási elmélet nem teljesülésében bízó befektető dilemmáit járja körül.

a) Ha a 6 hónaposat választja, akkor 10 mrd/0,9925% = 10.075.566.751,63 forintja lesz.
*Ha az 1 éveset választja és változatlan a hozamgörbe, akkor fél év múlva az pont 99,25%-on tudja majd eladni, vagyis 10 mrd / 0,9825 * 0,9925= 10.101.781.170,48 forintja lesz.*
Tehát kb 26,2 millió forinttal több hozamot ér el, ha a hosszabbat választja és változatlan marad a hozamgörbe.

b) Ha 6 hónaposba fektet, akkor (100/99,25)^2-1=1,5170% effektív hozamot ér el, de erre egyébként nincs is szükség, hiszen a 6 havi hozamegyüttható a lényeg, ami 100/99,25.
Ahhoz, hogy az 1 évessel ugyanekkora effektív hozamot érjen el a futamidő alatt ennek a DKJ-nek az árfolyama is 100/99,25-ös hozamegyütthatóval

*kell szorzódjon, vagyis az eredetileg 12 hónapos DKJ árfolyam legyen 98,25%*100/99,25= 98,9924% (ugyanide vezet, ha az 1,5170%-os effektív hozamot használja valaki).*
Ebből pedig látszik, hogy (100/98,9924)^2 - 1 = 2,0461% lehet a fél év múlvai fél éves effektív hozam. Nem meglepő, hogy ez épp a futamidő elején érvényes határidős hozam, hiszen ha a tiszta várakozási elmélet teljesül, akkor pont ekkorára kellene felmenni a fél éves hozamnak fél év alatt.

1.28. Fél évre szeretnénk befektetni 1 milliárd forintot. Három instrumentum közül választhatunk. Első lehetőség egy 90 napra lekötött bankbetét, melyet lejáratkor (a kapott kamatokkal együtt) ismét 90 napra lekötött bankbetétbe helyezünk. A bankbetét a 3 havi BUBOR-20 bázispontos kamatot fizet (lineárisan, ACT/360), ma a 3 havi BUBOR 2,55%. Második lehetőség a fél éves diszkontkincstárjegy, melynek árfolyama 98,75%. A harmadik lehetőség az 1 éves diszkontkincstárjegy, melynek árfolyam 97%. Várakozásaink szerint a következő félév során a hozamgörbe éven belüli szakasza vagy enyhén lefelé tolódik, vagy változatlan marad. Melyik befektetést válasszuk és miért?

Megoldás:
Látszik, hogy a számunkra elérhető hozamgörbe emelkedik, ráadásul mi változatlan, vagy enyhén lefelé tolódó hozamgörbét várunk, tehát érdemes a hosszabb futamidőbe fektetni a hozamgörbe meglovaglása miatt, így az egy éves DKJ passzol a várakozásainkhoz.

Betétek: = 1 mrd (1+(2,55%-0,2%)(90/360)) * (1+(2,55%-0,2%)*(90/360)= 1.011.784.515,625, vagy kevesebb, ha lefelé tolódik a hozamgörbe (második szorzótényező kisebb lehet!)*
Fél éves DKJ: 1 mrd /0,9875 = 1.012.658.227,8481
*1 éves DKJ: 1 mrd/(0,97*0,9875) =1.018.041.237,1134, vagy több, ha lefelé tolódik a hozamgörbe (a hozamgörbe emelkedése miatt az osztásnál a DKJ ár kisebb lehet, mint 0,9875). Döntés: 1 éves DKJ*

1.29. Legyen az MNB alapkamat 3% (két hetes diszkontkötvény lineáris kamata, ACT/360).
a) Hány forintba kerül kibocsátáskor egy darab 10000 forint névértékű, 2 hetes MNB diszkontkötvény?
b) Mekkora effektív hozamot ér el egy bank, ha kibocsátáskor megvásárolja, majd lejáratig tartja ezt a kötvényt?

c) A névérték hány százalékán tudná az Államadósság Kezelő Központ (ÁKK) kibocsátani a 6 hetes diszkontkincstárjegyeket, ha a hozamgörbe az első 6 hetes szakaszon vízszintes lenne?
d) Igaz-e, hogy, ha az ÁKK képes a c) pontban meghatározott árfolyamnál drágábban kibocsátani a 6 hetes diszkontkincstárjegyet, akkor a piac feltehetően az alapkamat növekedésére számít a tiszta várakozási elmélet szerint?
e) Lehetséges-e, hogy az MNB alapkamatot csökkentik, és ennek a bejelentése után a piacon a 15 éves forint államkötvény elvárt hozama (yield-to-maturity) emelkedik?

Megoldás:
*a) MNB diszkontkötvény árfolyama 3%-os alapkamat mellett: 1/(1+(14/360)*3%)=99,8835%*
9988,35 forintba kerül

b) A 3%-os MNB alapkamat (1/99,8835%)^(360/14)-1=3,0428% effektív hozamnak felel meg, de az is jó, ha valaki 52/2 évnek tekinti a 2 hetet és akkor (1/99,8835%)^(52/2)-1=3,0772% jön ki.

c) Legegyszerűbb, ha a korábban kiszámolt effektív hozammal számolunk, és itt a hetekben számolás tűnik logikusnak:
10000/(1+3,0772%)^(6/52)=99,6509%
*Másik megoldás, ha az MNB diszkontkötvény árfolyamát, mint 2 hetes diszkontfaktorból kiindulva határozzuk meg (vízszintesnek tekinthetjük a hozamgörbét, mert az alapkamat változatlanságát feltételezzük) a 6 hetes DF-et, ami 99,8835%*99,8835%*99,8835%= =99,8835%^3=99,6509%*

d) Nem, ez hamis, ha növekedésre számítanánk, akkor olcsóbban venné meg a piac a DKJ-t, mert ott van az alternatívája, hogy berakja MNB kötvénybe 3-szor egymás után. Ha közben emelkedik az MNB kötvény hozama (az alapkamat emelés nyilván a hozamát is emelné), akkor jobban járunk 3 db MNB kötvénnyel egymsá után, mint egy db 6 hetes DKJ-vel.

e) Igen, a hozamgörbe két nagyon távoli részéről van szó, gyakran megfigyelhető ilyen jellegű nem párhuzamos elmozdulás. Az alapkamat kizárólag pár rövid instrumentum (két hetes diszkontkötvény, O/N repók…stb) kamatára hat közvetlenül, az összes többi eszközre csak közvetve hat és minél messzebb megyünk, annál inkább csökken a közvetlen hatása. A hozamgörbe hosszú vége egyébként is jóval kockázatosabb, lazító monetáris politika esetén a piac kivárhat, mielőtt *vásárolna belőle, illetve még az is lehet, hogy ha túlzottnak tekintik a lazítást, akkor csökkentik is a kockázatot és el is adják.*

1.30. Rövid számításokkal alátámasztva válaszoljon az alábbi kérdésekre!

a) Az Európai Központi Bank O/N (overnight, 1 napos) betéti kamata -0,40% (ACT/360). Hány euróval kap vissza kevesebbet az a bank, amelyik péntekről hétfőre 100 millió eurós egyenleget tartott az ECB-nél?

b) Az overnight USD LIBOR +0,38% (ACT/360). Feltéve, hogy ezen a szinte ki tudná helyezni a dollár többletét, hány dollárral kapna vissza többet az a bank, amelyik 100 millió euróból 1,1225-ös EURUSD árfolyamon dollárt vásárolt, majd péntekről hétfőre kihelyezi azt?

c) Mekkora hétfői EURUSD árfolyam esetén lesz mindegy a banknak, hogy euróban, vagy dollárban volt péntektől hétfőig a likviditása?

Megoldás:

a) 100 mio(1-0,40%*3/360) = 99.996.666,67 eurót kap vissza, ami 3333,33 euróval kevesebb, mint az eredeti betéti összeg.*

*b) 100 mio*1,1225*(1+0,38%*3/360) = 112253554.583333 dollárt kap vissza hétfőn, ami 3554,58 dollárral több, mint az eredeti 112.250.000,- dollár.*

c) Sokféleképpen megoldható, de talán a legegyszerűbb, ha megnézzük, hogy vagy 99.996.666,67 eurója, vagy 112.253.554,58 dollárja lesz hétfőn. Akkor lesz neki mindegy, ha az EURUSD árfolyam pont úgy alakulna, hogy ez a két összeg éppen ugyanannyit ér.
EURUSD_break_even= 112.253.554,58/99.996.666,67 = kb 1.12257

1.31. A 6 hónapos német euró diszkontkincstárjegy árfolyama 100,25%.

a) Mekkora a diszkontkincstárjegy lejáratig számított effektív hozama?

b) Mekkora a 9 hónapos német euró diszkontkincstárjegy fair árfolyama, ha a 6x9-es euró FRA éppen 0%?

Megoldás:

a) (100/100,25)^2-1 = -0,4981%, a negatív hozam abból adódik, hogy prémiummal veszünk meg egy kupont nem fizető papírt.

*b) Ha a 6x9-es határidős kamat éppen 0%, akkor az azt is jelenti, hogy **a** 9 havi DKJ pont annyiba kerül, mint a 6 hónapos, tehát már innen is látszik, hogy 100,25% a jó válasz. Másképp is megoldható, például úgy, hogy a 6 hónap múlva induló 3 hónapos DKJ az most 9 hónapos DKJ* *hitelből való megvételével szintetizálható. Vagyis DKJ_9M/DKJ_6M = határidős DKJ árfolyam. Node ha a 6x9-es FRA kamata pont 0%, akkor a határidős DKJ árfolyama pont 100%, vagyis DKJ_9M/100,25% = 100%, innen DKJ_9M=100,25%.*

1.32. A 3 hónapos USD LIBOR 0,95306%, a 3 hónapos EURIBOR -0,33429%. A kamatbázis mindkettő esetén ACT/360.

a) Egy vállalat negyedévente LIBOR+100 bázispont kamatot fizet 1 millió dollár névértékű hitelére. Hány dollárnyi kamatot fog fizetni legközelebb, ha ma van a kamat fordulónapja és a következő kamatfizetés 92 nap múlva lesz?

b) Egy vállalat negyedévente EURIBOR+100 bázispont kamatot fizet 1 millió euró névértékű hitelére. Hány euró kamatot fog fizetni legközelebb, ha ma van a kamat fordulónapja és a következő kamatfizetés 92 nap múlva lesz?

c) Feltéve, hogy a vállalat hasonló feltételekkel tudna újabb hitelhez jutni, legfeljebb mennyit érne meg ma fizetnie egy 92 nap múlva esedékes, számára partnerkockázatmentes, 1 millió dollár névértékű követelésért?

d) A 6 hónapos EURIBOR -0,22300%. A tiszta várakozási elmélet a 3 hónapos EURIBOR emelkedésére, vagy csökkenésére számít?

Megoldás:

a) 1.000.000(0,95306%+1%)*(92/360) = 4991,15 dollár kamatot fog levonni a bankja legközelebb.*

b) 1.000.000(-0,33429%+1%)*(92/360) = 1701,26 euró kamatot fog levonni a bankja legközelebb.*

c) Ha a vállalat most kifizet valamit, ahhoz neki is meg kell vennie a forrást, ami számára LIBOR+100bp-be kerül. Tehát legfeljebb annyit fizethet érte, amennyi felvett hitel pont 1 milliónyi tartozássá alakul:

*X * (1+(0,95306%+1%)*(92/360)) = 1 mio*

X = 1 mio /(1+(0,95306%+1%)(92/360)) = 995.033,63 dollárt fizethet érte legfeljebb*

d) Emelkedésére. A hozamgörbe, bár negatív tartományban van, de emelkedő. Emelkedő hozamgörbére a tiszta várakozási elmélet válasza: azért ilyen, mert az azonnali hozam majd feljebb lesz.

Másként megközelítve: a tiszta várakozási elmélet alapján a mostani forward kamat a jövőbeli várható kamat. Egyszerű becsléssel látszik, hogy a 3x6-os FRA magasabb, mint a mostani 3 havi EURIBOR:

(1+1/4-0,33429%) * (1+1/4*FRA) = (1+ 2/4*-0,22300%)*

FRA = -0,111810%

1.33. Fél éve 3,15%-on kötöttünk egy éppen ma lejáró short 6x9-es FRA pozíciót 100 milliárd forint névértékben. Ma a 3 havi BUBOR fixing 2,55% volt, partnerünk azonnali készpénzes elszámolást (cash settlement) szeretne. Döntse el, ki fizessen kinek és mennyit!

Megoldás:
Az biztos, hogy mi nyertünk rajta, hiszen shortoltuk a BUBOR-t, vagyis határidősen kihelyeztük az 100 milliárdot 3,15%-on, miközben a spot forrásköltség 2,55% lett, tehát a partnerünk fizessen nekünk!

Ha nem lenne cash settlement, akkor 100 mrd x ¼ x (3,15%-2,55%)=150 mio forintot nyernénk mától számítva 3 hónap múlva (eredeti üzletkötéstől számítva 9 hónap múlva) mégpedig úgy, hogy megvennénk a 100 milliárd forint forrást a piacon 2,55%-on és odaadnánk neki 3,15%-on. Node nekünk a 3 hónap múlvai 150 millió forint nyereség helyett megfelel ma ennek a jelenértéke is, ami: 1,5 mio x 1 / (1+ 1/4 x 2,55%) = 149.049.807,5 forint.

1.34. A 3x6-os FRA-val 1,70%-on, 0,5 éves diszkontkincstárjeggyel 99,25%-os árfolyamon, 1 éves diszkontkincstárjeggyel 98,25%-on lehet kereskedni, míg a 2 és a 3 éves par kamat (évi egyszeri kupont és végtörlesztéses kötvényt feltételezve) rendre 2% és 2,5%.

a) Mekkora most a 3 havi BUBOR fair szintje?
b) Mekkora a fél év múlva induló fél éves határidős logkamat?
c) Mekkora a 2 éves diszkontfaktor?
d) Ha valaki ma arra számít, hogy 1,5% lesz 3 hónap múlva a 3 havi BUBOR, akkor long, vagy short 3x6-os FRA-t kellene nyitnia most? Legalább mekkora névértékben nyissa meg az FRA-t, ha utána lejáratig megtartja és 1,5 millió forintot szeretne keresni rajta 6 hónap múlvai pénzben kifejezve?

Megoldás:
Az FRA lineáris kamatot feltételez és a kérdésben szereplő BUBOR is lineáris, sőt az MNB alapkamat is, mindegyik ACT/360 konvenció érvényesül.

a) A 3 havi prompt kamat kiszámolható a 3x6-os FRA és a 6 havi DKJ segítségével, hiszen, ha minden tökéletes a piacon, akkor a 3 hónapra, majd utána még 3 hónapra felvéve a forrást ugyanoda kelleen jutnunk, mintha 6 hónapra vennénk fel a forrást.
*(1+90/360*BUBOR3M) * (1+90/360*(3x6 FRA)) = 1/99,25%*

*(1+90/360*BUBOR3M) * (1+90/360*1,70%) = 1/99,25%,*
Innen adódik, hogy BUBOR3M= 1,32%

*b) A fél éves és az 1 éves DKJ-ből adódik a fél év múlvai fél éves határidős DKJ árfolyam, ami 98,250%/99,25%=98,9924%, innen az $_1y_2$=2*ln(1/98,9924%)=2,03%*
*Még egyszerűbb, ha rájövünk, hogy eleve kiindulhattunk volna a fél év múlva induló féléves hozamegyütthatóból: 2*ln(99,25%/98,25%)*

*c) A 2 éves par kamat 2%, ezért a (2;102) cash flow értéke éppen 100. Node a DF_1=98,25% adódik a DKJ árából. Ezért felírható, hogy 100=2*98,25%+102*DF_2, vagyis DF_2=96,1127%*

d) Nyilván shortot, hiszen most 1,70-en van a 3x6-os FRA, aminek az „alapterméke" pont a későbbi 3 havi BUBOR. Ha úgy gondolom, hogy elszámoláskor lejjebb lesz az elszámolóár, mint ahol most a határidős ár van, akkor eladni érdemes határidőre.
*Mennyit nyisson? Mondjuk ha nyit 1 milliárdnyi névértéket, akkor 6 hónap múlvai pénzben kifejezve ez 1 mrd * (1,70%-1,50%)*90/360= 500.000 forintot ér. Ez alapján 3 milliárdot kellene nyitnia.*

1.35. A 3 havi BUBOR 2,30%, a 3x6-os FRA 2,75%, a 6x12-es FRA 3%, a 12x24-es FRA pedig 3,50%. (FRA = Forward Rate Agreement, az 3x6 jelentése: mától számítva 3 hónap múlva induló és mától számítva 6 hónapig tartó betét/hitel lineáris kamata, ACT/360). Mennyit ér ma a bankközi piacon egy 2 év múlva esedékes kockázatmentes 1 milliárd forint

Megoldás:
Annyit ér a két év múlva esedékes kockázatmentes 1 milliárd forint, amennyi kölcsönt felvehetek ma ennek a terhére. Ez legyen X.
Ha felveszek X-et 3 hónapra, akkor X(1+90/360*2,30%)-ot kell visszafizetnem akkor. Node már most megvehetem a 3x6-os FRA-t és akkor még három hónapig nálam van a pénz*

X(1+90/360*2,30%)*(1+90/360*2,75%)-ot*

kellene visszafizetnem ekkor.
Azonban már ma megvehetem a 6x12-es FRA-t és akkor egészen év végéig nálam maradhat a pénz

X(1+90/360*2,30%)*(1+90/360*2,75%)*(1+180/360*3%)-ot*

kellene év végén visszafizetnem.
Illetve már ma megvehetem a 12x24-es FRA-t is és akkor a második év végéig nálam maradhat a pénz

X(1+90/360*2,30%)*(1+90/360*2,75%)*(1+180/360*3%)*(1+360/360*3,5%)*

*Annyi legyen tehát az X, hogy ez így pont 1 milliárd legyen, vagyis X=1000000000/((1+90/360*2,30%)*(1+90/360*2,75%)*(1+180/360*3%)*(1+360/360*3,5%)= 940.000.336,25 = kb 940 mio forint*

2. Kötvények kockázata: átlagidő, görbület

Alapfeladatok:

2.1. Az elemi kötvények árfolyamai rendre a következők: $P_1=0,9$, $P_2=0,8$, $P_3=0,7$. Éppen ma bocsátottak ki névértéken egy három év futamidejű államkötvényt, amely évente egyszer fix kamatot fizet és lejáratkor egy összegben törleszt.

a) Mekkora a kötvény névleges kamatlába?

b) Mekkora a kötvény átlagideje és a loghozamgörbére vonatkoztatott görbülete?

Megoldás:

a) Névleges kamatláb = par kamatláb, mivel névértéken lett kibocsátva a kötvény, $(0,9+0,8+0,7)\cdot k+0,7\cdot 100=100$ ebből: $k=12,5\%$.

b) átlagidő$=(0,9\cdot 12,5\cdot 1+0,8\cdot 12,5\cdot 2+0,7\cdot 112,5\cdot 3)/100=2,675$

görbület$=(0,9\cdot 12,5\cdot 1^2+0,8\cdot 12,5\cdot 2^2+0,7\cdot 112,5\cdot 3^2)/100=7,6$

2.2. Egy kötvény névértéke 10 000 Ft, nettó árfolyama 99,50%, felhalmozódott kamata 1,50%, átlagideje 3,55 év, az effektív hozamgörbére vonatkoztatott konvexitása 25,2 az effektív hozamgörbe 8%-on vízszintes. Hány forinttal változik meg a kötvény árfolyama, ha az effektív hozamgörbe $\Delta r=1\%$-kal feljebb tolódik önmagával párhuzamosan? Vegye figyelembe a görbületet is!

Megoldás:

$P_{bruttó}=99,50\%+1,50\%=101\%$ $D^*=-3,55/1,08=-3,29$

$BPV= -3,29\cdot 10100\cdot 0,01+0,5\cdot 25,2\cdot 10100\cdot 0,01^2=-319,56$ Ft.

2.3. Egy kötvény árfolyama P=109,25%, átlagideje 4,85 év, módosított átlagideje -4,49, az effektív hozamra vonatkoztatott görbülete (konvexitása) pedig 26,9. A hozamgörbe vízszintes.

a) Hány százalékon vízszintes az effektív prompt hozamgörbe, ha a piac jól áraz?

b) Mekkora a kötvény belső megtérülési rátája (IRR-je)?

c) Hány százalékkal és milyen irányban változik a fenti kötvény árfolyama, ha a hozamgörbe 1 százalékponttal emelkedik?

Megoldás:

a) $(-D/D^*)-1=(-4,85/-4,49)-1=8\%$

b) IRR=8%, mivel a hozamgörbe vízszintes *c) $-4{,}49 \cdot 1{,}0925 \cdot 1 \cdot 0{,}01 + 1/2 \cdot 26{,}9 \cdot 1{,}0925 \cdot 1 \cdot 0{,}01^2 = -4{,}76\%$*

2.4. Egy portfólió az alábbi, az állam által kibocsátott instrumentumokat tartalmazza:

- 1 000 darab 2 éves elemi kötvény, névértéke 20 000 Ft.
- 1 500 darab 1 év hátralévő futamidejű változó kamatozású kötvény (névérték 15 000 Ft, kamatperiódus fél év, a legutolsó kamatigazítás éppen ma volt).

Az effektív hozamgörbe 1 és 2 éves pontja 10%, 12%. Mekkora a portfólió átlagideje?

Megoldás:

elemi kötvény értéke = $1000 \cdot 20\,000/1{,}12^2 = 15\,943\,878$ Ft
változó kötvény értéke = $1\,500 \cdot 15\,000 = 22\,500\,000$ Ft;
Dur(elemi) = 2 év; Dur(változó) = 0,5 év;
Dur(portfólió)=$(15\,943\,878 \cdot 2 + 22\,500\,000 \cdot 0{,}5)/(15943878 + 22\,500\,000) = 1{,}12$.

2.5. Felvettünk 5 millió forint hitelt egy év futamidőre, majd 10 millió forintot hároméves elemi kötvénybe fektettünk. A piac jól áraz. Becsülje meg, hogy hány forinttal változik portfóliónk értéke a loghozamgörbe 1%-pontos csökkenésének hatására! Vegye figyelembe a görbületet is!

Megoldás:

Portfólió értéke=+10-5=5 M
Átlagidő=D= $(10 \cdot 3 - 5 \cdot 1)/(10-5) = 5$ év
Görbület=C=$(-5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 3^2)/5 = 17$
BPV=$\Delta V = -D \cdot V \cdot \Delta r + 0{,}5 \cdot V \cdot C \cdot (\Delta r)^2 = -5 \cdot 5 \cdot (-0{,}01) + 0{,}5 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 0{,}0001 = +0{,}25425$ MFt
Azaz kb. 254,25 ezer forinttal nő vagyonunk ebben az esetben.

2.6. A kötvényportfoliónk BPV-je -125 ezer forint. Miért veszítünk várhatóan 12,5 millió forintnál kevesebbet, ha a hozamgörbe párhuzamosan 100 bázisponttal felfelé tolódik?

Megoldás:

A konvexitás miatt a BPV nagyobb elmozdulásoknál a veszteséget túlbecsülné a nyereséget alulbecsülné.

2.7. Nyer, vagy veszít egy fordítottan lebegő kamatozású kötvény (inverse floater) tulajdonosa a hozamszint nagymértékű csökkenésekor? Állítását indokolja!

Megoldás:
Egyrészt nyer, mert nő a kötvény CF-ja, másrészt nyer, mert csökkennek a diszkontráták.

2.8. A hozamgörbe minden pontjában (de nem párhuzamosan) feljebb tolódott. Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e!
a) Minden határidős kamatláb emelkedett.
b) A fordítottan lebegő kamatozású államkötvények árfolyama emelkedett.
c) Most érdemes csökkenteni a kötvényportfóliónk átlagidejét.

Megoldás:
a) Hamis, előfordulhat olyan eset, hogy nem
b) Hamis, ez nem egyértelmű
c) Hamis, nem függ ettől

2.9. Az egy-, két- és hároméves diszkontfaktorok jelenleg rendre 0,9, 0,8 és 0,7. A mai napon az X befektető minden vagyonát kétéves elemi kötvénybe fektette, az Y befektető pedig vagyona egyik felét egyéves, másik felét hároméves elemi kötvénybe fektette. A következő időszakban a hozamgörbe önmagával párhuzamosan lefelé tolódik, miközben a hozamszint-volatilitás növekszik. Melyik befektető jár jobban? Miért?

Megoldás:
Az X és az Y befektetők portfóliójának átlagideje egyaránt 2 év. Az Y befektető portfóliójának konvexitása azonban nagyobb. A lefelé tolódáson mindkét befektető nyer, de az Y nagyobbat, mert annak a portfóliónak nagyobb a konvexitása.
Tehát az Y befektető jár jobban.

2.10. Egy bank mérlegében a saját tőke piaci értéke 1000 Md forint. Az idegen források piaci értéke 800 Md forint, átlagideje 2 év, loghozamgörbére vonatkoztatott görbülete (konvexitása) 20. Az eszközök átlagideje 5 év, loghozamgörbére vonatkoztatott görbülete 40. Becsülje meg, hogy hogyan változik a saját tőke értéke, ha a loghozamgörbe 1 bázisponttal emelkedik!

Megoldás:
Eszközök értéke=1800, átlagideje=5, görbülete=40
Idegen tőke értéke=800, átlagideje=2, görbülete=20
Saját tőke értéke=1000, átlagideje=(1800·5-800·2)/1000=7,4,

görbülete=(1800·40-800·20)/1000=56
$\Delta V=-D\cdot V\cdot\Delta r+0{,}5\cdot V\cdot C\cdot(\Delta r)2=-7{,}4\cdot 1000\cdot 0{,}0001+0{,}5\cdot 1000\cdot 56\cdot 0{,}00012=-0{,}7397MdFt$

2.11. Egy bank eszközeinek átlagideje 1 év. Idegen forrásainak átlagideje 2 év. Mekkora lehet a tőkeáttétel (D/V), ha a hozamszint csökkenése a kedvező a bankrészvényesek számára? A görbülettől tekintsünk el!

Megoldás:
D(ST)=(1·1-D/V·2)/(1-D/V)>0, ami akkor teljesül, ha D/V<0,5.

2.12. Ugyanazon a napon egy vállalat két kötvénysorozatot bocsát ki. A két kötvény pénzáramlása azonos. Az eltérés csak annyi közöttük, hogy az 'A' sorozat előresorolt adósságnak minősül, míg a 'B' sorozat alárendelt hitel. Melyiknek nagyobb az átlagideje?

Megoldás:
Annak a kötvénynek nagyobb az átlagideje, amelyiknek az elvárt hozama alacsonyabb. Az előresorolt kötvény csődkockázata kisebb, azaz elvárt hozama is, így átlagideje nagyobb lesz.

2.13. Pozitív, vagy negatív lesz az átlagideje annak a jelenleg immunizált kötvényportfoliónak, melynek a konvexitása negatív, ha a hozamgörbe párhuzamosan felfelé tolódik?

Megoldás:
Immunizált, tehát a duration-je jelenleg nulla. Ha a konvexitása negatív, akkor a változás veszteséget fog okozni, vagyis pozitív lesz a duration felfelé tolódó hozamgörbe hatására és így már veszíteni is fogunk rajta.
A negatív konvexitás azt jelenti, hogy a duration-ünk mindig úgy fog átalakulni, hogy az nekünk rossz legyen: ha lefelé menne a hozamgörbe, akkor csökkenne a duration (ha nulla volt, negatív lesz), ha felfelé megy, akkro nnő a duration (ha nulla volt, pozitív lesz).

2.14. A hozamgörbe szigorúan monoton emelkedő. „A" és „B" kötvényeket az állam bocsátotta ki, évente egyszer fix kamatot fizetnek, 5 év múlva egy összegben törlesztenek, nem tartalmaznak rejtett opciókat. Az „A" kötvényt névérték alatt, a „B" kötvényt névérték felett bocsátották ki. Melyiknek nagyobb a belső megtérülési rátája, ha a piac jól áraz? Miért?

Megoldás:
kA<kB, tehát DURA>DURB, tehát IRRA>IRRB

2.15. Egy kamatszelvényes kötvény átlagideje a mai nap során megnőtt, miközben a hozamgörbe nem változott. Hogyan lehetséges ez?

Megoldás:
A kötvény kamatot fizetett.

2.16. Két államkötvény futamideje, névértéke, kamatfizetési gyakorisága és törlesztési feltételei is megegyeznek, opciókat nem tartalmaznak. Az „A" kötvény névleges kamatlába nagyobb, mint a „B" kötvényé. A hozamgörbe emelkedő. A piac jól áraz.
a) Melyik kötvénynek nagyobb a belső megtérülési rátája? Válaszát indokolja!
b) Melyik kötvénynek lesz várhatóan nagyobb hozama, ha a likviditáspreferencia-elmélet igaz?

Megoldás:
a) „A" kötvény átlagideje kisebb, mint a „B" kötvény átlagideje. Emelkedő hozamgörbe mellett a „B" kötvény IRR-je nagyobb, mint az „A" kötvény IRR-je, ha a piac jól áraz.
b) Likviditás preferencia elmélet szerint a hosszabb befektetéseknek nagyobb a likviditási prémiuma. Amennyiben a kötvényeket lejáratig tartjuk, nagyobb IRR-je miatt az A kötvény hozama lesz nagyobb.

Nehezebb feladatok:

2.17. A loghozamgörbe vízszintes. Vagyonunk felét (5 millió forintot) egyéves elemi kötvénybe, másik felét (5 millió forintot) hároméves elemi kötvénybe fektetjük. A piac jól áraz.
a) Mekkora a portfóliónk átlagideje és görbülete (konvexitása)?
b) Az átlagidő és a konvexitás felhasználásával számítsa ki, hogy mekkora a portfólió loghozamgörbére vonatkozó BPV-je (Basis Point Value, a hozamgörbe 0,01%pontnyi, azaz 1 bázispontnyi, párhuzamos felfelé tolódásának a hatása a portfolió értékére)!
c) A BPV felhasználásával becsülje meg, hogy hány forintot veszítünk, ha a loghozamgörbe 1%-ponttal (100 bázisponttal) párhuzamosan felfelé tolódik!

***Megoldás*:**
*a) Átlagidő=D=(5*1+5*3)/(5+5)=2*
Görbület kiszámításához van egy frappáns képlet: C=D^2+Var(t), persze ez csak akkor jó, ha az egyes időpontoknak a jelenérték súlyai

megegyeznek, de itt most ez nem gond, mert 5-5 millió jelenértékről van szó.

CF_portfolio= 5; 0; 5
Average(t) = 2
Var(t)= ((1-2)^2+(3-2)^2)/2 = 1
C_portfolió = D^2+Var(t) = 2^2+1=5

b) $BPV=\Delta V=-D\cdot V\cdot \Delta r+0{,}5\cdot V\cdot C\cdot(\Delta r)^2=-2\cdot 10\cdot 0{,}0001+0{,}5\cdot 10\cdot 5\cdot(0{,}0001)^2=-1999{,}75$ *forint*

Ha ugyanezt kiszámoljuk $\Delta r=0{,}01$ *esetén, akkor kb. 197,5 ezer forinttal csökken vagyonunk, node a kérdés a becslés volt, tehát elég az is, ha a BPV-t megszorozza 100-zal és akkor meg 199.975 forint jön ki. Ez így azért csak becslés, mert közben a BPV is változni fog, még akkor is, ha a pillanatnyi konvexitást is fegyelembe vettük. Minél nagyobb a loghozamgörbe eltolódása annál nagyobb az eltérés a képlettel kapott és a numerikus módon számolt érzékenység között.*

2.18. Egy portfolió piaci értéke 20 millió dollár, átlagideje 5,25 év. A portfolió két részből áll: 7 millió dollár névértékű, fél éves diszkontkincstárjegyből, valamint 12 millió dollár névértékű, ma kibocsátott, 9 év futamidejű, évente 4% névleges kamatot fizető, végtörlesztéses államkötvényből. A fél éves diszkontkincstárjegyek árfolyama 99,50%.

a) A 9 éves kötvénynek a lejáratig számított hozama (yield-to-maturity) nagyobb, vagy kisebb, mint 4%, a kötvény jelenlegi piaci árfolyama alapján?

b) Mekkora a 9 év futamidejű kötvény átlagideje?

c) A portfoliókezelő 4 évnél rövidebbre szeretné csökkenteni az átlagidejét, ezért azt tervezi, hogy elad a kötvényekből és az abból befolyó pénzt fél éves diszkontkincstárjegybe fekteti. Legalább mekkora névértékben adjon el a kötvényekből, figyelembe véve, hogy a kötvények 10000 dollár névértékű címletekben vannak?

***Megoldás*:**

Arra nagyon figyelni kell, hogy mikor beszélünk piaci értékről és mikor névértékről, illetve, hogy az átlagidők egyenletét piaci értékekkel súlyozottan kell felírni.

*a) A 7 millió névértékű DKJ-csomag piaci értéke 99,50%*7 mio =6.965.000,-*
A teljes portfolió piaci értéke: 20 millió

*Innen következik, hogy a kötvények piaci értéke 20 mio-99,50%*7mio=13.035.000,-, miközben a névértékük 12 millió, vagyis a bruttó árfolyamuk:*

13.035.000/12.000.000=108,6250%

Mivel a kötvény ma lett kibocsátva, ezért a nettó és a bruttó árfolyama megegyezik (nincs felhalmozott kamat) és mivel ez 100%-nál nagyobb, ezért a kötvény ytm-e kisebb, mint a 4% névleges kuponja.

b) Az átlagidők egyenlete:
*20 mio * 5,25 év = 6965000*0,5 év + 13035000*DUR(9 éves kötvény), innen:*
DUR(9 éves kötvény) = 7,79 év

c) Sokféleképpen megoldható, arra kell figyelni, hogy végül is lecserél valamennyit a 7,79 év átlagidejű eszközeiből 0,5 év átlagidejűre.
Az új állapotra és pont 4 évre felírva az átlagidők egyenletét:

*20 mio * 4 év = (6965000+X)*0,5 év+(13035000-X)*7,79*

Innen X=3.432.805,21, node ez még csak piaci értékben van, a kötvény névérték
érdekes, ami

X/108,6250%= 3.160.234,95

Legalább 3.170.000 névértéknyi kötvényt azaz 317 darabot adjon el és a befolyó összeget fektesse DKJ-ba.

2.19. Az Államadósság Kezelő Központnak (ÁKK) 14400 milliárd forint piaci értékű forint állampapírjai vannak kibocsátva. Ennek a teljes állampapír-portfóliónak az átlagideje (duration) 4,25 év. Az ÁKK szeretné, ha ennek a portfoliónak az átlagideje nőne, ezért egy csereaukciót hirdet, ahol 2,78 év átlagidejű papírokat kíván visszavásárolni és ugyanakkora piaci értéken 9,45 év átlagidejű papírokat bocsát ki és ad oda cserébe.

a) Legalább mekkora piaci értékű csereaukciónak kell megvalósulnia ahhoz, hogy 4,5 évet elérje az átlagidő?

b) Vajon miért szeretné az ÁKK, hogy növekedjen az államadósság-portfólió átlagideje?

***Megoldás*:**

a) a piaci szereplők összessége együttesen 14.400 mrd forintnyi piaci értékű 4,25 év átlagidejű portfolióval rendelkezik az ÁKK-val szemben.
*DUR(új)=(14400mrd*4,25év-Xmrd*2,78év+X*9,45év)/(14400-Xmrd+Xmrd)*
DUR(új) >= 4,5 év

*X>=(4,5*14400-4,25*14400)/(-2,78+9,45)*
X>=539,73 milliárd forint piaci értékben kellene megvalósulnia a csereaukciónak, ami egyébként elég nagy összeg, ez egy alaposan előkészített, külön meghirdetett programot igényelne, egy átlagos hosszú kötvény aukcióján 10-15 milliárddal kínálják meg a piacot aukciónként.

b) Ez egyik lehetőség, hogy lehet, hogy kedvezőnek ítéli meg a hozamgörbe mostani szintjét, vagy pénzügyi stabilitás szempontjából sem mindegy, mennyire tudja távolra görgetni az adósságot… stb.

2.20. A Southern Rock Bank igencsak rosszul működik. A bank eszközoldala 80 milliárd forint piaci értékű, 8 év átlagidejű MBS-ből, valamint 20 milliárd forint piaci értékű 1 éves DKJ-ből áll. A bank idegen forrásai 5 milliárd forintnyi látra szóló betétből, 25 milliárd forintnyi 3 hónapos lekötött betétből és 50 milliárd forint névértékű, 5 év futamidejű, változó kamatozású kötvényből áll. A változó kamatozású kötvény kamata félévente változik, mindig az aktuális 6 havi BUBOR lesz a következő kupon, most éppen fél év van még hátra a következő kamatfizetésig. A kockázatmentes hozamgörbe 5%-on vízszintes.

a) Mekkora a bank saját tőkéjének az átlagideje?
b) Nőne, vagy csökkenne a bank saját tőkéjének átlagideje, ha a hozamgörbe párhuzamosan felfelé tolódna?
c) Nagyobb, vagy kisebb lenne a bank saját tőkéjének az átlagideje, ha a 3 hónapos lekötött betétekkel rendelkező ügyfelek 6 hónapra kötötték volna le a betétjüket?
d) Mutasson egy tetszőleges, itt nem említett ötletet, melynek segítségével a bank saját tőkéjének átlagideje csökkenthető!

Megoldás:
a) Total Assets = 80+20 = 100 milliárd = Total Liabilities = 5 +25+50 + Equity, innen adódik, hogy
Equity = 20 milliárd
DUR(Assets)=DUR(Liabilities)
*DUR(Assets) = (80*8+20*1)/100=6,6 év*
*(5*0+25*1/4+50*0,5+20*DUR(Equity))/100*
Innen DUR(Equity) = 31,125 év, ez elég nagy gond, D(Equity) = -29,64, vagyis ha 1%-ot felfelé tolódik a hozamgörbe, akkor a bank kb 29%-át elveszíti a saját tőkéjének.*

b) csökkenne a konvexitás miatt, persze ez nem sokat segít a bankot veszteség érné *c) csökkenne, hiszen az idegen források átlagideje nőne.*

d) Nagyon sok minden jó. Például adjuk el az 1 éves DKJ-t és tegyük be 3 haviba. Vagy bocsássunk ki fix kamatozású 5 éves kötvényt és a befolyó összeget tegyük be rövid papírba. Vegyünk fel long FRA pozíciókat. Keressük fel a látra szóló betétben lévő ügyfeleket és adjunk nekik valamilyen akciós 1 havi lekötést. A lényeg: az eszköz oldalnak rövidítsük a duration-jét, és/vagy az idegen forrásokét növeljük, különben a saját tőkében csapódik le ez a nagy feszültség.

3. Határidős ügyletek: arbitrázs és spekuláció

Alapfeladatok:

3.1. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama ma 2200 Ft, az állampapír-piaci loghozamgörbe 10%-on vízszintes.
a) Mennyit ér és mekkora a deltája annak az egy részvényre szóló határidős eladási (short forward) pozíciónak, amely egy év múlva jár le és amelyet K=2200 Ft árfolyamon kötöttek 6 hónappal ezelőtt?
b) Mennyi lenne a pozíció értéke és deltája tőzsdei határidős ügylet esetén (futures)?

Megoldás:
a) short forward=PV(K)-S= $2200 \cdot e^{-0,1}-2200= -209,358$; $\Delta= -1$
b) short futures=K-F= $2200-2200 \cdot e^{0,1}= -231,38$, $\Delta=-e^{0,1}=-1,1052$

3.2. Ön fél évvel ezelőtt egy egyéves határidős vételi pozíciót nyitott 1000 db osztalékot nem fizető részvényre. A félévvel ezelőtti és a mai prompt és határidős árfolyamokat az alábbi táblázat mutatja:

	Prompt árfolyam	Fél év lejárathoz tartozó határidős árfolyam	Egy év lejárathoz tartozó határidős árfolyam
Fél évvel ezelőtt	560	600	650
Ma	640	690	750

Mennyi a határidős pozíció értéke és deltája, ha
a) a forward piacon üzletel?
b) a futures piacon üzletel?

Megoldás:
a) $PV(F-K)=(640/690)\cdot(690-650)$ *ezer=37,101 ezer Ft;* $\Delta=+1000$
b) $F-K=(690-650)$ *ezer=40 ezer Ft;* $\Delta=690/640\cdot 1000=+1078$

3.3. Egy olyan részvényt szeretnénk eladni 2 évre a határidős piacon, melynek prompt árfolyama 100 Ft, és 20%-os osztalékhozamot biztosít. A loghozamgörbe 12%-on vízszintes. Mekkora kötési árfolyamon tudjuk eladni a részvényt?

Megoldás:
Mivel a forward ügylet értéke kötéskor zéró: $K=F=100\cdot exp[(0{,}12-0{,}2)\cdot 2]=85{,}21$

3.4. XY részvény kibocsátója minden évben duplájára növeli az osztalék mértékét. Ön egy évvel ezelőtt 3 éves határidős vételi forward ügyletet kötött erre a részvényre K=100 Ft-os kötési árfolyamon; a tavalyi osztalékot, 5 Ft-t tegnap fizették. Jelenleg 100 Ft az XY árfolyama. Mennyit ér a pozíciója ma, ha az effektív hozamgörbe ma 7%-on vízszintes?

Megoldás:
$f = S^*-PV(K)= (100-10/1{,}07-20/1{,}07^2)-100/1{,}07^2 = -14{,}16$

3.5. A JP Morgan részvények azonnali árfolyama 58,6 dollár. A JP Morgan idén négyszer fizet osztalékot: márciusban, júniusban, szeptemberben és decemberben, minden alkalommal 40 centet. A dollár effektív hozamgörbe 0%-on vízszintes. Mennyit ér ma egy olyan long forward pozíció, mely 1000 darab JP Morgan részvényre szól, 1 év a futamideje és a kötési árfolyama 30 dollár?

Megoldás:
$F=S^* / P$, $DF=100\%$, $F=S^*$
$S^*=58{,}6-0{,}4-0{,}4-0{,}4-0{,}4=57$
$F=57$
*fwd = NÉ*DF*(F-K) = 1000*(57-30) = 27000 dollár*

3.6. Ön 1 évvel ezelőtt 3 éves forward vételi pozíciót nyitott. A részvény prompt árfolyama 200 Ft a kötési árfolyam is ennyi volt. A loghozamgörbe 12%-on vízszintes. Egy év múlva a részvény prompt árfolyama 220 Ft, a loghozamgörbe 2 százalékpontos párhuzamos emelkedést produkált. Mekkora az egyéves expost hozam a pozíción?

Megoldás:
Long forward értéke ma $=200-exp(-0{,}12\cdot 2)\cdot 200=42{,}67$
Long forward értéke jövőre $=220-exp(-0{,}14)\cdot 200=46{,}13$
Ex post hozam: $46{,}12835/42{,}67443-1 = 8{,}09\%$

3.7. Egy részvényindex azonnali értéke 1 000 pont. Az index azonnali és a három hónapos határidős árfolyama közötti bázis -12, míg a három- és hathónapos határidős árfolyamok közötti bázis -20. A folytonosan számított háromhónapos kockázatmentes hozam évi 10%.

a) Mekkora folytonosan számított osztalékhozammal számolt a piac?
b) Mekkora a hathónapos kockázatmentes hozam, ha az index folytonosan számított osztalékhozama egész évben azonos?

Megoldás:
a) A háromhónapos forward 1012. 1012 = 1000·exp[(0,1-q)·0,25], innen q = 5,23%.
b) A hathónapos forward 1032. 1032 = 1000·exp[(r-0,0523)·0,5], innen r = 11,53%.

3.8. Mennyi az egyensúlyi határidős devizaárfolyam az alábbi paraméterek mellett: T= 2 év, S=250, a kétéves elemi kötvények árfolyama: P=0,64, Q=0,81?
b) Mekkora ebben az esetben egy egységnyi devizára szóló határidős eladási pozíció deltája a forward piacon?
c) Mekkora ebben az esetben egy egységnyi devizára szóló határidős eladási pozíció deltája a futures piacon?

Megoldás:
a) F=S·Q/P=250·0,81/0,64=316,4
b) delta= -Q= -0,81
c) delta= -Q/P=-0,81/0,64 = -1,266

3.9. Miért térhet el egymástól az ugyanarra az alaptermékre és futamidőre szóló futures és forward ügyletek deltája, hogyha lejáratkor a két ügylet egymással mindenben megegyezik?

Megoldás:
*Azért, mert a futures-nél folyamatos marginolás van, így a nyereségek kamatostul érvényesülnek, mit ahogy a veszteségek is. Egyébként a pozíció értékének a képletein is látszik. fwd = QS-PK, fut= (Q/P)*S-K. Nyilván az S szerinti parciális derivált más.*

3.10. Az eurodollár futures előző napi elszámolóára 99,03 volt. Ma jár le az eurodollár futures, a 3 hónapos LIBOR fixing 1,00%. Pénzt kapunk, vagy fizetni kell a mai elszámolás során, ha hetek óta short futures pozíciót tartunk?

Megoldás:
Az eurodollár futures a futures lejáratakor érvényes 3 havi LIBOR-ral szemben számol el a 100-LIBOR képlet alapján adódik az utolsó elszámolóára.

Kapunk pénzt, mert a mai futures elszámolóár 100-LIBOR = 99,00 lesz, míg tegnap 99,03 volt és mi short pozícióban voltunk.

3.11. Ha a hozamgörbe emelkedő és egy spekuláns abban bízik, hogy nem fog változni, akkor racionális lehet-e hosszabb futamidejű kötvénybe fektetni, mint a tervezett befektetési idő? Válaszát egy egyszerű számpéldán keresztül mutassa be!

Megoldás:

Igen, ez pont „a hozamgörbe meglovaglása", egyébként ez egy carry trade jelenség.

Például, ha DF1=100%, DF2=98%, és 1 évre szeretnék befektetni, de mégis 2 éves DKJ-t veszek, akkor, ha 1 év múlva a DF1=100% lesz, a 98%-on megvásárolt DKJ-t 100%-on el tudom majd adni. Ezzel jobban járok, mintha az 1 éves DKJ-t vettem volna 100%-on, ami 100%-ot fizetne.

3.12. A határidős búzapiacon négy lejáratra lehet kereskedni: márciusra, júniusra, szeptemberre, decemberre.

a) Írja fel, milyen spekulációs pozíciót alakít ki, ha arra számít, hogy a szeptemberi búza jobban fog drágulni a decemberihez képest, mint a júniusi a márciusihoz képest!

b) Mi a neve ennek a pozíciónak?

Megoldás:

Long SEPT + Short DEC –(Long JUN + Short MAR)= Long SEPT + Short DEC + Short JUN + Long MAR)

vagyis sorbarendezve:

Long MAR + Short JUN + Long SEPT + Short DEC

Long teknősbéka

3.13. Ma az olaj futures piacán contango tapasztalható. Szeptemberi és decemberi lejáratokra szóló futures ügyletek megkötésével felveszünk egy long bázis pozíciót. Mutassa meg, hogy nyernénk, vagy veszítenénk a futures pozícióinkon, ha holnap a contango backwardation-né alakulna át!

Megoldás:

A pozíciónk long bázis, vagyis long SEP és short DEC,

Mivel ma pozíció nyitáskor contango volt, ezért a decemberit magasabb áron nyitottuk.

Ha holnap backwardation-né alakul a futures görbe, akkor a decemberi lejjebb lesz, mint a szeptemberi, tehát, biztosan nyerni fogunk, hiszen amit *shortoltunk az relatíve lejjebb került, amit meg longoltunk az relatíve feljebb.*

3.14. Az EURHUF határidős árfolyam fél éves futamidőre 294,85. A fél éves diszkontkincstárjegyekre vonatkozó fél éves határidős árfolyam euróban 99,45%, forintban 98,05%. Mennyi az egy éves EURHUF határidős árfolyam?

Megoldás:
Hasonlóan az F= QS/P logikához, ahol a spotból a prompt DKJ árakkal határidős számolható ugyanígy a forwardokból pedig a határidős DKJ-kel további (hosszabb) forwardok számolhatók.
$F_{1Y} = F_{0,5Y} * {}_{0,5Y}Q_{1Y} / {}_{0,5}P_{1Y} = 294,85 * 99,45\%/98,05\% = 299,06$

3.15. Ön tegnap hathónapos lejáratra a tőzsdén 1 kontraktus eurót adott el. A kontraktus mérete 1 000 euró. A következőket tudja továbbá:

	Tegnap	Ma
Spot árfolyam	250 HUF/EUR	248 HUF/EUR
Euró hozam	2,5%	2,5%
Forint hozam	9%	8,8%

a) Mekkora letétet kellett tegnap megképeznie, ha a letét értéke a kontraktus méretének 25%-a?
b) Hány százalék hozamot realizált a befektetésén egy nap alatt?

Megoldás:
a) A kontraktus értéke=1000·250·(1,09/1,025)^{0,5} = 257 805; a letét nagysága=64451,25 Ft
b) A kontraktus értéke másnap=1000·248·(1,088/1,025)^{0,5}=255 507,8, az eredmény = 255 507,8 - 257 805= -2297,17, ami a letétre vetítve: -2297,17/64451,25 = -3,56% napi hozam

3.16. Egy kereskedő pont egy hónapja nyitott egy akkor fél éves EURHUF short forward ügyletet 50 ezer euró névértékben 295,25-ös határidős árfolyamon. Ma az EURHUF azonnali árfolyama 288,20, és éven belüli lejáratokra a forint effektív hozamgörbe 4%-on, míg az euró effektív hozamgörbe 0,50%-on vízszintesnek tekinthető. Mennyit nyerne lejáratkori forintban kifejezve, ha most rögtön lezárná az ügyletet?

Megoldás:
Fontos, hogy már csak 5/12 év van hátra!

Q = (1+0,5%)^(5/12) = 99,79%
P = (1+4%)^(5/12) = 98,38%
*F= QS/P =99,79% * 288,20 / 98,38% = 292,33*
50.000(295,25-292,33)=146.000 forint lejáratkori forintban*

3.17. Egy kereskedő 3 hónapja nyitott egy akkor 6 hónapos USDTRY long forward ügyletet 1 millió dollár névértékben 2,0275-ös határidős árfolyamon (lejáratkor dollárt vásárol és 2,0275 török lírát fizet dolláronként). Ma az USDTRY azonnali árfolyama 2,1750. Mennyit ér most a long forward pozíció mai török lírában kifejezve feltéve, hogy éven belüli lejáratokra a török líra effektív hozamgörbe 8%-on, míg a dollár effektív hozamgörbe 0%-on vízszintes.

Megoldás:
Fontos, hogy már csak 3 hónap van hátra!
Q = bázisdeviza diszkontfaktora =1/(1+0%)^(3/12) = 100%
P = másodlagos deviza diszkontfaktora =1/(1+8%)^(3/12) = 98,10% (kb)
*long fwd = QS-PK = 1*2,1750 - 0,9810*2,0275=0,1860*
Ez török lírában kifejezve jelenti a profitot, mégpedig 1 dollárnyi névértékre vetítve, vagyis ez fajlagos profit, ezért még meg kell szorozni a névértékkel:
*1000000*0,1860 = +186000 török lírát ér a pozíció (jelenértéken, most)*

3.18. 3 hónappal ezelőtt kötöttünk egy határidős szerződést a bankközi piacon, miszerint 100 millió eurót vásárolunk mától számítva 9 hónap múlva forint ellenében. A kötési árfolyam 265 Ft/Eur volt. Ma az euró prompt árfolyama 260 Ft/Eur. Ma a 9 hónapos elemi forintkötvény ára 0,9 Ft; a 12 hónaposé 0,87 Ft. A 9 hónapos elemi devizakötvény árfolyama 0,95 euró; a 12 hónaposé 0,93 euró.
a) Mennyit ér a határidős pozíció ma forintban?
b) Mekkora a határidős pozíció deltája?

Megoldás:
a) Ma a 9 hónapos határidős euroárfolyam $F=260\cdot 0{,}95/0{,}9=274{,}44$
Long forward értéke=$PV(F-K)=0{,}9\cdot(274{,}44-265)=8{,}5$ Ft euronként, tehát összesen 850 millió Ft.
b) $\Delta=Q=0{,}95$

3.19. Ön negyedévvel ezelőtt féléves határidőre vett búzát a futures piacon. A kockázatmentes logkamatláb minden lejáratra 12% volt, ami azóta így is maradt. A búza prompt ára ma 100$/tonna, a kötéskor 120$/t volt.

Mekkora egy összegű fix raktározási költséget számított fel az eladó, ha ma elemzők 10$-ra értékelik pozícióját?

Megoldás:

Futures áru vétel: $f=F-K=(S+U)\cdot exp(r\cdot t)-K$

Jelen esetben: $10=(100+U)\cdot exp(0{,}12\cdot 0{,}25)-120$

Ebből a raktározás költsége: $U=26{,}16$

3.20. Ön egy évvel ezelőtt kétéves, tőzsdén kívüli határidős kamat megállapodást (FRA) kötött. Ebben határidőre megvette a két év múlvai egyéves kamatot. A kötés névértéke 1 millió forint. Mekkora ma ennek a határidős szerződésnek az értéke, ha a hozamgörbe egy évvel ezelőtt, illetve ma a következőképpen nézett ki?

	r_1	r_2	r_3
Tavaly	10%	11%	11,5%
Ma	9%	9,5%	9,7%

Megoldás:

Az $f_{2,3}$ egy évvel ezelőtt 12,51% volt. Ma ezzel az $f_{1,2}$ ekvivalens, aminek az értéke ma 10%. A határidős kötés értéke (mivel elszámolás csak egy év múlva van):(1 000 000 (10%-12,51%)) /1,09 = -23027,5 Ft

3.21. Egy határidős hitelügyletet két évvel ezelőtt kötöttek és egy év múlva esedékes a hitel folyósítása, amelynek futamideje egy év, névértéke 100 millió Ft. A határidős (kötési) kamatláb 8%, a hozamgörbe jelenleg 7%-on vízszintes. Bontsa fel a pozíciót két prompt kötvény-re (határozza meg a két prompt kötvény értékét is)!

Megoldás:

Long 1 éves kötvény, értéke: 100/1,07=93,46

Short 2 éves kötvény, értéke: $-108/1{,}07^2=-94{,}33$

FRA értéke: -0,8734

3.22. Egy osztalékot nem fizető részvény egy héttel ezelőtti és mai határidős árfolyamait mutatja a következő táblázat (dollárban):

	SEPT	DEC	MARC	JUN
egy héttel ezelőtt	2050	2100	2180	2200
Ma	2080	2150	2250	2300

Mennyit nyert az a spekuláns, aki az elmúlt héten short teknősbéka pozícióban volt 1000 darab részvényre nézve?

Megoldás:
Short teknősbéka: Short SEPT+Long DEC+Short MARC+Long JUN
Nyereség= (-30+50-70+100)·1000= +50 000 dollár.

3.23. Az elmúlt héten egy osztalékot nem fizető részvény prompt és határidős piacán az alábbi változások történtek:

Prompt árfolyam változás	0 pont
Márciusi határidős árfolyam változás	-70 pont
Júniusi határidős árfolyam változás	-80 pont
Szeptemberi határidős árfolyam változás	-100 pont

a) Hogyan változott a június és a szeptember közötti bázis?
b) Hogyan változtak az implicit kamattartalmak (nőttek vagy csökkentek)?
c) Mekkora nyereségre tett szert az, aki long pillangó pozícióban volt a MARC-SEPT időszakban?

Megoldás:
a) $\Delta(F_{jún}-F_{szept})= \Delta F_{jún}-\Delta F_{szept}=-80-(-100)= +20$
b) csökkentek (a prompt nem változott, a határidős árfolyamok csökkentek)
c) -70+2·80-100= -10

3.24. Milyen pozíciót alakít ki az a spekuláns, aki úgy gondolja, hogy az ABC részvény határidős piacán a MAR-JUN különbözet (bázis) erősödni fog a SEPT-DEC különbözethez (bázishoz) képest (a márciusi, júniusi határidők megelőzik a szeptemberi, decemberi határidőket)? Írja fel pontosan, hogy mely lejáratokra vesz illetve ad el! Mi ennek a pozíciónak a neve?

Megoldás:
MAR Long, JUN Short, SEPT Short, DEC Long, a neve Long keselyű.

3.25. A hozamgörbe milyen megváltozására spekulálnak az alábbi határidős pozíciók tulajdonosai?
a) short bázis,
b) long pillangó,
c) short keselyű,
d) long teknősbéka?

Megoldás:
a) hozamgörbe párhuzamos felfelé tolódás
b) hozamgörbe meredekségének növekedése
c) hozamgörbe meredekségének csökkenése
d) hozamgörbe púposabbá válása

3.26. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama 1000 Ft, az egyéves határidős árfolyama 1200 Ft, kétéves határidős árfolyama 1400. Az egy év múlvai egyéves FRA (határidős kamatlábmegállapodás) kamatlábra 18%-20%-ot jegyeznek. Hogyan (milyen ügyletekkel) lehet arbitrálni, mekkora arbitrázsprofitra lehet így szert tenni mai pénzben?

Megoldás:
+200/1200=16,67% implicit kamattartalom az egy év múlvai egyéves periódusra a határidős részvénypiacon. Ez alacsony az FRA-hoz képest.
Tehát:
Short FRA 18%
Short underlying 1 évre + Long underlying 2 évre (szintetikus határidős hitelfelvétel 16,67%-on.
Nyereség=18%-16,67%=1,33%-a az egy év múlvai befektetés értékének vagyis az 1200-nak=15,96 Ft részvényenként. De ez két év múlvai keletkezik. Mai pénzben a nyereség=15,96 jelenértéke (nincs megadva a kétéves hozam, így nem lehet pontosan kiszámítani).

3.27. Az alábbi táblázat két, osztalékot nem fizető részvény egy és kétéves határidős árfolyamait tartalmazza:

	1 éves határidős árfolyam	2 éves határidős árfolyam
ABC	2500	2800
XYZ	120	150

Hogyan arbitrálna ebben a helyzetben?

Megoldás:
Az implicit határidős kamattartalom az ABC-ben: 300/2500=12%, az XYZ-ben: 30/120=25%.
Szintetikus határidős hitelfelvétel 12%-on: short ABC 1 évre + long ABC 2 évre.
Szintetikus határidős betét 25%-on: long XYZ 1 évre + short XYZ 2 évre.

3.28. XYZ részvény prompt árfolyama 500 Ft, az egyéves határidős árfolyama 750 Ft, kétéves határidős árfolyama 900. Az egyéves DKJ egyéves határidős árfolyama 83,33%. Az egy év múlvai egyéves FRA (határidős kamatlábmegállapodás) kamatlábra 16%-18%-ot jegyeznek.

a) Hogyan arbitrálna a részvénypiac segítségével?
b) Hogyan arbitrálna a kötvénypiac segítségével?

Megoldás:

a) Részvénypiac:

+150/750=20% implicit kamattartalom az egy év múlvai egyéves periódusra a határidős részvénypiacon. Ez magas az FRA-hoz képest.

Arbitrázs elemei:

Short FRA 18%

Long XYZ 1 év + Short XYZ 2 évre

b) Kötvénypiacon:

1/0,8333 – 1 =20% implicit kamattartalom az egy év múlvai egyéves periódusra a határidős kötvénypiacon. Ez magas az FRA-hoz képest.

Arbitrázs elemei:

Short FRA 18%

Short Bond (rövid hitel) 1 év + Long Bond (hosszú betét) 2 évre

3.29. Egy kereskedőnek a szállítási időszakban short bond futures pozíciója van. A szállítási kritériumoknak négy kötvény is megfelel, ezek konverziós faktorát és piaci nettó árfolyamát tartalmazza a következő táblázat.

kötvény	nettó árfolyam	konverziós faktor
A	99.50	1.0382
B	143.50	1.5188
C	119.75	1.2615
D	88.75	0.9356

a) Melyik kötvényt szállítsa le, ha a futures utolsó elszámolási árfolyama 93’08 = 93 8/32 = kilencvenhárom-egész-nyolc-harmincketted = 93,25?
b) Minek a rövidítése a „CTD Bond” kifejezésben a CTD?
c) Ha valaki short bond futures pozíciót nyit, majd a hozamgörbe hosszú vége jelentősen emelkedik, akkor a pozíciójának az értéke negatív, vagy pozitív lesz?

Megoldás:

*a) A: 99,5 – 1,0382 * 93,25 = 2,69*

*B:143.50 – 1.5188*93,25 = 1,87*
*C: 119,75 – 1,2615*93,25 = 2,12*
*D: 88,75-0,9356*93,25=1,5053*

Tehát a D kötvényt kell választani szállításnál, ez a Cheapest-to-Deliver Bond.

b) CTD = Cheapest-to-Deliver=legolcsóbban szállítható

c) pozitív, shortolja a képzeletbeli kötvényt, aminek az értéke csökken a hozamemelkedés miatt

Nehezebb feladatok:

3.30. Egy kereskedő egy éves long RUBHUF forward ügyletet nyitott (RUB=orosz rubel, long RUBHUF = ennyi forintot kell fizetni egy rubelért, vagyis határidőre rubelt vesz forintért). Tudjuk, hogy a RUB és a HUF effektív hozamgörbék éven belüli lejáratokra vízszintesek és a RUB hozamgörbe van magasabban. Az alábbi állítások közül kettő igaz és kettő hamis, indoklással jelölje meg az állításokat I-vel és H-val!

a) A pozíció deltája fél év múlva várhatóan nagyobb lesz, mint most.

b) A kereskedő biztosan veszítene azon, ha a RUB és a HUF hozamgörbék közti távolság csökkenne.

c) Ha létezne RUBHUF tőzsdei futures ügylet, akkor annak ugyanannyi névértéknyi futures deltája kisebb lenne mint a forward deltája.

d) Ha a hozamgörbék és a spot árfolyam fél év múlva pont ugyanezen a szinten lenne, akkor a kereskedő nyereséggel le tudná zárni a pozícióját.

Megoldás

a) Igaz, deltaFWD= Q, vagyis a rubel diszkontfaktora. Mivel telik az idő, ezért a Q várhatóan nőni fog. Persze lehet, hogy a kamat emelkedik, de meg kéne duplázódjon és nem az a várható, mert a hozamgörbék vízszintesek, vagyis egyáltalán nem várunk hozamváltozást.

b) Hamis. Valószínű még jól is járna vele, hacsak a spot nem mozdul el.

c) Hamis. Futures deltája Q/P és a P<1, miközben a forward deltája Q

d) Igaz, hiszen ekkor fél évnyi kamatkülönbséget megnyer, hiszen a nagyobb kamatú devizában volt long. Másképp: a fél éves RUBHUF forward feljebbvan, mint az egy éves, vagyis, ha megveszi egy évre és nem történik semmi, csak telik az idő, akkor le tudja zárni magasabban a longját fél év múlva.

3.31. Egy részvény idén 120 forint osztalékot fog fizetni valamikor nyár elején, de ma még osztalékszelvénnyel együtt forog a papír. Egy kereskedő azt látja, hogy miközben részvény azonnali árfolyama 5070/5075 (bid/offer), a decemberi határidős árfolyam 5280/5310 (bid/offer). Hogyan tud arbitrálni, ha feltételezzük, hogy a decemberi futures lejárata éppen 7 hónapra van és a kereskedő 7%-os effektív hozam mellett tud hitelt felvenni?

Megoldás:
Azonnali vétel 7% hitelből finanszírozva és határidős eladás arbitrázsnyereséget termel, mert túl magasan van a forward.
Az implicit hozam osztalékfizetés nélkül: (5280/5075)^(12/7)-1=7,02%, vagyis egy nagyon picit már akkor is megérné venni a részvényt az azonnali piacon és eladni határidőre, ha nem lenne osztalék, hiszen 7%-on jut forráshoz és ez 7,02%-ot termelne. Node erre még rájön a 120 forint osztalék is!

3.32. A júniusi amerikai index futures árfolyama 1873, míg a szeptemberi futures árfolyama 1865. A júniusi eurodollar futures árfolyama 99,75% (vagyis a júniusban induló 3 hónapos határidős dollár kamat 100%-99,75%=0,25%). Becsülje meg az index implicit évesített osztalékhozamát a júniustól szeptemberig tartó negyedévben!

Megoldás:
F=QS/P logika kivetíthető futures-ök közti kapcsolatra is, csak itt akkor a két futures határidő közti határidős hozamok számítanak.
*F_sep=Q_jun_sep * F_jun / P_jun_sep*
A határidős kamatból adódik a határidős diszkontfaktor, vagyis
*P_jun_sep = 1/(1+1/4*0,25%) = 99,9375% (itt pici eltérés lehet, ha valaki nem lineáris kamattal számol, de ez a végeredményt nem befolyásolja és korrektebb a lineáris kamat, hiszen az eurodollar futures alapterméke a 100%-LIBOR, ami lineáris kamat)*
Q_jun_sep = 99,9375% 1865/1873 =99,5106%, innen az osztalékhozam:*
(1/99,5106%)^4-1= 1,9818% = kb 2%

3.33. A legközelebbi eurodollár futures éppen ma jár le, a mai USD LIBOR fixing 3 hónapra 0,28%. Tegnapelőtt 99,69-en nyitottunk 4 kontraktusnyi long eurodollár futures pozíciót. A tegnapelőtti és tegnapi nap végi elszámolóár 99,70 és 99,69 volt. Egy kontraktus névértéke 1 millió dollár. Milyen cash flow-val jártak az elmúlt napokban és ma a futures ügyleteink?

Megoldás:
Az eurodollár futures lejáratkori elszámolása 100-LIBOR3M alapon működik, vagyis 0,28%-os LIBOR esetén a legutolsó elszámolóár 100-0,28 = 99,72 lesz.

*Az eurodollár futures kontraktusmérete 1 millió dollár, 3 hónap futamidőről szól, ami 90/360 = ¼, így a futures árfolyamában 1 pont, vagyis 0,01 árfolyamváltozás a kamatban 0,01%-nak felel meg, vagyis hatása: 1 mio *0,01%*1/4 = 25 dollár*

*Tegnapelőtt 4 kontraktust vettünk 99,69-en és este ezt rögtön elszámolták 99,70-en, vagyis +1*4*25=+100 dollár margint kaptunk*
*Tegnap az elszámolóár 99,69 volt, így az előző napi elszámoláshoz képest 1 pontot veszítünk, vagyis (-1)*4*25=-100 dollárral csökken a margin számla*
*Ma az elszámolóár 99,72 lesz, ami 3 ponttal van a tegnapi elszámolóárhoz képest, így +3*4*25=+300 dollárt kapunk. Végül egyébként 300 dollárt nyertünk az egészen.*

3.34. Egy részvény azonnali árfolyama 108 dollár. A részvény 5 hónap múlva és 11 hónap múlva is 78 - 78 cent osztalékot fog fizetni részvényenként. Az azonnali EURUSD árfolyam 1,0641. A kockázatmentes effektív hozamgörbe 1 évnél nem hosszabb futamidőkre euróban -0,4%-on, dollárban +1%-on vízszintesnek tekinthető. Egy német alapkezelőnek 12 hónap múlva jár le egy olyan speciális forward ügylete, melynek értelmében 1 millió darab részvényt vesz 80 millió euróért. Hány eurót ér ma ez a forward pozíciója?

Megoldás:
Nézzük meg, hogyha le szeretné szintetikusan zárni a pozíját, akkor milyen lépések kellenének:
1.)Ma rövidre elad (shortol) 1 millió részvényt, kap érte 108 mio dollárt

2.)a 108 millió dollárból félre kell rakni az 5 és a 11 hónap múlva esedékes osztalékokra:
780000/(1+1%)^(5/12) + 780000/(1+1%)^(11/12) = 776.772,84 + 772.917,86 =
= 1.549.690,70 dollárt kell betétekbe tennie összesen az osztalékok miatt, marad
106.450.309,30 dollár

3.)A forward lejáratakor ki kell fizessen 80 millió eurót. Ennek a jelenértéke ma
80mio/(1-0,40%)^(12/12) = 80.321.285,14 euró, ami
*80.321.285,14*1,0641 = 85.469.879,52 dollár, vagyis, ha ezt is félreteszi, akkor is marad:*
106.450.309,30-85.469.879,52 = 20.980.429.78 dollár, ami
20.980.429.78/1.0641 = 19.716.595,98 eurót ér, vagyis a speciális forward ügyletek ez a pillanatnyi piaci értéke.

3.35. Egy carry trader abban bízik, hogy az orosz rubel kevesebbet fog gyengülni a dollárral szemben, mint amekkora a határidős árfolyam és a spot árfolyam különbsége. Kétféleképpen valósítja meg ma a spekulációt, egyrészt bankjával köt egy OTC ügyletet, melynek értelmében 4 hónapos futamidőre elad 500 ezer dollárt rubelért cserébe 35,40-as árfolyamon, másrészt 6 kontraktusnyi long pozíciót vesz fel a Chicago Mercantile Exchange-re bevezetett szeptemberi RUR futures-ben 0,02824-es árfolyamon. A RUR futures kontraktusmérete 2,5 millió rubel, az árjegyzés pedig inverz, vagyis 1 dollár rubelben kifejezett áráról szól. A futures és a forward ügylete pont ugyanazon a napon jár le. A 4 hónap futamidőre a dollár effektív hozama 0,5%, a rubel effektív hozama 7%.
a) A fenti információk alapján becsülje meg, hogy mekkora lehet az azonnal USDRUB árfolyam!
b) Mekkora USDRUB spot pozíciónak felel meg a carry trader delta érzékenysége?

Megoldás:
a) F=QS/P
Q=1/(1+0,5%)^(4/12)=99,8339%
P=1/(1+7%)^(4/12)=97,7700%
*S=35,40*97,77%/99,8339%= 34,6682*

*b) fwd deltája = Névérték * Q = 500.000*99,8339%=499.169,5*
*futures kontraktusmérete USD-ben kifejezve 2.5 mio*0,02824=70.600*
*fut deltája = kontraktuszám*kontraktusméret*Q/P=*
*=6*70600*99,8339%/97,7700%=432.542,10*
A carry trader deltája összesen: 931.711,6 dollárnyi spot USDRUB pozinak felel meg.

3.36. Egy kereskedő a Chicago Mercantile Exchange-en (CME) megkötött 20 kontraktusnyi long AUDUSD futures pozícióját (1 kontraktus névértéke 100.000 AUD) egy kereskedelmi bankkal kötött 2 millió AUD

névértékű AUDUSD short forwarddal fedezte le, úgy hogy a forward és a futures lejárata ugyanaz legyen.
a) Mekkora az így kialakított portfolió deltája, ha a futures lejáratára vonatkozó AUD elemi kötvény árfolyama 97,81% és az USD elemi kötvény árfolyama pedig 99,15%?
b) Mennyit nyer, vagy veszít a kereskedő az így kialakított portfolión, ha 1%-kal emelkedik az AUDUSD árfolyam?

Megoldás:
a) Q=97,81% (base currency elemi kötvénye)
P= 99,15% (secondary currency elemi kötvénye)
*Long futures delta: Q/P * 100.000*kontraktusszám*
*Short forward delta: -Q * névérték*

*20 kontr. long futures deltája: +20*100.000*97,81%/99,15% = +1.972.970,247 AUDUSD*
*2 millió short forward deltája: -2.000.000*97,81% = - 1.956.200,- AUDUSD*
A portfolió deltája összesen: +16.770,247 AUDUSD

b) +1% esetén kb 167,70 AUD-ot nyer

3.37. A Chicago Mercantile Exchange (CME) RFH6 és 6EH6 jelű futures ügyletei 2016 március 14-én, 47 nap múlva járnak le. Az RFH6 árfolyama 1,0961, lejáratkor a long futures pozcióban lévő fél kontraktusonként 125000 eurót kap, és svájci frankot fizet érte. A 6EH6 árfolyama 1,0808, lejáratkor a long futures pozícióban lévő fél 125000 eurót kap és dollárt fizet érte. A spot EURCHF árfolyam 1,0965, a spot EURUSD árfolyam 1,0796. Ha a dollár lineáris kamatot 0,50%-on (ACT/360) fixáljuk, mekkora implicit EUR és CHF kamatokat feltételeznek a határidős árfolyamok?

Megoldás:
Három devizáról van szó: EUR, CHF, USD, ezek közül a dollárnak tudjuk a kamatát. Node az EURUSD spot és futures együtt implicit meghatározza az EURUSD FX swapot, így ha meg van a dollár kamat, akkor adódik az EUR kamat. Amint meg van az EUR kamat, akkor az EURCHF spot és futures viszonylatából kijön a CHF kamat.
#1 EURUSD viszonylatban:
*P= DF_USD = 1/(1+47/360*0,50%)*
*Q = DF_EUR = (F/S)*P = (1,0808/1,0796)* 1/(1+47/360*0,50%) = 100,0458% = 1/(1+47/360*r_EUR)*

*r_EUR = (1/100,0458% -1)*360/47= kb -0,35%*

#2 EURCHF viszonylatban:
P = DF_CHF
Q = DF_EUR = 100,0458%
*P= (QS)/F = 100,0458%*1,0965/1,0961 = 100,0823% = 1/(1+47/360*r_CHF)*
*r_CHF = (1/100,0823% -1)*360/47= kb -0,63%*

3.38. 1 éve kötöttünk egy akkor 2 éves speciális határidős ügyletet, melynek értelmében lejáratkor 5 millió eurót és 5 millió dollárt vásárolunk összesen 2,5 milliárd forintért cserébe. Mennyit ér ez a pozíciónk most, ha a releváns futamidőkre az euró és a dollár effektív hozamgörbe 0%-on vízszintes, míg a forint effektív hozamgörbe 2%-on vízszintes, az EURHUF spot árfolyam 310, az EURUSD spot árfolyam pedig 1,2500?

Megoldás:
Általános árazási alapelv, hogy meg kell nézni, most mennyibe kerülne ugyanezt szintetikusan létrehozni, aztán ahhoz hasonlítjuk a meglévő derivatívánkat.

Talán az a legegyszerűbb, ha azt nézzük meg, hogy hogyan lehetne ezt az ügyletet most létrehozni szintetikusan. Kellene 5 mio long USDHUF fwd és 5 mio long EURHUF forward fair kötési árfolyama.

EURHUF spot = 310;	*EURHUF 1Y FWD = 316,20*
USDHUF spot = 310/1,2500 = 248;	*USDHUF 1Y FWD = 252,96*

*Tehát, ha most vásárolnánk határidőre 5 millió EUR-t és 5 millió USD-t, akkor az összesen lejáratkor 5 mio * 316,20 + 5 mio * 252,96 = 2845,80 millió forintba kerülne. Tehát a pozíciónk pillanatnyilag 2845,80-2500=345,80 millió lejáratkori forintot ér, ami 345,80/1,02= kb 339,01 millió mai forint.*

3.39. Egy kereskedő a WTI (West Texas Intermediate) típusú nyersolaj piacán +1 kontraktus MAR; -1 kontraktus APR; -1 kontraktus MAY; +1 kontraktus JUN lejáratú futures pozíciókat vett fel még valamikor novemberben. 2015. december 29-én és 30-án az alábbi táblázat alapján alakultak a nap végi elszámolóárak. Egy kontraktus 1000 hordóról szól, az árfolyamot dollárban jegyzik.

	MAR	APR	MAY	JUN
2015.12.29.	37,68	38,56	39,27	39,90
2015.12.30.	38,36	39,13	39,84	40,46

a) Contango, vagy backwardation figyelhető meg a WTI piacán az egyes napokon?
b) Milyen nevezetes pozíciója van a kereskedőnek?
c) Összességében hány dollárt kell fizetnie, vagy hány dollárt fog kapni a kereskedő a 2015. december 30-i változó letét elszámolás során?

Megoldás:
a) contango, hiszen a távolabbi futures-ök árfolyama nagyobb. Ez mindkét napra igaz.

b) ↑↓↓↑, vagyis long condor = long keselyű pozíció

c) Akármennyi is volt a pozíció margin igénye december 29-én, a 30/DEC-es elszámolóárak eleve a 29/DEC állapothoz hasonlítják a fedezetigényt. Ahogy a piaci érték egyik napról a másikra változik, ez a fedezetigényben ez ellentétes előjellel megjelenik. Vagy másként megközelítve: ha a legutóbbi elszámoláshoz képest nyertem egy pozíción a mai elszámolóárral beértékelve, akkor a nyereséget megkapom, ha veszítettem, akkor pedig ki kell fizetnem. Ez a napi elszámolás lényege. Az teljesen mindegy már, hogy novemberben milyen árfolyamok mellett nyitottam a keselyűt, minden elszámolás után a legutolsó elszámolóár szintjéig kiegyenlítődnek a dolgok, így mindig „naprakész” lesz.

*+1 MAR piaci értékének változása: +1*1000*(38,36-37,68)= +680*
*-1 APR piaci értékének változása: -1*1000*(39,13-38,56)= -570*
*-1 MAY piaci értékének változása: -1*1000*(39,84-39,27)= -570*
*+1 JUN piaci értékének változása: +1*1000*(40,46-39,90)= +560*
Összesen a pozíció piaci értéke 100 dollárral nőtt, vagyis kapni fog 100 dollárt.

3.40. Egy „X” részvény azonnali árfolyama 4320/4330 forint (bid/offer). A cég közgyűlése idén 145 forintos részvényenkénti osztalékfizetésről döntött, melyet pont 1 hónap múlva fizetnek ki, de a saját részvényekre fizetendő osztalékot a többi részvényesek között szétosztják. (Így a saját részvények után nem lesz osztalék, minden más részvénytulajdonos viszont egy kicsit többet kap.) Az cégnek 280 millió részvénye van összesen, ebből 3.818.993 darab saját részvény. Idén más alkalommal biztosan nem fizet a részvény osztalékot. Éven belüli futamidőkre hitelhez

3%-os effektív hozam mellett juthatunk, míg kockázatmentes befektetéseket 2%-os effektív hozam mellett tudunk kihelyezni.
a) Mennyi osztalékot fizet (forintra kerekítve) egy darab nem saját részvénynek minősülő részvény?
b) Adjon olyan kétoldali árjegyzést (forintra kerekítve) 8 hónap múlva lejáró futures ügyletre, melyen, ha üzletkötés történik, éppen nulla eredménnyel szintetikusan le tudja fedezni azonnali részvény adásvétellel és betét/hitel műveletekkel!

Megoldás:
a) összes osztaléktömeg: 280 mio db x 145 forint = 40,6 milliárd forint
ezt az ösztaléktömeget (280 mio -3818993) felé osztva egy részvényes 147,0050 forintot, azaz forintra kerekítve 147 forintot kap majd.

b) Mi legyen a bid? Ha megütik, akkor eladják nekünk határidőre, vagyis lesz egy LF pozíciónk. Emellé kell egy szintetikus SF pozíciót építeni. Ehhez short részvény kell és betétet kell elhelyezni. Egy gond van, a 147 forint osztalék, amit majd nekünk kell kifizetnünk a short pozi miatt, ennek a jelenértékét 1 hónapra fektessük be, a többi pénzt pedig 8 hónapra.

Részvény eladás 4320-on.
147/(1+2%)^(1/12)= 146,76, ennyi pénzt 1 havi betétbe kell rakni, hogy ki tudjuk fizetni az osztalékot. A maradék 4173,24 forintot pedig 8 havi betétbe kell rakni.
=4173,24(1+2%)^(8/12)=4228,7, érdemes lefelé egész forintra kerekíteni 4228 a fair bid*

Mi legyen az offer? Hasonló logikával
Venni kell részvényt 4330-on, ehhez két hitel kell, az egyik pont annyi legyen, hogy 1 hónap múlva 147-et kelljen visszafizetni, mert ezt az osztalékból meg tudjuk tenni.
147/(1+3%)^(1/12)= 146,64
Maradék: 4183,36-nyi hitel, ezt 8 hónap múlva kell kamatostul visszafizetni, ami
=4183,36(1+3%)^(8/12)=4266,61, érdemes felfelé kerekíteni és 4267 a fair offer*

3.41. Az „X” részvény azonnali árfolyama 3800/3820 forint, az elemzők szerint részvényenként legalább 120, legfeljebb 150 forint osztalékot fog fizetni pont 6 hónap múlva. Éven belüli futamidőkre 2%-on tud kockázatmentesen forintot befektetni, míg 3%-on jut forint hitelhez. Hogyan arbitrálna, és legalább mekkora arbitrázsnyereséget érne el lejáratkori pénzben kifejezve, ha 1000 darab „X" részvényre a következő 1 éves határidős árjegyzést látná: 4030/4090?

Megoldás:

Próbaképpen nézzük meg, mi lenne, ha eladnánk határidőre:

1.)1000 db „X" részvény határidős eladása 4030-on. 1 év múlva 4.030.000 forintot fogunk kapni és 21000 db részvényt kell majd odaadnunk érte.

2.)1000 db „X"részvény azonnali vétele 3820-on, ez most 3.820.000, forintba kerül, amit kétféle hitelből finanszírozunk:

3.)fel kell venni annyi hitelt fél évre, amit majd az osztalékból fizetünk vissza. Legalább 120 forint lesz az osztalék, így 120.000,- forint jelenértékének megfelelő hitelt kell felvenni fél évre, ez 120000/(1,03)^(0,5)=118239,51 forint.

4.)A maradék 3820000-118239,51= 3.701.760,49 forintot pedig 1 éves hitelből kell finanszírozni, aminek következtében 1 év múlva 3.701.760,49(1,03)^1 = 3.812.813,31 forintot kell majd visszafizetnünk.*

Az 1.) és a 4.) pontból látszik, hogy lejáratkor legalább 4.030.000-3.812.813,31=217.186,69 forintot fogunk nyerni. Persze lehet, hogy picit többet, mert ha fél év múlva 120 forintnál több osztalékot fizet az „X" részvény, akkor a 120 forint fölötti összeget 2%-on befektetve év végi profitunkhoz hozzáadódik.

3.42. Fél éve egy alapkezelő kötött egy olyan speciális határidős ügyletet, melynek értelmében 2015. december 9-én (mától 6 hónap múlva) 100 000 darab „X" részvényt vásárol 4,5 millió euróért. Az „X" cég idén már nem fizet osztalékot. A spot EURHUF árfolyam 311,85/312,00, az „X" spot árfolyama 15000/15020 forint. Éven belüli futamidőkre euróban befektetni 0%-os, hitelt felvenni 1%-os effektív hozam mellett van lehetősége. Hogyan tudná kizárólag azonnali piaci és kamatügyletekkel szintetikusan lezárni ezt a pozícióját az alapkezelő és mennyit ér számára ez a határidős pozíció?

Megoldás:

Először is, az könnyen látszik, hogy egy long forward ügylete van.

Úgy tudná lezárni, ha eladna „X" részvényt és az ebből befolyó forintból eurót vásárol, majd ezt az eurót fél évre befekteti.

#1) 100000 „X" eladása 14.960-as árfolyamon, ebből 1,5 mrd forint folyik be
#2) Az 1,5 mrd-ből 312-es árfolyamon 4.807.692,31 EUR-t kell venni.
#3) Ez az euró fél évre befektetve 0%-on pont ugyanennyi euró lesz majd.

Mivel 4,5 millió eurót fog fizetni a határidős ügylete értelmében a 100.000 darab „X" részvényért, ezért lejáratkori pénzben számolva 307.692,31 eurót ér neki ez a pozíciója a pillanatnyi piaci körülmények között.

4. Határidős ügyletek: fedezés

Alapfeladatok:

4.1. Az Ön cége Németországból szállít gépeket. A legutóbbi szállítás ellenértékét, 118 ezer eurót, május 8.-án kell rendeznie. Az árfolyamkockázatot júniusi tőzsdei határidős ügylettel fedezi. Egy kontraktus mérete 10 000 euró.
a) Mennyit nyer/veszít a fedezeti ügyleten, ha az árfolyamok a táblázatban szereplő módon változnak?
b) Mennyi ekkor a vállalat eredő forintkiadása?

	Ma	Májusban	Júniusban
Spot árfolyam	247,00 HUF/EUR	240,00 HUF/EUR	244,00 HUF/EUR
Júniusi határidős árf.	261,65 HUF/EUR	251,65 HUF/EUR	244,00 HUF/EUR

Megoldás:
12 kontraktusnyi euro vételre van szükség a futures piacon ma 261,65-ön.
a) Májusban zárja pozícióját, nyeresége:(251,65-261,65)·120 000=
-1,2 millió Ft
b) 0,118·240,00+1,2=29,52 millió Ft összesen (eurónként 250,17 Ft)

4.2. Az Ön cége Franciaországba szállít libamájat. A legutóbbi szállítás ellenértékét francia partnere május 8.-ig kell, hogy rendezze. A tapasztalatok alapján hamarabb nem is fog fizetni. Az átutalás értéke 88 ezer euró lesz. Hogy az árfolyamkockázatot ne keljen futnia, júniusi tőzsdei határidős ügylettel fedezi pozícióját. Jelenleg a kockázatmentes forinthozam minden lejáratra évi 10%, és egy kontraktus mérete 10 000 euró. Várhatóan mekkora bevétele lesz május nyolcadikán, ha a következőkre számít:

	Ma	Májusban	Júniusban
Spot árfolyam	245,00 HUF/EUR	240,00 HUF/EUR	245,00 HUF/EUR
Júniusi határidős árf.	261,65 HUF/EUR	251,65 HUF/EUR	245,00 HUF/EUR

Megoldás:

a) 9 kontraktusnyi euro eladásására van szükség. Nyereség: 90 000·(261,65-251,65)=900 000 Ft

b) Eredő eladási ár: (88 000·240+900 000)/88 000= 22 020 000/88 000= 250,23 Ft

4.3. Az „A" és a „B" részvények és az „M" piaci portfólió közötti korrelációkat tartalmazza a lentebbi táblázat. Az A részvény árfolyama 500 Ft, hozamának szórása 20%, a B részvény árfolyama 800 Ft, hozamának szórása 30%. A piaci portfólió hozamának szórása 25%, a kockázatmentes effektív hozam 12%. Milyen irányú és hány darab „B" részvényre szóló, egy éves futures ügyletekkel lehet keresztfedezni egy 1000 darab „A" részvényből álló portfóliót, ha a cél a béta „lenullázása"? Vegye figyelembe a futures deltáját is!

	A	B	M
A	1	0,3	0,5
B	0,3	1	0,4
M	0,5	0,4	1

Megoldás:

$\beta_A=0{,}5\cdot 0{,}2/0{,}25=0{,}4$

$\beta_B=0{,}4\cdot 0{,}3/0{,}25=0{,}48$

$1000\cdot 500\cdot 0{,}4+x\cdot 800\cdot 0{,}48=0$

ebből: x=-520,83. Tehát kb. 521 db „B" részvényt kellene eladni prompt vagy forward.

delta=1,12

Ezért 520,83/1,12=kb. 465 darabot kell eladni futures.

4.4. Ön egy 10 millió Ft értékű jól divezifikált részvényportfóliót kezel, amelynek a BUX-ra vonatkoztatott bétája 1,5. A piacon 2-féle fedezeti eszköz van: FED, amelynek BUXra vonatkoztatott bétája 0,8 és DEF, amelynek BUXra vonatkoztatott bétája 0,7. Prompt árfolyamuk rendre 1 200 és 1 250, határidős árfolyamuk rendre 1 350 és 1 500. Egy kontraktus a fedezeti eszközök 10-szeresére szól /ehhez a forward piacon is ragaszkodjunk/. Melyik fedezeti eszközt és forward vagy futures piacon használná, ha a zéróbéta portfólió kialakítása mellett a másik cél a fedezeti költségek minimalizálása?

Megoldás:

Mindenképpen futures piacon kötjük az üzletet, mert a delta miatt, ott kevesebb kötés is elég.

FED: *Delta: 1 350/1 200 = 1,125*
10 000 000 ·1,5 + X·135·10·0,8 = 0
X = 1 389 db short forward kötésre van szükség
X/delta = 1 235 db short futures kötésre van szükség
Költség: 1 235·1 350 = 1 667 250 Ft
DEF: *Delta: 1 500/1 250 = 1,2*
10 000 000·1,5 + Y·1 500·10·0,7 = 0
Y = 1 429 db short forward kötésre van szükség
Y/delta = 1 191 db short futures kötésre van szükség
Költség: 1 191·1 500 = 1 785 500 Ft
Tehát FED-del fogunk fedezni futures piacon, mert az olcsóbb.

4.5. Ön egy 100 millió Ft értékű jól diverzifikált részvényportfóliót kezel. A BUX jelenlegi értéke 26 000, a három hónapos futures BUX árfolyam 27 000. Egy kontraktus a BUX-index 10-szeresére szól. A FED fedezeti eszköz (speciális részvényportfólió) prompt árfolyama 2 600, három hónapos futures árfolyama 2700. Egy kontraktus 100 fedezeti eszközre szól. A kovarianciákat az alábbi táblázat tartalmazza:

	Saját portfólió	BUX	FED
Saját portfólió	400	240	100
BUX		900	180
FED			100

a) Hány darab és milyen irányú BUX futures kontraktussal tudná portfóliójának piaci kockázatát nullára csökkenteni, illetve varianciáját minimalizálni?
b) Hány darab és milyen irányú FED futures kontraktussal tudná portfóliójának piaci kockázatát nullára csökkenteni, illetve varianciáját minimalizálni?

Megoldás:
a) h=240/900·100M/27e=987,68 db, tehát kb 99 darabot kell shortolni akár a bétát akarjuk nullázni, akár a varianciát minimalizálni.
b) Bétanullázás:$\beta_{portfolió}$=240/900=0,27 és β_{FED}=180/900=0,2
Innen0,27·100M-x·0,2=0 egyenletet kell megoldani. Ebből x=135 M.
Darab=135 M/2 700=50 000 darab, azaz 500 kontraktus short.
Varianciaminimalizálás: 1·100M/2 700=37 037, azaz 370 darab short

4.6. Az Ön cége réztermeléssel foglalkozik. A rézár okozta kockázatot határidős ügylettel fedezik. Egy félév múlva esedékes 300 tonnás szerződést még elődje fedezte le a múlt hét végén, mielőtt munkahelyet váltott. Elődje 60 kontraktus határidős rezet adott el júniusra, egy kontraktus mérete 5 tonna. Ön utánanézett, hogy a réz azonnali árfolyama 1 200 dollár/tonna, a réz azonnali árának szórása évi 400 dollár. A júniusi határidős ár 1 240 dollár/tonna, a júniusi határidős ár szórása 420 dollár. A határidős és az azonnali ár közötti korrelációs együttható az elemzések szerint 0,8.

a) Mi a véleménye elődje fedezeti stratégiájáról?
b) Mekkora a fedezett portfólió szórása?

Megoldás:

a) $h=x2/x1=\rho \cdot s1/s2=0{,}8 \cdot 400/420=0{,}762$ ebből $x2=300 \cdot 0{,}762=228{,}57$ tonna. Ennyit kellett volna eladni. Túl sokat adott el.

b) A fedezett portfólió varianciája = $300^2 \cdot 400^2+300^2 \cdot 420^2-2 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 400 \cdot 420 \cdot 0{,}8=78\ 000^2$, szórása=78 000 USD

4.7. Egy malomipari cég határidős búzakontraktusokkal szeretné fedezni a búza árfolyamának kockázatát. Júniusban 500 egység búzára lesz szüksége. A gabonatőzsdén a búza júniusi határidős árfolyama 12 ezer dollár/egység, a júniusi határidős árfolyam szórása 3 ezer dollár. A búza azonnali árfolyama 11 ezer dollár/egység, az azonnali ár szórása 2 ezer dollár. A határidős és az azonnali ár közötti korrelációs együttható az elemzések szerint 0,75. Hány egység búzát kell venni/eladni a határidős piacon, ha cél a teljes variancia minimalizálása?

Megoldás:

$h=\rho \cdot s_1/s_2=0{,}75 \cdot 2/3=0{,}5$ ebből $500 \cdot 0{,}5=250$ egység búzát kell venni a forward piacon.

delta=F/S=12 000/11 000=1,091

Ezért 250/1,091=229,17, azaz 229 egység búzát kell venni a futures piacon.

4.8. Egy búzatermelő cég arra számít, hogy szeptemberben 600 egységnyi „C" típusú búzát tud majd eladni. A búza árfolyamának kockázatát már most fedezni szeretné. A gabonatőzsdén csak „A" és „B" kategóriás búzafajtával kereskednek a szeptemberi lejáratra (a többi lejárat nem is likvid). A szeptemberi határidős árfolyamokat, szórásukat és a prompt búzaárfolyammal vett korrelációjukat a következő táblázat mutatja:

	Határidős árfolyam ma	Határidős árfolyam szórása	Határidős árfolyam korrelációja a prompt árfolyammal
„A” fajta búza	12 ezer dollár/egység	3 ezer dollár	0,85
„B” fajta búza	15 ezer dollár/egység	5 ezer dollár	0,78

A „C” kategóriás búza azonnali árfolyama 10 ezer dollár/egység, melynek szórása 2 ezer dollár.
a) Melyik fajta búzát kell venni vagy eladni határidőre? Miért?
b) Hány egység búzára kell kötni a fedezeti ügyletet a határidős piacon, ha a cél a teljes variancia minimalizálása?

Megoldás:
a) Az „A” fajtát kell eladni, mert azzal korrelál legjobban a prompt árfolyam.
b) $h=\rho\cdot s_1/s_2=0{,}85\cdot 2/3=0{,}57$ *azazl* $600\cdot 0{,}57=340$ *egység búzát kell eladni forward.*

4.9. Egy kötvényportfólió átlagideje 3.5 év, értéke 100 millió Ft. Önnek lehetősége van egy 2,5 év átlagidejű kamatozó kötvényt 1 éves határidőre adni-venni a bankközi piacon. (Egy kötvény névértéke 10 ezer Ft, prompt nettó árfolyama 99%, bruttó árfolyama 103%, a hozamgörbe 10%-on vízszintes.) Hány darab és milyen irányú kötésre van szükség, ha a portfólió átlagidejét 2 évre kívánja módosítani?

Megoldás:
$(100\cdot 3{,}5+x(2{,}5-1))/100=2$ *ebből* $x=-100$, *azaz 100 millió Ft mostani értékű kötvényt kell shortolni. Egy kötvény bruttó prompt árfolyama=10300 Ft. Kontraktusszám=-100millió/10300=-9708,74, azaz kb. 9709 darab kötvényt kell határidőre eladni.*

4.10. A loghozamgörbe 10%-on vízszintes. Egy kötvényalap piaci értéke 8 Md forint, átlagideje 2 év. Az alapkezelő elhatározta, hogy (lejáratkor) féléves DKJ-re szóló féléves határidős ügylettel megnöveli a portfólió átlagidejét. Az ügylet 2 Md forint névértékű kötvényre szól. Számítsa ki a kötvényportfólió új átlagidejét!

Megoldás:
LF= LU + SB
LU: $2\cdot e^{(-0,1)}=1,8097$ *DUR: 1 év*
SB: -1,8097 *DUR: 0,5 év*
$DUR_{portfólió} = [8\cdot 2+1,8097\cdot(1-0,5)]/8 = 2,1131$ *év*

4.11. A loghozamgörbe 10%-on vízszintes. Egy kötvényalap piaci értéke 1Md forint, átlagideje 2 év, a loghozamgörbére vonatkoztatott görbülete 6. Az alapkezelő elhatározta, hogy egyéves DKJ-re szóló féléves long határidős pozíciót nyit. Az ügylet 500 millió forint névértékű kötvényre szól.
a) Nőtt vagy csökkent ennek hatására a kötvényportfólió átlagideje és görbülete?
b) Számítsa ki a kötvényportfólió új átlagidejét és konvexitását!

Megoldás:
a) Mindkettő nőtt.
b) LF=LU+SB
LU: jelenérték= $+500\cdot e^{-0,1}=+452,42$*; átlagidő=1 év; konvexitás=1*
SB: jelenérték= -452,42; átlagidő=0,5 év; konvexitás=0,25
$DUR_{portfólió}=1\cdot 2+0,45242\cdot(1-0,5)=2,226$ *év*
$C_{portfólió}=1\cdot 6+0,45242\cdot(1-0,25)=6,339$

Nehezebb feladatok:

4.12. A Happy Milk tehenészetnek hamarosan 750 tonna takarmányárpát kell vásárolnia az azonnali piacon. A takarmányárpa azonnali árfolyamának ingadozásából fakadó kockázatot márciusi lejáratra szóló határidős malátaárpa (malting barley) kontraktusokkal kívánják fedezni. A NYSE Euronext-en egy kontraktusnyi malátaárpa 50 tonnáról szól. Szakértők becslései alapján a malátaárpa árváltozás-szórása a takarmányárpa árváltozás-szórásának másfélszerese, a két árváltozás közti korreláció +0,90.
a) Long, vagy short malátaárpa futures-t kössön a tehenészet?
b) Hány kontraktusnyi malátaárpa futures-t kössön?
c) Röviden indokolja meg, miért lehet racionális malátaárpa futures-szel fedezni a takarmányárpa-kitettséget!

Megoldás:
a) long, hiszen a keresztfedezet alapjául szolgáló termékben a természetes kitettsége short és ezt akarja fedezni.

b) Direkt úgy lett átfogalmazva a feladat, hogy az optimális fedezési aránynál ne legyen gond és használni lehessen a képlet első felét, amihez viszont lényegileg minden adott.

$$h = -\rho_{A,B}\frac{s_A}{s_B}\ (= -\rho_{A,B}\frac{A\sigma_A}{B\sigma_B})$$

Persze annyi trükk kell, hogy az sA/sB már eleve arányként van megadva, tehát nem tudjuk őket külön, csak azt, hogy ez a hányados 1/1,5 = 2/3
*A szükséges mennyiség tehát:0,9 * 2/3 *750/50=9 kontraktust kell venni.*

c) Igen, van értelme, mert lehet sokkal likvidebb a malátaárpa piaca, ráadásul +0,9-es korreláció fennmaradásában racionálisan is lehet hinni (elég abban hinni, hogy nem csökken jelentősen és akkor már megéri legalább ennyit fedezni), hiszen mindkettő hasonló mezőgazdasági termék, az előállítás során feltehetően a jobb minőségű lesz a malátaárpa a rosszabb meg a takarmányárpa.

4.13. A brazil index azonnali értéke 60000 pont, az index total return alapon számolódik, így derivatíváinál az osztalékhozammal nem kell külön korrigálni (Q=1). A kockázatmentes brazil reál effektív hozamgörbe első féléves szakasza 12%-on vízszintesnek tekinthető. Egy kereskedő 100 kontraktus short áprilisi futures-t szeretne februári futures-ökkel fedezni. A februári futures lejáratáig 40 nap van hátra, az áprilisi lejáratáig 100 nap. Hány kontraktusnyi februári futurest kössön, ha azt szeretné, hogy a deltája minél közelebb legyen nullához?

Megoldás:
delta_futures = Q/P = 1/P
P_február = 1/(1+12%)^(40/365) = 98,77%
P_április = 1/(1+12%)^(100/365) = 96,94%
*X*1/98,77% -100*1/96,94% = 0*
*X = 100/96,94%*98,77% = 101,89, tehát 102 kontraktusnyi februári long futures pozíció kell.*

4.14. Egy osztalékot nem fizető részvény futures piacán long bázis pozíciót hoztunk létre 20 kontraktusnyi szeptemberi (4 hónap múlva lejáró) és 20 kontraktusnyi decemberi (7 hónap múlva lejáró) futures pozíció felhasználásával. Egy kontraktus 100 részvényről szól. A kockázatmentes effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes. Hány részvényt kellene megvenni, vagy eladni az azonnali piacon ahhoz, hogy a pozíciónk deltasemleges legyen?

Megoldás:

Az első kérdés, hogy miért van egyáltalán deltánk? A long bázis +20 SEP -20 DEC kötést jelent, vagyis a spread elvileg ugyanannyi long és ugyanannyi short pozíciót tartalmaz, csakhogy a futures deltája Q/P, vagyis függ a futures futamidejétől is! A jelenség hátterében az áll, hogy a futures ügyletek napi marginelszámolásúak, így a nyereséget és a veszteséget is gyakorlatilag azonnal elszámolják, így ezek kamathatása is fellép.

Mivel nincs osztalék: Q_SEP=1; Q_DEC=1
P_SEP=1/(1+10%)^(4/12)=96,8729%
P_DEC=1/(1+10%)^(7/12)=94,5920%

*A szeptemberi futures pozíció deltája: +20*100*1/96,8729%= +2064,56 darab azonnali részvény tartásának felel meg.*
*A decemberi futures pozíció deltája: -20*100*1/94,5920%= -2114,34 darab azonnali részvény tartásának felel meg.*
Összesen: -49,78 darab azonnali részvénypozíciónak megfelelő a long bázis érzékenysége, ezért 50 darab részvényt lenne érdemes venni az azonnali piacon, ha pillanatnyilag delta-semlegesek szeretnénk lenni.

4.15. Egy kötvénykereskedő a mai aukción 500-500 millió forint névértékben vásárolt egy éves diszkontkincstárjegyet és három éves végtörlesztéses államkötvényt. Az egy, két és három éves elemi kötvények árai rendre 96%, 91% és 84%.

a) Mekkora a három éves kötvény névleges kamatlába, ha tudjuk, hogy a kötvényt 100%-on bocsátották ki és évente egyszer fizet kamatot (az elsőt pont egy év múlva fizeti)? (1 pont)
b) Mekkora a portfolió átlagideje? (1 pont)
c) A kereskedő azt szeretné, hogy pontosan 1 év legyen a portfoliójának az átlagideje. Lehetősége van két éves határidőre eladni egy éves futamidejű diszkontkincstárjegyeket (vagyis a határidős ügylet lejáratakor, két év múlva lesz pont egy éves az alaptermék DKJ). Mekkora névértékben kellene ilyen diszkontkincstárjegyeket eladnia? (1 pont)

Megoldás:

a) A par kamat kell, ami 5,90%.
*b) A portfolió átlagidejéhez kellene tudni a portfolióelemek átlagidejét és a piaci értéküket. A DKJ piaci értéke 0.96%*500 mio = 480 mio, átlagideje 1 év. A kötvény átlagideje: 2,8327, ennek viszotn könnyen*

adódik a piaci értéke, mert pont 100%-on bocsátották ki, vagyis 500 mio.
*(480mio*1+500mio*2,8327)/(480mio+500mio) = 1.935 év*
c) SF = SB1.5Y+LB0.5Y
d) Most 3 éves a DKJ amit shortolunk majd!
*1 = (980mio * 1.935 év – X mio*3 év + X mio * 2 év)/(1000 mio - X mio + Xmio)*
X = 896,30 mio piaci értékben kellene ilyen DKJ-t eladni.
Egy három eves DKJ ára 84%, ezért kb 1067,02 millió forint névértékben kellene eladnia.

4.16. Egy kötvénykereskedőnek lehetősége van 2022/A államkötvényre szóló fél éves OTC határidős ügylettel csökkenteni az 500 millió forint névértékű 2028/A állampapírból álló portfoliójának hozamgörbe-kitettségét. A 2022/A bruttó árfolyama 129,44%, átlagideje (duration) 4,55 év, a 2028/A bruttó árfolyama 132,46%, átlagideje 9,90 év.
a) Eladjon, vagy vegyen határidőre 2022/A kötvényt vagyis long, vagy short határidős ügyletet kössön?
b) Mekkora névértékben kössön határidős ügyletet, ha célja, hogy az átlagideje nulla év legyen?
c) Mekkora névértékben kössön határidős ügyletet, ha célja, hogy az átlagideje 5 év legyen?

Megoldás:
a) Short forward kell a long bond alap pozi mellé.
b) Az 500 mio long 2028/A portfolio piaci értéke: 500 mio x 132,46%=662,30 mio forint.

Mennyi forward kell? A forwardot a duration számításwnál két labra érdemes bontani: az egyik a forward alaptermékéül szolgáló kötvényben felvett pozíció, a másik pedig a határidős ügylt lejáratáig tartó finanszírozó/betétkihelyező láb. Mivel itt short forward kell, ezért a pozíció short 2022/A kötvényre és long fél éves DKJ-re bomlik, úgy, hogy a kettő jelenlegi piaci értéke megegyezik, így adódik a duration-re a következő egyenlet:

*(662,30 mio * 9,90 év - X mio * 4,55 év + X mio * 0,5 év) /(662,30 mio – X mio + X mio) = 0.*
X= 1618,96 mio, node ez piaci érték, a forward megkötésénél pedig a kötvény névrétke a kérdés.

Tehát az immunizáláshoz szükséges forward mennyisége:

1618,96 mio / 129,44% = 1250,74 mio forint, vagyis kb 1,25 milliárd névértéknyi 2022/A papírt kell fél évre határidőre eladni ahhoz, hogy 0,5 mrd névértéknyi 2028/A papírt immunizálni tudjunk.

c) Ha nem nulla duration-t szeretnénk, hanem cask a 9,90 évről lemmeni 5 évre, akkor nyilván kevesebb 2022/A kötvényre szóló shot forward kell majd. Az előző egyenlet átalakul erre:

*(662,30 mio * 9,90 év - X mio * 4,55 év + X mio * 0,5 év) /(662,30 mio – X mio + X mio) = 5 év.*
X= 721,17 mio, node ez piaci érték, a forward megkötésénél pedig a kötvény névértéke a kérdés.
Tehát 721,17 mio / 129,44% = 557,15 mio névétékben kell 2022/A papírt eladni ahhoz, hogy az átlagidő 5 év legyen.

4.17. A török állampapírokból becsült 1, 2 és 3 éves török líra (TRY) diszkontfaktorok rendre 90%, 84%, 79%. Egy bank portfoliójában 70 millió TRY névértékű, 10%-os névleges kamatozású, évente egyszer kamatot fizető, 3 év futamidejű, végtörlesztéses államkötvény van. Emellett 200 millió TRY névértékben kötött 1 éves diszkontkincstárjegyre vonatkozó 2 év futamidejű határidős eladási ügyletet. A TRY hozamgörbe párhuzamos felfelé tolódása esetén nyer, vagy veszít a bank? Állítását számítással is támassza alá!

Megoldás:
Érdemes lenne a duration-t kiszámolni és annak az előjeléből adódik a válasz.
A határidős DKJ eladást érdemes spot 3 éves SB és spot 2 éves LB-nek felfogni. A duration-t lehet eleve a derivatívával együtt értelmezett teljes cash flow-ra számolni, ehhez összesíteni kellene a cash flow-kat.

Kötvény CF:	*+ 10%*70 mio*	*+ 10%*70 mio*	*+110%*70 mio*
SB CF:	*0*	*0*	*- 200 mio*
LB CF:	*0*	*+ 200 mio*79%/84%*	*0*
TOTAL CF:	*7 mio*	*+195.095.238,10*	*-123 mio*

Ennek az átlagideje ránézésre pozitívnak tűnik, de azért számoljuk is ki:
*DUR(TOTAL) = [1 év * 7 mio *90% + 2 év*195.095.238,10*84% + 3 év * (-123 mio) *79%] / [7 mio *90%+195.095.238,10*84%+(-123 mio) *79%]=+0,58 év*
Tehát a hozamgörbe párhuzamos felfelé tolódása nem kedvez a banknak, mert a duration-je pozitív, feltehetően veszíteni fog.

4.18. Egy kötvényportfolió módosított átlagideje -22, piaci értéke 20 millió dollár. A portfoliókezelő júniusban lejáró Treasury Bond futures ügyletekkel -20 000 dollárra szeretné csökkenteni a portfolió konvexitás nélkül becsült BPV-jét. A CME (Chicago Mercantile Exchange) számításai alapján a Treasury Bond futures alaptermékéül szolgáló kötvény módosított átlagideje -18, egy kontraktus 100 000 dollár névértékű kötvény határidős adásvételéről szól, a határidős árfolyam 157%. A dollár hozamgörbe rövid lejáratokra olyan alacsony, hogy a számításoknál tekintsük 0%-nak.

a) Becsülje meg a kötvényportfolió BPV-jét a futures ügyletek megkötése előttBecsülje meg, hogy nagyjából hány bázispontnyi párhuzamos hozamgörbe eltolódás lenne képes 1 millió dollár veszteséget okozni a futures ügyletek megkötése előtt!
b) Long, vagy short Treasury Bond futures pozíciót kell kialakítani?
c) Hány kontraktust kössön?

Megoldás:

a) BPV = D x piaci érték x 0,0001 = -22 x 20 mio x 0,0001 = -44.000 dollár.*

b) az a) kérdés értelmezése, ha 1 bázispont felfelé tolódás -44.000 dollár veszteséget okoz, akkor 1 mio/44000=22,73 = kb 23 bázispont párhuzamos felfelé tolódás már elég az 1 millió dolláros veszteséghez.

c) Short kell. Legegyszerűbb onnan látni, hogy az alapvető kockázatot a jó sok long kötvény jelenti, tehát érdemes eladni határidőre a bond futures-t.

d) A pozíciók BPV-je dollárban kifejezett összeg, így összeadható. Mivel a 3 havi hozam 0%, az alaptermékül szolgáló kötvény nem fizet kupont, ezért az $F=(QS)/(PK) = S$, vagyis a határidős árfolyam éppen úgy viselkedik, mint a spot árfolyam.

A futures alaptermékéül szolgáló kötvény BPV-je 1 kontraktusnyi méret esetén:
*-18*157%*100000*0,0001=-282,60 dollár.*
Ha az eredeti -44.000 dollárnyi BPV-nket -20.000 dollárra szeretnénk változtatni, akkor kellene nekünk +24.000 BPV, amit kb 24000/-282,60 = -84,92= kb -85 kontraktussal tud megoldani, vagyis 85 kontraktusnyi short futures pozi kell.

5. Cseregyletek: kamatcsereügylet, devizacsereügylet

5.1. Az X és az Y vállalat kigyűjtötte a legkedvezőbb hitelkamat-ajánlatokat egy 10 mFt névértékű, 3 éves futamidejű hitelfelvételre (évi egyszeri kamatfizetés, egyösszegű törlesztés):

	fix	Változó
X vállalat	12,10%	LIBOR+3.60%
Y vállalat	10.00%	LIBOR+2.20%

Az X vállalat fix kamatozású, az Y vállalat pedig változó kamatozású hitelt szeretne felvenni. Tervezzen olyan csereügyletet, ahol a bank mint közvetítő 30 bázispontot keres évente és amely mindkét vállalat számára egyformán vonzó! Partnerkockázattól, adóktól és tranzakciós költségektől tekintsünk el!

Megoldás:

← L *← L*

L+3,6% ← X BANK Y → 10%

→ 8,3% *→ 8%*

5.2. Vállalatunk 2 éves, Bubor-hoz kötött változó kamatozású hitelt szeretne felvenni (évente egyszeri kamatfizetés és egyösszegű törlesztés mellett. A legjobb ajánlatokat tartalmazza a következő felsorolás:

Változó kamatozású betét/hitel:	B%–(B+7)%
Fix kamatozású betét/hitel:	10%–18%
Kamatswap (A Bubor ára):	10%–11%

Közvetlenül, vagy közvetve (fix kamatozású hitelt elcserélve) érdemes felvenni a változó kamatozású hitelt? Miért?

Megoldás:

Közvetlenül: évi B+7% a kamatköltség.
Közvetve: 18%+B-10%=B+8% a kamatköltség.
Tehát jobban megéri közvetlenül.

5.3. Az F francia vállalat és az Y japán vállalat azonos névértékű fix kamatozású hitelt szeretne felvenni azonos törlesztési terv és évi egyszeri kamatfizetés mellett, ám előbbi yenben, utóbbi pedig euróban. Az alábbi táblázat tartalmazza a számukra elérhető legjobb hitelkamatlábakat:

	EUR	**Yen**
F	7,2%	3,3%
Y	8%	3,2%

Tervezzen olyan devizacsere-ügyletet, melyben a két vállalat és a közvetítő egyenlően osztják el egymás között a nyereséget és az összes árfolyamkockázatot a közvetítő viseli!

Megoldás:

A következő tranzakciók szükségesek

← 7,2% € ← 7,8% €

←7,2% € F K Y 3,2%Y→

2,8% Y → 3,2% Y

5.4. Az „A” és „B” vállalat számára elérhető legjobb hitelek költségei (a kívánt törlesztési terv mellett):

	EUR	**USD**
A	7,8%	6,3%
B	9%	8%

Az „A” vállalat euró, a „B” vállalat dollár hitelt szeretne felvenni. Tervezzen egy olyan csere-ügyletet, amelyben a vállalatok közvetítő bankot vesznek igénybe, aki 10 bp díjat számol fel ezért euróban; a maradék nyereség 75%-a pedig az „A” vállalatot illeti, és őt terheli az összes devizaárfolyam-kockázat is!

Megoldás:

A következő tranzakciók szükségesek

← 7,9% $ ← 7,9% $

←6,3% $ A K B 9%€ →

9,1% € → 9% € →

5.5. Két vállalat A és B a következő feltételek mellett tud fontban, illetve euróban hitelt felvenni:

	A	B
Dollár	12%	16%
Euró	9%	12,5%

Az A vállalat euró-, a B vállalat dollárhitelt szeretne felvenni. Tervezzen devizacsere ügyletet, amelyben az igénybevett pénzügyi közvetítő 10 bp díjat számol fel dollárban. A maradék hasznon 1:3 arányban osztoznak a B vállalat javára, de cserébe ő vállalja a teljes devizaárfolyam kockázatot.

Megoldás:
Eredeti felállás szerint: 9% + 16% = 25% kamatot fizetnek összesen. Ha ellentétesen vesznek fel hitelt: 12% + 12,5% = 24,5% kamatot fizetnek. Nyereség: 50 bp. A közvetítőnek jár 10, tehát marad 40 bp a két vállalatnak. 10 bp ebből az A-é 30 bp a B-é. Így az A 9%-0,1%=8,9% és a B 16%-0,3%=15,7% kamatot fog fizetni összesen.

	← 12% $	← 12,1% $	
← 12% $ A		K	B 12,5%€ →
	8,9% € →	8,9% € →	

5.6. Egy A besorolású vállalat euro-forint devizacsere-ügyletet kötött egy B besorolású vállalattal. Az A besorolású vállalat kapja az eurokamatokat és fizeti a forintkamatokat. Ön szerint melyik cég fut nagyobb partnerkockázatot? Válaszát indokolja!

Megoldás:
Amelyik a magasabb kamatot fizeti, annak a számára lesz nagyobb valószínűséggel pozitív a csereügylet értéke. Ebből a szempontból tehát az A besorolású fut nagyobb kockázatot (a forint kockázatosabb az eurónál, magasabb kamatot kér ezért a piac). Ráadásul a B nagyobb valószínűséggel megy csődbe. Mindkét hatás odavezet, hogy az A nagyobb partnerkockázatot fut.

5.7. Az effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes. Egy kamatcsere-ügylet során 2 éven keresztül, félévente egyszer elcserélnek egy fix kamatlábat a féléves Bubor-ral. Partnerkockázattól, adóktól és tranzakciós költségektől tekintsünk el!
a) Mekkora az az éves szinten kifejezett fix névleges kamatláb, melyet a féléves Buborral cserélnek?
b) Mennyit érnek ma a csereügyletet alkotó FRA-k?

Megoldás:
$1,1^{0,5}$-1=4,88% ennyi a féléves effektív hozam. Swap kamatláb (névleges!)=9,76%.
Mivel vízszintes a hozamgörbe, mindegyik nulla.

5.8. Az azonnali effektív hozamgörbe a következő:

r_1	r_2	r_3
8%	7,5%	7%

a) Határozza meg, hogy egy hároméves kamatcsere ügylet keretében mekkora éves fix kamatot kellene fizetni a változó kamatért cserébe, ha évente egyszer esedékes a kamatcsere!
b) Milyen vételi-eladási árfolyamot jegyezne a bank a változó kamatra, ha a tranzakciós díjak fedezésére 20 bázispontos marzsot számítana fel?

Megoldás:
a) A hároméves PAR értéket. A DF-ok:

1	2	3
0,92 59	0,86 53	0,81 63

A par érték: (1-0,8163)/(0,9259+0,9653+0,8163)=7,04%
b) 7,14%-6,94%, azaz ha a bank kapja a változó kamatot, akkor 6,94% fixet fizet cserébe, míg fordított esetben 7,14%-ot vár el.

5.9. Cégünk két évvel ezelőtt kötött egy akkor négy éves kamatcsere-megállapodást, melyben évente cserélik el az egy éves BUBOR-t 10% fix kamatra. A kamatcsere-ügylet névértéke 100 millió forint. Most éppen kamatcsere után vagyunk, az effektív hozamgörbe 8%-on vízszintes. Mennyit ér a kamatcsere-ügylet ma a fix kamatot fizető fél számára? A partnerkockázattól tekintsünk el.

Megoldás:
A változó kamatot tartalmazó ága a swapnak éppen a névértéket éri, azaz 100 MFt-t
A fix kamatot tartalmazó ága a swapnak: $10/1{,}08+110/1{,}08^2=103{,}57$ MFt-ot ér.
A swap értéke a fix kamatot fizető fél számára: 100 - 103,57 = -3,57 M Ft

5.10. Bontsa fel az előző példában szereplő kamatcsere-ügyletet FRA-kra és határozza meg az FRA-k jelenértékét forintban!

Megoldás:

	DF	Forward	(f-10)*DF
FRA1	*0,9259*	*8%*	*-1,8518%*
FRA2	*0,8573*	*8%*	*-1,7146%*

Névérték: 100 millió Forint:
*PV(1)=100 millió Ft * (-1,8518%)=-1,85 millió Ft*
*PV(2)=100 millió Ft * (-1,7146%)=-1,71 millió Ft.*

5.11. Egy korábban 4%-os fix kamaton megkötött long IRS pozíció piaci értéke biztosan pozitív, ha most a hozamgörbe 5%-on vízszintes.

Megoldás:
Igaz, mert ekkor a par kamat is 5%, vagyis eladhatnánk az IRS-t 5%-on és minden kamatfizetésnél +5%-BUBOR+BUBOR-4%=+1% lenne a hasznunk.

5.12. Ma a 2028/A jelű állampapírból álló portfoliónkat 5 éves long IRS-sel fedeztük úgy, hogy a duration nulla legyen. Mutasson példát a hozamgörbe olyan átalakulására, mely számunkra mégis veszteséget tud okozni!

Megoldás:
A nulla duration azt jelenti, hogy a hozamgörbe kicsi (10-20 bázispont még relatíve kicsi elmozdulás) és párhuzamos elmozdulására közel érzéketlenné válik a portfolió. Ha a hozamgörbe nagyot mozdul, vagy nem párhuzamosan, akkor lehet nyereségünk vagy veszteségünk. A nagy elmozdulás hatásához tudni kellene a konvexitásunk előjelét, ezért inkább a nem-párhuzamos elmozdulással járó forgatókönyvet érdemes csinálni. Például, ha a hozamgörbe 5 éven belüli szakasza nem változik, az 5 év utáni szakasza meg feljebb tolódik, akkor az IRS pozició értéke változatlan marad, miközben a kötvényen veszítünk. Vagyis az ilyen aszimmetriksu elmozdulások esetén az 5 éves long IRS pozi nem képes megvédeni a 2028/A kötvényt. A nulla duration nem jelent tökéletes védelemet még pillanatnyilag sem.

5.13. Az Ön cége két évvel ezelőtt egy hároméves devizacsere ügyletet kötött, melyben 1 millió euró 5%-os kamatát kapja évente egyszer 800 ezer dollár 6%-os kamatáért cserébe. A csereügylet megkötésekor az egyes pénzáramlások jelenértéke mindkét devizában megegyezett a névértékkel. Ma, közvetlenül a kamatfizetés előtt az euró hozamgörbe minden lejáratra évi 3%, a dollár hozamgörbe minden lejáratra évi 4%.

Menyit ér ma a pozíció euroban, ha a devizaárfolyam ma ugyanannyi, mint két évvel ezelőtt?

Megoldás:
A spot devizaárfolyam két évvel ezelőtt és ma S=1,25 EUR/USD
A dollár CF értéke: $P_{\$}$*=-48e-848e/1,04= -863,38 e$*
Az euró CF értéke: $P_{€}$*=+50e+1050e/1,03= +1069,42 e€*
A swap értéke: P = 1069,42-1,25·863,38= -9,805 e€

5.14. Az amerikai hozamgörbe 6%-on vízszintes, a német hozamgörbe 4%-on vízszintes, a prompt árfolyam 1 USD/EUR. Egy négy éves deviza csere-ügylet keretében 1 millió dollár névértékű hitelek pénzáramlásait cserélik el évi egyszeri kamatfizetéssel, a csereügylet értéke a kötéskor nulla. Mennyit ér a csereügylet a dollárt fizető fél számára dollárban 3 év múlva, közvetlenül a kamatcsere előtt, ha a kamatlábak a jelenlegi forward kamatlábak szerint, a devizaárfolyam pedig a jelenlegi forward árfolyamok szerint alakulnak? Partnerkockázat nincs.

Megoldás:
A CF:

	EUR	USD
0	+0,04	-0,06
1	+1,04	-1,06

A devizaárfolyam 3 év múlva: $F=1\cdot(1{,}06/1{,}04)^3=1{,}0588$ *USD/EUR*
A két CF jelenértéke: $P_{€}$*=0,04+1,04/1,04=1,04;* $P_{\$}$*=0,06+1,06/1,06=1,06, A swap értéke: P=1,04 m EUR·1,05888-1,06 m = 41 187 USD.*

5.15. Ön vállalata korábban egy devizaswapot kötött, amelynek hátralévő futamideje 1,5 év, a kamatcserére évente került sor. A swap névértéke 100 dollár, azt is tudja, hogy ön évente 10% forint kamatot fizet, a swap indulásakor az árfolyam 270 Ft/dollár volt. Jelenleg a forint kamatláb 9%, a dollár kamat pedig 4%, mindkét hozamgörbe vízszintes, a spot árfolyam pedig 260 Ft/dollár. A swap értéke az Ön vállalata számára jelenleg – 2000 Ft. Mekkora dollár kamatot kell vállalatának mindezek alapján a swapban kapnia?

Megoldás:
Mindezek alapján a kötéskor a swap forint névértéke 27 000 Ft volt. Ezek alapján a CF: 0,5-2700Ft, 1,5-29700Ft. Ennek mai értéke 9% mellett 28684,7. Ha ebből levonom a 2000 forintos értéket, majd elosztom 260-

nal, a dollár követelés mai értéke 102,63 dollár. Ez 4%-os dollárkamat mellett k=4,34%-os dollár kamatlábat jelent.

5.16. Egy évvel ezelőtt egy négyéves forint-euro deviza-csereügyletet kötöttünk, melyben a magasabb forintkamatot fizetjük az alacsonyabb eurokamatért cserébe. Az eredetileg vízszintes hozamgörbék nem változtak azóta és a devizaárfolyam is ugyanannyi, mint egy évvel ezelőtt.
a) Pozitív vagy negatív a csereügylet értéke számunkra jelenleg, az első csere után? Állítását indokolja!
b) Nyertünk vagy veszítettünk eddig az üzleten? Miért?

Megoldás:
a) Nulla. Mert ma is ugyanilyen feltételek mellett lehetne megkötni.
b) *Veszítettünk. Mert egy számunkra negatív értékű cserén vagyunk túl.*

5.17. Bankunk államkötvény-portfoliójának piaci értéke 5 milliárd forint, átlagideje 12 év. Bankunk olyan 10 éves IRS (interest rate swap) ügylet megkötésével szeretné a portfoliójának átlagidejét nullára csökkenteni, amelyik félévente cseréli el a fix kamatot változóra. Azt tudjuk még, hogy az ÁKK ma a névérték 100%-án sikeresen bocsátott ki 10 év futamidejű, végtörlesztéses, évente kétszer kupont fizető államkötvényt és bankunk szakértői szerint ennek a kötvénynek az átlagideje éppen 8 év.
a) Long, vagy short IRS ügyletet kössön a bank?
b) Mekkora névértékben kösse meg a swapot?

Megoldás:
a) long
c) Kötvénymódszer alapján a long IRS = long Floating + short Fixed. Ezután fel kell írni az immunizációs egyenletét:
*0 = (5 mrd * 12 + X * 0,5 - X*8) / (5 mrd + X – X)*
X = 8 milliárd névértékben kellene megkötni a long IRS-t.

Nehezebb feladatok

5.18. A török líra (TRY) effektív hozamgörbe 1, 2 és 3 éves pontjai rendre 10%, 8%, 7%.
a) Mekkora a 3 éves par kamat törtök lírában?
b) Egy bank ebben a pillanatban kötött egy 3 éves long IRS ügyletet (évente egyszeri kamatcserével), 10 millió TRY névértékben. Bontsa fel az ügyletet FRA-k láncolatára és határozza meg, mennyit érnek jelenértéken az egyes FRA-k!

Megoldás:

a) DF1= 1/(1+10%)= 90,9091%
DF2= 1/(1+8%)^2=85,7339%
DF3= 1/(1+7%)^3=81,6298%
par_3 = (1-DF3)/AF3=(1-81,6298%)/(90,9091%+85,7339%+81,6298%)= kb 7,11%

b) Az első FRA valójában nem is FRA, hanem egy spot kamat, az r1=10%, ez külön nézve nyereséges lesz, hiszen 7,11%-os „átlagáron” vettük a török forrást a swapon keresztül, miközben külön ez az időszak 10%-ba kerülne. Ennek az eredményének a jelenértéke:
*10 mio * (10%-7,11%)*90,9091%=+262.727,3 török líra*

A második FRA az $_1f_2$=DF1/DF2-1=90,9091%/85,7339%-1= 6,04%, ezt külön nézve veszíteni fogunk, hiszen mi 7,11%-on vettük a török forrást minden időszakra. Ennek az FRE-nak külön a jelenértéke:
*10 mio * (6,04%-7,11%)*85,7339%=-91735,27 TRY*

A harmadik FRA jelenértéke annyi kell legyen, hogy a 3 FRA jelenértéke együtt nullát érjen, mint az IRS kötéskori pozícióértéke, innen adódik, hogy a harmadik FRA jelenértéke
-(262727,3-91735,27)=-170992,03 TRY

Persze ki is lehet számolni, hogy a 2f3=DF2/DF3-1=85,7339%/81,6298%-1= 5,03%, ahonnan adódik, hogy a 3. FRA-n külön nézve a veszteség:
*10 mio * (5,03%-7,11%)*81,6298%=-169789,98 TRY, ami nyilván a kerekítések miatt nem egyezik a -170992,03 TRY-val.*

5.19. Bankunk 3 éve kötött egy akkor 5 éves dollár-török líra (TRY) devizacsere ügyletet, melynek értelmében 10 millió dollár névértékre vetítve kapunk 2% kamatot, miközben 18 millió török lírára vetítve fizetünk 10% kamatot. A kamatcsere évente egyszer történik meg, a névértékeket a futamidő elején és végén is kicseréljük. Ma, közvetlenül a harmadik év végi kamatfizetés elszámolása után, kiderül, hogy partnerünk csődbe ment, ezért az ISDA (*International Swaps and Derivatives Associations*) szabályai alapján az ügylet nettó elszámolását kezdeményezzük. Az USDTRY spot árfolyam 2,2650 (ennyi török lírát kell fizetni egy dollárért), az egy és két éves diszkontfaktorok török lírában 90% és 82%, míg dollárban 99% és 98%. Ha lehetőségünk lenne ma nettó elszámolással lezárni az ügyletet, akkor nekünk, vagy a partnerünknek kellene fizetni és hány dollárt?

Megoldás:
Az eredetileg 5 éves devizacseréből még hátra van 2 cash flow elem, a 4. évi és az 5. évi.
Mi kapnánk 200.000 USD-t 1 év múlva és 10.200.000 USD-t 2 év múlva.
Mi adnánk 1,8 millió TRY-t 1 év múlva és 19,8 millió TRY-t 2 év múlva.
Azt kell megnézni, hogy jelenértéken és dollárban kifejezve melyik ér többet.

*Amit kapnánk: 0,99*200000+0,98*10200000=10.194.000 dollár*
*Amit adnánk: (0,90*18000000+0,82*19800000)/2,2650=7.883.444 dollár*

Vagyis nagyon nem jött jókor a partner csődje, hiszen nettó 2.310.556 dollárral tartozik nekünk. Ez persze nem meglepő, hiszen a TRY most jóval gyengébb, mint amikor megkötöttük az ügyletet 3 éve (2,2650 vs 1,8000) és mi adtuk azt a devizát, amelyik erősödött (USD).

5.20. Az orosz állampapírokból becsült 1, 2 és 3 éves rubel (RUB) diszkontfaktorok rendre 90%, 82%, 74%. Ma egy bank 500 millió RUB névértékben kötött 3 éves IRS ügyletet egy spekulánssal, melynek értelmében a bank évente egyszer 10% fix kamatot fizet a 12 havi MIBOR-ért (Moscow Interbank Offer Rate) cserébe.

a) Mennyit ér a bank long IRS pozíciója?
b) Bontsa fel az IRS-t 1 éves futamidejű FRA-k láncolatára, majd árazza be ezeket az FRA pozíciókat külön-külön!
c) Mutassa meg, hogy amennyiben a hozamgörbe változatlan marad és a spekuláns 1 év múlva közvetlen a kamatcsere elszámolása előtt maradványérték nélkül csődbe megy, akkor a bank biztosan veszít partnere csődjén!

Megoldás:
a) AF(3Y)=90%+82%+74%= 246%
Par(3Y) = (1-DF3)/AF3 = (1-74%)/246%= 10,57%, vagyis ez lenen a fair swap ráta, a bank viszont már 10,00%-on meg tudja venni a MIBOR-t 3 éven át.
*Nyeresége jelenértéken = 500 mio * 246%*(10,57%-10,00%)= 7.011.000,- rubelt ér neki ma a long IRS pozíciója.*

b) 0x12; 12x24 és 24x36-os FRA-kra bontható fel, vagyis az azonnali 1 éves, az 1 év múlvai 1 éves határidős és a 2 év múlvai 1 éves határidős kamat számít.

r_1= 1/90%-1= 11,11%, ezért az első „FRA" piaci értéke jelenértéken:
*500 mio *(11,11%-10,00%)*90% = 4.995.000,- rubelt ér*
1_f_2 = 90%/82%-1=9,76%, ezért a második FRA piaci értéke jelenértéke:
*500 mio *(9,76%-10,00%)*82% = -984.000,- rubelt ér*
2_f_3 = 82%/74%-1=10,81%, ezért a harmadik FRA piaci értéke jelenértéken:
*500 mio *(10,81%-10,00%)*74% = +2.997.000,- rubelt ér*
Ellenőrzéseképpen a 3 FRA piaci értéke együtt ki kell adja a 7.011.000,- rubelt, ami majdnem teljesül is, a minimális eltérést az FRA kamatainál a kerekítések okozzák:
=4995000-984000+2997000=7.008.000,- rubel

*c) Az aktuális kamatcser elszámolása során a bank kapna 500 mio *(11,11%-10,00%)= 5.550.000,- rubelt, hiszen ez a kamatcsere már az IRS megkötésekor előre ismert volt (az akkori 1 éves MIBOR 11,11%, hiszen a DF1=90%). Ezen kívül a banknak van egy 10,00%-os 2 éves long IRS-e, ha a hozamgörbe változatlan, akkor 1 év múlva a fair 2 éves IRS swap rátája: (1-82%)/(90%+82%)=10,47%, vagyis a bank long IRS pozíciójának az értéke pozitív.*
Tehát mivel a bank az éppen aktuális kamatcsere során is kapna pénzt, illetve az IRS pozíciójának a piaci értéke is pozitív, így a partner csődje veszteséget okoz neki.

5.21. Egy bank fél éve 1 milliárd forint névértékben kötött 2 év futamidejű long IRS ügyletet 0,94%-os fix kamat mellett. A kamatcseréket félévente a hat hónapos BUBOR-ral szemben számolják el. Ma a bank 2 éves IRS-t 0,60%-os fix kamattal, 18x24-es FRA-t 0,80% fix kamattal tudna kötni.
a) Mekkora volt fél éve a 6 hónapos BUBOR, ha ma a kamatcsere elszámolása során a bank 100.000,- forintot kap?
b) Milyen irányba és mekkora névértékben felvett 2 éves IRS és 18x24-es FRA pozíciókkal tudná lezárni a bank az eredeti swap pozíciójából származó kockázatokat és végül milyen cash flow-ja alakulna ki?

Megoldás:
a) Ma a long IRS kamatfixingje során a következő elszámolás történik
*1mrd * ($BUBOR_{\text{fél évvel ezelőtti}}$ – 0,94%) *1/2 = 100.000,-*
$BUBOR_{\text{fél évvel ezelőtti}}$ = 0,96%

b) Az eredeti long IRS ügyletből még 3 jövőbeli elszámolás van hátra:
*0.5 év: (+$BUBOR_{ma}$ – 0,94%) *1mrd*1/2*
*1 év: (+$BUBOR_{\text{fél év múlva}}$ – 0,94%)*1mrd*1/2*

1.5 év: $(+BUBOR_{\text{egy év múlva}} – 0{,}94\%)*1mrd*1/2$

Ahhoz, hogy a kockázatokat megszüntessük, a valószínűségi változókat ki kell iktatni. Bár a $BUBOR_{ma}$ az már nem kockázatos, pont ma fixálódott, de a másik kettő még az. Mivel a long IRS-ben megvettük a BUBOR-t, ezért lezárásképpen el kellene adni. Ehhez jó lenne a 2 éves swap eladása, node az viszont egy fél évvel hosszabb, vagyis egy extra elszámolással jár. Azt az extra elszámolást kiüthetjük a 18x24-es FRA-val (ezt venni kell, hogy az eladott swap utolsó elszámolását ellensúlyozza).

Eredeti 1 mrd long IRS pozi + 1 mrd 2 éves short IRS + 1 mrd 18x24 long FRA együtt:

0.5 év: $(+BUBOR_{ma}–0{,}94\%)*1mrd*1/2+(-BUBOR_{ma}+ 0{,}60\%)*1mrd*1/2$
1év: $(+BUBOR_{\text{fél év múlva}}–0{,}94\%)*1mrd*1/2+$
$(-BUBOR_{ma}+0{,}60\%)*1mrd*1/2$
1.5 év: $(+BUBOR_{\text{egy év múlva}} – 0{,}94\%)*1mrd*1/2$
$+(-BUBOR_{ma} + 0{,}60\%)*1mrd*1/2$
2 év: $(-BUBOR_{\text{másfél év múlva}}+0{,}60\%)*1mrd*1/2$
$+(+BUBOR_{\text{másfél év múlva}} - 0{,}80\%)*1mrd*1/2$

Letisztítva a cash flow:
*0.5 év: (+0,60%-0,94%)*1mrd*1/2 = - 1.7 mio forint*
*1 év:(+0,60%-0,94%)*1mrd*1/2 = - 1.7 mio forint*
*1.5 év:(+0,60%-0,94%)*1mrd*1/2 = - 1.7 mio forint*
*2 év:(+0,60%-0,80%)*1mrd*1/2 = - 1 mio forint*
Ez a cash flow már nem kockázatos, fix jövőbeli veszteségekről szól.

5.22. Egy bank eszközoldala 8 év átlagidejű, 15 milliárd forint piaci értékű jelzáloglevélből áll. Az idegen forrásai 3 milliárd forintnyi látra szóló betétből, valamint 6 év átlagidejű, 10 milliárd forint piaci értékű kötvényből áll. A bank 2 éve kötött egy eredetileg 5 éves kamatcsere ügyletet, 5 milliárd forint névértékben, melynek értelmében évente egyszeri kamatcsere mellett a BUBOR-t kapja és fix 7%-ot fizet. Most éppen az aktuális kamatcsere elszámolása után vagyunk. Az effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes.

a) Mekkora a bank saját tőkéjének fair piaci értéke, figyelembe véve a kamatcsere ügyletet is?

b) Becsülje meg a bank saját tőkéjének a BPV-jét a konvexitás figyelembe vétele nélkül!

c) Egy mondatban fogalmazza meg, hogy mit jelent a b) pontban kapott érték!

d) Tegyen 2 különböző javaslatot arra, hogy a jelenlegi szituációban a bank miként csökkenthetné a hozamszint-kockázatát!

Megoldás:

a) Sokszor nagy segítség, ha a mérlegen kívüli tételeket is szintetikusan mérlegen belüli megfelelőkre bontjuk a számolás erejéig. Tehát a long IRS pozíció helyett jobb lenne, ha az eszközoldalra egy floating bond-ot (long bond) a forrásoldalra meg egy fixed bond-ot (short bond) képzelnénk.
Mérlegen kívüli tételekkel kiegészített eszközök értéke:
15 mrd MBS
5 mrd piaci értékű long floating bond a swapból (mivel évente van a kamatcsere, ezért a lineráis kamat és az effektív hozam éppen megegyezik.)

Mérlegen kívüli tételekkel kiegészített idegen források értéke:
3 mrd látra szóló betét
10 mrd kötvény
*Short fixed bond láb a swapból=PV(7;7;107)*5 mrd =*
*(7%/(1+10%)^1+ 7%/(1+10%)^2+107%/(1+10%)^(3)) * 5 mrd =*
*92,5394% * 5 mrd = 4.626.972.201,35*

*Saját tőke = 15 mrd + 5 mrd – 3 mrd -10 mrd – 92,5394% * 5 mrd = 2.373.030.000 forint*

*b) BPV becsléshez jó lenne a D_Equity, majd abból adódik, hogy D*_Equity=-D_Equity/(1+10%) és onnan*
*BPV_Equity=D*_Equity x P_Equity x 0.0001*

A swapban lévő short fixed bond esetén ki kellene számolni külön az átlagidőt:
*DUR= (1 év * 7%/(1+10%)^1+ 2 év * 7%/(1+10%)^2+3 év * 107%/(1+10%)^(3))/92,5394% = kb 2,8 év*

*15 mrd * 8 év + 5 mrd * 1 év = 2.373.030.000 * D_Equity + 10 mrd * 6 év + 3 mrd * 0 év + 4.626.972.201,35 * 2,80 év*

Innen D_Equity = 21,93 év
*D*_Equity = -19,94*
*BPV_Equity = -19,94*2.373.030.000 *0,0001 = -4.731.822 forint = kb -4,7 mio forint*

c) Ha a hozamgörbe 1 bázisponttal párhuzamosan felfelé tolódna, akkor kb 4,7 millió forinttal csökkenne a bank saját tőkéje. (ha a hozamgörbe párhuzamosan lefelé tolódna egy bázispontot, akkor pedig kb ennyit nyerne)

d) Nagyon sokminden jó. Vagy az eszközök átlagidejét kellene csökkenteni, vagy az idegen forrásokét növelni, vagy mindkettőt. Például el lehetne adni az MBS-ekből és DKJ-ba rakni. Vagy a látra szóló betéteseknek felajánlani lekötött betétet, esetleg kötvényt kibocsátani. Újabb long IRS pozíció is jó lenne.

5.23. Egy bank új annuitáskötvények kibocsátását tervezi. Egy ilyen kötvény évente egyszer 1 millió forintot fizet, 5 éven keresztül, úgy, hogy az első összeget éppen egy év múlva fizeti. A bank nem szeretné, hogy ez a kötvénykibocsátás bármilyen hatással legyen a saját tőkéjének hozamszint kockázatára, ezért sikeres kibocsátás esetén 3 éves, évente egyszeri kamatcserével járó IRS ügyletet köt fedezeti céllal. Az első öt év diszkontfaktorai rendre: 99%, 97%, 95%, 93%, 90%.

a) Long, vagy short IRS ügyletet kössön a bank, ha sikeres a kötvénykibocsátás?

b) Ha 2000 darab ilyen annuitáskötvényt jegyeznek le, mekkora névértékben kössön IRS ügyletet a bank, hogy az annuitáskötvények és az IRS átlagideje együtt nulla legyen?

c) Mutasson példát olyan nem-párhuzamos hozamgörbe elmozdulásra, mely a b) pontban lefedezett pozíció esetén veszteséget okozna a banknak!

Megoldás:

a) Short IRS kell. Ha a bank kibocsátja az annuitáskötvényt, akkor az egy fix kamat mellett felvett hitelviszonyt jelent, így az átlagideje a bank számára biztosan negatív. Tehát közvetlen a kötvénykibocsátás után a hozamgörbe felfelé tolódása nagyon jó hír lenne a banknak, a lefelé tolódás pedig rossz. Vagyis olyan swap kell, ami pont akkor nyereséges, ha lefelé tolódik a hozamgörbe és akkor veszteséges, ha felfelé. Pont erre jó a short IRS.

b) Tudni kellene az annuitáskötvény piaci értékét és átlagidejét, illetve az IRS-t is két kötvénypozícióra kell bontani és ott a fix-nek kell a kamata és az átlagideje is (a piaci értékük a swap megkötésekor 100%, a változó átlagideje meg könnyen adódik, hogy 1 év). Ha mindez meg van, akkor egy egyenletből adódik majd a megoldás.

*Annuitáskötvény piaci értéke = 1 mio * (99%+97%+95%+93%+90%) = 4.740.000,forint*
Annuitáskötvény átlagideje =
*1 mio * (99%*1+97%*2+95%*3+93%*4+90%*5)/ 4740000 = 2,95 év*
3 éves fix kötvény kamat = 3 éves par kamat =
(1-95%)/(99%+97%+95%) = 1,72%
3 éves fix kötvény átlagideje =
*99%*1,72%*1+97%*1,72%*2+95%*(100%+1,72%)*3 = 2,95 év*

*0 * 4740000*2000 = 2000*474000*2.95 év + X*1 év - X*2.95 év*
X = 1.434.153.846,15 = kb 1,4 milliárd forint névértékben kell short IRS pozíciót felvenni

5.24. Egy kereskedő portfoliója 100 millió forint látra szóló betétből, 10 év átlagidejű, 2,2 milliárd forint piaci értékű jelzáloglevelekből áll. 2 évvel ezelőtt, 4 milliárd forint névértékben kötött egy eredetileg 5 éves long IRS-t, évi egyszeri kamatcserével, melynek fix kamata 7%, ma éppen az aktuális kamatcsere elszámolása után vagyunk. Az effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes.
a) Hány forint a portfolió jelenlegi piaci értéke?
b) Becsülje meg a kereskedő portfoliójának a BPV-jét a konvexitás figyelembe vétele nélkül!
c) A kereskedő immunizálni szeretné a portfolióját úgy, hogy elad a jelzáloglevelekből és a befolyó összeget 3 hónapos DKJ-ba fekteti. Mekkora piaci értékben kellene végrehajtania ezt a műveletet?

Megoldás:
a) piaci érték = cash termékek piaci értéke + derivatívák piaci értéke
Az IRS-t célszerű kötvénymódszerrel felbontani:
long floating bond = +4 mrd forint
*short fixed bond = - 4 mrd * PV(7%;7%;107%) = -4 mrd * (7%/(1,1) + 7%/(1,1)^2 +107%/(1,1)^3) = -3.701.577.761,08 forint*
Portfolió piaci értéke = 100 mio + 2,2 mrd + (4 mrd -3.701.577.761,08) = 2.598.422.238,92 forint

b) Továbbra is érdemes a kötvénymódszernél maradni, így 4 portfolióelemünk van: betét, jelzáloglevél, long floating bond (IRS-ből) és short fixed bond (IRS-ből). Mindegyikhez kellene piaci érték (ezeket tudjuk az a) pontból) és átlagidő (duration). Utána úgy érdemes folytatni, hogy mindegyik portfolióelemhez kiszámoljuk a BPV-t, majd összeadjuk azokat.
1. Látra szóló betét BPV-je: 0, hiszen átlagideje sincs, a jelenértéke egyáltalán nem érzékeny semmire, így a kamatra sem.

*2. Jelzálogevél átlagideje és piaci értéke adott. Vízszintes hozamgörbe esetén könnyű ebből BPV-t becsülni: 2,2 mrd * (-10 /(1,1))*0,0001= -2 mio forint*
*3. Long floating bond piaci értéke 4 mrd, átlagideje 1 év, így addik, hogy a BPV = 4 mrd * (-1/1,1) *0.0001= -363.636,36 forint*
4. Short fixed bond…
… bruttó árfolyama = 7%/(1,1) + 7%/(1,1)^2 + 107%/(1,1)^3 = 92.5394%
*… átlagideje = (7%/1,1*1 év + 7%/(1,1)^2*2 év + 107%/(1,1)^3*3 év) / 92.5394% = kb 2.8 év*
*… BPV-je = -4 mrd*92,5394%*(-2,8/1,1)*0,0001 = +942.219,35 (tehát a short bond esetén a hozamgörbe felfelé tolódása nyereséget okozna, ami logikus is)*
Portfolió BPV = 0 – 2 mio -363.636,36 +942.219,35 = -1.421.417,01

c) Ha X-szel jelöljük a lecserélendő jelzáloglevél piaci érték mennyiségét, akkor ez az egyenlet adódik a duration-re:
0 = 0 100 mio + (2,2 mrd –X) * 10 év + 4 mrd * 1 év +*
*(-4 mrd)*92,5394%*2,8 év + X*0,25*
X= 1603,65 milliónyi piaci értékben kellene ezt megcsinálnia

5.25. Az ÁKK ma 4 éves, végtörlesztéses, évente egyszer 3% névleges kamatot fizető kötvényt bocsátott ki, melyből egy elsődleges forgalmazó bank 1 milliárd forint névértékben vásárolt. A kötvény kockázatát 3 éves IRS ügylettel szeretné a bank fedezni, évente egyszeri kamatcserével. Az első négy év diszkontfaktorai rendre: 99%, 97%, 95%, 93%.
a) Összesen hány forintot fizet a bank a kötvényért?
b) Hány év a kötvénypozíció átlagideje?
c) Long, vagy short IRS ügyletet kössön a bank?
d) Mekkora névértékben kösse meg az IRS ügyletet, ha a célja a nulla átlagidő elérése?
e) Mutasson példát olyan nem-párhuzamos hozamgörbe elmozdulásra, mely a d) pontban bemutatott fedezés ellenére is veszteséget okozna a banknak!

Megoldás:
*a) P(kötvény) = 3*99%+3*97%+3*95%+103*93%=104,52% a kötvény bruttó árfolyama, tehát összesen 1.045.200.000,- forintot fizet érte a bank.*

*b) DUR=(3%*99%*1év+3%*97%*2év+3%*95%*3év+103%*93%*4év)/104.52%=3,83 év* *c) Long IRS kell, hiszen a kötvény azért kockázatos, mert a felfelé tolódó hozamgörbe esetén a diszkontfaktorok csökkennek, vagyis a kötvényben lévő cash flow jelenértéke kevesebbet ér. Ezt olyan derivatív ügylettel lehet fedezni, amelyik éppen a hozamgöürbe felfelé tolódásakor lesz nyereséges.*

d) A long IRS-t kötvénymódszerrel long floating (változó) és short fixed bond-ra bontjuk, ezek névértéke (és megkötsékor a piaci értéke is) legyen X. A floating bond átlagideje a következő kamatcseréig hátralévő idő, ez most 1 év. A short fixed bond átlagidejéhez tudni kellene a kötvény cash flow-ját, amihez tudni kellene a par kamatot, hiszen az lesz a kupon. Majd a cash flow ismeretében kiszámítható az átlagidő.

Par(3Y) = (1-95%)/(99%+97%+95%)= 1,72%
*DUR(fixed_bond_3Y) = 1,72%*99%*1év+1,72%*97%*2év+101,72%*95%*3év = 2,95 év*

Ezután felírható az átlagidőkre az alábbi egyenlet:
*(1mrd*104,52%*3,83év + X*1év - X*2,95év) / (1mrd*104,52+X-X) = 0*
X = 2.058.800.000 forint névértékben kellene kötni long IRS-t, vagyis kb 2 mrd long IRS kellene.

e) Nem-párzhuzamos elmozdulásra még érzékeny a portfoliónk. Például, ha a hozamgörbe meredekebbé válik (steepening), akkor veszíteni fog. 4 éves fix kötvényt vettünk és 3 éves long IRS-sel fedeztük azt. A 3 éves IRS értéke leginkább a DF3-tól függ (meg picit a DF1 és DF2-től), de egyáltalán nem függ a DF4-től, miközben a 4 éves kötvény leginkább a DF4-től függ (meg picit a DF1, DF2, DF3-tól is). Ebből már jól látszik, hogy ha a 3 éves hozam és a 4 éves hozam nagyon eltérően változik, akkor a párhuzamos elmozdulásra egyébként jól immunizált portfolión mégis eredmény képződhet. A banknak most az a rossz, ha a 4 éves hozam relatíve nő a 3 éveshez képest.

5.26. Bankunk 3 éve kötött egy akkor 5 éves dollár-jen devizacsere ügyletet, melynek értelmében 1 millió dollár névértékre vetítve kapunk 2% kamatot, miközben 100 millió japán jenre vetítve fizetünk 1% kamatot. A kamatcsere évente egyszer történik meg, a névértéket a futamidő elején és végén is kicseréljük. Ma közvetlenül a harmadik év végi kamatfizetés elszámolása után, kiderül, hogy partnerünk csődbe ment, ezért az ISDA (*International Swaps and Derivatives Associations*) szabályai alapján az ügyletet nettó elszámolását kezdeményezzük. Az USDJPY spot árfolyam 102 (ennyi jent kell fizetni egy dollárért), az egy és két éves diszkontfaktorok japán jenben 99,50% és 99%, míg dollárban 99% és

98%. Ha lehetőségünk lenne ma nettó elszámolással lezárni az ügyletet, akkor nekünk, vagy a partnerünknek kellene fizetni és hány dollárt?

Megoldás:
Az eredetileg 5 éves devizacseréből még hátra van 2 cash flow elem, a 4. évi és az 5. évi.
Mi kapnánk 20.000 USD-t 1 év múlva és 1.020.000 USD-t 2 év múlva.
Mi adnánk 1 millió JPY-t 1 év múlva és 101 millió japán jent 2 év múlva.
Azt kell megnézni, hogy jelenértéken és dollárban kifejezve melyik ér többet.

*Amit kapnánk: 0,99*20000+0,98*1020000=1.019.400 dollár*
*Amit adnánk: (0,995*1000000+0,99*101000000)/102=990049 dollár*
Vagyis a devizacsere ügyletből most nettó 29.351 dollár követelésünk van a partnerünkkel szemben.

5.27. Egy magyar bank 3 éve, egy eredetileg 5 éves devizacsere ügylet keretében, 10 millió euró forrást kapott, cserébe 3 milliárd forintot utalt francia partnerének. A devizacsere ügylet során évente egyszer a magyar 1% euró kamatot fizet és 3% forint kamatot kap. Most éppen közvetlenül az év végi kamatok elszámolása után vagyunk. A spot EURHUF árfolyam 317,80, az EURHUF fx swap pontok 1 és 2 évre rendre 440 és 920 pont, az 1 és 2 éves forint diszkontfaktorok 99% és 98%. Hány eurónyi veszteség érné a francia felet, ha a magyar most csődbe menne?

Megoldás:
A forward módszert érdemesebb most használni, mert az 1 és a 2 éves forwardok a spot+fx swapból látszanak:
FWD_1Y = 317,80+440 = 322,20
FWD_2Y = 317,80+920 = 327,00

A magyar szemszögéből nézve a hátralévő ez a cash flow:
1Y: -0,1 mio EUR; +90 mio HUF
2Y: -10,1 mio EUR; +3090 mio HUF
A forwarddal átváltva forintra:
*1Y: -0,1 mio * 322,20 +90 mio = 57.780.000,- forint*
*2Y: -10,1 mio *325 + 3090 mio = - 212.700.000,- forint*

*A swap értéke a magyar szemszögéből nézve: 57780000*99%-212700000*98%= -151.243.800 forint. Ezt mind elveszítené a francia, ha a magyar maradványérték nélkül csődbe menne, a jelenlegi 317,80-as EURHUF árfolyamon átszámítva ez 475.908,75 eurónyi veszteség lenne.*

Nem véletlenül a franciánál van a partnerkockázat: ő eurót adott és forintot kapott, miközben 300-ról 317,80-ig emelkedett az árfolyam, vagyis, amit a francia kapott az veszített az értékéből. Bár soknak tűnhet a 475 ezer eurónyi veszteség, de ha az eredeti 10 millió eurónyi forrásra vetítjük, akkor ez csak kb 4,75%, tehát a nagyja összeg megmaradt: a swap a partnerkockázatának a mértéke, jóval kisebb, mint a swap névértéke.

5.28. Bankunk 3 éves dollár-forint fix-fix devizacsere-ügyletet szeretne kötni, évente egyszeri kamatcserével. A swap eredményeként bankunk ma 1 millió dollár forráshoz szeretne jutni. Az USDHUF árfolyam 275, az 1, 2 és 3 éves diszkontfaktorok dollárban rendre 99,50%, 99%, 98%, míg forintban rendre 98%, 96%, 93%. Egy amerikai bank hajlandó megkötni velünk a swap ügyletet, feltéve, hogy 500 dollárt keres az ügyleten, jelenértéken. Mekkora a devizaswap fix forint kamata, ha a fix dollár kamat 1%?

Megoldás:
Az amerikai szemszögéből nézve oldjuk meg.
*A swap első lépéseként az amerikai ad 1 millió dollárt és ezért kap 275 millió forintot. Utána kap az 1. a 2. és a 3. év végén fix 1%*1mio = 10.000 dollár kamatot, majd a 3. év végén még az 1 millió dollárt is visszakapja (remélhetőleg). Cserébe fizet X*275 mio; X*275 mio; (X+1)*275 mio forint cash flow-t. Jó lenne minden cash flow-ját dollárban látni és jelenértéken egyenlővé tenni 500 dollárral és akkor ki fog jönni a keresett X.*

A dollár „kötvény"-nek a jelenértéke:
*-1000000+ 10000*99,50%+10000*99%+1010000*98%= 9650,-dollár.*

Tehát a forint kötvényen 9150 dollár veszteség kellene és akkor ki is jönne a nettó 500 dollár profit.
*-9150 dollár =-9150*275 = -2.516.250,- forint, ami alapjá a forint kötvényre teljesülni kell:*
*-2516250=+275mio - X*275mio*98% - X*275mio*96% - (X+1)*275mio*93%*
Innen X= 2,7578% forint fix kamatot kell fizetni.

5.29. Ma egy német bank 5 éves euró-rubel devizacsere ügyletet kötött orosz partnerével, melynek értelmében a német 748 millió rubelt kap, melyre évente egyszer fix 12% kamatot fizet, az orosz 10 millió eurót kap, melyre évente fix 1% kamatot fizet. Mekkora spot EURRUB árfolyamok esetén nem veszítene a német bank, ha 3 év múlva, közvetlen a kamatcserék elszámolás előtt az orosz fél csődbe menne, feltéve, hogy ekkor a rubel hozamgörbe 15%-on, az euró hozamgörbe 0% vízszintes?

Megoldás:

Még a számítások előtt érdemes tisztázni, hogy a német számára az jelenthet a partnerkockázat esetén problémát, ha a nála lévő rubel (cash flow) kevesebbet ér, mint az orosznál lévő euró (cash flow). Vagyis az EURRUB emelkedése, azaz a rubel gyengülése esetén lehet gond az orosz csődjéből, ami annyira nem megnyugtató, hiszen eleve nagyobb eséllyel lesz gyenge a rubel, ha pont csődbe megy egy bank az országban.

3 év múlva, közvetlenül a kamatcserék elszámolása előtt a német szempontjából hátralévő cash flowk

	azonnal;	1 év múlva;	2 év múlva
EUR:	*+0,1 mio EUR*	*+0,1 mio EUR*	*+10,1 mio EUR*
RUB:	*-748*12% mio RUB*	*-748*12% mio RUB*	*-748*(1+12%) mio RUB*

A 0%-on vízszintes EUR hozamgörbe nagy segítség, itt csak össze kell adni a számokat:
A német EUR követeléseének jelenértéke: 10,3 mio EUR
A német RUB tartozásának jelenértéke:
*(-748*12% mio RUB)+ (-748*12% mio RUB)/1,15+(-748*(1+12%) mio RUB)/1,15^2 = -801,28 mio RUB*

Break even EURRUB árfolyam = 801,28/10,3 = 77,7942, ha az EURRUB árfolyam efölött van, akkor a német már veszít az orosz csődjén, alatta nem.

6. Repó, FX swap

6.1. Egy hónapja egy akkor 100% bruttó árfolyamú kötvényünkből 100 millió forint névértéknyit felhasználva kötöttünk egy aktív repó ügyletet, 5% haircut és 3% repó kamat mellett (lineáris ACT/360). A kötvénynek az elmúlt hónapban nem volt kuponfizetése. Ma van a repó lejárata, ki fizet kinek és mennyit?

Megoldás:
Az aktív repó során mi eladtuk a kötvényt spot és visszavettük határidőre, tehát lejáratkor nekünk kell fizetni (és visszakapjuk a kötvényt). Futamidő elején kaptunk 95 millió forintot, 1 hónap múlva pedig:
*100 mio * 95% *(1+ (1/12)*3%) = 95.237.500 forintot fizetünk mi, és visszakapjuk a kötvényeinket.*

6.2. Miért kerülnek gyakran passzív repó pozícióba a központi bankok a kereskedelmi bankokkal szemben?

Megoldás:
A központi bank passzív repó pozíciója azt jelenti, hogy a vele szemben álló kereskedelmi bank aktív repó pozícióba kerül. Tehát a központi bank megveszi a kötvényt, majd határidőre egyből el is adja ugyanannak a kereskedelmi banknak. Így a kereskedelmi bank forráshoz, likviditáshoz jut, eleve feltehetően ő kezdeményezi az egész ügyletet. Éppen ezért gyakran a repo rate az egyik legfőbb monetáris eszköz.

6.3. Az ECB -0,30%-os kamat (p.a. ACT/360) mellett nyújtja a betéti szolgáltatását (deposit facility) és +0,30%-os kamat (p.a., ACT/360) mellett hajlandó passzív repo pozícióba kerülve likviditást nyújtani.
a) Ha az „A” kereskedelmi banknak az ECB-nél vezetett nostro számláján péntek este 10 millió euró többlete van, akkor ez hány euró kamatkiadást jelent számára hétfőn?
b) Ha a „B” kereskedelmi bank az ECB-vel kötött repón keresztül jut pénteken 10 millió euró forráshoz, akkor ez hány euró kamatkiadást jelent számára, ha a repó hétfőn jár le?
c) Összesen hány eurót tudnának megspórolni a kereskedelmi bankok, ha egymással kötnének repó megállapodást és melyik bank lenne aktív repó pozícióban?

Megoldás:
*a) Ennyit kap hétfőn vissza: 10 mio * (1+3/360*(-0.30%))=9.999.750,- tehát 250 euró kamatkiadása volt a negatív kamatozású betéte miatt.*

*b) Ennyit kell visszafizetnie:10 mio *(1+3/360*(+0.30%))=10.000.250,- tehát 250 euró kamatkiadása lesz a repón keresztüli finanszírozás miatt.*

c) Akárhogy is állapodnak meg, összesen 2x250=500 euróval járnának jobban, ha egymással kötnének repo ügyletet. Az a fél lesz aktív repó pozícióban, aki a finanszírozást kapja, vagyis a „B" bank.

6.4. Egy kereskedő 1 millió dollár névértékben rendelkezik 2041-ben lejáró, dollárban kibocsátott magyar államkötvénnyel (REPHUN 2041/02/29). Az államkötvény bruttó piaci árfolyama 105%. A kereskedő 3 hónap futamidőre dollár forráshoz szeretne jutni. Bankja 20 százalékpontnyi haircut mellett (85%-os bruttó spot árfolyamon) hajlandó repo ügyletet kötni, melynek értelmében a kereskedő negyed év múlva 86%-os árfolyamon vásárolja vissza a kötvényt. A következő 3 hónapban a kötvény nem fizet kamatot.
a) Mekkora implicit lineáris repo kamatot tartalmaz ez a konstrukció?
b) Mennyit veszít a bank, ha a kereskedő 3 hónap múlva nem lesz képes visszavásárolni a kötvényt, miközben annak bruttó piaci árfolyama 102%-ra csökken?

Megoldás:
*a) Ma kap a kötvényekért 1 millió *85%-nyi dollárt. 3 hónap múlva 1 millió*86%-ot kell visszaadnia. (1+r*1/4)=86%/85%, ebből r=4,70588%=kb 4,71% implicit repo kamat*
b) Nyilván semmit nem veszít, hiszen 86%-on nem veszik tőle vissza azt a kötvényt, ami akkor 102%-ot ér.

6.5. Egy magyar kereskedelmi bank 1 napos (overnight) forint forráshoz szeretne jutni. A bank a forrásszerzést a portfoliójában lévő 2 milliárd forint névértékű, 2028/A jelű magyar államkötvények egy részének a repójával szeretné megvalósítani. A kötvény bruttó árfolyama 102% és a kötvény nem fizet se kupont se tőketörlesztést a következő napokban. Az MNB hajlandó 3,90%-os (lineáris, ACT/360) implicit repó kamat mellett forint forrást biztosítani a magyar banknak. Az MNB ennél a kötvénynél nem alkalmaz haircut-ot.
a) Melyik fél lesz aktív repó pozícióban?
b) Hány darab kötvény repójára lesz szükség az 1 milliárd forint forrás megszerzéséhez, ha egy kötvény névértéke 10000 forint?

c) Írja fel a repó cash flow-ját a kereskedelmi bank szempontjából!
d) Röviden indokolja meg, hogy miért lehet racionálisabb döntés repón keresztül forint forrást szerezni, mint egyszerűen eladni ma a kötvényeket az azonnali piacon, majd visszavásárolni másnap?

Megoldás:
a) aktív repó = eladás + visszavásárlás (sale-and-repurchase), ő kapja a forrást, a kereskedelmi bank. Az MNB pedig passzív repóban lesz.

b) Nincsen haircut, ezért a spot ügyletet 102%-on kötik meg. 1 milliárdra van szükség és 10200 forintot ér egy kötvény, ezért 1.000.000.000/10.200= 98039,22 darab kötvény kell.

*c) ma: +98040*102%*10000=+1.000.008.000 forint*
holnap: 1.000.008.000(1+1/360*3,90%)=1.000.116.334 forint,*

d) Nagyon sok oka van. Egyrészt a repó során végig a banké maradt a 2028/A kockázata (átlagideje), ez eleve kellhet neki a portfoliójában, jó esetben nem véletlen volt ennyi kötvénye. Egyik napról másikra is változhat jelentősen a piac és érhet sokkal többet is a 2028/A kötvény másnap, ezért ha ma eladjuk, lehet, hogy sokkal drágábban tudjuk megvenni utána. A kötvény eladása és megvétele során bukjuk a spread-et, és akár még közvetítői díjat is (bankközi bróker díja).

6.6. Egy magyar bank euró forráshoz szeretne jutni. 30 nap futamidőre 1% lineáris kamaton (ACT/360) tudna 1 millió euró hitelt fedezetlenül felvenni. A bank portfóliójában van 2 millió euró névértékű euróban kibocsátott magyar államkötvény. A kötvény bruttó árfolyama 100% és a kötvény nem fizet se kupont se tőketörlesztést a következő 30 nap folyamán. Egy osztrák bank hajlandó 30 nap futamidejű repo ügyletet kötni a magyar bankkal 5%-os haircut figyelembevételével 0,50%-os implicit repo kamat (lineáris, ACT/360) mellett.
a) Melyik fél lesz aktív repó pozícióban?
b) Rövid számolással támassza alá azt az állítást, miszerint több mint 400 euróval kevesebb kamatot fizet így a magyar bank a 30 napos 1 millió euró forrásért, ahhoz képest, mintha közvetlenül hitelt venne fel!
c) Hány darab kötvény repójára lesz szükség az 1 millió euró forrás megszerzéséhez, ha egy kötvény névértéke 1000 euró?
d) Mennyit veszítene az osztrák bank, ha a magyar 30 nap múlva nem képes teljesíteni a visszavásárlást, és a repó tárgyát képező államkötvények bruttó árfolyama 80%-ra esik?

Megoldás:

a) aktív repo = forrásszerzés, eladás és visszavásárlás segítségével, tehát a magyar fél. Az osztrák „reverse repo”, vagy passzív repo pozícióban lesz.

b) Igaz. Gyors becslésként pont feleannyi kamatot fizet így, hiszen 1% helyett 0,50%-ot kell csak fizetni:
*1 mio *(30/360)*(1%-0,5%)=416,67 eurót spórol meg*
Persze majd látni fogjuk, hogy nem pontosan 1 millió eurónyi értékben fog repózni, mert a kötvényekből egész darabszámot lehet csak adni-venni, ezért nagyon picit még több eurót is vesz fel, de kb 416 eurót tuti.

*c) 5%-os haircut mellett a kötvények spot eladása 95%-on számolódik, vagyis 1mio/(95%*1000)=1052,63≈1053 db kötvényt kell repózni.*

d) Ha minden rendben menne, akkor a magyar bank 95%(1+30/360*0,5%)-os határidős árfolyamon visszavenné a 1053 db kötvényt és így összesen*
*1053*1000*95%*(1+30/360*0,5%)=1000766,81 eurót fizetne értük.*
Node nem képes visszavásárolni, így viszont az osztráké maradnak a kötvények.
*Ezeket beértékelve 80%-os piaci bruttó árfolyamon: 1053*1000*80%=842400 eurót érnek.*
Vagyis -1000766,81+842400=-158366,81 eurót veszítene, persze, ha fedezetlenül hitelt adott volna, akkor 1 milliót az 1%-os kamattal veszítené el, tehát még így is jobban járt.

6.7. Egy kereskedő felismert egy arbitrázslehetőséget, amelynek értelmében bonyolult műveletek láncolatának eredményeként lehetősége van kockázatmentesen LIBOR+250 bázisponton kihelyezni egy hónapra dollárt. Sajnos a kereskedő nem tud fedezetlenül dollár forráshoz jutni, de van 500 ezer dollár névértékű, 2019-ben lejáró dollárban kibocsátott MOL kötvénye, melynek repóján keresztül bízik abban, hogy bár korlátozott mértékben, de viszonylag olcsón jut dollár finanszírozáshoz. Két banktól kapott ajánlatot a repóra. Az X bank 30%-os haircut mellett LIBOR+50 bázisponton hajlandó a MOL kötvények repójára, míg az Y bank 50%-os haircut mellett LIBOR+10 bázispontos ajánlatot adott. A MOL kötvények bruttó spot árfolyama jelenleg éppen 100% és a következő hónapban a kötvény nem fizet kupont. Melyik megoldást válassza a kereskedő? Válaszát rövid számítással is támassza alá!

Megoldás:

Két dolog számít együttesen: hány dollárral tudja megjátszani az arbitrázst (LIBOR+250bázispontos kihelyezést), illetve, hogy mennyibe kerül neki a dollár, hiszen ezektől függ a tényleges profittömeg.

*X ajánlatával (100%-30%)*500.000*100%=350.000 dollárhoz jut LIBOR+50 bázisponton, és ezt tudja kihelyezni LIBOR+250 bázisponton 1 hónapra, vagyis az arbitrázsprofit 350.000*1/12*(LIBOR+2,5%-LIBOR-0,5%)=583,33 dollár profit.*

*Y ajánlatával (100%-50%)*500.000*100%=250.000 dollárhoz jut LIBOR+10 bázisponton, és ezt tudja kihelyezni LIBOR+250 bázisponton 1 hónapra, vagyis az arbitrázsprofit 250.000*1/12*(LIBOR+2,5%-LIBOR-0,1%)=500 dollár profit.*

6.8. Egy kereskedőnek 500 millió forint 3 hónapos forrásra van szüksége. Bankja hajlandó a kereskedő portfoliójában található 1 milliárd forintnyi 10 éves államkötvények egy részének a repójára 3% (ACT/360) repó kamat és 10%pontnyi haircut mellett. A 10 éves államkötvény bruttó árfolyama 122%, a kötvény 2 hónap múlva fizeti az évi egyszeri 5% névleges kamatot. A bank kockázatmentes deposit ügyleteket (hitel/betét) éven belüli futamidőre 2% (ACT/360) kamaton tud kötni.

a) Ha megkötik a repó ügyletet, melyik fél lesz aktív repó pozícióban?

b) Legalább hány darab kötvényt kell a repó során felhasználni, ahhoz, hogy a kereskedő 500 millió forint forráshoz jusson, ha tudjuk, hogy az államkötvényt 10000 forint névértéknyi címletekben lehet kereskedni?

c) Mekkora az a legkisebb bruttó kötvényárfolyam, amely mellett a bank még éppen nem veszít lejáratkor, ha három hónap múlva a kereskedő csődbe megy?

Megoldás:

a) A kereskedő lesz aktív repó pozícióban, ő kapja a finanszírozást. (a bank passzív repó, vagy reverse repo pozícióban van)

b) Ahhoz, hogy a kezdeti befolyó összeget kitaláljuk még nem kell az egész repót megtervezni. A kezdeti összeg ugyanis kizárólag attól függ, hogy milyen bruttó árfolyamon adja el a kötvényeket és mennyi kötvényt ad el. A kötvény piaci bruttó árfolyama 122%, a haircut 10%pont, tehát 112%-os bruttó árfolyamon számolják majd el a kötvények azonnali eladását.

500 mio/112% = 446.428.571,43 forint névértéknyi kötvényt kellene eladni, de a kötvények névértéke 10000 egész számú többszöröse kell legyen, ezért 446.430.000,- legyen a repó névértéke, a kereskedő pedig a futamidő elején 446430000 112% = 500.001.600,- forintot kap.*

c) Ha a kereskedő a 3 hónap alatt csődbe megy, akkor a repó forward nem valósul meg, viszont a banknál megmaradnak a kötvények, ráadásul a 3 hónapos lejárat előtt egy hónappal még 5%-nyi névleges kupont is fizettek a kötvények.
A repó megállapodás végülis csak egy keret, a lényeg, hogy a bank 500.001.600 forintot adott 3 hónapra 3% (ACT/360) kamat mellett, ezért 500.001.600(1+3%*3/12) = 503.751.612,- forintot vár vissza. Ez az az összeg, amit a kötvények időközben a bankhoz beérkező kuponja (egy hónappal felkamatoztatva) és a kötvények bruttó árfolyama együtt ki kell adjon ahhoz, hogy pont ne veszítsen a bank.*
A kapott kuponokat a bank 1 hónapos depositként el tudja helyezni, ezek értéke a repó lejáratakor:
*446.430.000*5%*(1+2%*(1/12)) = 22.358.702,50 forint.*
Tehát a kötvények legalább 503.751.612-22.358.702,50= 481.392.909.50 forintot kell érjenek, vagyis a kötvények bruttó árfolyama legalább: 481392909,50/446430000= 107,83% kell legyen.

6.9. Egy magyar bank 18 millió svájci frank forráshoz szeretne jutni, valamint 20 millió dollárt szeretne kihelyezni. A bankközi piacon az alábbi feltételekkel szembesül:

USDCHF spot	0,9000
USDCHF 90 napos fx swap	0,0003/0,0005(buy-and-sell/sell-and buy)
USD 90 napos deposit (ACT/360)	0%/2% (betét/hitel)
CHF 90 napos deposit (ACT/360)	0%/1% (betét/hitel)

a) Buy-and-sell, vagy sell-and-buy irányba lenne érdemes fx swap-ot kötnie?
b) Hány svájci frank kamatot fizetne a bank, ha közvetlenül a deposit piacról venné fel a svájci frankot?
c) Összesen hány svájci frankot spórol meg, ha fx swapon keresztül szerez frank forrást?

Megoldás:
a)sell-and-buy. A bázisdeviza az USD, tehát a kifejezések erre vonatkoznak. Dollárból van többletünk, azt el kéne adni, akkor kapunk érte frankot, majd ezt visszavesszük határidőre. Tehát sell-and-buy irány kell. Vagyis el kell adni most spot-on, és visszavenni határidőre spot+fxswap-on.

*b)Közvetlenül 90 napra 1% kamatot fizetve: 18000000*90/360*1%= 45000 CHF* *c) sell-and-buy fx swap spot lába: 20 mio USD eladás 0,9000-en: ad 18 mio CHF-et a távoli lába pedig 20 mio USD vétel 0,9005-ön -18,01 mio CHF, vagyis 10.000 CHF-be kerül így a frank forrás. Elmaradt dollár kamatról most nincs szó, mert 0%-on tudta volna kihelyezni a dollárt. Tehát 35 ezer CHF-fel olcsóbb így a finanszírozás.*

6.10. Egy money market kereskedő az alábbi két fx swap ügyletet kötötte ma, mindkettőnek 1 millió euró a névértéke és 1 hónap a futamideje:

buy-and-sell EURUSD fx swap, spot lába: 1,3920; swap pont: -1
sell-and-buy EURHUF fx swap, spot lába: 305,00; swap pont: 52

a) Írja fel az fx swap ügyletek euró, dollár és forint cash flow-ját a kereskedő szempontjából!
b) Milyen irányú (buy-and-sell, vagy sell-and-buy) USDHUF fx swap ügylettel lehetne a két fenti ügylet hatását majdnem tökéletesen semlegesíteni?
c) Becsülje meg, hogy mennyi lehet 1 hónap futamidőre az USDHUF fx swap pont?

Megoldás:
a) buy-and-sell EURUSD fx swap hatása ma:
+1 mio EUR
-1,3920 mio USD
buy-and-sell EURUSD fx swap hatása 1 hónap múlva:
-1 mio EUR
+1,3919 mio USD
sell-and-buy EURHUF fx swap hatása ma:
-1 mio EUR
+305 mio HUF
sell-and-buy EURHUF fx swap hatása 1 hónap múlva:
+1 mio EUR
-305,52 mio HUF

b) Látszik, hogy a két fenti fx swap pozició együtt tökéletesen kiejti az eurókat, csak a dollár és a forint cash flow-k maradnak. A közeli láb(spot láb) eladja a dollárt, a távoli láb pedig kapja (veszi) a dollárt, így most olyan, mintha lenne neki egy sell-and-buy USDHUF fx swap ügylete, ezért ezt semlegesíteni pont az ellentétes buy-and-sell USDHUF fx swappal lehetne.

c) USDHUF fx swap spot lába: 305/1,3920 = 219.11, forward lába 305,52/1,3919 = 219.50, ezért az fx swap pont 219.50-219.11 = 39 pont

6.11. Mit jelent a „carry trade" kifejezés és hogyan kapcsolódik az fx swapokhoz? Long, vagy short USDTRY forwardot kellene kötnünk, ha carry trade pozíciót szeretnénk nyitni és tudjuk, hogy a TRY kamata jóval nagyobb, mint az USD kamata?

Megoldás:
A carry trade kifejezés olyan pozíció felvételére utal, melynek tartási költsége negatív, vagyis ceteris paribus a hozamok különbsége miatt, ahogy telik az idő profit képződik. Persze csak ha minden más változatlan. Nem csak a devizapiacon lehet értemezni, de a devizapiacon nagyon gyakori, az fx swap is pont a kamatok különbségéről szól, vagyis, hogy a forward és a spot között mekkora a távolság. Short USDTRY forward kell, vagyis az USD-t eladjuk (financing ccy) és a TRY-t vesszük (investing ccy).

6.12. Egy money market kereskedő 1 millió dollár névértékű buy-and-sell USDZAR fx swap ügyletet kötött 1 hónap futamidőre +510 swap pont mellett (1 pont = 0,0001 az USDZAR esetén; ZAR=dél- afrikai rand). Az fx swap spot lába 11,6525 volt. Ha az 1 hónapos dollár hozamot 0%-nak tekintjük, mekkora az 1 hónapos implicit effektív rand hozam?

Megoldás:
fwd láb = spot + swap = 11,6525+0,0510 = 11,7035
Q=1, mert a dollár hozam nullának tekinthető
F= (QS)/P = S/P, innen P= S/F = 99,5642%, ez az 1 hónapos ZAR diszkontfaktor, ebből adódik, hogy
r_effektív_ZAR= (1/99,5642%)^(12/1) - 1 = kb 5,38%

6.13. Egy magyar bank 1 millió EUR névértékben kötött 3 hónap futamidejű EURHUF fx swap ügyletet egy német bankkal. A magyar bank szempontjából az ügylet iránya buy-and-sell. Az ügylet spot lába 307,25 és az ügyletet 63 swap pont (1 pont = 0,01) mellett kötötték meg.
d) Írja fel az fx swap euró és forint cash flow-ját a magyar bank szempontjából!
e) Hány eurót veszít a német fél, ha a lejárat napján a magyar fél maradványérték nélkül csődbe megy, miközben az EURHUF spot árfolyam 320-ra ugrik?
f) Ha a 3 hónapos kockázatmentes EUR effektív hozamot -0,4%-nak tekintenénk, mekkora 3 hónapos kockázatmentes implicit effektív HUF hozamot jelentene a fenti ügylet?

Megoldás:

a) buy-and-sell fx swap = spot vétel + határidős eladás (a vétel és az eladás kifejezések mindig a bázisdevizára vonatkoznak)
fontos: a névérték bázisdevizában mindkét esetben 1-1 millió euró
spot láb (near leg), Most +1 mio EUR; -307,25 mio HUF
fwd láb (far leg), 3 hónap múlva-1 mio EUR; +307,88 mio HUF

*b) Eredetileg a német 1 millió eurót kapott volna és 307,88 mio forintot fizetett volna. Most nem kapja meg az 1 millió euróját, de nem fizeti ki a 307,88 mio forintot sem, vagyis -1mio*320+307,88mio = -12.120.000,- forintot veszít, ami ekkor 12,12 mio /320 = -37.875,- EUR veszteségnek felel meg.*

*c) F = S * Q/P*
*P = S*Q/F*
Q = 1/(1-0,40%)^(3/12)= 100,1003%
*P = 307,25 * 100,1003% / 307,88 = 99,8955%*
r_{HUF} *= (1/99,8955%)^3(12/3) -1 = 0,42%*

6.14. Egy money market kereskedő 100 millió dollár névértékű buy-and-sell USDCHF fx swap ügyletet kötött 1 hónap futamidőre 0,8980-as spot láb (egy dollárért ennyi frankot kell adnia) és -3 swap pont mellett.
a) Írja fel az fx swap ügylet dollár és frank cash flow-ját a kereskedő szempontjából!
b) Pozitív, negatív, vagy nulla lenne az fx swap pozíciójának a piaci értéke, ha az ügylet megkötése után nem sokkal az 1 hónapos dollár kamatok jelentősen emelkednének, miközben a frank kamatok és az USDCHF spot árfolyam változatlan szinten maradnak?
c) Közvetlenül a lejárat előtt a money market kereskedő partnere csődbe megy, az USDCHF spot árfolyam 0.9000. Mekkora veszteség éri a kereskedőt partnere csődjéből kifolyólag?

Megoldás:

a) buy-and-sell USDCHF fx swap hatása ma és lejáratkor:
+100 mio USD ma és -100 mio USD lejáratkor
-89,80 mio CHF ma és + 89,77 mio CHF lejáratkor

b) Elsőre látszik, hogy pozitív lenne a piaci érték, hiszen USD finanszírozást kaptunk és CHF-et adtunk érte, és a dollár finanszírozás drágult. óA -3 swap pont azt jelenti, hogy a bázisdeviza kamata nagyobb, mint a secondary currency kamata (tehát a forward a spot alatt van). Ha a dollár kamata emelkedik, miközben a frank kamata és a spot árfolyam

változatlan, akkor ez a swap pont abszolút értékben nagyobb lesz, mondjuk -4 lesz. A piaci értékhez azt kell megnézni, hogy mi lenne, ha lezárnánk az ügyletet. A buy-and-sell ügyletet sell-and-buy ügylettel lehetne lezárni, ami ezt a cash flow-t jelentené:
-100 mio USD ma és +100 mio USD lejáratkor
+89,80 mio CHF ma és -89,76 mio CHF lejáratkor
ezért számszerűen is látszik, hogy pozitív lenne a buy-and-sell piaci értéke, hiszen ha lezárnánk, akkor lejáratkor kicsapódna 10000 CHF.

c) Ha a partner csődbe megy, akkor nem fizeti ki a 89,77 mio CHF-et, node mi meg nem fizetjük ki neki a 100 mio dollárt. Mivel az USDCHF 0,9000, ezért látszik, hogy nettó mi többel tartozunk neki, tehát nem ér minket veszteség az ő csődje miatt.

6.15. Az USDRUB spot árfolyam 56,2850, a 3 hónapos FX swap 22500 pont. Az USDTRY spot árfolyam 2,6650, a 3 hónapos FX swap 630 pont. Mindkét árjegyzés esetén 1 pont 0,0001-et jelent. Melyik devizának magasabb a 3 hónapos implicit kamata, a rubelnek, vagy a török lírának? Válaszát rövid számítással is támassza alá!

Megoldás:
Kiszámoljuk, hogy a TRYRUB spot árfolyam és a TRYRUB 3 hónapos határidős árfolyam hogyan viszonyulnak egymáshoz. Ha a határidős árfolyam nagyobb, mint a spot árfolyam, akkor a seconndary ccy kamata nagyobb (jelen esetben a TRYRUB felírás esetén a TRY a base ccy és a RUB a secondary).

TRYRUB_SPOT=56,2850/2,6650=21,12 (tehát ennyi darab rubelbe kerül 1 darab török líra)

USDRUB_3M_FWD=56,2850+2,2500=58,5350
USDTRY_3M_FWD=2,6650+0,0630=2,7280

TRYRUB_3M_FWD=58,5350/2,7280=21,4571
Tehát mivel a TRYRUB_3M_FWD> TRYRUB_SPOT, ezért a RUB kamata a nagyobb.

6.16. Az EURTRY spot árfolyam 3.1925, az 1 hónapos FX swap 270 pont, az 1 éves FX swap 2850 pont. Az EURUSD spot árfolyam 1.0985, az 1 hónapos FX swap 7 pont, az 1 éves FX swap 110 pont. Mindkét devizapár árjegyzése esetén 1 pont 0,0001-et jelent.

a) Milyen cash flow-val járna egy 1 hónapos buy-and-sell EURUSD fx swap, melyet 1 millió EUR névértékben kötnénk meg?
b) Becsülje meg, hogy mekkora az 1 éves USDTRY fx swap pont!
c) Az EUR és a TRY hozamgörbék között 1 hónap, vagy 1 év futamidő esetén nagyobb a távolság az fx swapok alapján?

Megoldás:
a) buy-and-sell azt jelenti, hoyg spot EURUSD vétel, 1 hónap határidőre pedig EURUSD eladás, mindkettő névértéke kerek 1-1 millió euróval.
Ma: +1 mio EUR; -1,0985 mio USD
1 hónap múlva: -1 mio EUR; +1,0992 mio USD (7 swap pont)

b) swap pont = fwd – spot
Kellene nekünk 1 éves USDTRY fwd és az USDTRY spot
EURTRY_FWD_1Y = 3,4775
EURUSD_FWD_1Y = 1,1095
USDTRY_FWD_1Y=3,4775/1,1095= 3,1343
USDTRY_SPOT = 3,1925/1,0985 = 2,9062
USDTRY_1Y_SWAP= 2281 pont

c) A swap pontokból a konkrét hozamok nem látszanak, csak a hozamok különbsége. Ha mondjuk rögzítjük az EUR hozamgörbét, mondjuk 0%-on vízszintesnek, akkor az 1 hónapos és az 1 éves forwardból kiszámíthatóak a TRY kamatok:

EURTRY_1M_FWD=3,2195
EURTRY_1Y_FWD=3,4775
*Fwd = spot * (1+r_TRY*ACT/360)/(1+r_EUR*ACT/360)*
Ha az r_EUR=0%, akkor:
r_TRY_1M = (3,2195/3,1925 - 1)(360/30) = kb. 10,15%*
r_TRY_1Y = (3,4775/3,1925 -1)(360/360) = kb. 8,93%*

Tehát a TRY hozamgörbe 1 hónapos pontja távolabb van az EUR hozamgörbe 1 hónapos pontjától, mint az 1 éves pontok egymástól.

6.17. Az USDRUB spot árfolyama 66,1050 (ennyi darab rubelbe kerül egy dollár), a 3 és a 6 hónapos fx swap rendre 16200 és 28800 pont (1 pont = 0,0001).
a) Mit jelent a „cost of carry” kifejezés?
b) Ha a dollár effektív hozamgörbe éven belüli szakaszát 1%-on vízszintesnek tekintjük, mekkora ma a RUB effektív hozamgörbe 3 és 6 hónapos pontja?

c) Ma egy spekuláns a rubel gyengülésére fogad, ezért 6 hónapos long USDRUB forward pozíciót vesz fel 1 millió dollár névértékben. Hány dollárt veszít ezen a fogadáson, ha 3 hónapon át fenntartja a pozícióját, de a rubel mégsem gyengül és a piaci körülmények éppen úgy néznek majd ki 3 hónap múlva, mint most?

Megoldás:

a) Cost of Carry = a pozíció fenntartásának a cetris paribus „költsége". Vannak olyan pozíciók, amikor ez valójában nem költség, hanem bevétel, az ilyen pozíciók fenntartása a carry trader-ek célja. Például a b) pontban bemutatott carry trader short USDTRY pozíciót tart fenn, így minden olyan nap, amikor a török líra nem gyengül, nyer.

b) F = Spot + Swap
F=(QS)/P, innen: r_RUB = (F / (S(1/1+r_USD)^(T-t)))^(1/(T-t)) - 1*
r_RUB_3M=((66,1050+1,6200)/(66,1050(1/(1+1%)^(3/12))))^(12/3)-1 = 11,27%*
r_RUB_6M=((66,1050+2.8800)/(66,1050(1/(1+1%)^(6/12))))^(12/6)-1 = 9,99%*

*c) Ha most nyit egy 6 hónapos long USDRUB forwardot, és minden más változatlan, csak az idő telik el (ceteris paribus), akkor 3 hónap múlva lesz egy 3 hónapos long forwardja, így a pozíció értéke elég könnyen adódik: 1 mio * ((66,1050+1,6200)- (66,1050+2,8800)) = -1.260.000,- RUB (mától számítva 6 hónap múlvai pénzben), ez -1260000/(66,1050+1,6200) = -18.604,65 dollárt ér (mától számítva 6 hónap múlva). Vagyis a pozíciójának az értéke -18.604,65/(1,01)^(3/12) = -18.558,43 dollárt ér (mától számítva 3 hónap múlva).*

6.18. Egy money market kereskedő 1 millió USD névértékű államkötvényt felhasználva 14 napos aktív repó pozíciót vett fel 0,05% repo kamat (ACT/360) mellett. A repo spot lábát, a megfelelő haircut alkalmazása után, éppen 100%-os bruttó árfolyamon számolták el. Közvetlen ezután a kereskedő kötött 1 millió USD névértékben egy 14 napos sell-and-buy USDHUF fx swap ügyletet, +10 swap pont mellett (USDHUF piacon 1 pont jelentése 0,01). Az fx swap spot lába 275,00 volt (vagyis 1 darab USD 275 HUF-ot ér). A futamidő elején kapott forintot MNB betétbe helyezte el, melynek kamata 1,80% (ACT/360) volt. Hány dollárt nyer így lejáratkor, amikor minden ügylet kifut, ha minden partnere a tőle elvárható módon teljesített?

Megoldás:
A feladat arról szól, hogy ha valakinek amerikai állampapírja van, akkor kb mindene van, hiszen ez bármikor repóval cash USD-vé tehető, az pedig bármikor bármilyen devizára swapolható

Nézzük a cash flow-kat, mi történt!
#1) kötvény eladásából befolyik 1 mio USD (repo near leg)
#2) 1 mio USD-t elutalja és kap érte 275 mio HUF-ot (sell-and-buy fx swap spot lába)
#3) A 275 mio HUF-ot beteszi 2 hetes betétbe.
*#4) visszakapja a 2 hetes betétet: 275 mio * (1+1,80%*14/360) = 275.192.500,- forintot*
#5) 1 mio USD-t visszakapja, de fizetnie kell érte 275+0,10=275,10 mio HUF-ot. (sell-and-buy fx swap forward lába)
*#6) vissza kell vásárolnia az USD kötvényt, 1 mio * (1+14/360*0,05%) = 1.000.019,44 USD-t kell fizetnie. (repo far leg)*

Tehát ha minden elszámolás lezajlik, akkor a HUF nostro számláján az eredeti állapothoz képest 92.500,- forinttal több lesz, az USD nostro számláján pedig -19,44 dollárral kevesebb. A 275,10-es forward árfolyamon átszámítva ez azt jelenti, hogy kb 316,80 dollárt keresett rajta.

6.19. Egy money market kereskedő 1 millió AUD névértékű államkötvényt felhasználva 30 napos aktív repó pozíciót vett fel 2,70% repo kamat (ACT/360) mellett. A repo spot lábát, a megfelelő haircut alkalmazása után, éppen 100%-os bruttó árfolyamon számolták el. Közvetlen ezután a kereskedő kötött 1 millió AUD névértékben egy 30 napos sell-and-buy AUDUSD fx swap ügyletet, -13 swap pont mellett (AUDUSD piacon 1 pont jelentése 0,0001). Az fx swap spot lába 0,7950 volt (vagyis 1 darab AUD 0,7950 USD-t ér). Legalább mekkora kellett volna legyen számára a közvetlen 30 napos USD forrás kamata, ha tudjuk, hogy racionális volt számára inkább a repo és az fx swap együttes megkötése?

Megoldás:
Csak akkor racionális neki ilyen látszólag bonyolult módon USD forrást szerezni, ha ez így olcsóbb, mintha közvetlenül venné fel az USD-t.

Nézzük a cash flow-kat, mi történt!
#1) kötvény eladásából befolyik az 1 mio AUD (repo near leg)
#2) 1 mio AUD-ot elutalja és kap érte 0,7950 mio USD-t (sell-and-buy fx swap spot lába)

#3) 1 mio AUD-ot visszakap, de fizetnie kell érte 0,7950-0,0013=0,7937 mio USD-t. (sell-and-buy fx swap forward lába)
*#4) vissza kell vásárolnia az AUD kötvényt, 1 mio * (1+30/360*2,70%)= 1.002.250,- AUD-ot kell fizetnie. (repo far leg)*

Tehát nála van 30 napig 795 ezer USD, majd vissza kell adnia 793,7 ezret, vagyis nála marad 1300 USD (olyan, mintha negatív kamatot fizetett volna az USD forrásért). Cserébe 30 nap elteltével fizetnie kell 2250 AUD-ot, ami a forward árfolyamon számolva 1785,83 dollárnak felel meg, tehát összesen 485,83 dollárnyi „kamatot" fizetett a dollár forrásért.

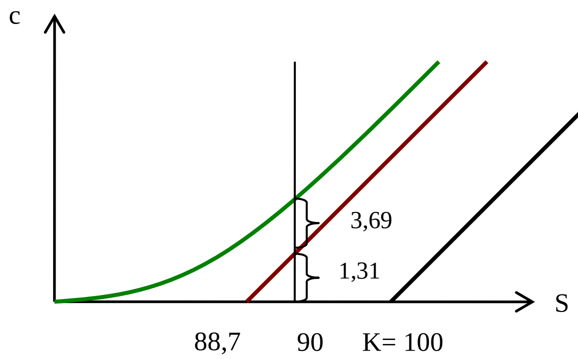
*485,83/795000*360/30=0,7333% USD kamatnak felel meg.*

Tehát, ha közvetlenül USD-t vett volna fel, akkor ennél feltehetően többe kellett kerüljön neki, különben nem lett volna racionális az egész.

7. Opciók 1. Statikus összefüggések, összetett opciós pozíciók

7.1. Mennyi annak a c=5 forintos áron kapható európai call opciónak a belsőértéke, kamatértéke és görbületi értéke, melynek lehívási árfolyama K=100, hátralévő futamideje egy év, ha az alaptermék prompt árfolyama S=90 és a logkamatláb évi 12% minden futamidőre? (Az alaptermék tartásából sem bevétel, sem kiadás nem származik az opció futamideje alatt.)

Megoldás:



PV(K)=100· e $^{-0,12}$ *= 88,69*

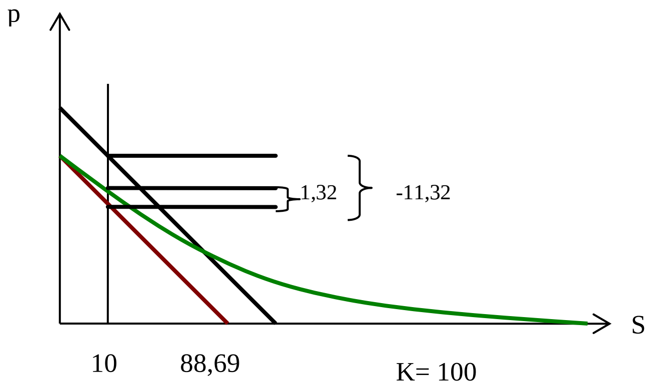
Belső érték = max{S - K ; 0}= max{90 -100;0}= 0

Kamatérték = 90-88,69 = 1,31

Görbületi érték = 5-1,31 = 3,69

7.2. Mennyi annak a p=80 forintos áron kapható európai put opciónak a belsőértéke, kamatértéke és görbületi értéke, melynek lehívási árfolyama K=100, hátralévő futamideje egy év, ha az alaptermék prompt árfolyama S=10 és a logkamatláb évi 12% minden futamidőre? (Az alaptermék tartásából sem bevétel, sem kiadás nem származik az opció futamideje alatt.)

Megoldás:



PV(K)=100· e $^{- 0,12}$ = 88,69
Belső érték = max{K – S ; 0}= max{100 – 10 ; 0}= 90
Kamatérték = 88,69 – 100 = - 11,31
Görbületi érték = 90 – 88,69 = 1,31

7.3. Számítsa ki egy 100-as kötési árfolyamú short terpesz görbületi értékét az S=120 helyen, ha c(100)=32, a loghozam 10% és a hátralévő futamidő T=1 év!

Megoldás:
Rövid terpesz= -c-p
P=0,9048
PK=90,48
S=120
callra: c=32
Görbületi érték = 32-max[120-90,48; 0]=2,48
putra:p=c-f=32-(120-90,48)=2,48
Görbületi érték = 2,48-max[90,48-120; 0]= 2,48
Együtt a short terpeszre= -4,96

7.4. Érdemes-e lejáratig megtartani azt az amerikai put opciót, melynek lehívási árfolyama K=100, hátralévő futamideje egy év, ha az alaptermék prompt árfolyama S=10 és a logkamatláb évi 12% minden futamidőre? (Az alaptermék tartásából sem bevétel, sem kiadás nem származik az opció futamideje alatt.) Válaszát indokolja!

Megoldás:
Nem, mert ha most lehívom és 1 éves diszkontpapírba fektetem a pénzt, biztos bevételem lesz az 1 év alatt képződő kockázatmentes kamat: $90 \cdot e^{0,12} - 90 = 11,47$. Ha ellenben megtartom lejáratig, akkor legjobb esetben is csak 10-et nyerhetek (ha $S_T=0$ lesz).

7.5. Ön vesz egy egyéves futamidejű, osztalékot nem fizető részvényre szóló, K=1200 Ft kötési árfolyamú európai call opciót, és kiír egy ugyanerre a papírra szóló, ugyanilyen futamidejű és kötési árfolyamú európai put opciót. A részvény árfolyama 1000 Ft, a kockázatmentes effektív hozam minden lejáratra évi 20%. Mekkora az Ön pozíciójának az értéke?

Megoldás:
LC+SP=LF=S-PV(K)=1000-1200/1,2=0

7.6. Egy osztalékot nem fizető részvényre szóló, K kötési árfolyamú európai call opcióból visszaszámított implicit volatilitás 20%, míg egy ugyanilyen kötési árfolyamú európai put opcióból visszaszámított implicit volatilitás 30%.
a) Arbitrázs- vagy spekulációs lehetőség ez?
b) Mit érdemes csinálni ebben a helyzetben? Írja le az egyes lépéseket!

Megoldás:
a) Put-call paritásra lehet arbitrálni, ami azonos alaptermékre szóló, azonos kötési árfolyamra kötött erópai call és put opciókra szól.
b) Mivel a putból számított implicit volatilitás nagyobb, mint a callból számított, ezért a put opció túl van árazva, tehát shortolni kell. Az arbitrázs elemei a put-call paritás alapján:

LC+SP+SU+betét

7.7. Egy évvel ezelőtt 2 éves határidőre vettünk egy részvény, K=120 kötési árfolyam mellett. A részvény prompt árfolyama 100 Ft ma is, a hozamgörbe viszont ma 15%. Mekkora a K=110-on kötött egy éves lejáratú call és put ára közti eltérés? Na és mekkora az ugyanilyen K=115-ös put és call díja közti differencia?

Megoldás:
A put-call paritás alapján tudjuk, hogy a azonos kötési árfolyamú put és call opciók díjának különbözete, megegyezik az ugyanerre a kötési árfolyamra kötött határidős ügylet értékével.
A határidős ügylet értéke ma: f=100-110/1,15= 4,35 = c(110)-p(110)

A K=115-re kötött határidős ügylet zéró értékű, mert ma ugyanezekkel a feltételekkel köthetünk 1 éves határidőre ügyletet. Ezért c(115)=p(115)

7.8. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama S=400. A részvényre szóló egy év lejáratú, K=400-as kötési árfolyamú amerikai call díja c=50, míg egy ugyanilyen amerikai put opció díja 10. Az egyéves kockázatmentes effektív hozam 10%.
a) Milyen paritás sérül?
b) Milyen jellegű (statikus/dinamikus, fix/változó nyereségű) arbitrázsra van lehetőség?
c) Mit kell tenni pontosan? Mennyi lesz a nyereség egy részvényen, lejáratkori pénzben számítva?

Megoldás:
a) Amerikai opciók esetén a put-call paritás egy egyenlőtlenség, mert $c_{európai} = c_{amerikai}$ és $p_{európai} < p_{amerikai}$.
Put-call paritás: $c_{amerikai} + PK < p_{amerikai} + S$
De itt 50 + 363,64 > 10+400, 413,64>410 !
b) Statikus, változó nyereségű.
c) Arbitrázs: LP + LU + SC + hitel
CF(0)= -10 –400 +50 +360 = 0
Legrosszabb esetben a putot nem érdemes lehívni, ekkor olyan mintha az európai opciókra vonatkozó put-call paritásra arbitráltunk volna, nyereségünk lejáratkor 3,64·1,1. Ha hamarabb lehívjuk, akkor még nagyobb a nyereségünk.

7.9. A piacon egy olyan amerikai put opcióval kereskednek, melynek lehívási árfolyama K=100, hátralévő futamideje egy év, az alaptermék prompt árfolyama S=10 és a logkamatláb évi 14% minden futamidőre. (Az alaptermék tartásából sem bevétel, sem kiadás nem származik az opció futamideje alatt.) Adjon becslést az ugyanilyen kötési árfolyamú amerikai call opció értékére!

Megoldás:
A put opciónkat ma érdemes lehívni, mert lejáratkori értéke maximum 100 Ft lehet, viszont ha ma lehívjuk és betétet képzünk 103,53 Ft-ot nyerünk lejáratkor. Ezért a put értéke a belsőérték, tehát 90 Ft. Felírva az amerikai opciókra vonatkozó put-call paritást:

$$c-p \leq S-PK \Rightarrow c \leq p+S-PK=90+10-100\cdot exp(0,14)=13,06$$

7.10. Egy osztalékot nem fizető részvényt 200-205 Ft-on jegyeznek, a rá vonatkozó egyéves, 200 kötési árfolyamú európai call opciót 20-22 áron jegyzik a piacon. A kockázatmentes betéti és hitelkamatláb 10-12%. Milyen árat jegyezne egy ugyanilyen put opcióra? (Írja fel az arbitrázsmentes bid-offer árakra vonatkozó feltételeket!)

Megoldás:
A put-call paritás segítségével szintetikusan elő lehet állítani a putot:
$p = c + PV(X) - S$
Az a cél, hogy a befektető a put nekem történő eladásával és a piacon szintetikus vétellel ne tudjon nyereségre szert tenni ($SP + LP_{szint}$) és a tőlem történő vásárlással és a piacon szintetikus eladással (kiírás) se tudjon nyerni ($LP + SP_{szint}$). A két szintetikus pozíció CF-ja:
$LP_{szint} = LC + SU + LB$, *ennek CF-ja:* $-22+200-200/1{,}1 = -3{,}8182$
$SP_{szint} = SC + LU + SB$, *ennek CF-ja:* $20 - 205 + 200/1{,}12 = -6{,}4286$
Innen:
$p(bid) \leq -LP_{szint} = 3{,}8182$
$-SP_{szint} = 6{,}4286 \leq p(offer)$
$p(bid) \leq p(offer)$

7.11. Az alábbi adatok az ABC részvényre szóló határidős és európai típusú opciós ügyletekre vonatkoznak. A részvény nem fizet osztalékot. Az opciók futamideje egy év, a kockázatmentes effektív hozam évi 25%.

	K=110	K=120
Call	45	42
Put	?	38

a) Határozza meg a K=110 Ft kötési árfolyamú európai put opció arbitrázsmentes értékét!
b) Mekkora a részvény azonnali árfolyama, ha a piac jól áraz?

Megoldás:
a) A Box-ügylet alapján: $(45-p_{110})\cdot 1{,}25+110=(42-38)\cdot 1{,}25+120$,
ahonnan $p_{110} = 33$
b) A put-call paritás alapján: $S-120/1{,}25=42-38$, *ahonnan* $S=100$

7.12. Az alábbi táblázat azonos alaptermékre szóló, de különböző lehívási árfolyamú, T=1 éves európai call és put opciók díjait tartalmazza (az alaptermék tartásából sem bevétel, sem kiadás nem származik az opció futamideje alatt.):

	CALL	PUT
K=70	27	11
K=80	21	5

a) Hogyan arbitrálna a fenti helyzetben, ha a kockázatmentes effektív hozam évi 25%?
b) Mekkora arbitrázsnyereséget realizálna mai pénzben ha az egyes opciókból maximum 100 darabot lehetne adni-venni?

Megoldás:
Box-ügylet:
(27-11)·1,25+70=90 tehát szintetikus határidős vételt kell kialakítani
(21-5)·1,25+80=100 tehát szintetikus határidős eladást kell kialakítani
LC(70)+SP(70)+SC(80)+LP(80) ennek nincs se költsége, se bevétele, lejáratkor 70-en veszünk, 80-on eladunk, lejáratkori nyereség=10, mai nyereség=10/1,25=8 Ft, száz opción a nyereség mai pénzben: 800 Ft.

7.13. Egy spekuláns eladott egy vertikális pillangót (K=40, 60 és 80 kötési árfolyamok mellett), mely csupa európai put opcióból áll.
a) Írja fel, hogy pontosan milyen ügyletekből áll ez a pozíció!
b) Bevétele vagy kiadása származott az előző példában szereplő ügyletből a spekulánsnak, ha a piac jól áraz? Állítását indokolja!

Megoldás:
a) SP 40
2LP 60
SP 80
b) CF0=+p40-2·p60+p80>0 mert a p konvex függvénye a K-nak kell hogy legyen.

7.14. Mire spekulál az, aki a következő összetett pozíciót hozza létre (azonos alaptemék, osztalékot nem fizető részvény, azonos lejárat, európai opciók) fedezetlenül:
a) $LC_{80}+SP_{80}$
b) LC_{120} és LP_{80}
c) $LC_{80}+SC_{120}$
d) $SP_{80}+SC_{120}$?

Megoldás:
a) (1) Biztos vásárlás határidőre. A határidős (és a prompt) árfolyam emelkedésére spekulál.
b) (-1,0,+1) Long Strangle (széles terpesz), a volatilitás növekedésében érdekelt alapvetően.

c) (0,+1,0) Bull Spread, árfolyam-emelkedésben érdekelt.
d) (+1,0-1) Short Strangle, a volatilitás csökkenésében érdekelt

7.15. Hogyan lehet call opciókból összeállítani azt a portfóliót, amelynek algebrája: (0,-1,0,+1,0) (80,100,120,140)? A portfólió előállítása során összességében nettó bevételünk vagy kiadásunk lesz, ha nincs lehetőség arbitrázsra?

Megoldás:
a)
(0,-1,0,+1,0) (80,100,120,140)

(0,-1,-1,-1,-1)	*SC*	*80*
(0,0,+1,+1,+1)	*LC*	*100*
(0,0,0,+1,+1)	*LC*	*120*
(0,0,0,0,-1)	*SC*	*140*

b) Mivel a call opció díja a kötési árfolyam konvex függvénye kell, hogy legyen:
$c_{140}+c_{80} > c_{120}+c_{100}$
tehát a kapott díjak összege a nagyobb, így bevételünk lesz.

7.16. Hogyan lehet összeállítani azt a portfóliót, amelynek algebrája:
a) (+1,0,-1,+1) (80,100,120), ha opciókból csak putot használhatunk?
b) (0,-1,0) (80,100), ha csak call opciót használhatunk?

Megoldás:
a) (+1,0,-1,+1) (80,100,120)

(+1,+1,+1,+1)	*LU*	
(-2,-2,-2,0)	*2LP*	*120*
(+1,+1,0,0)	*SP*	*100*
(+1,0,0,0)	*SP*	*80*

b) (0,-1,0) (80,100)

(0,-1,-1)(80,100)	*SC*	*80*
(0,0,+1)	*LC*	*100*

7.17. Állítson össze Bull Spread pozíciót a következő termékekből!
a) Call opciókból
b) Put opciókból
c) Opciók mellett határidős ügyletből
d) Mire spekulál a pozíció létrehozója?

Megoldás:
a) LC(K1)+SC(K2)
b) LP(K1)+SP(K2)
c) LP(K1)+ LF(K2)+SC(K3)
d) Az árfolyam emelkedésére.

7.18. A következő opciós algebrák mindegyike nevezetes összetett opciós pozíciókat tükröznek. Írja az opciós algebrák mellé a nevezetes pozíció nevét! Azt is írja oda, hogy long, vagy short!
a) (0,+1,0,-1,0) (180,190,200,210)
b) (+1,+1,+1,-1,-1) (180,190,200,210)
c) (0,0,+1,+1,0) (180,190,200,210)
d) (0,-1,+1,0,0) (180,190,200,210)

Megoldás:
a) long keselyű = long condor
b) short straddle (200-as strike-kal) = short terpesz
c) bull spread (190-es és 210-es strike-kal) = erősödő különbözet
d) short butterlfy (180,190,200 strike-okkal) = short pillangó

7.19. Hogyan lehet egyszerűbb pozíciókból létrehozni az alábbi összetett különbözeti pozíciókat?
a) Long bázis a futures piacon?
b) Short teknősbéka a futures piacon?
c) BOX-ügylet az opciós piacon?

Megoldás:
a) Például long MAR + short JUN (közelebbi lejáratra long, távolabbira short:
b) Például short MAR + long JUN + short SEP + long DEC
c) Egy szintetikus LF_1 *és egy* SF_2 *pozíció kirakása call és put opciókból:* $LC_1+SP_1+SC_2+LP_2$
Például long $call_{90}$ + *short* put_{90} + *short* $call_{100}$ + *long* put_{100}

7.20. Egy-egy példán keresztül mutassa be, hogy miben különbözik egy opciós piacon létrehozott long keselyű (condor) spread pozíció egy futures piacon létrehozott long keselyű spreadtől? Mi a közös a kétféle keselyűben?

Megoldás:
Ezek mind spread ügyletek, vagyis különbözetről szólnak, nem egy pozíció, hanem több pozíció egymáshoz való relatív viszonyáról.

Az opciós piacon a keselyű spread olyan opciókból áll, melyeknek ugyanaz a lejárata, de más a kötési árfolyama, míg a futures piacon a lejáratokban van a különbség (és egyébként nyilván a kötési árfolyamokban is, hiszen más lejáratra más az F)

Példa opciós piacon létrehozott long keselyű spread-re:
LP_80 + SP_90 + SC_100 + LC_110 //ez így long iron condor
LP_80 + SP_90 + SP_100 + LP_110 //ez így tisztán put-okból létrehozott long condor
LC_80 + SC_90 + SC_100 + LC_110 //ez így tisztán call-okból létrehozott long condor

Példa futures piacon létrehozott long condor spread-re
Long JUN(2018) + short SEP(2018) + short DEC(2018) + long MAR(2019)
Az opciós és a futures piacon létrehozott long keselyűkben az a közös, hogy a széleken lévő pozíciókból van a long és a középen lévőkből a short, vagyis a szélek és a közép viszonyáról szól.

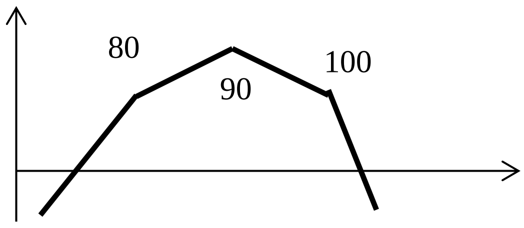
7.21. Egy befektető ma az alábbi opciós pozíciót alakította ki (azonos alaptermék, európai opciók) egy éves lejáratra: SP(40)+2SP(50)+2SC(50). Bevétele 50 Ft volt. A kockázatmentes hozam egy évre 10%. Határozza meg a maximális nyereséget és veszteséget és a nyereségküszöbö(ke)t!

Megoldás:
SP(40)+2SP(50)+2SC(50) = (3,2,-2)(40,50)
S=50-nél nem hívják le egyik opciót sem, ekkor maximális a nyereség, 50·1,1=55, a felkamatozott értéke a bevételnek.
A nyereségküszöbök: S=28,3 és 77,5-nál, maximális veszteség végtelen.

7.22. Ábrázolja a SC(80)+2SP(90)+2SC(100) összetett opciós pozíció lejáratkori nyereségét a lejáratkori prompt árfolyam függvényében! Jelölje a tengelymetszetek értékét is! Egy opciós kötés 100 részvényre szól. Valamennyi opció európai típusú, ugyanarra az alaptermékre vonatkozik és egy év múlva jár le. A pozíció létrehozása 5500 forint bevétellel járt a mai napon. A hozamgörbe 10%-on vízszintes.

Megoldás:
Részvényenként 55 forintba került a fenti opciós pozíció. Meredekségek: +2,+1,-1,-3

Opciós díj felkamatoztatva=55·1,1=60,5 ezt kell hozzáadni a pozíció kifizetéseihez, hogy a nyereségfüggvényt megkapjuk.
Tengelymetszetek (az x-tengelyen): 59,75 és 113,5.



Nehezebb feladatok

7.23. Egy osztalékot nem fizető részvény opciós piacán egy éves futamidőre a 100-as kötési árfolyamú európai call opció árfolyamára a kétoldali árjegyzés 6,20/6,50. A részvény pillanatnyi árfolyama 100,00/100,02, egy kereskedő számára egy éves futamidőre az effektív hozam betét esetén 1%, hitel esetén 2%. Egy opciós kereskedőtől partnere egy éves futamidejű, 100-as kötési árfolyamú európai put opcióra kért árat. Mi az a legjobb kétoldali árjegyzés, amelyik mellett a kereskedőt még pont nem éri veszteség, ha megveszik tőle, vagy eladják neki az opciót és az így létrejött a put opciós pozíciójából eredő kockázatokat azonnal le szeretné fedezni?

Megoldás:
Legjobb kétoldali árjegyzés: legmagasabb bid és legalacsonyabb offer, ami mellett még nem bukik, ha egyből lefedezi magát.

<u>*Mi legyen a bid?*</u>
Mit tenne, ha megütnék az árát? Azonnal semlegesíteni szeretné az így létrejött LP pozícióját, vagyis kell neki egy szintetikus SP. f=c-p alapján –p=f-c, vagyis kell neki egy LF és egy SC. Ez persze totál logikus is, hiszen opciót csak opcióval lehet fedezni, tehát ha eladnak neki egy put-ot, akkor nyilván azonnal el kell adnia a call-t (konvexitás csak az opciókban van, statikusan fedezni csak opcióval lehet). Tehát a 6,20-as call ár az érdekes.
LF = LU + SB = 100,02- őn meg kell vegye a spot részvényt
Ebből már látszik, hogy nettó hitelfelvevő lesz, tehát 2% hozam lesz az érdekes. K=100, ez eleve ismert volt.
QS-PK=c-p, node nincs osztalék, ezért S-PK=c-p, innen p=c-S+PK = 6,20-100,02+100(1/1,02)^1=4,22*

Mit kell tennie ha megütik az árát?
1.) Kifizeti a 4,22 opciós díjat és megkapja az LP pozit
2.) El kell adnia 6,20-on a call-t
3.) Vennie kell egy részvényt 100,02-őn.
4.) Nettó cash hatás a futamidő elején -4,22+6,20-100,02=-98,04, vegyen fel pont ennyi hitelt egy évre.
*5.) egy év múlva fizesse vissza a -98,04*1,02=-100 hitelt*
6.) Ha ráhívják a call-t, akkor adja oda a részvényt és kap érte 100 dollárt
7.) Ha nem hívják rá a call-t, akkor hívja le a put-ot, aminek értelmében 100-dollárért adja el a papírt. (Ha például 99,95/100,02 a lejáratkori underlying piac, és nem hívták rá a call-t, akkor lehívja a put-ot)
Végül nem marad nála se papír, se pénz, és a futamidő elején se csapódik ki semmi, tehát a 4,22 a lehető legmagasabb bid, ennél alacsonyabb bid esetén már nyerne az árjegyző, magasabb bid esetén meg veszítene.

Mi legyen az offer?
Pont ugyanez a logika, csak fordítva, nyilván vizsgán ilyenkor már elég a „megmaradt" paramétereket behelyettesíteni, de azért nem ártana, ha értenék is, mit csinálnak, esetleg ugyanúgy végig lehet gondolni, mint a bid-et.
K=100; S=100,00; c=6,50; r=1%
QS-PK=c-p, innen p=c-S+PK=6,50-100,00+100(1/1,01)^1=5,51*
Tehát a legjobb kétoldali árjegyzés 4,22/5,51.

7.24. Egy részvény azonnali árfolyama 100 dollár, osztalékot negyedéves gyakorisággal szokott fizetni, legközelebb pont két hónap múlva fog fizetni, a piaci konszenzus alapján 3 dollárt részvényenként. A dollár effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes. Töltse ki a táblázat hiányzó adatait!

	call	put
1 hónap futamidő, K=105	1,83 dollár	
3 hónap futamidő, K=95		3,79 dollár

Az 1 hónapos futamidőt nem érinti az osztalékfizetés. S=100; DIV=0; S=100; Q=1; P=0,9921,*
QS-PK=S-PK=c-p, innen p=c-S*+PK=1,83-100+99,21*105 = 6,00 dollár*
A három hónapos futamidőt már érinti az osztalék

S= 100; DIV_2M = 3; S=100-3/(1+10%)^(2/12)=97,05; P=1/(1+10%)^(3/12)=97,65%*
QS-PK=S-PK=c-p, innen c=S*-PK+p=97,05-97,65%*95+3,79=8,07 dollár*

7.25. Egy osztalékot nem fizető részvény opciós piacán egy éves futamidőre a 100-as kötési árfolyamú európai call opció árfolyamára a kétoldali árjegyzés 6,20/6,50. A részvényre a pillanatnyi árjegyzés 100/100,05. Egy opciós kereskedőtől ebben a pillanatban megvettek 200 darab 100-as kötési árfolyamú, európai put opciót 6 dollárért. A kereskedő számára egy éves futamidőre az effektív hozam betét esetén 1%, hitel esetén 2%.
a) Ha azonnal és statikusan szeretné fedezni a put opció eladásából eredő teljes kockázatát, akkor mit kellene tennie és összességében mennyit nyerne mai dollárban kifejezve?
b) Ha dinamikusan szeretné fedezni a pozícióját, akkor első lépésként eladnia, vagy vennie kellene valamennyi részvényt?

Megoldás:
a) Elvitték tőle a 200 darab put opciót, tehát vennie kell 200 db 100-as call-t, mert a konvexitást csak opcióval tudja visszaszerezni. 6,50-en megveszi a call-okat. Node ekkor 200 LC+200 SP pozíciója lesz, aminek mivel Q=1 ezért +200 részvény a deltája, el kellene adni 200 db részvényt 100-on.

200LC +200SP + 200SU, ennek a cash hatása:
*-6,50*200+6*200+ 200*100 = 19900*

Lejáratkor szüksége van 20000 dollárra, hogy a határidős vételét teljesíteni tudja. Ha 1%-on elhelyez 19.802 dollár betétet, az elég lesz lejáratkor a szintetikus long forward teljesítésére, 98 dollárt pedig most rögtön elrakhat profitként.

b) SP pozíciót ha dinamikusan szeretne fedezni, akkor részvény eladással kell kezdenie, hiszen az SP deltája pozitív.

7.26. Egy részvény azonnali árfolyama 100 dollár, osztalékot a következő évben nem fog fizetni. Az 1 éves diszkontkincstárjegy árfolyama 95%. A részvényre szóló 1 éves futamidejű európai call opciók közül a 100-as kötési árfolyamú opció 12 dollárba, a 110-es kötési árfolyamú 5 dollárba kerül. Önnek lehetősége van 4 dollárért megvenni egy 90-es kötési árfolyamú kötési árfolyamú európai put opciót. Mutassa meg, hogy ez arbitrázslehetőséget jelent!

Megoldás:

Ha tudnánk valamit a 90-es call-ról, akkor put-call paritással a 90-es put-ról is lehetne valamit mondani.

A pillangó paritás miatt a 90-es call legalább 2x12-5=19-be kell kerüljön. (sőt többe, a 19 még pont arbitrázs, mert ingyen adna csak nemnegatív kifizetésű pillangót)

A 90-es kötési árfolyamra felírva a put-call paritást:

*fwd=call-put; QS-PK = call – put; 1*100-0,95*90= call – put;*

put= call-14,5

Mivel a call legalább 19-et ér, ezért a put legalább 19-14,5=4,5-öt kell érjen. Mi megvehetjük 4 dollárért, ez arbitrázs, kész is.

7.27. Egy részvény azonnali árfolyama 100 dollár, osztalékot negyedéves gyakorisággal szokott fizetni, legközelebb pont 2 hónap múlva fog fizetni, a piaci konszenzus alapján 3 dollárt részvényenként. A dollár effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes. Töltse ki a táblázat hiányzó adatait!

	call	put
1 hónap futamidő, K=105	1,83 dollár	
3 hónap futamidő, K=95		3,79 dollár

Megoldás:

Az 1 hónapos futamidőt nem érinti az osztalékfizetés. S=100; DIV=0; S=100; Q=1; P=0,9921,*

QS-PK=S-PK=c-p, innen p=c-S*+PK=1,83-100+99,21*105 = 6,00 dollár*

A három hónapos futamidőt már érinti az osztalék

S= 100; DIV_2M = 3; S=100-3/(1+10%)^(2/12)=97,05;*

P=1/(1+10%)^(3/12)=97,65%

QS-PK=S-PK=c-p, innen c=S*-PK+p=97,05-97,65%*95+3,79=8,07 dollár*

7.28. Egy osztalékot nem fizető részvény azonnali árfolyama 100 dollár. Az egy éves diszkontkincstárjegy árfolyama 99%. Az alábbi árjegyzések a részvényre szóló, egy év futamidejű európai opciók árait tartalmazzák. Mutasson be két statikus arbitrázslehetőséget!

	Call díjak	Put díjak
K=80	22	3
K=100	16	6
K=120	10	10

Megoldás:

Ellenőrizni lehet 3 db put-call paritást, 3 db BOX ügyletet és 2 db pillangót.

Ránézésre látszik, hogy a 120-as kötési árfolyammal baj lesz, hiszen ott ugyanannyit ér a call és a put, vagyis az opciókkal ingyen lehet 120-as forwardot csinálni miközben a 100/0,99 = 101 körül van a fair forward.

A call-oknál a pillangó is sérül, mert 2x16 = 22+10, vagyis a szárnyak megvehetők a közép eladásából, nem igényel befektetést, a hozam itt mindegy is. (put-nál nincs erre lehetőség)

K=80-ra a put-call paritás:
QS-PK = Long forward = call –put
*100-0,99*80=20,80, miközben call-put= 22-3 = 19, vagyis LC+SP-vel 19 dollárért létre kell hozni egy long forwardot 80-as kötési árfolyamra és ennek az értéke máris 20,80 lesz*

7.29. A WTI (West Texas Intermediate) típusú olaj júliusi szállítású futures-ére szóló, június 15-én lejáró európai típusú opciók közül az alábbi táblázat tartalmazza néhány futures call és futures put opciók árait. Az opciók lejáratáig a dollár hozamgörbe 0%-on vízszintesnek tekinthető.

	call	Put
K=59	1,24	1,28
K=61	0,52	2,30

Mutassa meg, hogy lehetőség van statikus arbitrázsra!

Megoldás:

A feladat megoldásánál nagy segítség, ha észrevesszük, hogy nincs megadva az alaptermék árfolyama, így a put-call paritás, sőt az alsó-felső korlátok ellenőrzése is esélytelen. A pillangó (keselyű) típusú paritások ellenőrzésére sincs lehetőség, hiszen ahhoz legalább 3 (keselyűnél 4) kötési árfolyam kellene.

(LC_59+SP_59)+(LP_61+SC_61)=LF_59+SF_59= garantált 2 dollár nyereség lejáratkor
Node mennyibe kerül ezt létrehozni most?
-1,24+1,28-2,30+0,52=-1,74
Tehát ma -1,74-be kerül egy kb egy hét múlva biztos 2 dollár követlés.. Ez 0%-os hozam mellett biztos arbitrázs.

7.30. A WTI (West Texas Intermediate) típusú olaj júliusi szállításra szóló futures árfolyama 59,85 dollár. Az erre a futures-re szóló, június 15-én lejáró európai futures opciók közül tudjuk, hogy a 60-as kötési árfolyamú futures call 1,80 dollár, a 62-es kötési árfolyamú futures call 0,95 dollár. Legalább mennyibe kell kerüljön az 58-as kötési árfolyamú futures put, ha a dollár hozamok 0%-nak tekinthetők és tudjuk, hogy nincs arbitrázslehetőség?

Megoldás:
A futures opció lényege, hogy futures pozícióvá alakul át, ha lehívják. Tehát a Q=1. A P=1 pedig adódik onnan, hogy a dollár hozamok 0%-nak tekinthetők.

put_58 >= ???, ha
call_60 = 1,80
call_62 = 0,95

Tudjuk, hogy ahhoz, hogy ne lehessen ingyen létrehozni egy 58-60-62 call pillangót fontos, hogy a középsőből kettőt eladva ne tudjuk megvenni a két szélsőt (a szárnyakat).

*Vagyis call_58 >= 2*1,80-0,95 = 2,65*
A K=58-ra felírva a put-call paritást:
*Q*S-P*58 = fwd_58 = call_58 – put_58*
*1*59,85-1*58=1,85 >=2,65-put_58*
put_58>=0,80 dollár

7.31. Egy részvény azonnali árfolyama 106,15/106,20 dollár, a részvény a következő fél évben nem fizet osztalékot. Egy opciós árjegyző dollárban 0,50%-os effektív hozammal tud betétet elhelyezni és 1,50%-os effektív hozam mellett jut hitelhez. A T=0,5 év múlva lejáró, K=110 kötési árfolyamú európai call opciókra az árjegyzés 3,80/4,00. Adja meg azt a lehető legjobb olyan kétoldali árjegyzést K=110 kötési árfolyamú európai put opcióra, amely mellett az esetleges üzletkötés esetén éppen nulla költséggel a put opciós pozícióból származó minden piaci kockázatot éppen le tudná fedezni!

Megoldás:
Adott S, r, call, T és DIV=0 információk alapján ez egy szimpla put-call paritás lenne alapján csakhogy tudni kellene, hogy melyik piacon melyik oldal kell (bid, vagy ask).

Mi legyen a put-ra jegyzett bid-ünk? Ha megütik, akkor eladnak nekünk put opciót, vagyis mi LP pozícióba kerülünk. Statikus fedezésnél biztos, hogy először opciót opcióval kell fedezni, tehát azonnal adjunk el call-t. Innentől kezdveLP+SC pozíciónk van, ez szintetikus SF pozíciónak felel meg. Ezt LU+SB pozival fedezhetjük, vagyis azonnal vegyünk az alaptermékből és emiatt az üzletkötésekből eredően nettó finanszírozási igényünk lesz (hiszen az opciók jóval olcsóbbak, mint az alaptermék), tehát hitelre lesz szükség.

Ezek alapján: call=3,80; S=106,20; r=1,50%
*put = call – S + PK = 3,80 – 106,20 + 1/(1+1,50%)^(1/2) * 110 = 6,78 dollár legyen a bid*

Mi legyen az offer? A bid-hez hasonlóan végig lehet gondolni, de ha már meg van a bid, akkor biztos minden alkatrészpiacon pont a másik oldalt kell megütni, vagyis:
call=4,00; S=106,15; r=0,50%
*put = call – S + PK = 4,00 – 106,15 + 1/(1+0,50%)^(1/2) * 110 = 7,58 dollár legyen az offer*

Tehát a keresett legjobb kétoldali árjegyzés: 6,78/7,58.

7.32. Egy osztalékot nem fizető részvény azonnali árfolyama 100 dollár. Az egy éves diszkontkincstárjegy árfolyama 99%. Az alábbi árjegyzések a részvényre szóló, egy év futamidejű európai opciók árait tartalmazzák. Mutasson be röviden két statikus arbitrázslehetőséget!

	Call díjak	Put díjak
K=80	22	3
K=100	16	6
K=120	10	10
K=140	4	30

Megoldás:
Ellenőrizni lehet 3 db put-call paritást, 3 db BOX ügyletet és 2 db pillangót.

Ránézésre látszik, hogy a 120-as kötési árfolyammal baj lesz, hiszen ott ugyanannyit ér a call és a put, vagyis az opciókkal ingyen lehet 120-as forwardot csinálni, miközben a 100/0,99 = 101 körül van a fair forward.

A call-oknál a pillangó is sérül, mert 2x16 = 22+10, vagyis a szárnyak megvehetők a közép eladásából, nem igényel befektetést, a hozam itt mindegy is. (put-nál nincs erre lehetőség)

K=80-ra a put-call paritás:
QS-PK = Long forward = call –put
*100-0,99*80=20,80, miközben call-put= 22-3 = 19, vagyis LC+SP-vel létre kell hozni egy long forwardot 80-as kötési árfolyamra és ennek az értéke máris 20,80 lesz*

7.33. Egy részvényre szóló 1 hónap múlva lejáró európai opciókról az alábbi táblázatban lévő pillanatképet ismerjük. Tudjuk, hogy a részvény az opciók lejáratáig nem fizet osztalékot. Az alábbi kérdésekre arbitrázsmentességet feltételezve válaszoljon.
a) Mekkora a kockázatmentes 1 hónapos diszkontfaktor?
b) Mekkora az RD azonnali árfolyama?
c) Mennyibe kerül a táblázatból hiányzó 100-as kötési árfolyamú put opció?

	call	put
K=97,50	2,86	0,51
K=100,00	1,26	
K=102,50	0,34	2,89

Megoldás:
a) BOX-ügylethez nem kell a spot árfolyam, az 4 opció és a kamat kapcsolatáról szól.
A 97,50-102,50-ös BOKSZ ügylettel fix 5 dollár 1 hónap múlvai biztos kifizetést:
-2,86+0,51+0,34-2,89=-4,9 dollárért tudunk megvenni, tehát 4,9/5 = 98% az 1 hónapos DF.

b) Egy olyan put-call paritásból kijön, ahol ismert a call és a put is, csak kell még hozzá a diszkontfaktor, ami az a) pontban számoltunk ki.

97,50-re felírva:
QS-PK=call-put
*S=2,86-0,51+98%*97,50 = 97,90*

c) ez is csak egy put-call paritás:
QS-PK=call-put
*Put_100 = 1,26-97,90+98%*100 = 1,36*

7.34. Az “X” részvények azonnali árfolyama 617 dollár, a 2016. március 18-án lejáró opciót az alábbi táblázat (bid/ask) tartalmazza. A részvény 2016 első felében nem fizet osztalékot, a dollár kamatok 0%-nak tekinthetőek.

	Call	put
K=650	20 / ?	?/56
K=700	3 / 7	?/?

a) A put-call paritás segítségével töltse ki a táblázat hiányzó részeit!
b) Mutassa meg, hogy BOX-ügylettel nem lehet arbitrálni!

Megoldás:
a) Minden hiányzó rész kijön a put-call paritásból. Az offerből offert, a bid-ből bid-et lehet a put-call paritás segítségével számolni, hiszen, ha fedezni kellene, akkor az opciós kockázatokat csak opcióval tudjuk kiütni,

A put call paritásból
call = put + QS-PK
put=call-QS+PK

call_650_offer = put_650_offer+617-650 = 56+617-650 = 23
put_650_bid = call_650_bid-617+650 = 20-617+650 = 53
put_700_bid = call_700_bid-617+700 = 3-617+700 = 86
put_700_offer = call_700_offer-617+700 = 7-617+700 = 90

b) BOX-ügyletnél mondjuk az egyik irányba építsünk egy (LF_650+SF_700)-ból álló biztos 50 dollár lejáratkori profitot jelentő pozíciót

LC_650+SP_650+SC_700+LP_700, ennek a költsége: -23+53+3-90= -57, tehát ebbe az irányba nem éri meg BOX-ügyletet építeni, mert 57-be kerül a lejáratkori 50 kifizetés, ez nem éri meg.

A másik irányba:
SC_650+LP_650+LC_700+SP_700, ennek a költsége: +20-56-7+86= 43, vagyis most 44 dollárt kapnánk, és lejáratkor 50-et veszítenénk. Ezt sem éri meg.

7.35. Egy részvény spot árfolyama 193 dollár. A március 20-i lejáratra szóló opciókból az alábbi pozíciókat vettük fel: 10 kontraktus 200-as long call, 5 kontraktus 220-as short call és 5 kontraktus 230-as short call. Egy kontraktus 100 részvényről szól. A 200-as, 220-as és 230-as kötési árfolyamhoz tartozó call opciók árai rendre 11, 5 és 3 dollár. A részvény nem fizet osztalékot a márciusi lejáratig és a dollár hozamgörbe rövid lejáratokra 0%-nak tekinthető.
a) Írja fel a pozíciónk opciós algebráját és mutassa be a lejáratkori kifizetést ábrázolva, hogy mekkora lejáratkori részvényárfolyam(ok) esetén járnánk a legjobban!
b) Hány dollár a teljes portfoliónk görbületi értéke most?

Megoldás:
a) Ez egy bull spread-szerű képződmény, csak a short opciók ketté vannak bontva, így két lépcső lesz, de ránézésre is látszik, hogy nyilván akkor jár a legjobban, ha a 230-at eléri, vagy meghaladja az árfolyam.
opciós algebra:
(0,1000,500,0)(200,220,230)
b) Mivel nincs se kamat, se osztalék, (tehát nincs kamatérték) és mindhárom opció OTM (vagyis nincs belső érték) ezért az összes opció értéke kizárólag görbületi értékből áll. Az egész összetett pozíció nettó piaci értéke egyben a pozíció görbületi értéke is:
*piaci érték = görbületi érték = +10*100*11-5*100*5-5*100*3 = 7000 dollár*

7.36. Egy kereskedő a következő opciós algebrájú pozíciót hozta létre az “X” részvény június 19-én lejáró opcióiból: (0;700;0;-700;0)(100;105;110;115). Egy opciós kontraktus 100 részvényről szól.
a) Milyen nevezetes összetett opciós pozíciót hozott létre így a befektető?
b) Mutassa meg, hogy a kívánt opciós algebra létrehozható kizárólag call, vagy kizárólag put opciós kontraktusokból is!
c) Milyen lejáratkori részvény árfolyamok mellett jár a lehető legjobban?

Megoldás:

Azért lehet csak call opciókból kirakni, mert az algebra első meredeksége nulla. Egyébként vagy alaptermék, vagy put kellene, hiszen a call nem tud a strike-ja alá hatni. És hasonló érveléssel azért lehet csak put opciókból kirakni, mert az utolsó meredekség nulla.

a) Ez egy long keselyű 700 részvényre felépítve. A szárnyakat meg kell venni, a közepét pedig eladni, már innen is látszik, hogy majd a 100-as és 115-ös strike-kat venni kell, a 105-ös és 110-es strike-okat pedig eladni.

b) Csak call opciókból építünk, akkor induljunk el lentről felfelé, hiszen a call opciók csak a kötési árfolyamuk fölötti részekre hatnak lejáratkor.
+7 call_100 - 7 call_105 - 7 call_110 + 7 call_115
Put esetén pedig induljunk el felülről lefelé.
+7 put_115 - 7 put_110 - 7 put_105 + 7 put_100

c) A long keselyűvel akkor jár a legjobban, ha a két középső strike között lesz a részvény, tehát [105;110] intervallum a legjobb neki.

7.37. Az “X” részvény piacán egy opciós kontraktus 5-szörös indexértékről szól (multiplier = 5x) és mindegyik indexopció európai. Egy kereskedő 2015 márciusi “X”-re vonatkozó opciós algebrája jelenleg a következő:

(0, 50, -100, 30)(9200;9500;9800)

a) Mutassa be a lejáratkori kifizetést ábrázolva, hogy mekkora lejáratkori árfolyam esetén járna a lehető legrosszabbul!

b) Mutassa meg, hogy néhány új opciós pozíció felvételével a portfolió long pillangóvá alakítható! Mutasson egy példát is arra, hogy hány kontraktust és milyen irányba kellene ehhez kötni!

Megoldás:

a) 9800 esetén jár a legrosszabbul, rajzból látszana leginkább, ha elsőre nem triviális

b) Sokféle jó megoldás van, például első lépésként lehetne venni 10 kontraktusnyi 9500-as call-t, ekkor az opciós algebra így nézne ki:
*(0, 50, -100+5*10, 30+5*10)(9200;9500;9800)*
*Második lépésként el kellene adni 16 kontraktusnyi 9800-as call-t, ezután az opciós algebra így néz majd ki:(0, 50, -50, 80-16*5)(9200;9500;9800)*

8. Opciók 2. Opcióárazás a binomiális modellben

8.1. A piacon csak a következő termékekkel kereskednek:

- egy osztalékot nem fizető részvény (S=100),
- a részvényre szóló európai típusú, egy év futamidejű call opció (c=10);
- a részvényre szóló európai típusú, egy év futamidejű put opció.

Kockázatmentes hitel és betét nem létezik. Mindkét opció kötési árfolyama K=100. A részvény árfolyama a következő egy év alatt vagy 1,25-szorosára nő vagy 0,8-szorosára csökken. Mennyit ér a put opció?

Megoldás:

A termékek áralakulási folyamatai a következő évben:

	125		*25*		*0*
100		*10*		*p*	
	80		*0*		*20*

Vonjunk ki egy részvényből 5 db call opciót!

	0
50	
	80

Osszuk el 4-gyel!

	0
12,5	
	20

Tehát a put opció értéke (no-arbitrázs ára) 12,5.

8.2. Egy részvény árfolyama egy év alatt a duplájára nő, vagy a felére csökken. A részvény azonnali árfolyama 200 forint, a kockázatmentes hozam évi 25%.

a) Határozza meg egy erre a részvényre szóló, egyéves futamidejű, K=250 Ft kötési árfolyamú európai call opció deltáját!

b) Mit tenne, ha a feladatban szereplő opcióval a piacon 80 forintos árfolyamon kereskednének? Írja fel az egyes időpontokhoz, illetve lépésekhez tartozó pénzáramlásokat is!

Megoldás:

a) q=(1,25-0,5)/(2-0,5)=0,5

A részvény lehetséges áralakulása:

200	*400*
	100

Az opció lehetséges értékei:

60	*150*
	0

A delta értéke: 150/300=0,5
b) Az opció túlárazott, tehát eladom és szintetikusan előállítom:
SC+deltaLU+Hitel

C_0=+80 - 0,5 · 200 + 20(hitel)

C_{1u}=+0,5 · 400 – 150 – 20 · 1,25 = 25

C_{1d}=+0,5 · 100 – 20 · 1,25 = 25

A nyereség jelenértéke *25/1,25=20* pont a félreárazás nagysága.

8.3. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama 100 Ft, amely évente vagy megduplázódik vagy a felére csökken. A felfelé mozdulás valószínűsége p=0,8 (valós világban!). Az állampapír-piaci (effektív) hozamgörbe 10%-on vízszintes.
a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy kétéves, K=100-as lehívási árfolyamú, európai vételi opció (call) lehívásra kerül?
b) Mennyit ér az a) pontban szereplő opció?

Megoldás:
a) q = 0,8
Részvény áralakulása:

100	200	400
	50	100
		25

Opció lehetséges értékei, hozzátartozó valószínűségekkel:

300: $0,8^2$

0: 2·0,8·0,2

0: $0,2^2$

az esély 64% mivel, itt a valós valószínűséget vesszük figyeelmbe!
b) az opció értéke:
q=(1,1 - 0,5) / (2 - 0,5) = 0,4
$300 \cdot 0{,}4^2 / 1{,}1^2 = 39{,}66$

8.4. Egy osztalékot nem fizető részvény jelenlegi árfolyama 80. A részvény árfolyama egy év alatt vagy 25%-kal nő, vagy 20%-kal csökken. A növekedés valószínűsége 60%. A logkamatláb évi 15%.
a) Mennyit ér a részvényre szóló, 2 év futamidejű európai put opció, amelynek kötési árfolyama 90.
b) Mekkora a valószínűsége, hogy az opciót le fogják hívni?

Megoldás:
a) $q=(e^{0,15}-0{,}8) / (1{,}25-0{,}8) \sim 0{,}8$ *(logkamatláb!)*

		125			*0,0*
	100			*1,72*	
80		*80*	*3,52*		*10,0*
	64			*13,56*	
		51,2			*38,8*

A put értéke 3,52.
b) Akkor hívják le, ha a következő árfolyammozgások következnek be: 'fel-le'; 'le-fel'; 'le-le'. A valószínűség (valós!): 2·0,6·0,4 + 0,16 = 64%

8.5. Legyen adott egy osztalékot nem fizető részvény (S_0=200, u=2, d=1/u), valamint az effektív kamatláb r=10%. A delta-t=1 év. Mennyit ér erre a részvényre szóló, 2 év futamidejű, európai típusú opciókból összeállított, ATM terpesz pozíció?

Megoldás:
q = (1,1-0,5)/(2-0,5) = 0
Részvény áralakulása

T=0	*T=1*	*T=2*
		800
	400	
200		*200*
	100	
		50

Call opció áralakulása

T=0	*T=1*	*T=2*
		600
	218,18	
79,34		*0*
	0	
		0

Put opció áralakulása

T=0	*T=1*	*T=2*
		0
	0	
44,63		*0*
	81,82	
		150

A pozíció értéke: 123,97

8.6. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama 100 Ft, amely évente vagy megduplázódik vagy a felére csökken. Az állampapír-piaci (effektív) hozamgörbe 10%.

a) Adja meg a két év múlvai időponthoz tartozó Arrow-Debreu árakat!

b) Az előző pontban kiszámított AD árak segítségével árazzon be a részvényre szóló európai put opciót, amelynek futamideje két év és kötési árfolyama K=500!

c) A kiszámított AD árak segítségével árazzon be a részvényre szóló európai put opciót, amelynek futamideje két év és kötési árfolyama K=300!

Megoldás:

Részvény:

100	*200*	*400*
	50	*100*
		25

8.6.1. $q=(1{,}1 - 0{,}5) / (2 - 0{,}5) = 0{,}4$

$P(AD_{uu})=0{,}4^2 / 1{,}1^2 = 0{,}1322$

$P(AD_{ud})=2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6/1{,}1^2 = 0{,}3967$

$P(AD_{dd})= 0{,}6^2 / 1{,}1^2 = 0{,}2975$

b) $put=0{,}1322{\cdot}100+0{,}3967{\cdot}400+0{,}2975{\cdot}475=313{,}21$

c) $put=0{,}1322{\cdot}0+0{,}3967{\cdot}200+0{,}2975{\cdot}275=161{,}15$

8.7. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama 100 Ft, amely évente vagy megduplázódik vagy a felére csökken. Az állampapír-piaci (effektív) hozamgörbe 10%-on vízszintes. Mennyit ér az a részvényre szóló put opció, melyet csak két év múlva lehet lehívni és lehívási árfolyama a két év alatti maximális részvényárfolyammal egyezik meg?

Megoldás:

$q= (1{,}1-0{,}5)/(2-0{,}5)=0{,}4$

Részvény:

100	*200*	*400*
	50	*100*
		25

Az opció lehetséges értékei a második év végén és valószínűségeik:

uu: 400 – 400 = 0	*$(0{,}4^2 = 0{,}16)$*
ud: 200 – 100 = 100	*$(0{,}4 \cdot 0{,}6 = 0{,}24)$*
du: 100 – 100 = 0	*$(0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}24)$*
dd: 100 – 25 = 75	*$(0{,}6^2 = 0{,}36)$*

Ebből a put opció értéke: $(0{,}36 \cdot 75 + 0{,}24 \cdot 100) / 1{,}1^2= 42{,}14$

8.8. Egy részvény árfolyama jelenleg 100 Ft, mely a jövőben félévente vagy meg duplázódik vagy felére csökken. A kockázatmentes logkamatláb éves szinten 10%. Számolja ki egy K=150 forint kötési árfolyamú, másfél év futamidejű európai vételi opció értékét az A-D árak segítségével!

Megoldás:

$$p = \frac{e^{r_f \Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{0,5 \cdot 0,1} - 0,5}{2 - 0,5} = 0,3675$$

A részvény áralakulása, és az opció kifizetése T-ben

	t=0,5	T=1	T=1,5
			800
		400	*200*
	200	*100*	*50*
100	*50*	*25*	*12,5*

Opció	*T=1,5*
	650
	50
	0
	0

Állapotvalószínűségek
$p_3=0,04963$
$p_2=0,25628$
$p_1=0,44105$
$p_0=0,25301$
A-D árak
$AD_3=0,04272$
$AD_2=0,22058$
$AD_1=0,37962$
$AD_0=0,21777$
A call opció ára tehát: c=38,797

8.9. Bontsa fel az előző példában szereplő call opció értékét belső értékre, kamatértékre és görbületi értékre!

Megoldás:
PK=129,11
Belső érték=0
Kamatérték=0
Görbületi érték=38,8

8.10. Mennyit ér egy kétéves 156,25-ös kötési árfolyamú európai call, és mennyit egy azonos kötési árfolyamú európai put, ha az alaptermék árfolyama 100, u=2, d=1/u és a 160-as kötési árfolyamú long forward pozíció értéke -2,4?

Megoldás:
Első lépésben a kockázatmentes kamatlábat kell meghatároznunk!
$f = -2{,}4 = S - PV(K) = 100 - 160/(1+r_f)^2$, *ahonnan* $r_f = 25\%$.*A binomiális modellben* $q = (1{,}25-0{,}5)/(2-0{,}5) = 0{,}5$. *A részvényárfolyam alakulása, a call és a put lejáratkori értéke:*

			S	c	p
	400		243,75	0	
		200	100	0	56,25
100		50	25	0	131,25

$c = (0{,}5^2 \cdot 243{,}75)/1{,}25^2 = 39$
$p = (2 \cdot 0{,}25 \cdot 56{,}25 + 0{,}25 \cdot 131{,}25)/1{,}25^2 = 39$, *vagy*
$p = c + S - PV(K) = 39 + 100 - 156{,}25/1{,}25^2 = 39$.

8.11. Az előző példában szereplő put opciót 44 forintért lehet adni/venni.
a) Dinamikus vagy statikus arbitrázsra van lehetőség?
b) Mekkora lenne az arbitrázsnyereség mai pénzben egy put opción?
c) Short vagy long pozíciót vállalna az opciós, a részvény- és a kötvénypiacon a nulladik időpontban?

Megoldás:
a) Dinamikus
b) 44-39=5
c) short put, short részvény, long kötvény

8.12. Tegyük fel, hogy egy osztalékot nem fizető részvény árfolyama binomiálisan alakul dt=1 év, u=2 és d=0,5 paraméterek mellett. Ebből következik, hogy
a) a részvény éves hozamai függetlenek.
b) a részvény piaca gyengén hatékony.
c) a részvény T időpontbeli jövőbeli árfolyamának eloszlása tart a normális eloszláshoz, ha dt tart nullához.
d) a részvény volatilitása állandó.
e) a részvény ex post hozama nem lehet negatív.
f) a részvényre szóló opció deltája állandó.

Megoldás:
a) igen

b) igen
c) nem (a lognormálishoz tart)
d) igen
e) nem
f) nem

8.13. Egy részvény árfolyama jelenleg 100 Ft, várható hozama 14%, hozamának szórása 20%, a kockázatmentes folytonos kamatláb 10%. Mennyit ér erre a részvényre szóló, 2 év futamidejű ATM európai call opció $\Delta t=1$ mellett? Használjuk a CRR-modellt!

Megoldás:

A modell:

1. $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} = \frac{1}{d}$ 2. $d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = \frac{1}{u}$

3. $p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$ 4. $g = \left[pg_u + (1-p)g_d\right]e^{-r\Delta t}$

u=exp(0,2·1)=1,2214
d=1/u=0,8187
p=0,2865/0,4027=0,7114

Részvény

T=0	T=1	T=2
		149,18
	122,14	
100		100
	81,87	
		67,03

Call opció

T=0	T=1	T=2
		49,18
	31,757	
20,37		0
	0	
		0

A call értéke: 20,37

8.14. Egy osztalékot nem fizető részvény árfolyama binomiális mozgást követve évente vagy megduplázódik, vagy megfeleződik. Mekkora most annak az egy év múlva lejáró long call pozíciónak a deltája, amelyiknek a kötési árfolyama éppen a részvény mostani azonnali árfolyamával egyezik meg?

Megoldás:

Se az S-t, se a kockázatmentes hozamot nem adtuk meg, de ebben a modellben a deltához nem is kellenek, ha a K-t ki lehet fejezni az S függvényében és azt most tudjuk, hogy K=S, illetve tudjuk a „volatilitást" is, hiszen: u=2, d=1/2. A részvény „kifizetése" egy év múlva vagy 2S, vagy 0,5S lesz, az opcióé vagy (2S-S) = S, vagy 0. A delta az a részvény mennyiség, amennyivel ki tudjuk rakni az opció kifizetésében a két világállapot közti különbséget.

delta= (S-0)/(2S-0,5S) = S/(1,5S) = 1/1,5 = 2/3

8.15. Cox-Ross-Rubinstein (CRR) binomiális modelljében mekkora a volatilitása az alapterméknek az alábbi paraméterek esetén?

a) Δt=1 év, u=4 és d=1/u

b) Δt=0,25 év, u=1,25 és d=1/u

Megoldás:

CRR modellben u=exp(szigma*gyök(Δt)), innen szigma = ln(u)/ gyök(Δt)

a) szigma = ln(4)/(1)^(0,5)=1,3863 = 138,63% (ez nagyon sok, de hát az u=4 is az!)

b) szigma = ln(1,25)/(0,25)^(0,5)=0,4463=44,63% (még ez is a volatilisebb papírokközé tartozik)

8.16. Mi az Arrow-Debreu árak kapcsolata a diszkontkincstárjegy árfolyamával és miért nem lehet az Arrow-Debreu árakat amerikai opciók árazásához használni?

Megoldás:

Az AD-árak összege kiadja a DKJ árfolyamát, hiszen a DKJ minden jövőbeli világállapotban fizet 1-et, vagyis olyan, mintha az összes AD terméket megvettem volna.

Az amerikai opció a korai lehívhatóság miatt nem T-termék, míg az AD termékek T-termékek, nem lehet belőlük kirakni. Az AD-termékekel nem lehet útvonalfüggő opciókat árazni, mert ők érzéketlenek az útvonalra.

Nehezebb feladatok:

8.17. Az "X" részvények árfolyama ma 16 dollár, mely, egy modell szerint, binomiális mozgást követ, Δt=1/4 év, u=2 és d=1/u paraméterekkel. A részvény nem fizetnek osztalékot, a 3 hónapos diszkontfaktor 99%, a kockázatmentes hozamgörbe vízszintes. Egy bank 3 dollárért árulja a 64-

es kötési árfolyamú, 1 éves, Larsa részvényekre szóló, európai plain vanilla call opciót.

a) Megéri venni ebből az opcióból 3 dollárért?

b) Ha a bank 1000 darab részvényre szóló opciót ad el ma, hány darab részvényt kellene vennie/eladnia ahhoz, hogy pillanatnyilag delta-semleges legyen?

c) Mekkora a részvények volatilitása?

d) Ez a volatilitás nagynak, megszokottnak, vagy kicsinek számítana a valóságban?

Megoldás:

a) q=((1/99%)-0,5)/(2-0,5)= kb 0,34

A klasszikus, „diszkontált kockázatsemeleges várható érték” módszerrel lépésről lépésre is megdolható a feladat, de talán már a részvényfa felrajzlásakor látszik, hogy csak egyetlen lejáratkori világállapotban fizet az opció. Ilyenkor nagy segítség az AD árak használata, hiszen ez sokat egyszerűsít.

*AD(fel, fel, fel, fel) = 99%^4*0,34^4= kb 0,0128*

Lejáratkor a (fel, fel, fel, fel) világállapotban a részvény 256-ot ér, az opció ekkor 192-őt fizet ki.

*Ezek alapján az AD-módszerrel az opció ára 192*0,0128 = kb 2.46, vagyis a 3 dolláros ár túl sok, ha valaki képes delta fedezni, akkor nem éri meg 3 dollárt fizetni ezért.*

Klasszikus megoldással:

u	2.0000
d	0.5000
S	16.00
r_eff	4.1020%
dt	0.25
implied_vol	138.63%
DF(dt)	**99.0000%**
K	64
p	0.3401

részvényfa				256
			128	64
		64	32	16
	32	16	8	4
16	8	4	2	1

call fa				192.00
			64.64	0.00
		21.76	0.00	0.00
	7.33	0.00	0.00	0.00
2.47	0.00	0.00	0.00	0.00

b) Ha a banktól megvesznek 1000 darab részvényre szóló opciót, akkor a kedeti delta-hedge szempontjából tudni kellene, hogy mennyit ér majd az opció egy negyedév múlva. Az alsó ágon nyilván nulla lesz, a felső ágon *pedig vissza kell osztani egy darab felfelé lépés valószínűséggel és eggyel kevesebb diszkontálás is kell, így 2,46/(0,99*0,34) = kb 7,31 dollár lesz.*

Delta_ma = (7,31-0)/(32-8)= kb 0,3046 1000 darab részvényre szóló opció eladása esetén tehát kb 304 darab részvényt kellene vennie a banknak ma ahhoz, hogy delta-semleges legyen.

*c) a volatilitás sokkal inkább egy folytonos modellbeli fogalom, de természetesen diszkrét modellekben is van értelme, a kapcsolatot az u=exp(szigma*gyök(T-t)) képlet adja.*
ln(2)/(1/4)^(1/2)= kb 139%

d) A 139%-os volatilitás nagyon sok! Egy nyugisabb részvénynek 20-30% körül van a volatilitása, de még a kockázatosabb részvényeknél is 40-50% körül alakul.

8.18. Egy cég részvények azonnal árfolyama 100 dollár, mely egy modell szerint binomiális mozgást követ, Δt=1év, u=2 és d=1/u paraméterekkel. A részvények a következő három évben nem fizetnek osztalékot. A kockázatmentes effektív hozamgörbe 0%-on vízszintes.
a) Mennyit ér egy T=3 év futamidejű, K=125 kötési árfolyamú, európai terpesz (straddle) pozíció?
b) Egy bank ma 10000 darabot elad az ügyfeleinek az a) pontban bemutatott terpeszből, majd a részvényárfolyam a „le-fel-fel” trajektórián mozog. Hány darab és milyen irányú részvénypozíciót tartson a bank a delta-fedezés során ma, az első és a második év végén, illetve lejáratkor közvetlen a lehívás előtt?

Megoldás:
a) A binom modellben érdemes az összetett pozíciók kifizetését egyben kezelni, így az árazásuk és a delta is könnyebben adódik, mintha külön call és külön put opciókat néznék (ami egyébként nyilván ugyanide vezetne)

Straddle ára = 108,33 dollár

u	2.0000
d	0.5000
S	100.00
r_eff	0.0000%
dt	1.00
implied_vol	69.31%
DF(dt)	**100.0000%**
K	125.00
q	0.333333

részvényfa			
			800
		400	200
	200	100	50
100.00	50	25	12.5

K=120 straddle			
			675
		275	75
	141.67	75.00	75
108.33	91.67	100	112.5

straddle deltája			1
		1	1
	0.67	0.000	-1
0.33	-0.33	-1	-1

10000 short straddle-t fedező részvénymennyiség			
			10000
		10000	10000
	6666.67	0	-10000
3333.33	-3333.33	-10000	-10000

b) A sárga trajektórián haladva: 3333; -3333; 0; 10000 részvénypozíciót kellene delta fedezésként tartania.

8.19. Az “X”részvény nem fizet osztalékot, azonnali árfolyama 100 dollár, mely, egy modell szerint, binomiális mozgást követ, Δt=1 év, u=2 és d=1/u paraméterekkel. A kockázatmentes effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes.

a) Mennyit ér egy 3 év futamidejű, 150-es kötési árfolyamú, európai vanilla call opció?

b) Egy bank az a) pontban lévő opcióból 10000 darabot értékesít ügyfeleinek. Hány darab részvényt vegyen, ha delta-fedezni szeretné a pozícióját?

c) Egy bank 3 éves certifikátot bocsát ki. A certifikát tulajdonosa a futamidő alatt, beleértve a 3. év végi lejáratot is, visszaválthatja a certifikátot, de csak akkor, ha a részvényárfolyam 100 dollár alatt van. Visszaváltás esetén a bank $(100\text{-}S)^2$ darab dollárt fizet a certifikátért (például 50-es részvényárfolyam esetén 2500 dollárt). Mennyit ér ma ez a certifikát?

Megoldás:

u	2.0000
d	0.5000
S	100.00
r_eff	10.0000%
dt	1.00
implied_vol	69.31%
DF(dt)	90.9091%
K	150
p	0.4000

részvényfa			
			800
		400	200
	200	100	50
100	50	25	13

call fa			
			650.00
		263.64	50.00
	105.79	18.18	0.00
42.07	6.61	0.00	0.00

call delta

= 0.6612

10000 SC esetén tehát 6612 darab részvényt vegyen a bank a delta-fedezéshez.

certifikát			0.00
		0.00	0.00
		1363.64	2500.00
		5085.23	7656.25
		itt ha visszaváltaná, akkor 75^2=5625 dollárt érne, ami több, mintha tovább menne, vagyis itt visszaváltja, ha eljut idáig.	
		0.00	
	743.80	1363.64	
2214.50	3564.05	5625.00	

itt is felmerülhet a korai visszaváltás, de nem éri meg, mert csak 50^2=2500-at kapna, a továbbmenés értéke több.

Tehát a válaszok:

a) 42,07 dollár a call értéke

b) 6612 darab részvényt vegyen a delta-hedge-hez

c) 2214.50 dollár a certifikát értéke

8.20. Egy részvény azonnali árfolyama 3000 dollár, mely binomiális mozgást követ $\Delta t=1$ év és determinisztikusan útvonalfüggő volatilitás mellett. Az első évben az u=1,5. Amennyiben az első évben emelkedett az árfolyam akkor a második évben u=1,25, különben u=2 lesz. A d pedig minden évben a d=1/u képletből adódik. A részvény nem fizetnek osztalékot, a kockázatmentes hozamgörbe 0%-on vízszintes. A vezérigazgató 2 év múlva annyi bónuszt kap, amennyivel a mai árfolyamot meghaladja a két év múlvai árfolyam.

a) Rajzolja fel a részvény árfolyamfáját!

b) Mennyit ér a vezérigazgató bónusza jelenértékben?

c) A vezérigazgató titokban sejti, hogy semmilyen ráhatása nincs a cég teljesítményére, ezért dinamikusan delta fedezi a bónuszból eredő pozícióját. Milyen értékeket vehet fel a bónusz deltája a futamidő alatt?

Megoldás:

Figyelni kell arra, hogy az u és a d mindig változik, ebből kifolyólag a kockázatsemleges valószínűségek is mindig változnak!

Részvényfa

		5625
	4500	3600
		4000
3000	2000	1000

Kockázatsemleges felfelé valószínűségek alakulása

	0,444444
0,4	0,333333

bónusz értéke

		2625
	1500	600
		1000
800	333,3333	0

bónusz deltája

	1
0,466667	0,333333

A bónusz deltája nyilván 1 lesz, ha felfelé mozdul az árfolyam az első évben, hiszen akkor a bónusz lineárissá alakul, mert mindkét lehetséges esetben lesz kifizetés, hiszen ekkor már tuti 3000 fölött végzi a részvényárfolyam.

9. Opciók 3. Black-Scholes modell

9.1. Mit mond ki a Black-Scholes egyenlet, mire vonatkozik a Black-Scholes képlet? Milyen esetben érvényes a BS egyenlet és a BS képlet? Melyek a BS modell feltételei?

Megoldás:
BS egyenlet: theta + (r · S) ·delta + 0,5 · (σ^2 · S^2) · gamma = r · f
BS képlet: osztalékot nem fizető, európai típusú opciókra vonatkozik
$c = S \cdot N(d_1) - PV(K) \cdot N(d_2)$
$d_1 = \ln(S/PV(K)) / \sigma \cdot T^{0,5} + \sigma \cdot T^{0,5}/2$
$d_2 = d_1 - \sigma \cdot T^{0,5}$

BS modell:
- A részvényárfolyam geometrikus Brown mozgást követ (fix volatilitás).
- Nincs adó, tranzakciós ktg.
- Értékpapírok tökéletesen oszthatók, folyamatosan kereskedhetők, van shortolás.
- Hozamgörbe vízszintes, nem változik időben.
- Hitelt lehet felvenni és betétet lehet elhelyezni a kockázatmentes hozam mellett.
- Nincs arbitrázs

9.2. A Black-Scholes-Merton modell feltevései közül mutasson hármat, amelyik általában a valós piacokon nem teljesül!

Megoldás:
A tranzakciós költség és adó gyakran nem teljesül, de a GBM is eléggé erős feltevés, meg azért a hozamok is tudnak meglepetéseket okozni….

9.3. A Black-Scholes-Merton opcióárazó modell feltételezései közül mutasson 3 olyat, amelyiknek nemteljesülése feltehetően komoly problémát okoz a valóságban és egyet, amelyiknek a nemteljesülése még viszonylag könnyen kezelhető!

Megoldás:
A dinamikus fedezés során komoly problémát okoznak, ha ezek nem teljesülnek:

- *az alaptermék „nagyon” nem GBM-et követ, pl a volatilitás nagyon váltakozik az egyes időszakokban*
- *risk free görbe eleve nem vízszintes és nem determinisztikusan változik*
- *ha egyes időszakokban nem lehet shortolni*

- *ha nagyon nagy a tranzakciók fix költsége (ticket cost)*

Kevésbé komoly, kiküszöbölhető problémák:
- arbitrázsmentesség nemteljesülése végülis nem gond, ekkor arbitrálunk
- értékpapírok oszthatósága nem gond, picike kis maradék kockázat nem zavaró. Pl ha mindig van +/-0,5 darab részvénypozíciónk, azon azért nem fogunk sokat bukni. Eleve nem centiznénk ki minden pillanatban a delta-fedezést, kell valamennyi delta-tűréshatár, hogy lehetőleg ne legyen extrém nagy számú üzletkötés.
- ha a hozamgörbe nem vízszintes, de állandó, vagy determinisztikusan változik az kiküszöbölhető
- ha hitelt és betétet nem ugyanazon a szinten lehet felvenni, az kiküszöbölhető, hasonlóan a forward-hoz: midngi el tudom dönteni, hogy melyik kamattal számoljak.

9.4. Egy részvény árfolyama geometrikus Brown mozgást követ. Ebből következik, hogy:
a) a részvény piaca gyengén hatékony,
b) a részvény piaca közepesen hatékony,
c) a részvény árfolyama nem lehet negatív,
d) a részvény hozama nem lehet negatív,
e) a részvény T időpontbeli árfolyama lognormális eloszlást követ,
f) a részényre szóló opció értéke Ito-folyamatot követ.
g) a részvény loghozamok normális eloszlású valószínűségi változók, bármely időtávra?
h) a részvény napi hozamai függetlenek?
i) a részvényárfolyam általánosított Wiener folyamatot követ?
j) a részvényárfolyam Ito-folyamatot követ?
k) a részvényre szóló európai call opció napi hozamai függetlenek?
l) a részvényre szóló európai call opció értéke Ito-folyamatot követ?

Megoldás:
a) igen
b) nem
c) igen
d) nem
e) igen
f) igen
g) igen
h) *igen*
i) *nem*
j) *igen*

k) *igen*
l) *igen*

9.5. Egy osztalékot nem fizető részvényre szóló, K=100 kötési árfolyamú európai call opcióból visszaszámított implicit volatilitás 20%, míg egy ugyanerre a termékre szóló, K=150 kötési árfolyamú európai call opcióból visszaszámított implicit volatilitás 22%. Arbitrázs- vagy spekulációs lehetőség ez a Black-Scholes modell feltételein belül, illetve a valóságban? Válaszát indokolja!

Megoldás:
Black-Scholes modell feltételein belül: arbitrázs /a második opció túl van árazva/
Valóságban: spekuláció (sztochasztikus volatilitás és kamatláb, a dinamikus fedezést nem lehet folytonosan csinálni). Nem teljesül a konstans volatilitás a valóságban, helyette a 'volatilitás-mosoly' figyelhető meg.

9.6. Milyen arbitrázsra van lehetőség (statikus-dinamikus), illetve fix vagy változó nagyságú nyereséget lehet realizálni az alábbi esetekben, ha fennállnak a BS-modell feltételei?
a) Sérül egy európai call opció alsó korlátja.
b) Nem áll fenn a Boksz-ügylet.
c) Nem áll fenn a BS-egyenlet.
d) Osztalékot nem fizető részvényre szóló, azonos lejáratú és azonos kötési árfolyamú európai és amerikai put opció ára megegyezik.

Megoldás:
a) statikus, változó
b) statikus, fix
c) dinamikus, fix
d) dinamikus, változó (dinamikus, mert menet közben figyelni kell és alkalomadtán lehívni az amerikai putot)

9.7. Egy részvényre szóló európai vételi (call) opció lejárata 1 év, lehívási árfolyama 100. Az alaptermék árfolyama jelenleg 110, volatilitása 20%, és a kockázatmentes logkamatláb évi 12% minden lejáratra. (Az alaptermék tartásából sem bevétel, sem kiadás nem származik az opció futamideje alatt.)
a) Mennyit ér az opció a Black-Scholes feltételek mellett?
b) Bontsa fel az opció értékét belső értékre, kamatértékre és görbületi értékre!

Megoldás:

a) *S/PV(K) =110/100*e*$^{-0,12}$ *= 0,9756*

$\sigma \cdot t^{0,5}=0,2$

*Call = 0,212*110 = 23,32*

b) belső érték= S - K =10

kamatérték= S - PV(K) - belső érték = 110 - 88,69 – 10 =11,31

görbületi érték=opció értéke-belső érték-kamatérték=2,01

9.8. Ha P1=0.9, T=1, S=100 Ft, σ=20% továbbá az alaptermék egy osztalékot nem fizet a részvény

a) Mennyit ér egy K=110 európai eladási jog Black-Scholes képlet szerint?

b) Bontsa fel a put opció értékét belső értékre, kamatértékre és görbületi értékre!

Megoldás:

*a) S/PV(K) =100/110*0,9 = 1,01*

$\sigma \cdot t^{0,5}=0,2$

*Call = 0,084*100 = 8,4*

Put= c + PV(K) - S =7,4

b) Belső érték= K – S=110-100 = 10

Kamatérték=-10

Görbületi érték=+7,4

9.9. Egy osztalékot nem fizető részvényre szóló, K=500 kötési árfolyamú, T=1 év futamidejű európai put opció pontosan kétszer annyit ér mint egy ugyanilyen call opció. A kockázatmentes effektív hozam r=25%, a részvény prompt árfolyama S=360. Mennyit érnek az opciók? Adóktól, partnerkockázattól és tranzakciós költségektől tekintsünk el! Mekkora a call opció implicit volatilitása az előző feladatban a Black-Scholes képlet alapján? Használja a BS-táblázatot!

Megoldás:

p=2c

put-call paritás alapján:

c – p + PV(K) = S

c – 2c + 400 = 360 ebből c = 40 és p=80

c/S=40/360=11,11%

S/PK=360/400=0,9

Táblázatból: $\sigma \approx 40\%$

9.10. Egy részvény félév múlva 20 Ft osztalékot fizet, prompt árfolyama 100 Ft. A kockázatmentes loghozam minden lejáratra 10%, a részvény indexmodell szerint számított várható hozama 20%, és volatilitása is 20%. Mennyit ér a fenti értékpapírra szóló egy év lejáratú európai call opció, amelyet K=100 Ft-ra kötöttek?

Megoldás:
Alaptermék most nem a prompt árfolyam, hanem a korrigált prompt árfolyam:
*S' = S-P*DIV = 100-20·exp(-0,5·0,1) = 80,98*
Használjuk a BS táblázatot:
$\sigma \cdot t^{0,5}=0,2$
S'/PK=80,98/(100·exp(-0,1))= 80,98/90,48=0,9
c=80,98·4%=3,24 Ft
BS képlettel számolva 3,10 Ft jön ki (az eltérést a kerekítés alkalmazása okozza).

9.11. A dollár/euro árfolyam geometrikus Brown mozgást követ μ és σ paraméterek mellett. Vezesse le, hogy milyen folyamatot követ az euro/dollár árfolyam, milyen paraméterekkel?

Megoldás:
dS=mű·S·dt+σ·S·dz
G=1/S *delta= -1/S²* *gamma= 2/S³* *theta=0*
dG= (-1/S·mű + 1/S·σ²)·dt-(1/S·σ)·dz *Ito-folyamat*

Nehezebb feladatok

9.12. Tegyük fel, hogy egy osztalékot nem fizető részvény árfolyama geometrikus Brown mozgást követ „μ” és „σ” paraméterek mellett. A kockázatmentes loghozamgörbe adott „r” pozitív szinten vízszintes. Egy futures kontraktus 100 részvényről szól. Vezesse le, hogy milyen folyamatot követ a részvényre szóló 1 kontraktusnyi long futures pozíció!

Megoldás:
Itô -lemma képlete:

$$dg = \left(\frac{\partial g}{\partial S}\mu S + \frac{\partial g}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)dt + \frac{\partial g}{\partial S}\sigma S dW$$

Q=1
P=exp(-r(T-t))*

*g(S) = 100*futures =100*(F – K) = 100*(QS/P –K) = 100*S/P – 100*K = 100*S*exp(r*(T-t)) – 100*K*

*delta= 100*exp(r*(T-t)) = 100/P; Gamma=0; Theta= -r *100* S*exp(r(T-t))= -100*rS/P*
*d_long_futures_kontraktus=(100*1/P*mű*S– 100*rS/P + 0)dt + 100*1/P*szigma*S*dW, ez is Ito-folyamat.*

9.13. Egy osztalékot nem fizető részvény azonnali árfolyama S dollár. A részvény geometrikus Brown mozgást követ μ és σ paraméterek mellett. Egy bank egy speciális certifikát kibocsátását tervezi. A certifikát egyetlen lényeges tulajdonsága, hogy azt a bank bármelyik banki napon S^2 dollár árfolyamon visszavásárolja. Vezesse le, milyen folyamatot követ a certifikát árfolyama!

Megoldás:
Fel kell ismerni a mese mögött, hogy ez egy Itô – lemma típusú feladat, ahol f=S^2 a függvény. Delta= 2S; Gamma=2; Theta=0 Ezután csak össze kell rakni az Ito-t:

$$dg = \left(\frac{\partial g}{\partial S} \mu S + \frac{\partial g}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial g}{\partial S} \sigma S dW$$

*df= (2S*mű*S+0+1/2*2*szigma^2*S^2)dt +2S*szigma*S*dW*
*df=((2mű+szigma^2)*S^2)dt+2*szigma*S^2*dW*
esetleg az S^2 helyére még be lehetne írni az f-et, de már így is látszik, hogy Ito-folyamat marad és a paraméterei is leolvahatóak

9.12. Az S&P500 futures kontraktus az indexérték 250-szereséről, az S&P500 mini futures pedig az indexérték 50-szereséről szól. Feltéve, hogy az S&P500 futures árfolyama geometrikus Brown mozgást követ μ és σ paraméterek mellett, vezesse le, hogy milyen folyamatot követ az S&P500 mini futures árfolyama!

Megoldás:
*Ez egy Itô – lemma típusú feladat, ahol f=1/5*S a transzformált függvény, ami elég egyszerűen deriválható:*
Delta= 1/5; Gamma=0; Theta=0

Ezután csak össze kell rakni az Ito-t a képlet alapján.

$$dg = \left(\frac{\partial g}{\partial S}\mu S + \frac{\partial g}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)dt + \frac{\partial g}{\partial S}\sigma S dW$$

*df= (1/5*mű*S + 0 + 0)dt + 1/5 *szigma*S*dW = 1/5 * (mű*S*dt + szigma*S*dW)*
Ez Ito-folyamat, ráadásul most még GBM is, sőt lényegében ugyanaz, mint az előző GBM „ötöde", az 1/5-ödös szorzó kiemelhető.

9.13. Feltéve, hogy az EURHUF árfolyam geometrikus Brown-mozgást követ μ és σ paraméterek mellett, vezesse le, hogy milyen folyamatot követ annak az ötezer forintos bankjegynek az értéke euróban kifejezve, amelyet egy turista elfelejtett a repülőtéren visszaváltani!

Megoldás:
S = USDHUF
g(S) = 5000/S, innen Ito-lemmával megoldható

Delta= -5000/(S^2)
Gamma = 10000 / (S^3)
Theta = 0
Ezután csak össze kell rakni az Ito-t a képlet alapján.

$$dg = \left(\frac{\partial g}{\partial S}\mu S + \frac{\partial g}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)dt + \frac{\partial g}{\partial S}\sigma S dW$$

*dg= (-5000*mű/S + ½* 10000/S*szigma^2)dt – 5000/S *szigma*dW*
*dg= (-5000*mű/S + 5000*(szigma^2)/S)dt – 5000/S *szigma*dW*
Ez Ito-folyamat, ami nem meglepő, hiszen az Ito-lemma pont erről szól.

9.14. Egy befektetési alap az Exxon részvények opciós piacán 500 kontraktus 85-ös európai put opciót vásárolt, melyek lejárata 6 hónap. Egy kontraktus 100 részvényről szól (multiplier = 100x). Az Exxon részvény azonnali árfolyama 90,65 dollár, volatilitása 32,50%, a kockázatmentes dollár hozam olyan alacsony, hogy a számítás során tekintsük nullának. Az opció lejáratáig az Exxon 2 alkalommal is fizetni fog 70 cent osztalékot. Mennyit fizetett az alap összesen az opciókért?

Megoldás:
BSM-táblázatból kikereshető, de figyelni kell, hogy most egyrészt van osztalék, másrészt put opció kell, a BSM tábla pedig call-ra jó

A (QS)=S=90,65-0,7-0,7=89,25*
P=1, mert a dollár hozam nullának tekinthető.

táblázat oszlopa: (QS)/(PK) = 89,25/85 = 1,05
*táblázat sora (0,5)^(0,5)*0,325=0,2298 = kb 0,23*

*táblaérték: 11,50, ez a QS százalékáan értendő, vagyis 11,50%*89,25=10,26375 dollár, node ez még csak a call opció értéke! A put opcióhoz kell a put-call paritás:*
fwd=call-put, vagyis QS-PK=call-put innen:
89,25-85=10,26375-put
put=6,01375 dollárba kerül 1 darab put opció, node az alap 500 x 100 = 50000 névértékben vásárolt, így összesen 300.687,50 dollárt fizetett.

10. Opciók 4. Devizaopciók, görög betűk

10.1. Mi az összefüggés egy azonos devizára szóló, azonos kötési árfolyamú és lejáratú európai call és put opció deltája, gammája és vegája között? Használja a szokásos jelöléseket (S, P, Q, K, c, p)!

Megoldás:

$delta_{put} = delta_{call} - Q$

$gamma_{put} = gamma_{call}$

$vega_{put} = vega_{call}$

10.2. A következő táblázat az opciós piac termékeiről készült, az XYZ részvényre szóló call opciókat számba véve:

	A		B	C
Érték	22,51		16,73	8,61
S	100		100	100
K	90		100	120
Szigma	0,3		0,3	0,3
r	0,1		0,1	0,1
t	1		1	1
Delta	0,80		0,69	0,45
Gamma	0,01		0,01	0,01
Theta	-9,95		-10,51	-9,58
Vega	28,17		35,51	39,60
Rho	57,29		51,82	36,44

Hogyan delta-gamma semlegesítené 100 db A opcióból álló portfólióját B és C opciók segítségével? Mennyibe kerül ez Önnek?

Megoldás:

$0=100\cdot 0,8+B\cdot 0,69+C\cdot 0,45$ $\quad B = -145,83$ ~ *short 146 db*

$0=100\cdot 0,01+B\cdot 0,01+C\cdot 0,01$ $\quad C = 45,83$ ~ *long 46 db*

$-46\cdot 8,61+146\cdot 16,73 = 2047$ *Ft bevétel*

10.3. A következő táblázat az opciós piac termékeiről készült, az XYZ részvényre szóló put opciókat számba véve:

	A	B	C	D
Érték	2,84	3,65	8,10	11,69
S	100	100	100	100
K	110	112	120	125
Szigma	0,1	0,1	0,1	0,1
r	0,12	0,12	0,12	0,12
T	1	1	1	1
Delta	-0,38	-0,45	-0,72	-0,84
Gamma	0,04	0,04	0,03	0,02
Theta	3,03	3,90	7,88	10,21
Vega	38,18	39,63	33,86	24,65
Rho	-41,17	-49,01	-79,78	-95,37

Hogyan delta-gamma-vega semlegesítené 100 db XYZ részvényre szóló K= 112 kötési árfolyamú Short Terpesz pozícióját A, C és D put opciók segítségével?

Megoldás:
A 112 kötési árfolyamú call értéke és szükséges értékei (érték a put-call paritás alapján; delta call = delta put +1; gamma call = gamma put; vega call = vega put):

	Call(112)
Érték	*4,32*
K	*112*
Delta	*0,55*
Gamma	*0,04*
Vega	*39,63*

Delta: $0=A\cdot(-0,38)+100\cdot(0,45-0,55)+C\cdot(-0,72)+D\cdot(-0,84)$
Gamma: $0=A\cdot 0,04+100\cdot(-0,04-0,04)+C\cdot 0,03+D\cdot 0,02$
Vega: $0=A\cdot 38,18+100\cdot(-39,63-39,63)+C\cdot 33,86+D\cdot 24,65$

A= -17,1 ~ *short 17 db*
C= 681,9 ~ *long 682 db*
D= -588,66 ~ *short 589 db*

10.4. Egy osztalékot nem fizető részvényre szóló opciókat tartalmazó portfólió jellemzőit foglalja össze a következő táblázat:

érték	2500
delta	-0,88
gamma	+0,02
vega	0,444

Mekkora a pozíció thetája, ha a loghozam minden lejáratra 8%, a részvény prompt árfolyama 800, volatilitása 20% és teljesülnek a Black-Scholes modell feltevései?

Megoldás:

Black-Scholes egyenlet:

$theta + r \cdot S \cdot delta + 0{,}5 \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot gamma = r \cdot f$

$Theta = 0{,}08 \cdot 2500 + 0{,}08 \cdot 800 \cdot 0{,}88 - 0{,}5 \cdot 0{,}04 \cdot 800^2 \cdot 0{,}02 = 0{,}32$

10.5. Egy osztalékot nem fizető részvény árfolyama geometrikus Brown mozgást követ μ=15% és σ=20% paraméterek mellett, a prompt árfolyam S=100. Egy, a részvényre szóló származtatott eszköz paramétereit a következő táblázat tartalmazza:

érték	13,29
delta	-0,622
gamma	+0,019
vega	+0,38
theta	+0,01
Rho	-0,755

Mekkora a logkamatláb, ha a Black-Scholes modell feltételei fennállnak?

Megoldás:

Black-Scholes egyenlet:

$theta + r \cdot S \cdot delta + 0{,}5 \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot gamma = r \cdot f$

Behelyettesítve:

$0{,}01 + r \cdot 100 \cdot (-0{,}622) + 0{,}5 \cdot 0{,}04 \cdot 10\,000 \cdot 0{,}019 = r \cdot 13{,}29$

ebből r=5,05%

10.6. Az A és a B portfólió ugyanazt az alapterméket és annak különböző derivatíváit tartalmazza eltérő összetételben. A két portfólió értéke megegyezik, mindkettő deltasemleges. Az A portfólió gammája azonban nagyobb mint a B portfólió gammája. Melyik portfóliónak nagyobb a thetája, ha a Black-Scholes feltételek fennállnak? Állítását indokolja!

Megoldás:
A Black-Scholes egyenlet igaz mindkét portfólióra. Mivel S, σ, r, f, delta azonos, látszik, hogy a nagyobb gamma kisebb thetával jár és fordítva. Tehát a B-nek nagyobb a thetája.

10.7. Alkalmazza a Black-Scholes egyenletet az osztalékot nem fizető részvényre szóló határidős vételi (long forward) pozíció értékére! Milyen összefüggésre egyszerűsödik le?

Megoldás:
BS-egyenlet:
$theta + r \cdot S \cdot delta + 0{,}5 \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot gamma = r \cdot f$
$delta = 1,\ gamma = 0,\ theta = -r \cdot P \cdot K$
Behelyettesítve és leegyszerűsítve azt kapjuk, hogy $f = S - P \cdot K$

10.8. Egy osztalékot nem fizető részvényre szóló K=150 kötési árfolyamú, 1 éves lejáratú európai put opció jellemzőit foglalja össze a következő táblázat:

Érték	0,1617
Delta	-0,0111
gamma	0,0007
Theta	-0,2259

Az alaptermék árfolyama jelenleg 200, volatilitása 20%. Mennyit ér az azonos részvényre és lejáratra európai call opció, ha a BS feltételi teljesülnek?

Megoldás:
A logkamatláb meghatározható a BS egyenlet alapján:
$theta + r \cdot S \cdot delta + 0{,}5 \cdot \sigma^2 \cdot S^2 \cdot gamma = r \cdot f$
$-0{,}2259 + r \cdot 200 \cdot (-0{,}0111) + 0{,}5 \cdot 0{,}2^2 \cdot 200^2 \cdot 0{,}0007 = r \cdot 0{,}1617 \quad r = 0{,}14$
A call opció értéke a put-call paritás alapján $c = S - PV(K) + p = 200 - 150 \cdot \exp(-0{,}14) + 0{,}1617 = 69{,}75796$

10.9. Egy portfólió 1000 db európai call és 1000 db európai put opcióból áll, melyek lehívási árfolyama egyaránt K=100, ugyanarra az alaptermékre szólnak, és egy év múlva járnak le. Az alaptermék egy osztalékot nem fizető részvény, melynek volatilitása σ=40%.

a) Milyen prompt árfolyam mellett lenne a portfólió értéke érzéketlen az alaptermék árfolyamának kismértékű változására, ha a Black-Scholes feltételek teljesülnek és a loghozamgörbe 12%-on vízszintes?
b) Mennyi lesz ekkor a portfólió gammája?

Megoldás:
a) azaz $delta_{portfólió}= 0$ *azaz* $1000\ delta_{call} + 1000\ delta_{put} = 0$
$delta_{call}= - delta_{put}= 0,5$
$d_1=0$
$\ln(S/K)+0,12+0,08=0$
$\ln(S/K)=-0,2$
$S=81,9$
b) $gamma_{call} = gamma_{put} = N'(0) / (S \cdot \sigma \cdot (T-t)^{0,5})=0,3989 / (81,9 \cdot 0,4)$
$=0,01217$
$1000*(gamma_{call} + gamma_{put}) = 24,3528$

10.10. A BSM modell geometrikus Brown-mozgást fetételez az alaptermékről, mégsem szerepel a μ sem a Black-Scholes egyenletben, sem a képletben. Miért?

Megoldás:
Mert a folyamatos dinamikus delta fedezés miatt a portfoliónk minden pillanatban kockázatmentes, ezért a mű helyett a kockázatmentes hozammal számolhatunk az arbitrázsmentes érvelés során.

10.11. Miért nem szerepel a Black-Scholes-Merton egyenletben a rhó és a vega?

Megoldás:
Mert a BSM modellben sem a kamat, sem a volatilitás nem változhat, ezért irreleváns az ezekre való érzékenység.

10.12. Mit jelent az implicit volatilitás és mit jelent a volatilitás mosoly?

Megoldás:
Ugyanarra a futamidőre, de más kötési árfolyammal rendelkező opciókból visszaszámított volatilitás ábrázolása a strike függyvényében jellemzően mosoly, vagy grimasz alakú.

10.13. Miért nem lehet egy plain vanilla call opció deltája nagyobb, mint 100%?

Megoldás:
Nagyon sokféle megközelítésből kijön. Mert a támasztóegyenes meredeksége 1 és ebbe konvergál bele, vagy mert az N(d1) képlet maximuma 1, vagy mert egy forwarddá alakul, ha nagyon ITM és a forward deltája Q…stb. Esetleg binomiális modellben is be lehet mutatni, hogy nem lehet az opcióban az állapotok közti különbség nagyobb, mint a részvényben.

10.14. Mutassa meg, hogy már két plain vanilla opciós pozíció segítségével elő lehet állítani egy olyan portfoliót, melynek a gammája pozitív, de a vegája negatív!

Megoldás:
Calendar spread könnyen ilyen tulajdonságú lesz.
Legegyszerűbb, ha veszünk egy 1 hetes ATMF call-t és eladunk egy 1 éves ATMF call-t ugyanakkora névértékben. A hosszabb opciónak a vegája sokkal nagyobb (abszolút értelemben), a rövidebbnek meg a gammája, így a gamma esetén a long pozció dominál, a vega esetén meg a short.

Nehezebb feladatok:

10.15. Az alábbi 4 plain vanilla opciós pozíció (A,B,C,D) mindegyikének az alapterméke ugyanaz az osztalékot nem fizető részvény. A kockázatmentes hozamgörbe 0%-on vízszintes, a részvény spot árfolyama 100 dollár. Melyik pozíció, melyik görög betűkhöz tartozik?

A. LC(T=1 hét, K=100)
B. SP(T=2 hét, K=100)
C. LP(T=3 hónap, K=90)
D. SC(T=6 hónap, K=120)

Melyik pozíció?				
delta=	-0,10	0,50	-0,13	0,49
gamma=	-0,01	0,14	0,02	-0,10
vega=	-0,13	0,06	0,10	-0,08
theta=	0,01	-0,08	-0,01	0,06

Megoldás:
Az előjelek alapján ki lehet találni. Például az „A” deltája biztos pozitív és a gammája és vegája is biztos pozitív, thetája meg negatív. Így adódik is a második oszlop. Akkro kizárásos alapon az utolsó oszlop már csak a „B” lehet, mert annak pozitív a deltája. Persze ellenőrzésként nézzük meg, hogy passzol-e a többi görög betű előjele: gamma negatív, vega negatív, theta pozitív, tökéletes short opciós pozíciónak. Maradt a „C” és a „D”, node mivel az egyik long a másik short, ezért a konvexitás jellegű görög betűkből máris adódik, hogy az elős oszlop az a „D” és a harmadik a „C”, hsizen a „C”-nek a gammája és vegája tuti pozitív, a „D”-nek meg tuti negatív.

10.16. Az alábbi 4 plain vanilla opciós pozíció (A,B,C,D) mindegyikének az alapterméke ugyanaz az osztalékot nem fizető részvény. A kockázatmentes hozamgörbe 0%-on vízszintes, a részvény spot árfolyama 100 dollár. Melyik pozíció, melyik görög betűkhöz tartozik?

A. LC(T=1 hét, K=105)
B. LC(T=6 hónap, K=100)
C. LP(T=2 hét, K=107)
D. SP(T=1 év, K=80)

Melyik pozíció?				
delta=	0,11	0,53	-0,96	0,04
gamma=	-0,01	0,03	0,02	0,03
vega=	-0,38	0,28	0,02	0,01
theta=	0,005	-0,015	-0,01	-0,017

Megoldás:
Először is érdemes megnézni, hogy melyik az egyetlen pozíció, aminek negatív a deltája! Csak az LP lehet ilyen, így a „C” egyből kiderült. Aztán a pozitív delták közül meg kell nézni, hogy hogyan viszonyulnak a 0 - 0,5 – 1 szintekhez. Az at-the money opciók abszolút deltája közel 50%, míg az ITM-eké 1-hez van közelebb, az OTM-eké pedig 0-hoz. Így máris adódik, hogy az ATM „B” opció helye a második oszlopban van.

Az első és a második oszlop között jelentős különbség, hogy az első egy short pozícióhoz tartozik a negyedik pedig egy long pozícióhoz, hiszen a gamma és vega előjele elárulja, hogy vettük, vagy adtuk a „konvexitást”. Így az első oszlop a „D”, a második az „A”.

10.17. Egy kereskedő az EURHUF devizapárra vonatkozóan 1 hónap futamidejű long straddle (terpesz) és 6 hónap futamidejű short straddle pozíciót nyitott úgy, hogy a pozíciók névértéke megegyezik, a pozíciók kötési árfolyama pedig az azonos lejáratra vonatkozó forward árfolyamnak felelnek meg. Más EURHUF pozíciója nincs.

a) Milyen előjelű ma a kereskedő gammája?

b) Milyen előjelű ma a vegája?

c) Nőne, vagy csökkenne ma a deltája, ha az EURHUF árfolyam *ceteris paribus* emelkedne?

d) A pozíciók létrehozásakor a kereskedő nettó kapott, vagy fizetett pénzt a prémiumok elszámolásakor?

Megoldás:

a)A gamma pozitív, mert az 1 hónapos At-the-money Forward (ATMF, K=F) straddle gammája nagyobb, mint a 6 hónaposé. Egyébként mindkettő straddle az adott futmidőhöz tartozó gamma maximumán van, ha K=F.

*b)A vega negatí**v**, mert az eladott 6 hónapos opciók vegája nagyobb, mint a megvett 1 hónaposaké. Szintén igaz, hogy az adott futamidőkre a vega maximumán vannak most az opciók, mert K=F.*

c)Nőne a deltája. Ez a kérdés az a) pont értelmezése, pont a gamma előjele mondja meg, hogy milyen irányba változik a delta, ha a spot változik.

d)Pénzt kapott a pozíció létrehozásakor. A megvett straddle biztosan olcsóbb, mint az eladott, mert rövidebb a futamideje és mindkét straddle logikailag ugyanaz, hiszen mindkettő ATMF (tehát nem egyezik meg egymással a kötési árfolyamok, hanem mindegyik a saját futamidejéhez tartozó forwarddal megegyező kötési árfolyamú).

10.18. Egy opciós árjegyzőtől megvásároltak 20 kontraktusnyi, „X” részvényre szóló, 190-es kötési árfolyamú, 3 hónap futamidejű, európai put opciót. Egy opciós kontraktus 100 részvényre szól. Az „X” részvény volatilitása 30%, nem fizet osztalékot, a 3 havi kockázatmentes dollár loghozam 0,25%. A részvény azonnali árfolyama 198 dollár.

a) Számítsa ki, hogy hány darab részvényt kellene eladnia, vagy megvennie ahhoz, hogy deltasemleges legyen (a feladat megoldásához használja a kiosztott Normális-eloszlás táblázatot)!

Feltéve, hogy a kereskedő végrehajtotta az a) pontban kiszámolt kezdeti delta fedezést, rövid indoklással válaszoljon az alábbi kérdésekre:

b) Eladnia, vagy vennie kell még a részvényből, ha a spot árfolyam 190-re esik?

c) Eladnia, vagy vennie kell még a részvényből, ha a volatilitás 20%-ra esik?
d) Nyer, vagy veszít a kereskedő, ha a volatilitás 35%-ra emelkedik?
e) Mekkora részvénypozíciója van a kereskedőnek, ha végig dinamikusan delta fedezte a pozícját és lejárat előtt pár perccel a részvény árfolyama 172?

Megoldás:
a) A long put opció deltája -(1-N(d1), a short puté ennek a -1-szerese. Normális eloszlás táblázat segítségével adódik

*d1 = (ln(S/K)+r+0,5*szigma^2*(T-t)) / (szigma*gyök(T-t))*
*d1=(ln(198/190)+(0,25%+0,5*0,3^2)*(1/4))/(0,3*(1/4)^(0,5)) = 0,3541, viszont a táblázat úgyis csak 2 tizedesjegyig van megadva, tehát N(0,35)-öt kell kikeresni, vagyis N(d1)=0,6368*

*Vagyis a short put pozíció deltája =-20*100*(-1)*(1-0,6368)=726,4 részvény. Tehát 726 darab részvényt kellene eladni (shortolni).*

c) eladnia kell még részvényt, például mert short gammája van és esett az árfolyam, amitől nőtt a deltája, gy a kezdeti 711 darab short már nem elég.

d) vennie kellene, mert abszolút értékben csökken az opciós pozíció delátja, hiszen ez egy OTM pozi és csökkent a volatilitás. Tehát 20%-os volatilitás mellett a 711 darab short már túl sok, elég lenne csak mondjuk 600.

e) veszít, mert negatív volt a vegája
f) ekkor már 2000 darab short pozija kell legyen, mert tuti ráhívják a 190-es put-ot.

10.19. Az EURHUF spot árfolyama 303, a fél éves diszkontfaktorok euróban 0,9950, forintban 0,9850, az EURHUF devizaárfolyam volatilitása 7%. Hány forintba kerül egy olyan opciós jog, melynek a tulajdonosa fél év múlva 3 milliárd forintra cserélheti 10 millió euróját?

Megoldás:
K=3000/10 = 300
Q=0,9950
P=0,9850
oszlop=(QS)/(PK)=301,485/295,50= kb 1,02
*sor= szigma*gyök(T-t) = 0,07*(0,5)^(0,5)=0,0494977 = kb 0,5*

*BSM-tábla értéke 3.1, ez a QS százalékában értendő, vagyis a call opció díja 301,485*3,1%=9,346035 forint lenne, ha 1 euró lenne a névérték, de itt 10 millió a névérték, tehát 93.460.350 forint lenne a call. (kerekítést is fogadjunk el)*
*Node nekünk a put kellene: fwd=call-put, vagyis 10 mio *(QS-PK)= 93460350 –put, innen: put=33.610.350 forint*

10.20. A spot EURHUF árfolyam 293,50, a három hónapos kockázatmentes loghozam forintban 4,25%, euróban 0,35%, az EURHUF három havi implicit volatilitása 10%. Hány forintba kerül most a bankközi piacon egy 150.000 euró névértékre szóló, 285,00 kötési árfolyamú, három hónap futamidejű európai EUR put/HUF call opció (az opció tulajdonosának EUR eladási joga van)?

Megoldás:
S=293,50
K=285
r_log_HUF= 4,25%
q_log_EUR= 0,35%
P= 0,9894
Q=0,9991
Szigma = 10%
T=3/12 év

(QS)/(PK) = kb 1.04
*Szigma*gyök(T) = kb 0.05*

*BS táblából adódik a három hónapos 285.00-ás call ára: 4,5%, vagyis 293,50*0,045=13,2075 forint euronként*
Ebből put-call paritással lehet megtudni a put árát:
Fwd = call-put
*Put=call-fwd = call-QS+PK = 13,2075-0,9991*293,50+0,9894*285 = 1,95065*
majd 150.000-res névértékkel ezt fel kell szorozni: 292.5975

10.21. Egy bank vásárolt 5 millió EUR call/HUF put és 5 millió EUR put/HUF call pozíciókból álló, 3 hónap futamidejű ATMF (at-the-money-forward, vagyis K=F) straddle-t. Az EURHUF volatilitása 10%, a spot árfolyam 307, a 3 hónapos határidős árfolyam 308,50, az éven belüli lejáratokra az euró hozama olyan alacsony, hogy a számítás során tekintsük nullának. Hány forintot fizetett ezért a pozícióért összesen?

Megoldás:

(QS)(PK) = F/K = 1, hiszen ATMF pont ezt jelenti. Ez az oszlop kell a BSM-táblából*

*Szigma*gyök(T-t)=0,1*0,25^0,5 = 0,05, ez a sor kell a BSM-táblából.*

*Táblaérték= 2, ez a QS százalékában értendő, vagyis 2,00%*1*307 = 6,14 forint a call opció fajlagos díja. 5 millió call opció díja 5mio x 6,14 = 30,7 mio forint.*

A put opció pedig a put-call paritásból lehet kiszámolni. Persze csak akkor kell számolni, ha nem jön rá valaki, hogy triviálisan call=put, hiszen a straddle ATMF, tehát a put=6,14. Ha erre nem jön rá, akkor kelleni fog neki a P, és emiatt kellett megadni az F=308,50-et, mert F=(QS)/P, de most Q=1, tehát P=S/F=0,9951

*fwd=call-put; QS-PK=call-put; put=call-QS+PK=6,14-307+0,9951*308,50 = kb 6,14 (nyilván elrontja a játékot, ha a P-nél kerekítettünk)*

Tehát a put opció is 6,14-et ér, vagyis 5 milliónyi put szintén 30,7 milliót ér, így az egész straddle együtt 61,4 millió forintot ér.

10.22. Az USDJPY spot árfolyam 124,80. Egy bank éppen most vásárolt egy olyan USD call/JPY put opciót, mely lehetővé teszi, hogy 3 hónap múlva 15 millió USD-t vásárolhasson 1,95 milliárd JPY-ért. A bank az opcióért összesen 22,5 millió JPY-t fizetett. A számítások során feltehető, hogy a BSM-modell feltevései fennállnak. A dollár és a jen hozamgörbe 0%-on vízszintesnek tekinthető. Mekkora USDJPY implicit volatilitás mellett vásárolta meg a bank az opciót?

Megoldás:

Az opció névértéke 15 millió USD, kötési árfolyama 1950/15=130=K.

Az opció fajlagos értéke: 22,5 mio JPY / 15 mio névérték = 1,5 JPY a névértékben szereplő dolláronként. A BSM-táblában az opciós értékek a QS százalékában értendők, vagyis most 1,5/124,80 = 1,2019%, ami kb 1,20%, tehát a táblaérték, amit keresünk: „1,20”.

A BSM-tábla oszlopa adódik a (QS)/(PK) = 124,80/130 = 0,96

*A BSM-táblának az a sora, amelyiknél a 0,96-os oszlopban „1,20” érték van: 0,07. Mivel ez a szigma*gyök(T-t), ezért adódik, hogy 0,07 = implied_volatility * (0,25)^(0,5), azaz: implied_volatility = 14%*

10.23. A GBPHUF spot árfolyam 433,40. Az 1 éves GBP és HUF diszkontkincstárjegyek árfolyama rendre 99,50% és 98%. A számítások során feltehető, hogy a BSM-modell feltevései fennállnak és a GBPHUF volatilitása 13%. Egy bank éppen most vásárolt egy olyan GBP put/HUF call opciót, mely lehetővé teszi, hogy 1 év múlva 5 millió GBP-t adhasson el 2 milliárd HUF-ért.

a) Hány forintot ér az opció?

b) Mekkora spot GBPHUF pozíciót kellene felvennie a banknak, ha a put opció vásárlása után deltasemlegesíteni szeretné a portfolióját? (Használja a kiosztott normális-eloszlás táblázatot!)

c) Nagyobb, vagy kisebb lenne az opció gammája, ha most a GBPHUF spot árfolyam 395 lenne, és az opció minden paramétere változatlan maradna?

Megoldás:

a) Az opció névértéke 5 millió GBP, kötési árfolyama 2000/5=400=K. Nehézséget jelent, hogy ez egy PUT opció, a BSM tábla pedig call opciókról szól, tehát kell majd put-call paritást is haszálni.

*A BSM tábla oszlopa: (QS)/(PK)=(99,50%*433,40)/(0,98*400)=1,10*
A BSM tábla sora: 0,13
*A BSM táblaérték: „10,8”, ez a QS százalékában értendő, vagyis most call=10,8%*99,50%*433,40=46,57 forint*
QS-PK = fwd = call- put
*99,50%*433,40-0,98*400 = 46,57 – put, innen a put=7,337 forint*
A teljes 5 millió GBP névérétkű opció 5 milliószór ennyit ér, vagyis 36.685.000,- forintot ér.

*b) LP pozícióban van, ezért a deltája negatív, vagyis long GBPHUF spot pozi kell neki. Node a kérdés az is, hogy mennyi? Elsőre is látszik, hogy ez egy OTM put, hiszen a forward kb 440 körül van, ez a strike pedig csak 400-on, vagyis biztosan kevesebb spot pozició kell mint 50%*5 mio*
A put deltájának képlete:

$$-(1-QN(d_1))$$

Ennek az 5 milliószorosa lesz a keresett érték, hiszen itt még a névértékkel be kell szorozni.
*d1= (ln((99,50%*433,40)/(0,98*400)=)+0,5*(0,13^2)*1)/(0,13*1)= 0,7987= kb 0,80*
A normális-eloszlás táblázatból látszik, hogy:
N(d1) = N(0,80) = 0,7881

*Az LP becsült deltája: -(1-99,50%*0,7881) *5000000=-1.079.202,50, vagyis kb 1,1 milliónyi GBPHUF-ot kellene venni a kezdeti deltafedezéshez.*

c) Nagyobb. Ha a spot 395 lenne, akkor a (QS)/(PK), vagyis a moneyness majdnem pont 1 lenne, vagyis az opció majdnem ATMF lenne a mostani egyértelműen OTM helyett. Node akkor a lehető legnagyobb a gammája, tehát biztosan nagyobb lenne a gamma.

11. Amerikai és exotikus opciók árazása a binomiális modellben

11.1. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama 100 Ft, amely évente vagy megduplázódik vagy a felére csökken. Az állampapír-piaci (effektív) hozamgörbe 10%.
a) Mennyit ér egy 2 év futamidejű, amerikai típusú, K=200-as kötési árfolyamú put opció?
b) Milyen értékeket vehet fel a fenti put opció deltája a futamidő alatt?

Megoldás:
a) p=0,6/1,5=0,4
Részvény:

100	*200*	*400*
	50	*100*
		25

Put opció kifizetései:

100	*0*	*0*
	150	*100*
		175

Put opció:

101,65	*54,55*	*0*
	150 (131,82)	*100*
		175

(100 · 0,4 + 175 · 0,6)/ 1,1 = 131,82
Mert az első év végén, ha az árfolyam 50, akkor le kell hívni. (150>131,82)
b) delta:
(54,55-150)/(200-50)=-95,45/150= -0,6363 *(0-100)/(400-100)=-1/3*
(100-175)/(100-25)= -1

11.2. Egy osztalékot nem fizető részvényre szóló amerikai típusú eladási opció lejárata 1 év, lehívási árfolyama 250 Ft. A részvény binomiális mozgást követ Δt=0,5, u=1,25 és d=1/u paraméterekkel, azonnali árfolyama 200Ft. A kockázatmentes loghozam minden lejáratra 12%. Mennyit ér az opció?

Megoldás:

$$p = \frac{e^{r*\Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{0,5\cdot 0,12} - 0,8}{1,25 - 0,8} = 0,5819$$

Részvény

	T=0	t=0,5	T=1
			312,5
		250	
	200		200
		160	
			128

Amerikai put opció

	T=0	t=0,5	T=1
			0
		19,69	
	50		50
		90	
			122

p=50. Az amerikai opciót T=0 pillanatban rögtön érdemes lehívni, mert belső értéke 50, ami magasabb, mint 46,23

11.3. Egy osztalékot nem fizető részvény árfolyama ma 1200, ami egy év alatt vagy megduplázódik, vagy a felére csökken, a kockázatmentes hozam 25%.

a) Mennyit ér egy a részvényre szóló, két éves ATM amerikai put opció?

b) Írja pontosan, hogy mit tesz, ha a feladatban szereplő opciót 300-ért lehet adni-venni! Mennyi részvénye és betéte/hitele lesz az egyes csomópontokban?

Megoldás:

a) q=(1,25-0,5)/(2-0,5)=0,5

Részvény

1200	2400	4800
	600	1200
		300

Opció:

240	0	0
	600 (360)	0
		900

900 · 0,5 / 1,25=360

ha az árfolyam lefelé mozdul el, már az első évben lehívja az opció

b) Eladom az opciót és szintetikusan előállítja részvény-eladással és betéttel.

Delta0=-600 / (2400 - 600) = -1/3 *SP+deltaSU+betét*

1	*t=0*	*t=1 (fel)*	*t=1(le)*
SP	*+300*	*0*	*-600*
SU (-1/3)	*+400*	*-800*	*-200*
Betét	*-700*	*+875*	*+875*
Arbitrázsprofit	*0*	*+75*	*+75*

11.4. Egy részvény jelenlegi árfolyama 100, a részvény nem fizet osztalékot. A CRR modell felhasználásával árazzon be egy 170 kötési árfolyamú, 1 éves amerikai eladási opciót, ha az AD árak az alábbiak:

	PAD
Csökkenés	0,5455
Emelkedés	0,3636

A hozamgörbe vízszintes.

Megoldás:
Az AD árak összege 0,9091. Ez az egyéves DF. Ebből az effektív hozam: 10%.
0,3636-ból az állapotvalószínűség: 0,3636 · 1,1=0,4. Ebből a q=0,4.
Mivel p=(1,1 - 1/u) / (u - 1/u), ebből az u=2
vagy 110 = 0,4 · u · 100 + 0,6 · 100/u -ból u=2
Ezután fel lehet írni a binomiális fát. Részvény:

100	*200*
	50

Put opció

70 (65,45)	*0*
	120

Másképp: 120·0,5455=65,46, ennél nagyobb az azonnali lehívás haszna 70.
Az amerikai eladási opció díja 70.

11.5. Egy osztalékot nem fizető részvény prompt árfolyama 100 Ft, amely évente vagy megduplázódik vagy a felére csökken. Az állampapír-piaci (effektív) hozamgörbe 10%. Mennyibe kerül egy 3 éves európai call opció, ha delta-t=1 év és a kötési árfolyam a legalacsonyabb és a legmagasabb árfolyam átlaga?

Megoldás:
q = (1,1-0,5)/(2-0,5) = 0,4

Részvény

100	*200*	*400*	*800*
	50	*100*	*200*
		25	*50*
			12,5

Lehetséges utak és hozzájuk tartozó kötési árfolyamok, valamint opcióértékek

1) 100	*200*	*400*	*800*	*K=450*	*c=350*
2) 100	*200*	*400*	*200*	*K=250*	*c=0*
3) 100	*200*	*100*	*200*	*K=150*	*c=50*
4) 100	*50*	*100*	*200*	*K=125*	*c=75*
5) 100	*200*	*100*	*50*	*K=125*	*c=0*
6) 100	*50*	*100*	*50*	*K=75*	*c=0*
7) 100	*50*	*25*	*50*	*K=62,5*	*c=0*
8) 100	*50*	*25*	*12,5*	*K=56,25*	*c=0*

Az opció értéke: $[(350\cdot 0,4^3)+(50+75)\cdot 0,4^2\cdot 0,6]/1,1^3 = 25,845$

11.6. Önt egy derivatív eszköz árazására kérik fel. Az eszköz futamideje 2 év, a futamidő végén a kifizetés egy adott alaptermék 1. és 2. év végi árfolyamának átlaga lesz. Az alaptermék árfolyama binomiális (CRR) mozgást követ $\Delta t=1$ és $u=2$ paraméterek mellett, jelenlegi árfolyama 100, a kockázatmentes hozam évi 25%. Mennyit ér ma ez a derivatív eszköz?

Megoldás:
Részvény:

100	*200*	*400*
	50	*100*
		25

q= (1,25 - 0,5) / (2 - 0,5) = 0,5

lehetséges utak és valószínűségek:
uu: (200 Ft + 400 Ft) / 2 = 300 Ft – 0,25
ud: (200 Ft + 100 Ft) / 2 = 150 Ft –0,25
du: (50 Ft + 100 Ft) / 2 = 75 Ft –0,25
dd: (50 Ft + 25 Ft) / 2 = 37,5 Ft – 0,25
Innen a várható érték: 140,625, a jelenérték: 90

11.7. Mi az Arrow-Debreu árak kapcsolata a diszkontkincstárjegy árfolyamával és miért nem lehet az Arrow-Debreu árakat amerikai opciók árazásához használni?

Megoldás:
Az AD-árak összege kiadja a DKJ árfolyamát, hiszen a DKJ minden jövőbeli világállapotban fizet 1-et, vagyis olyan, mintha az összes AD terméket megvettem volna.
Az amerikai opció a korai lehívhatóság miatt nem T-termék, míg az AD termékek T-termékek, nem lehet belőlük kirakni. Az AD-termékekel nem lehet útvonalfüggő opciókat árazni, mert ők érzéketlenek az útvonalra.

11.8. Mutasson példát olyan esetre, amikor egy amerikai call opció jelentősen többet ér, mint egy minden más paraméterében megegyező európai call!

Megoldás:
Ha az alaptermék osztalékot fizet, vagy a base currency hozama angyobb, mint a secondary currency-é, akkor nagyon sokat érhet a korai lehívhatóság

11.9. Mutasson olyan esetet, amikor az amerikai call opciót lejárat előtt érdemes lehívni!

Megoldás:
Az európai call opció időértéke alapesetben mindig pozitív, és a korai lehívással az amerikai esetén is csak a belső értéket kapjuk meg, tehát valami extrának kell történni. Ilyen például egy időértéket meghaladó mértékű osztalék. Az osztalék kifizetése előtt megérheti lehívni az opciót, mert akkor még osztalékszelvénnyel együtt kapjuk meg a részvényt. Tehát le kell ellenőrizni, hogy az így kapott belső érték többet ér-e, mint az osztalékfizetés után az opció és ha igen, akkor a korai lehívás indokolt.

Nehezebb feladatok

11.10. Egy részvények árfolyama ma 100 dollár, mely, egy modell szerint, binomiális mozgást követ, $\Delta t=1$ év, $u=2$ és $d=1/u$ paraméterekkel. A részvény nem fizet osztalékot, a kockázatmentes dollár effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes. Mekkora ma egy 3 év futamidejű, 80-as kötési árfolyamú, amerikai put opció deltája?

Megoldás:

u	2,0000
d	0,5000
S	100,00
K	80,00
r	10,00%
dt	1,0000
implied_vol	69,31%
DF(dt)	0,9091
p	0,4000

Részvényfa			
			800,00
		400,00	200,00
	200,00	100,00	50,00
100,00	50,00	25,00	12,50

csak ezen a két helyen lehet korai lehívás

Európai put fa			0,00
		0	0,00
	8,9256	16,36	30,00
20,69121	31,983	47,73	67,50

Belső érték fa			0,00
		0,00	0,00
	0,00	0,00	30,00
0,00	30,00	55,00	67,50

itt megéri korábban lehívni

Amerikai put fa			0,00
		0	0,00
	8,93	16,36	30,00
22,8550	35,95	55,00	[redacted]

korai lehívás

Delta =	**-0,1802**

11.11. Egy részvény azonnal árfolyama 100 dollár, mely egy modell szerint binomiális mozgást követ, $\Delta t=1$ nap, $u=1{,}02$ és $d=1/u$ paraméterekkel. A részvény a következő héten nem fizetnek osztalékot. A kockázatmentes effektív hozamgörbe 0%-on vízszintes.

a) Mennyit ér egy $T=3$ nap futamidejű, $K=99$ kötési árfolyamú, európai call opció?

b) Hány darab részvényt vegyen, vagy adjon el a delta-fedezés során az a bank, amelyik ügyfeleinek az a) pontban lévő opcióból 1 millió darab részvényre szóló névértékben adott el?

c) Mennyit érne az a) pontban lévő opció, ha lenne egy olyan „Knock-Out-at-Expiry” tulajdonsága, amely esetén az opció közvetlenül a lehívás előtt megsemmisül, ha lejáratkor a részvényárfolyam eléri a 105 dollárt?

u	1.0200
d	0.9804
S	100.00
r_eff	0.0000%
dt = 1/365	0.0027397
implied_vol	37.83%
DF(dt)	**100.0000%**
K	99.00
q	0.4950495
	itt éppen lehetne q=0,5-tel is számolni, kerekítve, akkor picit más eredmények jönnek ki, de nagyságrendileg nem tér el

részvényfa			
			106.12
		104.04	102.00
	102	100	98.04
100.00	98.04	96.12	94.23

K=99 vanilla call			
			7.1
		5.04	3.0
	3.24	1.49	0
1.98	0.74	0	0

a) Tehát 1,98 (kb 2) dollárt ér a vanilla call opció.

K=99 vanilla call deltája			1
		1	1
	0.88	0.76	0
0.63	0.38	0	0

b) A bank SC pozícióban van, tehát vegyen 630000 darab részvényt a delta fedezéshez

K=99 call, KO-at-Expiry=105			
			0.0
		1.514851	3.0
	1.50	1.49	0.0
1.11	0.74	0	0.0

c) Tehát 1,11 dollárt ér a KO-at-Expiry opció

Abban tér el egymástól a vanilla call és a KO-at-Expiry call, hogy a legjobb kimenetelt a KO-at-Expiry nem

11.12. Egy részvény árfolyama ma 100 drachma, mely, egy modell szerint, binomiális mozgást követ, $\Delta t=3$ hónap, $u=1,25$ és $d=1/u$ paraméterekkel. A részvénynem fizetnek osztalékot. A kockázatmentes drachma effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes. Egy 9 hónap futamidejű No-touch bináris opció akkor fizet lejáratkor 10 000 drachmát, ha a futamidő alatt a részvények árfolyama végig 70 drachma felett van.

a) Mennyit ér ma ez az opció?

b) Ha most megvesznek tőlünk fair áron egy ilyen opciót és az így kialakult pozíciónkat delta-fedezni szeretnénk, akkor hány darab részvényt kellene megvenni/eladni?

Megdolás:

Az biztos, hogy ez az opció útvonalfüggő (path dependent), hiszen a lejáratkori árfolyam mellett az is számít, hogy az útvonal során volt-e 70 dollár alatt.

u	1.2500
d	0.8000
S	100.00
r	10.00%
dt	0.25
implied_vol	44.63%
DF(dt)	0.9765
payout	10000
NT barrier	70
p	0.4980

Részvényfa			
			195
		156	125
	125	100	80
100	80	64	51.20

	binary NT_70 fa		10000
		9765	10000
	9534.6259	9765	10000
6964.2202	4748.5337	0	0

erősen útvonalfüggő, a kiütődéseket egyből lenullázzuk

A zöld azért lehet 10k, mert ha 100-as részvényárfolyamból jövök, akkor ennyi lesz, ha meg a 64-ből, akkor azt úgyis kinulláztuk már

b) A longnak a deltája (9534,6-4748,5)/(125-80)=106,36 = kb 106 darab részvény, tehát ha megvesznek tőlünk egy ilyen NT opciót, akkor azzal érdemes kezdeni, hogy 106 részvényt azonnal megveszünk, hogy a short NT által kialakult short részvény érzékenységünket ezzel kompenzáljuk.

11.13. Egy részvény árfolyama ma 100 drachma, mely, egy modell szerint, binomiális mozgást követ, Δt=1 év, u=2 és d=1/u paraméterekkel. A részvény nem fizetnek osztalékot. A kockázatmentes drachma effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes. Egy 3 éves bermuda put opció lehetővé teszi, hogy 120-as árfolyamon eladjunk 1 darab részvényt. Az opció bermuda jellege abban nyilvánul meg, hogy két alkalommal van lehetőség az opció lehívására: vagy a 2. év végén, vagy lejáratkor. (Ha egyszer már lehívták az opciót, akkor később már nem lehet.)

a) Mennyit ér ma ez a bermuda put opció?
b) Mekkora a bermuda put opció deltája?

Megoldás:

A bermuda opció átmenet az amerikai és az európai között: lejárat előtt is lehívható alkalmanként, de nem mindig, csak előre megadott napokon. Ilyen értelemben ezt a bermuda opciót nagyon hasonlóan kell kezelni, mintha amerikai lenne, de még egyszerűbb is, hiszen a korai lehívást csak a 2. év végén kell leellenőrizni.

u	2,0000
d	0,5000
S	100,00
r	10,00%
dt	1,00
implied_vol	69,31%
DF(dt)	0,9091
K	120
p	0,4000

részvényfa			
			800
		400	200
	200	100	50
100	50	25	12,50

európai put fa			
			0
		0,00	0
	20,83	38,18	70
40,17	59,75	84,09	107,50

belső érték fa			
			0,00
		0,00	0,00
	0,00	20,00	70,00
20,00	70,00	95,00	107,50

A zöld esetekben nem éri meg a korai lehívás, ezért "európaiként" tovább megy.
A sárga esetben megéri a korai lehívás.

bermuda put fa			
			mindegy
		0,00	mindegy
	20,83	38,18	mindegy
43,41	65,70	95,00	mindegy

árazás szempontjából mindegy, hogy mi történik lejáratkor, elég, ha tudjuk, hogy a 2. év végén mennyit ér, úgyis abból számoljuk ki visszafelé

put delta ma '=(20,83-65,70)/200-50)= -0,2992 =kb -30%

12. Opciós jogokat tartalmazó kötvények, MBS, Warrant, Bull CD

12.1. Milyen opciós pozíciót rejtenek az alábbi kötvények (long vagy short, call vagy put, illetve milyen alaptermékre szól az opció) a befektető szempontjából? Milyen előjelű az egyes kötvények esetében az OAS?

a) visszahívható államkötvény
b) visszaváltható államkötvény
c) kockázatos vállalati kötvény
d) átváltható vállalati kötvény
e) visszaváltható vállalati kötvény

Megoldás:

a) short call a kötvényre, pozitív
b) long put a kötvényre, negatív
c) short put a vállalati eszközértékre, pozitív
d) long call a vállalat részvényére, neg; és persze short put a vállalati eszközértékre, pozitív tehát nem tudni, hogy milyen előjelű az OAS
e) long put a kötvényre, pozitív, short put a vállalati eszközértékre negatív, tehát nem tudni, hogy milyen előjelű az OAS

12.2. Egy kétéves, évente egyszer fix kamatot fizető visszahívható kötvényt ma bocsátottak ki. A piac a kötvényt +3%-os OAS mellett, névértéken jegyezte le. Az effektív hozamgörbe 10%-on vízszintes.

a) Mekkora a kötvény névleges kamatlába?
b) Milyen opciót rejt magában a kötvény?
c) Mennyit ér ez az opció?

Megoldás:

a) 13%
b) A kibocsátónak van egy LC-ja (a vállalati kötvényt visszavásárolhatja) és egy LP-ja (csődopció). A vásárlónak egy SC-ja, és egy SP-ja ebből adódóan.
c) 13/1,1 + 113/(1,1·1,1) = 105,2 ezért az opció értéke 5,2

12.3. A XYZ Rt. kötvényeitől a piacon 200 bázispont kockázati felárat várnak el minden futamidőre, miközben a kockázatmentes loghozamgörbe 12%-on vízszintes. A vállalat ma bocsátott ki egy 3 éves futamidejű, egy összegben törlesztő, 20% névleges kamatozású, 100 Ft névértékű visszahívható kötvényt, amely évente egyszer fizet kamatot. A piac a kötvényt névértéken jegyezte le.

a) Milyen rejtett opciós pozíciókat tartalmaz ez a kötvény?
b) Mennyire értékelte a piac ezeket az opciókat összességében?

Megoldás:
a) visszahívási jog: SC csődopció: SP
b) Ha a kötvényt az állam bocsátotta volna ki:
P = 20·exp(-0,12)+ 20·exp(-0,24)+ 120·exp(-0,36) = 117,19
Ha a kötvény nem lett volna visszahívható, de a vállalat bocsátotta volna ki, akkor az ára:
P = 20·exp(-0,14)+ 20·exp(-0,28)+ 120·exp(-0,42) = 111,35
A kötvény piaci ára:
P = 100
A beágyazott opciók árai:
Csődopció: 117,19 - 111,35 = 5,84
Visszahívhatóság: 111,35 – 100 = 11,35

12.4. Egy 500 millió dollár értékű jelzálog-hitel alapot értékpapírosítanak ugyanannyi darab „A" típusú CMO-t (600$-os árfolyamon), mint „B" típusút (1400$-os árfolyamon). Mindkét típus azonos pénzáramlást biztosít, csak abban van különbség, hogy „B" típusú papírok tulajdonosai mindaddig védettek az idő előtti törlesztéstől, amíg az „A" típusú kötvények léteznek.
a) Hány darab „A" és „B" típusú papírt bocsátottak ki?
b) Valaki azt állítja, hogy ha néhány kötvényt átminősítettek volna a másik csoportba, akkor az „A" típusú kötvényeket 200, a „B" típusú kötvényeket 400 dollárral magasabb árfolyamon lehetett volna eladni. Lehetséges-e ez? Hogyan?

Megoldás:
a) X·600+X·1400=500 000 000 => X= 250 000 db
b) (250 000+Y) ·800 + (250 000-Y) ·1800 = 500 000 000 Y=150 000

12.5. Egy vállalatnak 1 db részvénye van forgalomban, melynek árfolyama jelenleg 1000 Ft, idegen tőkéje nincsen. A vállalat most tervezi 1 db 1 éves futamidejű, 1000 Ft kötési árfolyamú warrant kibocsátását. A vállalati eszközérték 1 év alatt vagy megduplázódik vagy megfeleződik. A kockázatmentes effektív hozam minden lejáratra 25%. Mennyi lenne a warrant egyensúlyi kibocsátási ára?

Megoldás:
V=1000+w
Felmegy: warrant értéke=(2000+2w+1000)/2-1000

Lemegy: warrant értéke=0 (másképp nincs megoldás, be lehet látni)
$w=(500+w)\cdot 0{,}5/1{,}25$ *ebből* $w=333{,}33$

12.6. Egy vállalatnak 30 db részvénye van forgalomban, idegen tőkéje nincs. A vállalat tegnap bocsátott ki 45 darab egyéves futamidejű, K=80 kötési árfolyamú warrantot 40 Ft-os áron. A kibocsátás előtt a részvény árfolyama 100 Ft volt. A vállalati eszközérték binomiális (CRR) mozgást követ, ahol a periódushossz 1 év, u=2. A kockázatmentes hozam minden lejáratra évi 10%. Alul vagy felülárazott volt a warrant?

Megoldás:
$q=(1{,}1-0{,}5)/(2-0{,}5)=0{,}4$
$V(0) = 30\cdot 100+ 45\cdot 40 = 4800$; $V(1)(u) = 2\cdot 4800 = 9600$; $V(2)(d) = \frac{1}{2}\cdot 4800 = 2400$
Egy részvény értéke esetleges lehívás után:
$S(1)(u) = (9600 + 45\cdot 80)/(30+45) = 176$; $S(1)(d) = (2400 + 45\cdot 80)/(30+45) = 80$;
Warrant éréke lehíváskor: $w(1)(u)= 176 – 80 = 96$; $w(1)(d)= 80 – 80 = 0$
$w(o) = 96\cdot 0{,}4/1{,}1 = 34{,}91$, *tehát a warrant felülárazott volt.*

12.7. Egy vállalat 3 ezer darab, K=70 Ft kötési árfolyamú, T=1 év futamidejű warrant kibocsátását tervezi darabonként 50 forintos árfolyamon. A cégnek 20 ezer darab részvénye van forgalomban, a részvények árfolyama ma 100 forint. A céget tisztán saját tőkéből finanszírozzák. A kockázatmentes kamatláb minden lejáratra évi 10%. Alul vagy felülárazott-e a warrant, ha feltesszük, hogy az egy részvényre eső saját tőke binomiális mozgást követ, ahol u = 1,25? Válaszát indokolja!

Megoldás:
$V/N = (3e\cdot 50+20e\cdot 100)/20e = 107{,}5$

		134,4
	107,5	*86,0*
Call opció:		
		64,4
	43,87	*16*

$q = (1{,}1 – 0{,}8)/(1{,}25-0{,}8) = 2/3$
$w(0) = (1/(1+q))c(0) = 1/(1+n/N)c(0) =1/(1+3000/20000)\cdot 43{,}87 = 38{,}15$,
tehát a warrant túlárazott volt.

12.8. Egy vállalatnak 1000 darab részvénye van, melynek árfolyama S=1400, idegen forrása nincs. Most fognak kibocsátani 200 darab opciós utalványt (warrantot) 200 forintos áron, melynek lejárata 1 év, kötési árfolyama K=1400 Ft. A vállalat nem fizet osztalékot, a kockázatmentes effektív hozam minden futamidőre 25%. A vállalati eszközérték geometrikus Brown mozgást követ σ=20% mellett. Milyen lejáratkori eszközérték mellett éri meg majd lehívni az opciós utalványt (warrantot)?

Megoldás:

(V+200·1400)/1200 > 1400, azaz V>1,4M, ami egy részvényre eső vállalati eszközértékben 1400-at jelent

(Egyébként, ha beárazzuk, akkor c=332,63, w=1/(1+q)·c=277,2

12.9. Egy vállalatnak 1 darab részvénye és 1 darab opciós utalványa van forgalomban, idegen forrása nincs. Az opciós utalványnak ma van a lejárata, ma kell dönteni a lehívásáról. A részvények árfolyama 200 Ft, a kötési árfolyam 160 Ft. Mennyit ér az opciós utalvány, ha a piac jól árazza a részvényt is és az opciós utalványt is?

Megoldás:

V=részvények értéke+warrantok értéke (200+w)+160)/2=200, ebből w=40

12.10. Az ABC vállalat 100 000 darab átváltható kötvényt bocsátott ki 120%-os árfolyamon. Minden kötvény egy részvényre váltható át. A kötvény névértéke 100 forint, futamideje három év, évente egyszer évi 12% névleges kamatot fizet, amit (kamatos kamatozás mellett) a névértékkel együtt az utolsó évben fizet ki (ez a CF lesz a kötési árfolyam is, erről kell lemondani ha átváltja részvényre). A hozamgörbe a következő:

r_1	r_2	r_3
10%	9,5%	9,2%

A piac a vállalat kötvényei után minden lejáratra évi 1,5% kockázati prémiumot vár el a csőd lehetősége miatt.

Az ABC vállalatnak a kibocsátás előtt 2 500 000 részvénye volt forgalomban, egy papír ára 115 forint volt. A vállalat a következő három évben részvény kibocsátását illetve visszavásárlását, valamint osztalék fizetését nem tervezi. A vállalatnak korábban nem volt adóssága. Tegyük fel, hogy a vállalat saját tőkéjének értéke Brown mozgást követ, 20%-os várható hozam és 32%-os szórás mellett.

a) Mennyit ér az átváltási opció (azaz a warrant) a csőd lehetőségét is figyelembe véve?

b) Mit tud ezek alapján mondani az átváltható kötvény kibocsátási áráról?

Megoldás:
a) Kötvény ára, ha csak csődopció van benne:
*100*1,12^3/1,107^3=103,56*
Warrant piaci ára (amit a kötvény tartalmaz):120-103,565=16,43
*V/N=(2 500 000*115+16,43*100 000)/2 500 000 = 115,66*
*K = 100*1,12^3=140,5 Ha a 3. év végén dönthet úgy, hogy lehívja az opciót vagy nem.*
Call opció értéke BS alapján: 28,47
Warrant: 28,47/(1+100 000/2 500 000)=27,38

b) A kötvény alulárazott, mert az átváltási opció magasabb (27,38%), mint amennyivel azt a kötvénybe beárazták (16,44%).

12.11. Egy egyéves Bull CD megtervezését kapta feladatául. A Bull CD vásárlói a BUX index hozamából részesedhetnek, de minimum visszakapják a befektetett tőkét. A kockázatmentes hozam évi 12%, a BUX index aktuális értéke 12 000 pont, a BUX volatilitása évi 25%. Mekkora részesedési arányt (α) kell a befektetőknek felajánlani, ha teljesülnek a BS-modell feltételei? Partnerkockázattól tekintsünk el!

Megoldás:
A feláldozott hozam: 12000·0,12/1,12=1285,71
Az opció értékéhez: $\sigma\sqrt{dt} = 0{,}25$
S/PV(K)=12000/12000/1,12=1,12
az opció értéke 0,157·12000=1884.
A maximálisrészesedési arány: α *=1285,71/1884=0,6824 azaz 68,24%.*

12.12. Egy nemzetközi befektetési bank épp egy 1 éves Bear CD-t tervez. A Bear CD vásárlói a BUX index árfolyamának csökkenéséből részesedhetnek, de minimum visszakapják a befektetett tőkét és garantált nekik ezen felül egy szűk, 2%-os hozam is. A kockázatmentes effektív hozam évi 6%, a BUX index aktuális értéke 10.000 pont, az index volatilitása évi 30%. Mekkora részesedési arányt (α) várnak el a befektetők, ha teljesülnek a BS-modell feltételei? A partnerkockázattól tekintsünk el!

Megoldás:
A put értékének meghatározása:
BS oszlopa: S/PV(K) = 10000/(10200/1,06) = 1,03
*BS sora: σ·(T-t)0,5 = 0,3*1 = 0,3*

*Call ára = 13,3% * 10000 = 1330*
Put ára: 1330+10200/1,06-10000 = 952,64
$(R_f-R_{min})/(1+R_f)$ = 0,04/1,06 = 0,0377
Feláldozott kamat : *0,0377·10000 = 377*
α = 377/952,64 = 0,3957 a maximális részesedési arány 39,57%

12.13. Önnek egy olyan egyéves befektetési lehetőséget ajánlanak, ahol azon túl, hogy garantálják a befektetett tőke visszafizetését, részesedhet a részvénypiac esetleges negatív hozamából (Bear CD). A részesedési arány 60%, azaz az index 1%-os esése Önnek 0,6%-os pozitív hozamot eredményez. Az index azonnali értéke 14 000 pont, az index becsült volatilitása 25%, a kockázatmentes hozam évi 6%. Érdemes-e beszállnia, ha az index részvényei a következő egy évben nem fizetnek osztalékot? (A partnerkockázattól tekintsen el!)

Megoldás:
Feláldozott kamat: 14 000·0,06/1,06=792,45
a put értéke: $\sigma\sqrt{t} = 0{,}25$*, S/PV(K)=14 000/14000/1,06=1,06, ahonnan a call=1785,87*
put-call paritásból: p=1785,87+PV(K)-S=1785.87+14 000/1,06-14 000=993,417
0,6·993,417=596,05 <792,45
ahonnan az következik, hogy a feláldozott kamat értékesebb az opciónál, azaz nem érdemes az adott befektetésből jegyezni, magunk olcsóbban elő tudnánk állítani azt.

Nehezebb feladatok:

12.14. Egy kockázatos cég kétféle kötvényt bocsátott ma ki, a piac mindkettőt 100%-on jegyezte le. Mindkét kötvény végtörlesztéses, futamideje három év, de az egyik kötvény lejáratkor átváltható részvényekre (convertible). Az átváltható kötvény 5% éves kupont fizet, a nem-átváltható kötvény 7%-ot. A kockázatmentes effektív hozamgörbe 4%-on vízszintes.
a) Mekkora a cég egyes kötvényeinél az OAS (Option Adjusted Spread)?
b) Mennyit ér az átváltási jog a névérték százalékában kifejezve?
c) Az állam hajlandó a teljes három éves futamidőre egy egyszeri, futamidő elején kifizetett 6%-ért (a névértékre vetítve) hitelgaranciát vállalni a kötvények mögé. Ezzel a garanciával együtt a piac a céggel szembeni követeléseit kockázatmentesnek tekintené. Megérné-e a cégnek kifizetni a hitelgaranciát a következő kötvénykibocsátása előtt?

Megoldás:

a) Mivel vízszintes a risk free hozamgörbe ezért a risk free par kamat 4%; Normál kötvénynél: OAS=+3%; Convertible-nél: OAS=+1%

*b) 2%-kal kevesebb kuponnal beérte a piac az átválthatóság miatt, vagyis: DF1*2+DF2*2+DF3*2 = 0,9615*2+0,9246*2+0,8890*2 = 5,5502%, azaz a névérték 5,5502%-át éri az átváltási jog*

*c) 7% helyett 4%-on kapna forrást, az évi 3-3-3% megtakarítást jelentene. Vagyis a garancia DF1*3+DF2*3+DF3*3 = 0,9615*3+0,9246*3+0,8890*3 = 8,3253%-ot ér a cég számára jelenértéken és csak 6%-ba kerül, tehát megéri.*

12.15. Egy bank ma kibocsátott két kötvényt. Mindkét kötvény végtörlesztéses, futamidejük 3 év, és mindkettő évente egyszer fizet 4% kamatot (év végén). Az egyetlen különbség a két kötvény között, hogy a „B" kötvény visszahívható (callable). A piac az „A" kötvényt 100%-on, a „B" kötvényt 96,50%-on jegyezte le. A bank tervezte még egy 3 éves elemi kötvény kibocsátását is, de ezt a piac kevesebb, mint 90%-on jegyezte volna le, ezért végül nem bocsátotta ki. A kockázatmentes euró hozamgörbéből becsült egy, két és hároméves diszkontfaktorok rendre 99%, 97% és 95%.

a) Milyen beágyazott opciókat tartalmaz a „B" kötvény a befektető szempontjából?

b) Mennyit érnek ezek az opciók külön-külön?

Megoldás:

a) visszahívási joga van a banknak, ami neki LC, a befektetőnek SC csődopció, ami a befektetőknek SP a vállalati eszközértékre

*b) Kockázatmentes kibocsátó esetén az „A" kötvényben lévő cash flow ígéret értéke 0,99*4+0,97*4+0,95*104=106,64 lenne, de a Kreón Bank csak 100-at kap érte, tehát 6,64-et ér a csődopció.*

Az „A" és a „B" kötvény csak abban különbözik, hogy a „B" visszahívható, ennek az ára 3,5%.

Vagyis, ha nem lenne callable, és nem lenne csődkockázatos, akkor 106,64-et érne a „B" kötvény által megígért cash flow. Csakhogy egyrészt csődkockázatos, ami miatt már csak 100-at érne, és még visszahívható is, ami miatt 96,5-öt ér.

12.16. Egy cég LIBOR+100 bázispontos változó kamatozással tudna dollár hitelt felvenni, egy, két, vagy három év futamidőre. Ma a névérték 100%-án sikerült kibocsátania egy hároméves, évente fix 2% kupont fizető, átváltható kötvényt. A kockázatmentes dollár hozamgörbe 3%-on vízszintes.

a) Milyen beágyazott opciókat tartalmaz a kötvény a befektetők szempontjából?

b) Mennyit érne a kötvény, ha nem lenne átváltható?

Megoldás:

a) Biztosan csődkockázatos, mert LIBOR fölött jut forráshoz. Ez a csődopció a befektető szempontjából egy SP pozíció a vállalat értékére nézve. Ezen kívül a befektető kap egy warrant jellegű opciót (long warrant, vagy long „call"), hiszen, ha jól teljesít a vállalat, akkor átválthatja a kötvényt részvényre.

b) Ha a (2;2;102) cash flow-t 4%-kal diszkontáljuk, akkor 94,44% jön ki. Node az átváltható kötvény mégis 100%-ot ér, akkor mindez az átválthatóság miatt van, tehát 5,56%-ot ér az átváltási opció.

12.17. Egy vállalat három kötvényt bocsátott ki ma, futamidejük 3 év, évente egyszer fizetnek kamatot és a futamidő végén egy összegben törlesztenek. Az „A" kötvény 6% névleges kamatozású, évente egyszer, kamatfizetés után visszahívható (callable), a „B" kötvény LIBOR+100 bázisponttal változó kamatozású, a „C" kötvény 5%-os fix névleges kamatozású és a futamidő végén Trireme részvényekre váltható. A kockázatmentes effektív hozamgörbe 3%-on vízszintes.

a) Mutassa meg, hogy arbitrázsmentes esetben nem lehet mind a 3 kötvény árfolyama egyszerre 100%! Milyen opciós pozíciókat tartalmaznak az egyes kötvények a befektetők szempontjából?

b) Feltéve, hogy a kötvények árfolyam rendre 102%, 100% és 106% mennyit érnek az egyes kötvényekbe ágyazott opciók?

Megoldás:

a) Mivel a kockázatmentes hozamgörbe 3%-on vízszintes, ezért a 3 éves par kamat 3%, így fel lehetne venni 3%-os fix kamattal long IRS pozíciót. Ha veszünk egy „C" kötvényt és mellérakunk egy logn IRS-t, akkor az LIBOR+200bp-vé alakul és még átváltható is, tehát a „C" kötvénynek többet kéne érni, mint amennyit a „B" ér!

b) „A" kötvényben: csődopció (short put), visszahívhatóság (short call)

„B" kötvényben: csődopció (short put) és más nincs, a változó kamatozás nem opció!

„C" kötvényben: csődopció (short put), illetve egy long warrant (esetleg long call)

A csődopcióval érdemes kezdeni, mert az mindegyikben van, de a „B" kötvényben csak ez van, tehát a „B" kötvényből kéne kiszámolni. Az IRS-es trükköt ismét használva, LIBOR+100bp = fix 3%+1%=4%, vagyis értéke ekvivalens a 4,4,104 cash flow értékével. Ha a vállalat nem lenne csődkockázatos, akkor a (4,4,104) cash flow, 3%-os hozammal diszkontálva 102,8286-ot érne, vagyis a csődopció értéke -2,8286.

Az „A" kötvényben, ha nem lennének opciók, akkor (6,6,106)-os cash flow-t 3%-os hozammal diszkontálva 108,4858-at érne, miközben most 102-őt ér. A -6,4858-nyi különbségből -2,8286-öt magyaráz meg a csődopció, a maradék -3,6572 pedig a visszahívhatóság értéke.

A „C" kötvényben, ha nem lennének opciók, akkor az (5,5,105)-ös cash flow-t 3%-os hozammal diszkontálva 105,6572-őt érne, miközben most 106-ot ér. Ha nem lenne benne a warrant, de benne lenne a csődopció, akkor 102,8286-ot érne, vagyis a warrant 3,1714-et ér.

12.18. Egy Mortgage Backed Security (MBS) sorozat piaci értéke 1 millió dollár, átlagideje (duration) 15 év. Egy modell szerint, ha az MBS-t IO-kra és PO-kra bontanák, akkor a PO-k piaci értéke 800 ezer dollár lenne, átlagideje pedig 19 év.
a) Mekkora az IO-k átlagideje?
b) Mi történik a PO-k értékével, ha az MBS-be csomagolt jelzáloghitelek közül a korábban vártnál többen élnek az előtörlesztési jogukkal?

Megoldás:
a) IO = Interest Only; PO = Principal Only
b) P(IO) = P(MBS)- P(PO) = 1 mio – 0,8 mio = 200.000,- dollár
*DUR(MBS)*P(MBS) = DUR(PO)*P(PO) + DUR(IO)*P(IO)*
*DUR(IO) = (15év*1mio-19 év*0,8 mio)/0,2 mio = -1 év*
c) A PO-k értéke nőne, hiszen mindenképp ők jogosultak a tőketörlesztésekre és most így egy nagyobb részüket kapják meg hamarabb, mint az korábban várható volt.

12.19. Egy bank mérlegfőösszege piaci értéken számítva 1000 milliárd forint. A bank idegen forrásai 400 milliárd forint piaci értékű, 8 év átlagidejű, fix kamatozású kötvényből, 200 milliárd forint piaci értékű, 5 év futamidejű, változó kamatozású kötvényből és 50 milliárd forint piaci értékű, a banknál az ügyfelei által elhelyezett, látra szóló betétből állnak. A változó kamatozású kötvény legközelebb 3 hónap múlva fizet kamatot. A bank eszközei 100 milliárd forint piaci értékű 6 hónapos diszkontkincstárjegyből és 900 milliárd forint piaci értékű 9 év átlagidejű MBS-ből áll. Az effektív hozamgörbe 3%-on vízszintes.

a) Mekkora a bank saját tőkéjének a hozamszint kockázata (átlagideje)?

b) Egy elemző szerint, ha az MBS-t a bank IO-kra és PO-kra bontaná, akkor az IO-k piaci értéke 100 milliárd forint lenne és az átlagidejük -2 év. Az elemző javaslata, hogy a bank a PO-k egy részét adja el és az abból befolyó összeget overnight bankközi betétként helyezze ki (ezek átlagideje nulla). Mekkora piaci értékben kellene a banknak PO-kat eladni és a befolyó összeget bankközi betétként kihelyezni, ha azt szeretné, hogy a saját tőke átlagideje nulla legyen?

Megoldás:

a) D = 400+200+50=650 mrd forint

E = V - D = 1000-850=350 mrd forint.

*DUR(D) = (400*8+200*0,25+50*0)/650 = 5 év*

*DUR(A) = (100*0,5+900*9)/1000= 8,15 év*

*8,15 = DUR(A) = DUR(L) = (DUR(E)*E + DUR(D)*D)/1000*

*innen adódik, hogy DUR(E) =(8,15*1000-5*650)/350 = 14 év*

b) P(IO) = 100 mrd, DUR(IO) = -2 év

P(PO) = 900-100 = 800 mrd

*DUR(MBS) = DUR(IO)*P(IO) + DUR(PO)*P(PO) / (P(IO)+P(PO))*

*innen adódik, hogy DUR(PO) =(9*900-(-2)*100)/800= 10,375 év*

A PO-k eladása és a befolyó összeg bankközi depóként való kihelyezése kizárólag az eszközoldalt érinti, az idegen források minden tulajdonsága változatlan marad, vagyis a DUR(D)=5 év és a P(D)=650 mrd forint nem változik ettől.

*Ezután, ha jobban megnézzük az előző pont eredményét adó egyenletet: „DUR(E) = (8,15*1000-5*650)/350 = 14 év", akkor látszik, hogy, ha az idegen források tulajdonsága nem változhat, akkor a 14 évet nullává csak a „DUR(A)=8,15" csökkentésével lehet elérni. Innen adódik a kívánt új DUR(A'):*

*DUR(E) = (DUR(A')*1000-5*650)/350 = 0*

DUR(A') = 3,25 év, vagyis ez a kívánt érték.

Az új helyzetben a banknak 4 féle eszköze van: 6 hónapos DKJ, IO, PO és overnight bankközi betét. Jelöljük X-szel a bankközi betét piaci értékét, ekkor a PO-k piaci értéke (800-X) lesz, hiszen pont az eladott mennyiséget helyezzük ki betétként.

*DUR(A') = 3,25 = (0,5*100+(-2)*100+(800-X)*10,375+X*0)/1000* *innen adódik, hogy X= 472,29 mrd értékben kellene PO-kat eladni és overnight bankközi betétbe helyezni.*

12.20. Egy céget jelenleg teljesen saját tőkéből finanszírozzák, összesen 1000 darab részvény van forgalomban, egy részvény piaci értéke 1 millió forint. A vállalat 1000 darab, 1 millió forint névértékű átváltható kötvény kibocsátását tervezi a névérték 100%-án. Az átváltható kötvények futamideje 1 év, az év végén 10% kupont fizetnek, majd a kuponfizetés után a kötvénytulajdonosok eldönthetik, hogy az 1 millió forintos névérték törlesztését kérik, vagy helyette 1 darab részvényt, melyet ebben az esetben a vállalat új részvények kibocsátásával teljesít. A vállalat eszközoldala binomiális mozgást követ $\Delta t=1$ év, $u=4$ és $d=1/u$ paraméterekkel, a kockázatmentes effektív hozamgörbe 5%-on vízszintes. Érdemes-e most vásárolni az átváltható kötvényekből a névérték 100%-án?

Megoldás:

Ha a cég képes 100%-on kibocsátani az átváltható kötvényeket, akkor az eszközoldala 1+1 = 2 mrd forint lesz. Innentől a sorsa az eszközoldaltól függ, amely binomiálisan alakul.

Felső ág: 8 milliárd lesz egy év múlva az eszközérték. Először is ebből a kötvényesek megkapják a kamatot, vagyis kötvényenként 100 ezer forintot, ami összesen 0,1 milliárdnyi kamatkifizetést jelent, marad 7,9 milliárd. Ha átváltják a kötvényt, akkor ez 2000 felé oszlik és egy részvény ekkor 3,95 millió forintot fog érni (nem kell kifizetni a kötési árfolyamot, hiszen ez nem csak egy warrant, hanem átváltható kötvény és magáról a pénzbeli törlesztésről mond le a részvényért a kötvényes). Nyilván megéri lemondani az 1 milliónyi törlesztésről, ha kapok egy 3,95 milliót érő részvényt. (és még előtte kaptam 100 ezer forint kamatot)

Alsó ág: Az eszközoldal 0,5 milliárd lesz. Először is ebből a kötvényesek megkapják a kamatot, vagyis kötvényenként 100 ezer forintot, ami összesen 0,1 milliárdnyi kamatkifizetést jelent, marad 0,4 milliárd. Ha a kötvényesek az átváltást kérnék, akkor ez 2000 felé oszlik és így egy részvény 200 ezret ér majd. Ha a törlesztést kérik, akkor minden kötvényes követelését 40%-ban lehet teljesíteni, hiszen nincs elég pénz a teljes tartozás kifizetéséhez. Ekkor 400.000-ret ér a kötvény, persze a céget fel kell számolni és abból lehet kielégíteni a kötvényeseket, a cég működése nyilván megszűnik. Ez mindegy is, a lényeg, hogy az alsó ág esetén nem váltja át és 400.000-ret ér a kötvény. (és még előtte kaptam 100 ezer forint kamatot)

Árazás:
q=((1,05)^1 -0,25)/(4-0,25)= 0,2133
DF=1/1,05=0,9524
Az átváltható kötvény diszkontált kockázatsemleges várható értéke = 0,9524(0,2133*(3950000+100000)+(1-0,2133)*(400000+100000)) = 1.197.372, tehát megéri 100%-on, vagyis 1 millió forintért venni belőle!*

12.21. Egy vállalatot eredetileg teljesen saját tőkéből finanszírozták, 3000 részvénye van forgalomban, a részvények piaci árfolyama 100 dollár. Most kétféle kötvény kibocsátását tervezi, mindkét kötvény névértéke 1000 dollár. Az „A" kötvény egy 1 éves diszkontkötvény, ebből 800 darabot bocsátana ki. A „B" kötvényből 200 darabot bocsátana ki, ezek futamideje két év, névleges kamata 0%, lejáratkor 5 darab részvényre váltható. A „B" kötvény alárendelt kötvény, csak akkor kaphat törlesztést, ha az „A" kötvényt már maradéktalanul törlesztették. A vállalat eszközoldala binomiális mozgást követ, $\Delta t=1$ év, $u=2$ és $d=1/u$ paraméterekkel. A kockázatmentes hozamgörbe 0%-on vízszintes. Ha az „A" kötvényt a névérték 90%-án, a „B" kötvényt a névérték 100%-án sikerülne kibocsátani, érdemes lenne-e venni belőlük?

Megoldás:
A kötvények kibocsátása után az eszközök
*=3000*100+800*1000*90%+200*1000*100%= 1.220.000,-*

*Ha az 1. évben felfelé megy az eszközök ára, akkor 2*1,22=2,44 mio lesz. Ekkor az diszkontkötvényeket kényelmesen törleszteni tudja, marad 2,44 mio -0,8 mio = 1,64 mio eszköz.*

*Ha az 1. évben lefelé megy az eszközök ára, akkor ½*1,22 mio= 610000 dollár lesz. Ebben az esetben az „A" kötvényeket nem tudja maradéktalanul törleszteni, 610000/800000=0,7625%-ot tud fizetni a 100% helyett. A vállalat csődbe megy.*
*Ezek alapján az összes „A" kötvény értéke: 1/3*800000+2/3*610000= 673.333,33, vagyis nem éri meg a futamidő elején 90%-on venni belőlük, hiszen az 720000-res árat jelentene.*
Ha az első évben lefelé mennek az eszközök, akkor a „B" kötvény és a részvények értéke is nullává válik.

*Ha az első évben felfelé mennek az eszközök és a második évben is felfelé mennek, akkor 1,64*2=3,28 milliót érnek majd. Ha a „B" kötvényeket átváltanánk, akkor 200*5=1000 darab új részvény jönne létre, így* *összesen 3000+1000=4000 részvény lenne. Egy részvény ára 3,28 mio /4000= 820 lenne. Vagyis ekkor a „B" kötvény értéke 5*820 =4100 lenne.*

Ha az első évben felfelé mennek az eszközök, de a második évben lefelé, akkor összesen 820000 lenne az eszközök értéke. Ha ekkor átváltja a „B", akkor 820000/4000=205 lesz az új részvényárfolyam, vagyis még ekkor is megéri átváltania, mert így 1025-öt ér a kötvény.

*Az 1. év végén, ha felfelé mentek az eszközök, akkor a „B" kötvény 1/3*4100+2/3*1025= 2050-et érnek, ezért ma 2050*1/3+0*2/3= 683,33 dollárt ér egy kötvény, vagyis nem éri meg a névérték 100%-át, azaz 1000 dollárt kifizetni érte.*

12.22. Egy bank eszközoldala 1 milliárd dollár piaci értékű vállalati hitelekből áll. Forrás oldala 1 millió darab törzsrészvényből és 700 millió dollár piaci értékű, egy év futamidejű, 3%-os kamatozású lekötött betétből áll. A GNB eszközoldala évente binomiálisan alakul, jó években a befolyó kamatok bőven kompenzálják a vállalati hitelportfolión elért veszteségeket, ilyenkor az eszközoldal 25%-kal nő, rossz években viszont az év eleji szint 80%-ára csökken. Az új vezérigazgató egy nagyon szerény ember, ingyen vállalja a következő évi megbízatását. Szerződésében csupán annyit kér, hogy, ha egy év múlva, amennyiben akkor kéri, a GNB bocsásson ki 100 ezer új részvényt és adja el neki 350 dolláros árfolyamon. Az egy éves kockázatmentes dollár hozamot a számításoknál tekintse nullának. Mennyit ér a vezérigazgató ösztönzési csomagja?

Megoldás:
Mérlegazonosságól kijön, hogy E=300 millió, és mivel N=1 mio, ezért S=300 dollár
K=350 dollár és egy warrantról van szó, ahol n=100.000, de az elején a warrant-ot ingyen kapta
rf=0 miatt DF=1;q=(1-0,8)/(1,25-0,8)= 0,4444
A forrásoldalon az idegen tőke 3%-kal nő évente a kamat miatt

*Felső ágon: Assets=1250 mio; Debt=700*1,03=721, innen adódik, hogy E=529 mio*
*Nyilván le fogja hívni a warrantot, befizeti a 350 dollár részvényenkénti vételárat, tehát: A'=1250 mio +0,1 mio*350= 1285 mio; D'=D=721 mio; E'=564 mio;*
S'=564 mio/1,1mio=512,73 dollár lesz az új részvényárfolyam

Tehát a vezérigazgató 100 ezerszer keres (512,73-350) dollárt, ami 16,273 millió dollár ebben a kimenetelben

*Alsó ágon: Assets=800 mio; Debt=700*1,03=721, innen adódik, hogy E=79 mio, nem hívja le a warrantjait*

*Tehát 0,4444*16,273 mio + (1-0,4444)*0 = kb 7,23 millió dollárt ér a kompenzációs csomagja*

12.23. Egy cég részvényeinek azonnali árfolyama 100 dollár, a 110 dolláros kötési árfolyamú, 1 év futamidejű call opció díja 6 dollár, míg ugyanarra a lejáratra és kötési árfolyamra szóló warrant csak 5,85 dollárt ér. A részvénytársaságnak csak ez az egy típusú warrantja van forgalomban, a warrantok névértéke összesen 100 ezer részvény. Hány részvénye van ma a vállalatnak?

Megoldás:
A hígulási hatás megértésére/felismerésére kérdez rá a feladat, a számítások nagyon könnyűek.

warrant = call x 1/(1+q), ahol q=n/N
q=call/warrant-1
N=n/(call/warrant -1) = 100000/(6/5,85-1)=3.900.000 darab részvénye van most, ami bár véletlenül jött ki ilyen szépre, de nagyon elegáns, hogy ha végül a warrantokat lehívják, akkor kerek 4 millió részvénye lesz majd!

12.24. Egy egyéves Bull CD megtervezését kapta feladatául. A Bull CD vásárlói a BUX index hozamából 60%-os részesedést kapnak ($\alpha = 0{,}6$), de minimum visszakapják a befektetett tőkéjüket. A kockázatmentes effektív hozam évi 10%, a BUX index aktuális értéke 22 000 pont, a BUX volatilitása évi 20%. Érdemes-e befektetni ebbe a konstrukcióba, ha teljesülnek a BSM-modell feltételei? Állítását számítással is támassza alá!

Megoldás:
Q=1, mert nincs szó osztalékhozamról; P=1/1,1
*oszlop = (QS)/(PK) = 22000/((1/1,1)*22000) = 1,10*
*sor=szigma*gyök(T-t)=0,2*1=0,2*
BSM-tábla értéke: 13
*Vagyis az opció 1*22000*13% = 2860 forintot ér*

Mit kapunk a terméktől? (22000 forintos befektetési csomagokban gondolkozva)

Fix ígéretet: visszaadja a tőkénket. Ennek a jelenértéke 22000/1,1=20000 forint
Feltételes ígéretet (contingent claim): 60% részesedést. Ez egy opció 60%-ába kerül, vagyis 1716 forintot ér (ez már jelenértéken van, mert opciós díj)
A két ígéret jelenértéke együtt 20000 + 1716 = 21716 vagyis kevesebbet kapunk a pénzünkért jelenértékben, mint amennyit ér (22000-ret ér), tehát nem éri meg befektetni ebbe.

12.25. Egy bank 100 millió dollár névértékben bocsátott ki 4 éves tőkegarantált Bull CD-t. Minimumhozam-garancia nincs és a futamidő alatt az ügyfelek egyáltalán nem kapnak kamatot. Lejáratkor viszont a futamidő alatti "X" árfolyam-emelkedésének 20%-át kapják meg kamatként. Az "X" a részvények árfolyama most 236 dollár, a futamidő alatt várhatóan nem fizet osztalékot, implicit volatilitása 30%. A 4 éves kockázatmentes diszkontfaktor 94,35%.
a) Hány dollár profitot realizált a bank, ha a Bull CD-t az ügyfelei a névérték 100%-án jegyezték le?
b) Mekkora effektív hozamot realizálnak a befektetők, ha a részvény árfolyama lejáratkor 600 dollár lesz?
c) Legalább mekkora lejáratkori részvényárfolyam kell ahhoz, hogy a befektetők ugyanannyi hozamot érjenek el, mintha kockázatmentes eszközbe fektettek volna?
d) Milyen előjelű annak a befektetőnek a részvényre vonatkozó deltája, gammája, vegája, aki kizárólag ebbe a Bull CD-be fektet? Röviden indokolja is meg, hogy miért!

Megoldás:
a) K=236, Q=1, P=94,35%
*BSM-tábla oszlopa (QS)/(PK)= 236/(0,9435*236) = kb 1,06*
*BSM tábla sora: 0,3*gyök(4)=0,6*
*BSM táblaérték: „25,8", ami a QS százalékában értendő, vagyis 25,8%*236= 60,89 dollár*

236 dolláros befektetési csomagonként gondolkozva a Bull CD 3 összetevőből áll:
*236 = 236*94,35% + 60,89*20% + profit*
Innen a profit=1,156 dollár
*A 100 milliós teljes kibocsátáson az összes profit: 100mio/236 * 1,156 = 489.830,51 dollár*

*b) Ha a részvény árfolyama a lejáratkor 600 dollár, akkor a befektető 236 dolláros kezdeti befetlktetési csomagjára nézve 236+(600-236)*20% = 308,80 kamatot kap vissza, ami (308,80/236)^(1/4)-1= 6,95% effektív hozamnak felel meg.*

c) Ahhoz, hogy legalább úgy járjon, mintha risk free-be fektetett volna az kell, hogy lássuk, mennyi pénze lenne, ha a 236 dollárt kockázatmentesen fekteti be: 236/0,9435= 250,13 dollár, vagyis 14,13 dollárral van a kezdeti befektetése fölött. Mivel az árfolyamemelkedésnek csak a 20%-át kapja meg, ezért 14,13/20% = 70,65-nyit kell emelkedjen a részvény árfolyama, vagyis 236+70,65=306,65-ig fel kell menjen az árfolyam, hogy legalább a risk free hozamnak megfelelő mennyiségben nőjön a Bull CD-be fektető vagyona.

d) Mivel call opciót kap, ezért: delta pozitív, gamma pozitív, vega pozitív.

12.26. Versenytársa olyan tőkegarantált Bull CD-t ajánl ügyfeleinek, mely egy év múlva a MOL éves emelkedésének a 25%-át fizeti kamatként. Ön véletlenül megtudta, hogy a versenytársnak 1,3 milliárdnyi forintnyi ügyfélbefektetést sikerült a termékbe csábítania és a versenytárs számításai alapján éppen 10 millió forintot keresett rajta. A MOL azonnali árfolyama 13000 forint, a bull CD lejáratáig már nem fizet osztalékot. Az egy éves kockázatmentes forint effektív hozam 3%. Mekkora a MOL implicit volatilitása a versenytárs modellje szerint?

Megoldás:
Érdemes az 1,3 milliárdot 13.000 forintos csomagokra bontani. 100.000 ilyen csomag van. Összesen 10 millió forint a versenytárs profitja, vagyis csomagonként 100 forint.
Miből áll egy 13000 forintnyi befektetési „csomag”?
100 forint banki profit + 13000/1,03 + egy negyed call opció díja, innen adódik, hogy a c/4=278,64 forint, tehát c=1114,56 forint. Ez a QS százalékában kifejezve 1114,56/13000=8,57%-nak felel meg. BSM tábla alapján visszakereshető a volatilitás.
Melyik oszlopban vagyunk? (QS)/(PK)=1,03
Ebben az oszlopban a 8,6-os érték van a mi 8,57-ünkhoz legközelebb, ez a 0,18-as sorban van és mivel pont egy évről van szó, ezért kb 18% a versenytárs modelljében a volatilitás.

12.27. Három éve, amikor a “X’ részvény árfolyama 6250 ponton volt, jósnője tanácsára vásárolt egy akkor induló 5 éves tőkegarantált Bull CD-t, 100 000 euró névértékben, mely a részvény futamidő alatti hozamából

50%-os részesedést biztosít lejáratkori tőkegarancia mellett. Minimumhozam-garancia nincs. A részvény pillanatnyi értéke 9300 pont, volatilitása 23,35%, várható osztalékhozama évi 1,8%, a 2 éves német diszkontkincstárjegy árfolyama 99%. Hány eurót ér most ez a Bull CD?

Megoldás:
Kétféle ígéret van: fix 100k EUR 2 év múlva, ez most 99k EUR-t ér (partnerkockázattól eltekintve) és 50%-nyi opció.

Tudni kellene, hogy pontosan mennyi opciónk van, milyen lejárattal és milyen strike-kal.
K= 6250 adódik abból, hogy ennyi volt a kiinduláskori részvény szint és nincs minimumhozam-garancia, innentől kezdve kapjuk a plusz hozam felét. (alfa =0,5)
T= 2 év, mert ennyi idő van még hátra.
*Opció névértéke = alfa * 100000/6250 = 8 darab "X"-re szóló call opció van a csomagban.*

Q=1/(1+1,8%)^2=0,9646; P=0,99
*Oszlop = (QS)/(PK) = (0,9646*9300)/(0,99*6250) = kb 1,45*
*Sor= szigma*gyök(T-t) = 23,30%*2^(0,5) = kb 33%*
*BSM-tábla értéke: 32,8, ez a QS százalékában értendő, vagyis euróban ez 32,8%*9300*0,9646= 2942,42 eurót ér opciónként.*

*Tehát a Bull CD-nk értéke 99.000+8*2942,42=122539,36, nyilván jó sokkal többet ér, mint a kezdeti 100k EUR, mert bevált a jósnő részvénnyel kapcsolatos optimizmusa.*

12.28. Egy cég vezetősége, megelégelve, hogy évek óta nem kaptak bónuszt, egy kimondottan előnyös tőkegarantált Bull CD-t tervez „baráti" ügyfeleinek értékesíteni. Az ügylet tőkegarantált és lejáratkor egy speciális „bónusz" kamatot fizet. A bónusz kamat akkora lesz, ahány százalékkal az S&P500 index értéke 2000 pont fölött zár lejáratkor, de maximum 25%, illetve minimum 0%. Az S&P500 index értéke most 1893 pont, osztalékhozama 2%, volatilitása 24%. Az 1 éves dollár kincstárjegy árfolyama 98,75%. Becsülje meg, hogy hány dollárt veszít jelenértéken a bank, ha sikerül 100 millió dollár névértékben eladnia ezt a Bull CD-t?

Megoldás:
A klasszikus Bull CD-hez képest most a 25%-os plafon nehezítés, hiszen nem egy szimpla call opciót ad a bank, hanem egy call spread-et. Vagyis LC_2000+SC_2500 az, amit az ügyfél kap, ezért mind a két opciót ki kell

*számolni. Minimumhozam nincs, illetve ezek az opciók ugyanakkro járnak le és a feladat egyetlen volatilitást ad meg, így a szigma*gyök(T-t) mutató végig ugyanaz, így a BSM-táblának ugyanabban a sorában leszünk, csak más lesz az oszlop.*

Q=1/1,02=98,04%
P=98,75%
S=1893
BSM-tábla sora: 0,24
*BSM oszlopa K=2000 esetén: (98,04%*1893)/(98,75%*2000) = kb 0,94, táblaérték: 7,00*
*BSM oszlopa K=2500 esetén: (98,04%*1893)/(98,75%*2500) = kb 0,75, táblaérték: 1,60*

*Tehát a call spread összesen (7%-1,6%)*98,04%*1893= kb 100,22 dollár*
*Tegyük fel, hogy valaki 2000 dollárt fektet egy ilyen Bull CD-be. Cserébe kap egy 100,22 dollár értékű call spread-et, illetve 2000*98,75%=1975 dollár értékű fix ígéretet. Összesen tehát azonnal kap 2075,22 dollárnyi értéket, tehát 75,22 dollárt nyer 2000 dolláronként.*
*Ha 100 millio dollárnyi Bull CD-t adnak el, akkor a bank 100 mio/2000*75,22 = 3.761.000,- dollárt veszít.*

13. Partnerkockázat

13.1. A kockázatmentes és az „A” besorolású vállalatok kötvényeinek árából számított loghozamgörbék a következők:

	kockázatmentes	„A”
1.	8%	8,2%
2.	8,2%	8,5%
3.	8,5%	8,8%

Mindezek alapján mekkora esélyt ad annak a piac, hogy egy „A” besorolású vállalat

a) a következő két év folyamán

b) a második év során csődbe megy?

Megoldás:

Előbb kiszámoljuk a zérókupon árfolyamokat, illetve a h(t) és u(t) értékeket:

	kockázatmentes	*A*	*h(t)*	*u(t)*
1.	*0,9231*	*0,9213*	*0,20%*	*0,20%*
2.	*0,8487*	*0,8437*	*0,60%*	*0,40%*
3.	*0,7749*	*0,7680*	*0,90%*	*0,30%*

Innen a válaszok:

a) 0,6%

b) 0,4%

13.2. A folytonosan számított állampapír hozamgörbe 1,2 és 3 éves pontjai (r^*) rendre 8%, 9% és 9,5%. Az ’A’ besorolású vállalatok kötvényárfolyamaiból (folytonosan) számított hozamgörbe 1,2 és 3 éves pontjai (r) rendre 9%, 10% és 10,5%. A piac értékítélete szerint melyik évben a legnagyobb a valószínűsége annak, hogy az ’A’ besorolású vállalatok csődbe mennek? Miért?

Megoldás:

t	r^*	*r*	B^*	*B*	*h*	*u*
1	*8%*	*9%*	*0,9231*	*0,9139*	*0,0099*	*0,0099*
2	*9%*	*10%*	*0,8353*	*0,8187*	*0,0199*	*0,01*
3	*9,5%*	*10,5%*	*0,7520*	*0,7298*	*0,0295*	*0,0096*

A második évben a legnagyobb a csődbemenetel valószínűsége a piac értékítélete szerint. (A feladat során végig a pontos értékekkel *dolgoztunk, kerekítések alkalmazásával a fentitől eltérő eredmény adódhat).*

13.3. Az alábbi táblázat az államkötvényekre és az A besorolású kötvényekre vonatkozó spot loghozamgörbét tartalmazza:

T	$y^*(T)$	y(T)
1	0,11	0,1120
2	0,11	0,1150
3	0,11	0,1175
4	0,11	0,1190

Egy A-besorolású vállalattal szembeni 500 millió forintos követelésünk egy év múlva válik esedékessé. Mekkora a várható hitelveszteség jelenértéke?

Megoldás:
Követelésünk értéke=500/exp(0,1120)=447,02 millió Ft
Ha kockázatmentes lenne=500/exp(0,11)=447,92 millió Ft lenne az értéke.
Várható hitelveszteség jelenértéke=447,92-447,02=0,90 millió Ft

13.4. Az X vállalat részvényének árfolyama 100 Ft, a hozamok szórása 20%. A kockázatmentes logkamatláb 12% minden lejáratra. X vállalattól a piac a csődkockázat miatt 200 bázispontos hozamfelárat vár el. Létesítettünk az X vállalat részvényeire vonatkozó 3 éves Short Pillangó pozíciót európai call opciókból 90, 100 és 110-es kötési árfolyamokon. Mennyi az Ön pozícióján a potenciális csődveszteségek jelenértéke a Hull-White modell szerint?

Megoldás:
A pozíció összetétele:
1 db SC(90) 2 db LC(100) 1 db SC(110)
Ebből csak a LC opciókon van csődkockázat.
A LC csődkockázat nélküli értéke (K=100,ATM;sz=20%,rf =12%, t =3):
f= 32,45*
A kockázatos opció ekkor: $f = 32{,}45 \cdot exp(-3 \cdot 0{,}14)/exp(-3 \cdot 0{,}12) = 30{,}56$
A potenciális csődveszteségek jelenértéke:
PV(pcsv) = 2·(32,45-30,56) = 3,78

13.5. Egy osztalékot nem fizető részvény árfolyama egy év alatt vagy megduplázódik, vagy a felére csökken. A kockázatmentes effektív hozam

évi 10% minden lejáratra. A részvény prompt árfolyama 1200 Ft. Mennyit ér a részvényre szóló 2 éves európai ATM call opció, ha
a) egy AAA besorolású vállalat veszi egy BBB besorolású vállalattól?
b) egy BBB besorolású vállalat veszi egy AAA besorolású vállalattól?
Az AAA és a BBB besorolásokhoz tartozó hozamgörbék is vízszintesek, az opciós hozamfelárak (OAS) rendre 5% és 10%.

Megoldás:
q=0,4
Ha az államtól vennénk, call=476,03; B=0,8264*
B(BBB)=0,6944; B(AAA)=0,7561
a) call=476,03·0,6944/0,8264=399,99
b) call=476,03·0,7561/0,8264=435,54

13.6. Az amerikai hozamgörbe 6%-on vízszintes, a német hozamgörbe 4%-on vízszintes, a prompt árfolyam 1 USD/EUR. Egy 3 éves deviza csereügylet keretében 1 millió dollár névértékű hitelek pénzáramlásait cserélik el évi egyszeri kamatfizetéssel. Mennyit ér a csereügylet a dollárt fizető fél számára dollárban, ha partnertől a piacon 200 bázispontos hozamfelárat várnak el a csőd kockázata miatt?

Megoldás:
A CF:

USD	EUR
6%	4%
-60 000	40 000
-60 000	40 000
-1 060 000	1 040 000

Az USD „swapláb” jelenértéke: 1 000 000 (a névérték)
Az EUR „swapláb” jelenértéke:
40 000/1,06+40 000/1,06^2+1 040 000/1,06^3= 946 539,76
A swap értéke a dollárt fizető fél számára partnerkockázat mellett dollárban:
-1 000 000+946 539,76=-53 460,24

13.7. Az Ön bankja azt fontolgatja, hogy egy egyéves futamidejű, K=1200 Ft kötési árfolyamú, osztalékot nem fizető X részvényre szóló európai vételi opciót vásárol egy „Baa” besorolású kereskedelmi banktól. Az X részvény prompt árfolyama S=1000 Ft, amely binomiálisan alakul u=2, d=0,5 és Δt=1 év paraméterek mellett. A kockázatmentes hozam minden lejáratra évi 25%, az „Baa" besorolású cégektől 600 bázispontos, míg az X vállalattól 900 bázispontos felárat várnak el a befektetők minden lejáratra. Mennyit érdemes fizetni az opcióért, ha a partnerkockázatot is figyelembe vesszük a Hull-White modellnek megfelelően?

Megoldás:
q=(1,25 - 0,5) / (2 - 0,5) = 0,5
Részvényárfolyam

1000	*2000*
	500

Opció értéke

305,34=800 · 0,5 / (1,25 + 0,06)	*800*
	0

mert az opciót kiíró partnernek megfelelő felárat várunk el.

13.8. Egy osztalékot nem fizető részvény árfolyama egy év alatt 40%-kal csökken, vagy 50%-kal nő. A kockázatmentes hozam évi 20%. A részvény prompt árfolyama 5000. Mennyit ér számunkra a részvényre szóló egy éves ATM európai put opció a Hull-White feltételek mellett, ha
a) az opció kiírója egy olyan állam, melynek csődvalószínűsége gyakorlatilag zérusnak tekinthető?
b) az opció kiírója BB besorolású, és így az általa kibocsátott egy éves elemi kötvényektől elvárt hozam 30%?

Megoldás:
q=(1,2-0,6)/(1,5-0,6)=2/3
Részvény:

5000	*7500*
3000	

Opció:

p_0	*0*
	2000

a) $p_0=+(0\cdot 2/3+2000\cdot 1/3)/1{,}2 = 555{,}56$
b) $p_0=+(0\cdot 2/3+2000\cdot 1/3)/1{,}3 = 512{,}82$

13.9. Az X vállalat részvényének árfolyama 100 Ft. A részvényre vonatkozó, 120 Ft kötési árfolyamú, 1 éves európai call opció díja 25 Ft, ha A vállalattól vesszük, 24 ha B vállalattól. A vállalat AAA minősítésű, a vele kötött üzletek lényegében partnerkockázattól mentesnek tekinthetők. B vállalat 3 éves visszaváltható kötvényt bocsátott ki 83%-os árfolyamon, amelynek évente fizetett névleges kamata 12%. A kockázatmentes loghozam minden lejáratra 12% Érdemes-e ebből a kötvényből vásárolni?

Megoldás:
Ismert összefüggés:24 = 25 · exp(-r)/exp(-0,12)
Ebből:
r = 16,08%, azaz 4,08%-os hozamfelárat várnak el a piacon B vállalattól.
A kötvény kockázatmentes, visszaváltási opció nélküli értéke:
12·exp(-0,12) + 12·exp(-0,24) + 112·exp(-0,36) = 98,22
A kockázatos, visszaváltási opció nélküli kötvény értéke:
12·exp(-0,1608) + 12·exp(-0,3216) + 112· exp(-0,4824) = 88,06
A visszaváltási opció értéke növeli az árfolyamot, mert kedvező a vásárlónak. Jelen esetben a kibocsátási árfolyam még annál is alacsonyabb, mint ha nem tartalmazna visszaváltási opciót a kötvény. Ezért mindenképpen érdemes belőle vásárolni.

Nehezebb feladatok:

13.10. Egy vállalat egy-, kettő- és három év futamidejű, végtörlesztéses kötvényeket bocsátott ki, mindegyik évente egyszer fizet kupont. Az egy éves kuponja 3%, a kétévesé 4%, a három évesé 4,25%. Mindhárom kötvényt a névérték 100%-án jegyezték le. Az egy-, két- és hároméves kockázatmentes diszkontfaktorok 99%, 98% és 97%. A Hull-White (1995) csődkockázati modell szerinti függetlenségi feltétel a feladat minden kérdésénél teljesül. Az első, a második, vagy a harmadik évben a legnagyobb a cég implicit csődvalószínűsége?

Megoldás:
*100=B(1Y)*103, innen B(1Y)=100/103=97,0874%*
*100=B(1Y)*4+B(2Y)*104=97,0874%*4+B(2Y)*104, innen B(2Y)= 92,4197%*
*100= B(1Y)*4,25+B(2Y)*4,25+B(3Y)*104,25, innen B(3Y)=88,1976%*

$$PD(T) = h(T) = \frac{B^*(T) - B(T)}{B^*(T)} = 1 - \frac{B(T)}{B^*(T)} = 1 - e^{-[y(T)-y^*(T)]T}$$

h(1Y) = 1 - 0,970874/0,99 = 1,93%
h(2Y) = 1 – 0,924197/0,98 = 5,69%
h(3Y) = 1 – 0,881976/0,97 = 9,07%

u(1Y) = h(1Y) = 1,93%
u(2Y) = h(2Y) - h(1Y) = 3,76%

u(3Y) = h(3Y) – h(2Y) = 3,38%
tehát a 2. év során megy a vállalat a legnagyobb eséllyel csődbe.

13.11. A svájci állampapírokból becsült 1 és 2 éves diszkontfaktorok rendre 101% és 101,50%. A Nestlének forgalomban vannak 1 és 2 év múlva lejáró végtörlesztéses kötvényei, mindkettőnél 1% a névleges kamat. Mindkettő évente egyszer fizet kupont és éppen az esedékes kupon kifizetése után vagyunk. Az egyéves kötvény árfolyama 101,50%, a kétévesé 102,25%. Becsülje meg, hogy mekkora annak az implicit valószínűsége, hogy a Nestlé a második év során csődbe megy!

Megoldás:
A kérdés az u(2)-re kérdez rá, amihez a h(1) és a h(2) kellene.

$$PD(T) = h(T) = \frac{B^*(T) - B(T)}{B^*(T)} = 1 - \frac{B(T)}{B^*(T)} = 1 - e^{-[y(T)-y^*(T)]T}$$

B(1)= 101% és B*(2)=101,50% adottak*

Az egy éves Nestlé kötvényből már csak 1 db CF maradt, mégpedig 1 év múlva fizet (1%+100%)-ot. Ennek az ára 102%, vagyis a B(1)=101,50%/101%=100,50%.
h(1)=1-(100,50%/101%)=0,4951% az első év során az implicit csődvalószínűség.

A 2 éves Nestlé kötvény segítségével a B(2)-t ki kell számolni, ami az alábbi egyenletből kijön majd:
*102,25%=1%*100,50%+(1%+100%)*B(2), innen B(2)=100,2426%*
h(2)=1-(100,2426%/101,50%)=1,24% az első két év során az implicit csődvalósznűség
u(2)= h(2)-h(1)=1,24%-0,4951% =0,7449% annak az implicit valószínűsége, hogy a 2. év során megy csődbe a Nestlé.

13.12. A kockázatmentes 1 és 2 éves diszkontfaktorok rendre 99% és 98%. Egy vállalat ma kibocsátott egy speciális kötvényt, mely 1 és 2 év múlva 50-50 ezer forintot fizet. A piac a kötvényt 95 ezer forintért jegyezte le. Egy elemző szerint a vállalat csak a második év során tud csődbe menni, mert előtte még biztosan van elég pénze a kötelezettségeinek teljesítésére. Ezért modelljében az első év implicit csődvalószínűségét 0%-nak állította be. Mekkora a modelljében a vállalat 2. év során való csődbemenésének implicit valószínűsége?

Megoldás:
A kérdés az u(2)-re kérdez rá, az u(1)=h(1)=0% esetén.
*Ha a 2 darab 50 ezres ígéretet kettévesszük, akkor kiderül, hogy külön a második 50 ezer mennyit ér. Mivel az első évben az implicit csődvalószínűség 0%, ezért az első 50 ezer ára: 50000*99%, innen adódik a második 50 ezer ára:*
*PV(második_50_ezer)=95000-50000*99%=45500*
Ebből adódik, hogy B(2)=45500/50000=91%
PD(2Y)=h(2)=1-91%/98%= 7,14%

Mivel u(1)=0%, ezért u(2)=h(2)=7,14%, ami egyébként logikus is, mert ha az első két év során való csődvalószínűség 7,14%, miközben tudjuk, hogy az első évben nem mehet csődbe, akkor ez a teljes valószínűség a második évet terheli.

13.13. Egy vállalat ma a névérték 100%-án bocsátott ki egy 3 éves, végtörlesztéses, évente egyszer 4% névleges kamatot fizető, euróban denominált kötvényt. A számítások során a kockázatmentes euró effektív hozamgörbe első 3 éves szakasza -0,50%-on vízszintesnek tekinthető. Egy modell szerint a kibocsátó csak a 3. év végén mehet csődbe. Mekkora a 3. év végére vonatkozó implicit csődvalószínűség, ha csőd esetén a maradványértéket a modell nullának tekinti?

Megoldás:
Tehát a (4;4;104) cash flow most a piacon pont 100-at ér. Az u(1)=0 és u(2)=0, ezért a 3. év végi 104 eurónyi cash flow elem piaci értéke az alábbi egyenletből adódik:

100-4/(1+(-0,5%))^1-4/(1+(-0,5%))^2, ebből pedig adódik, hogy:
B(3 év) = (100 - 4/(1+(-0,5%))^1 - 4/(1+(-0,5%))^2) / 104 = 88,4035%
B(3 év) = 1/(1+(-0,5%))^3 = 101,5151%*

h(3)= B/B = 1 - 88,4035%/101,5151% = 12,92%*
h(3)=u(3), mert u(1)=u(2)=0
Tehát annak az implicit valószínűsége, hogy a 3. év végén csődbe megy: 12,92%

13.14. Egy vállalat piacon kereskedett kötvényeiből implicit csődvalószínűségeket számoltunk. Azt kaptuk, hogy az első évben 0,50%, a második év során 1%, a harmadik év során 0,2% a csőd implicit valószínűsége. A kockázatmentes hozamgörbéből becsült egy, két és hároméves diszkontfaktorok rendre 99%, 97% és 95%. Mekkora kupon mellett tudna a vállalat éppen a névérték 100%-án kibocsátani hároméves, végtörlesztéses, évente egyszer kamatot fizető kötvényt, feltéve, hogy az új kötvény kibocsátásából befolyó összeget korábbi hiteleinek törlesztésére használja és így a kötvénykibocsátás nem lesz hatással a cég implicit csődvalószínűségeire?

Megoldás:
*Végülis a vállalat számára érvényes 3 éves „par" kamatszint a kérdés. Ha tudnánk a vállalat ígéreteire vonatkozó B1,B2,B3 diszkontfaktorokat, akkor azokból ki lehetne számolni, vagy megoldjuk a B1*k+B2*k+b3*(100+k)=100 egyenletet, ami egyébként pont oda vezet mintha par kamatot számolnánk. Szerencsére a B1*, a B2* és a B3*, vagyis a kockázatmentes diszkontfaktorok adottak. Mivel:*

Mivel u(1) = 0,50%; u(2)=1%; u(3)=0,20%, ezért
h(1)=u(1)=0,50%
h(2)=u(1)+u(2)=0,50%+1%=1,50%
h(3)=u(1)+u(2)+u(3)=1,70%

B1 = B1 x (1-h(1))= 99%*(1-0,50%)=98,5050%*
B2 = B2 x (1-h(2))= 97%*(1-1,50%)=95,5450%*
B3 = B3 x (1-h(3))= 95%*(1-1,70%)=93,3850%*

Innentől kezdve a par kamat képletével: par = (1-B3)/(B1+B2+B3) = (1-93,3850%)/(98,5050%+95,5450%+93,3850%)= 2,3014% = kb 2,30%

13.15. Egy vállalat ma két svájci frankban denominált kötvényt bocsátott ki. Az „Alfa" kötvény egy 1 éves elemi kötvény. A „Béta" kötvény egy 2 éves végtörlesztéses kötvény, évente egyszeri, 3% névleges kamatozással. Az „Alfa" kötvényt 100%-on, a „Béta" kötvényt 101%-on jegyezte le a piac, miközben a kockázatmentes effektív hozamgörbe -1%-on vízszintes volt. A feladat során a maradványérték végig nullának tekinthető.

a) Mekkora a vállalat implicit csődvalószínűsége az első, illetve a második év során a Hull-White (1995) csődkockázati modell szerint a függetlenségi feltétel teljesülése esetén?

b) Közvetlen a kötvénykibocsátás után az egyik versenytárs bepereli a céget. Egy elemző szerint emiatt a vállalat második év során bekövetkező csődjének valószínűsége duplájára nő, míg az első év csődvalószínűsége változatlan marad. Mennyit veszített az a befektető, aki 1 millió frank névértékben vásárolt a „Béta" kötvényből?

Megoldás:
a) B(1Y) = 1/(1-1%)^1 = 101,01%*
B(2Y) = 1/(1-1%)^2 = 102,03%*
Az „Alfa” kötvényból adódik:
B(1Y) = 100%

A „Béta” kötvényből a B(1Y) ismeretében adódik a B(2Y):
*3*100%+103*B(2Y) = 101*
B(2Y) = 95,15%

$$PD(T) = h(T) = \frac{B^*(T) - B(T)}{B^*(T)} = 1 - \frac{B(T)}{B^*(T)} = 1 - e^{-[y(T)-y^*(T)]T}$$

h(1Y) = 1 – 100%/101,01% = 1%
h(2Y) = 1 – 95,15%/102,03% = 6,74%
u(1Y) = h(1Y) = 1%, ez az első év során való csődbemenés implicit valószínűsége
u(2Y) = h(2Y)-h(1Y) = 5,74%, vagyis a 2. évben való implicit csődbemenés esélye sokkal nagyobb.

b) Mivel az első évben minden változatlan, ezért B(1Y) = 100% marad.
*A második év során a csőd valószínűsége duplájára nő, vagyis u(2_új) = 2 * u(2) = 11,48%*
h(2_új) = 1%+11,48% = 12,48%
12,48% = 1- B(2_új) /102,03%
B(2_új)= 89,30%

*A „Béta” kötvény új árfolyama: 3*100%+103*89,30% = 94,98%, vagyis (94,98%-101%)*1 mio = -60200 CHF-et veszített a per bejelentésének pillanatában a befektető*

13.16. Egy bank USDHUF forward ügyletet kötött ügyfelével, melynek értelmében ügyfele 5 millió dollárt ad el 1 év határidőre 280-as árfolyamon. Az ügyfél egy éves hitelt 3%-os loghozamnak megfelelő kamatfizetés mellett kapna, miközben az 1 éves kockázatmentes loghozam dollárban és forintban is 1%. Az USDHUF azonnali árfolyama 280, volatilitása 10%.
c) Hány forint a bank szempontjából a forward ügyletben az ügyfél partnerkockázatából fakadó várható hitelveszteség jelenértéke, ha teljesül a Hull-White (1995) partnerkockázati modell függetlenségi feltétele?
d) Nőne, vagy csökkenne a várható hitelveszteség jelenértéke, ha az USDHUF árfolyam emelkedne?

e) Magasabb, vagy alacsonyabb lenne a várható hitelveszteség jelenértéke, ha nem 1 éves, hanem csak 6 hónapos határidős ügyletet kötöttek volna?

Megoldás:
a) A bank tehát long forward pozícióba kerül, ami képzeletben LC+SP opciókra bontható. Az ügyfél csődje csak a bank LC pozícióját érinti. Ha tudnánk, mennyit ér ez az opciós pozíció, akkor már csak rá kellene tenni a Hull-White modell alapján a „minőségi" diszkontot.

Call opció BSM-táblával:
r_HUF= r_USD, ezért Q=P, ezért F=S
Oszlop: F/K = 280/280 =1
*Sor: 0,1*1 = 0,1*
BSM-táblérték = 4,00, ez a QS százalékában értendő, vagyis a call opció fajlagos ára:
*4%*exp(-1*1%)*280= 11,09 forint a névértékben szereplő dolláronként, vagyis a teljes 5 milliós opció pozíció értéke: 5 mio *11,09 = 55,45 millió forint*

B=exp(-1*1%)=99,0050%*
*B=exp(-1*3%)=97,0446%*

*Tehát a call opció nem 55,45 millió forintot ér, hanem csak (97,0446%/99,0050%) * 55,45 millió = 54.352.033,43 forintot, ami 1.097.966,57 forinttal kevesebb, ez maga a partnerkockázatból származó esetleges hitelveszteség várható értéke (jelenértéken).*

b) Nőne. A bank akkor fut nagyobb partnerkockázatot, ha számára nyereségesebbé válik az ügylet, vagyis, ha az USDHUF árfolyam emelkedik.

c) Csökkenne, mert a call opció olcsóbb lenne. Ráadásul feltehető, hogy rövidebb futamidőre biztos nincs távolabb egymástól a kockázatos és a kockázatmentes hozamgöbre, és a futamidő rövidsége a B/B-ot még változatlan hozamok esetén is növeli.*

13.17. Az „X" részvények árfolyama 207 dollár, a következő évben biztosan nem fizet osztalékot. A Chicago Board Options Exchange (CBOE) tőzsdén az 1 év futamidejű, 210 dollár kötési árfolyamú, call opciók ára 33 dollár. Egy alapkezelő 1000 darab „X" részvényre szóló, 1 év futamidejű, short forward pozíciót vett fel, melynek kötési árfolyama 210 dollár. Partnere, az Alfa Bank, 97%-on képes 1 éves dollár diszkontkötvényt kibocsátani, míg az 1 éves dollár kincstárjegyek árfolyama 99%. Az Alfa Bank vállalja, hogy mindig legalább annyi fedezetet tart az alapkezelőnél, amennyit a Hull-White modell az ügylet potenciális csődveszteség jelenértékének becsül. Hány dollárt tartson az alapkezelőnél a bank?

Megoldás:

Az alapkezelő szempontjából az ügylet SF = LP + SC opciókra bomlik, ebből számára csak az LP, mint feltételes követelés jelenti a partnerkockázatot, hiszen az SC az kötelezettség.

S=207
K=210
Call=33
Q=100%
P=99%
fwd=call-put
*put=call-fwd=call-QS+PK=33-100%*207+99%*210= 33,90 dollár*

Az Alfa Bank első éves implicit csődvalószínűsége: h(1)=(99%-97%)/99%=2,02%, tehát a put opcióban vállalt ígéretének kb 2 százaléka jelenti a csődkockázat jelenértékét.
*A Hull-White modell alapján a csődkockázat jelenértéke 1000*33,90*2,02%= kb. 685 dollár.*

13.18. Egy vállalat ma három kötvényt bocsátott ki. Az „A” kötvény egy 1 éves elemi kötvény. A „B” kötvény egy 2 éves végtörlesztéses kötvény, évente egyszeri, 5% névleges kamatozással. A „C” kötvény végtörlesztéses, futamideje 2 év, névleges kamatozása 0%, a második év végén előre rögzített feltételek mellett a cég részvényeire váltható át. Az „A” kötvényt 97%-on, a „B” és a „C” kötvényt 100%-on jegyezte le a piac, miközben a kockázatmentes effektív hozamgörbe 2%-on vízszintes volt.
a) Az első, vagy a második évben nagyobb a cég implicit csődvalószínűsége a Hull-White (1995) csődkockázati modell szerint a függetlenségi feltétel teljesülése esetén?
b) Mennyit ér a piacon az átváltási opció, ha a kockázatmentes effektív hozamgörbe 2%-on?

Megoldás:
a) B(1Y) = 0,97;

5 x B(1Y)+105 x B(2Y) = 100, innen B(2Y)= 0,9062
Kockázatmentes diszkontfaktorok:
B(1Y) = 1/1,02 = 0,9804*
B(2Y) = 1/(1,02)^2= 0,9612*

h(1Y) = 1 - 0,97/0,9804 = 0,0106
h(2Y) = 1 – 0,9062/0,9612 = 0,05722
u(1Y) = h(1Y) = 0,0106, ez az első év során való csődbemenés implicit valósznűsége
u(2Y) = h(2Y)-h(1Y) = 0,04662, vagyis a 2. évben való implicit csődbemenés esélye sokkal nagyobb.

b) Ha nem lenne a „C" kötvényben átváltási opció, akkor csak egy 2 év múlvai 100-as, ráadásul csődkockázatos ígéret lenne, aminek az értéke B(2Y) x 100 = 90,62%, node a kötvényt 100%-on jegyezte le a piac, tehát 9,38%-ot ér az átváltási opció.

13.19. Egy vállalat néhány éve kibocsátott átváltható kötvénye pontosan 1 év múlva jár le, piaci árfolyama 123%. A kötvény nem fizet kamatot, lejáratkor vagy 1000 dollárt törleszt, vagy 40 darab részvényre váltható, melyet ebben az esetben új részvények kibocsátásával teljesítenek. A kockázatmentes 1 éves dollár hozam 0%-nak tekinthető. Annak az implicit valószínűsége, hogy a cég a következő év során csődbe megy 1%. Mennyit ér egy darab 25-ös kötési árfolyamú, 1 év futamidejű, a cég részvényáre szóló warrant?

Megoldás:
Az átváltható kötvényben két fajta ígéret van: egyrészt 1000 dollárt ígér, másrészt 40 darab K=25-ös kötési árfolyamú warrantot. Ezek együtt 1230 dollárt érnek.

A h(1)=1%-ból és a B(1)=100% ismeretében adódik, hogy*
h(1)=1-B(1)/B(1)*
1%=1-B(1)/100%
B(1)=99%
Tehát az 1000 dolláros ígéret értéke 990 dollár, a 40 darab warrant értéke pedig 240, vagyis 1 warrant értéke 6 dollár.

14.Dual currency deposit, FX Ranger, Dual Currency Note, FX-linked strukturált hitel és betét

14.1. Egy bank 100 ezer euró 6 havi befektetésre lejáratkor 1000 euró kamatot fizet, feltéve, hogy a befektető elfogadja, hogy a bank döntése alapján a teljes összeget esetleg lejáratkor forintban kapja vissza, 320-as EURHUF árfolyamon átváltva. Az EURHUF azonnali árfolyam 303,50, a volatilitása 10%, a 6 havi kockázatmentes effektív hozam euróban 0%, forintban 2,50%.

a) Milyen opciós pozíciót vállal a befektető?
b) Hány forintot ér egy ilyen opció a névértékben szereplő eurónként?
c) Mennyit keres a bank egy ilyen ügyleten?

Megoldás:

a) Short Call pozíció az ügyfél számára. Short EUR call / HUF put, K=320

b) BSM táblából kell kikeresni
*oszlop (QS)/(PK) = (1*303,5)/((1/(1+2,50%)^0,5)*320)= kb 96%*
*sor = (0,5)^(0,5)*0,1=0,0707 = kb 0,07*
BSM táblaérték = 1,2%, ez a QS százalékában van, vagyis a névértékben szereplő eurónkénti opciós díj ennek a QS-szerese, vagyis 3,642 forint eurónként

*c) A bank ígér 101 ezer eurót, de elvesz az ügyféltől egy call opciót. A 101 ezer euró jelenértéke 101 ezer euró, mert 0% az euró kamat, az opció értéke pedig 1,2%*101.000= 1212 euró.*
Vagyis az ügyfél jelenértéken ad a banknak 100 ezer eurót és kap érte 101000-1212=99788 eurónyi jelenértéket. Tehát a bank keres 212 eurót.

14.2. Egy német bank 2 féle DCD (dual currency deposit) ügyletet ajánl ügyfeleinek. Mindkét betét euróból indul ki és a 3 hónap futamidő elteltével kiemelt kamatot fizet, cserébe az ügyfelek vállalják, hogy amennyiben a bank szeretné, egy előre meghatározott árfolyamon dollárra váltva adja vissza a betétet és a kamatot. Az egyik DCD esetén az átváltási arány 1,1200 (tehát 1 euróért 1,12 dollárt ad), a másik esetén 1,1500. A spot EURUSD árfolyam 1,1000, a 3 hónapos kockázatmentes euró hozam 0%. Az EUR call/USD put opció díja 3 hónap futamidőre 1,1200-ás kötési árfolyam esetén 0,0200 (tehát az opció névértékében szereplő 1 eurónként 0,02 dollár az opciós prémium), míg 1,1500-ás kötési árfolyam esetén 0,0080. Legfeljebb mekkora effektív hozamot ajánlhat a bank az egyes DCD-ken?

Megoldás:

*K=1,1200 esetén: Például behoz az ügyfél 100 eurót, hogy befektetné a DCD-be. A bank ekkor eladhat 100 euróra szóló 1,1200-ás EUR call/USD put opciót, amiért kap 100*0,02=2 dollár opciós prémiumot. Ez 2/1,1000=1,82 eurót jelent. Tehát összesen 101,82 eurót kell 3 hónapig 0%-on befektetnie. Lejáratkor 101,82 eurója lesz, ami 3 hónapra vetítve =(101,82/100)^4-1=7,48%*

*K=1,1500 esetén: Például behoz az ügyfél 100 eurót, hogy befektetné a DCD-be. A bank ekkor eladhat 100 euróra szóló 1,1500-ás EUR call/USD put opciót, amiért kap 100*0,0080=0,80 dollár opciós prémiumot. Ez 0,80/1,1000=0,73 eurót jelent. Tehát összesen 100,73 eurót kell 3 hónapig 0%-on befektetnie. Lejáratkor 100,73 eurója lesz, ami 3 hónapra vetítve =(100,73/100)^4-1=2,95%*

14.3. Egy bank kétféle Dual Currency Deposit (DCD) ügyletet ajánl az ügyfeleinek. Mindkettő futamideje 6 hónap, mindkettő euró betétként indul, a bank mindkettőnél lejáratkor dönthet úgy, hogy esetleg forintban fizeti vissza. Az egyik esetén 5% (ACT/360) kiemelt kamatot fizet a DCD, és a bank 320-as árfolyamon átváltva fizetheti vissza a betétet, a másik esetben 3% (ACT/360) kiemelt kamatot fizet a DCD és a bank 330-as árfolyamon átváltva fizetheti vissza a betétet. Milyen lejáratkori EURHUF árfolyam esetén lesz éppen mindegy egy ügyfélnek, hogy melyik DCD-t kötötte meg?

Megoldás:

320 alatt biztos jobban jár, ha a 320-as DCD-t kötötte, hiszen egyiket sem hívják rá és a 320-as több kamatot fizet.
330 fölötti esetben mindenképp jobban jár, ha a 330-as DCD-t kötötte, mert mindkettő forintot fizet vissza és a330-as többet:
*(1+180/360*5%)*320= 328*
*(1+180/360*3%)*330= 334.95*

A break even tehát valahol a (320;330) intervallumban van:
*(1+180/360*5%)*320 / EURHUF_break_even = (1+180/360*3%)*
*EURHUF_break_even = (1+180/360*5%)*320 / (1+180/360*3%) = 323,15*

14.4. Fél éve 1 millió dollár befektetéséről kellett döntenie. Kockázatmentes bankbetéten 0,25% (p.a. ACT/360) kamatot tudott volna elérni, miközben a jól csengő „Dual Currency Deposit” (DCD) fantázianevű termék 6%

(p.a. ACT/360) kamatot ígért, feltéve, hogy a bank dönthet úgy, hogy a tőkét és a kamatot dollár helyett forintban fizeti vissza lejáratkor, 255-ös USDHUF árfolyamon átváltva. Végül a DCD mellett döntött, melynek a lejárata éppen ma van. Jelenleg a spot USDHUF árfolyam 260. Végül jobban járt a DCD-vel, mintha szimpla bankbetétet használt volna?

Megoldás:
Igen, ez első ránézésre is látszik, hiszen a spot csak kb 2%-kal van a kötési árfolyam felett, node fél évre 6% kamat az kb 3%-nak felel meg, vagyis kb 1%-nyi hozamot értünk el így dollárban is. Miközben, ha nem ezt a befektetést választjuk, akkor 0,25%-ot kaptunk volna, ami fél évre kb 0,125%.

*Szimpla dollár bankbetét esetén: 1.000.000 * (1 + 0,25%*180/360) = 1.001.250 dollárt kapnánk vissza, ami most 1.001.250 * 260 = 260.325.000 forintot érne.*

DCD esetén tuti ránkhívja a bank az implicit call opcióját, ezért eleve forintban kapjuk vissza a befektetést, összesen: 1.000.000(1 + 6%*180/360)*255 = 262.650.000 forintot kapunk.*

Ha dollárban érdekel a befektetésünk, akkor az így kapott forintot 260-on kell visszaváltanunk és kijön, hogy 1.010.192,31 dollárt ér, amin szintén látszik, hogy több, mint az 1.001.250 dollár. Tehát most jobban jártunk a DCD-vel.

14.5. Egy bank egy új terméket szeretne ajánlani ügyfeleinek. A termék egy év futamidejű és tőkegarantált, lejáratkor pedig vagy nem fizet kamatot, vagy kiemelt prémium kamatot fizet. Akkor fizeti a prémium kamatot, ha az egy év futamidő alatt az EURHUF árfolyam végig a (279;331) intervallumon belül mozog. Az egy éves kockázatmentes effektív hozam 3%, a 279-331 kiütési szintekkel rendelkező Double-No-Touch bináris opciót pedig a lejáratkori kifizetésének 20%-án kereskedik. Mennyi kiemelt prémium kamatot ajánljon a bank, ha tervei alapján 1 milliárd forintnyi ügyfélbefektetés megvalósítása esetén 10 millió forintot szeretne keresni az ügyleten?

Megoldás:
Induljunk ki abból, hogy 1 milliárd ügyfélpénzből el kell rakni 10 millió profitot. Akkor marad 990 millió. Ebből a fix ígérethez (tőkegaranciához) félre kell tenni 1 mrd /(1+3%)^1 = 970.873.786 millió forintot. Tehát a feltételes ígéretre 990 mio – 970.873.786=19.126.214 forintot költhetünk.

A szükséges DNT opciót a payout 20%-án jegyzik, tehát max 19.126.214/20%=95.631.070 payout-nyi DNT opció vásárolható.

Ha minden jól alakul, akkor 1 mrd +95.631.070 forintot tudunk visszafizetni, ami 1 év alatt kb 9,56% kiemelt kamatnak felel meg. Ha a DNT kiütődik, akkor meg csak az 1 mrd tőkét.

14.6. Egy bank FX Ranger terméket ajánl ügyfeleinek. A termék egy év futamidejű és tőkegarantált, lejáratkor pedig vagy nem fizet kamatot, vagy 10% kiemelt prémium kamatot fizet. Akkor fizeti a prémium kamatot, ha az egy év futamidő alatt az EURHUF árfolyam végig a (279;331) intervallumon belül mozog. Az egy éves kockázatmentes effektív hozam 3%, a 279-331 kiütési szintekkel rendelkező Double-No-Touch bináris opciót pedig a lejáratkori kifizetésének 20%-án kereskedik. Mennyit nyer jelenértéken a bank, ha 1 milliárd forintnyi ügyfélbefektetést sikerül a termékbe csábítania?

Megoldás:
Minek a visszafizetését ígéri a bank? 1 milliárdot biztosan és még 100 milliót feltételesen fizet 1 év múlva.

A fix ígéret ára: 1 mrd /(1+3%)^1 = 970.873.786 millió forint
A feltételes ígéretben foglaltak pedig 100 mio x 20% = 20 millió forintból beszerezhető, hiszen pont egy 100 millió forintnyi kifizetésű DNT opció kell a megfelelő barrierekkel és annak az árát épp a kifizetés %-ában jegyzik.

A bank nyeresége tehát: 1000 mio – 970.873.786 – 20 mio = 9.126.214 forintot nyer.

14.7. Versenytársa „X” névvel strukturált 1 éves befektetést ajánl ügyfeleinek, mely tőkegarantált és akár 7% kamatot is fizet. Akkor fizet 7% kamatot, ha az EURHUF árfolyam a teljes futamidő alatt a (294;321) intervallumban lesz, egyébként 0% kamatot fizet. Az 1 éves diszkontkincstárjegy árfolyama 98%. Legfeljebb a lejáratkori feltételes kifizetésének (payout) hány százalékába kerülhet egy olyan 1 éves EURHUF Double-No-Touch (DNT) opció, melynek az alsó korlátja 294, a felső korlátja 321?

Megoldás:

Mivel a versenytárs előjött egy ilyen FX Ranger termékkel, ezért feltehetően ez neki nem veszteséges. Ha pont nincs profitja a versenytársnak az ügyleten, akkor a lehető legértékesebb opciót adta, ami még kijött a kamat jelenértékéből, tehát a banki profitmentes esetben a DNT-re felső becslést kapunk és pont az is a kérdés.

A befolyó ügyfélpénzek 2%-a költhető el (kamat jelenértéke könnyen látszik a DKJ árfolyamból) és ebből kell 7%-nyi lejáratkori payout-ot megvenni, tehát 2/7= 28,57% lehet maximum a DNT árfolyama.

14.8. Egy japán bank 6 hónap futamidejű, Dual Currency Note (DCN) fantázianevű speciális diszkontkötvény kibocsátását tervezi. A DCN lejáratkor vagy 110000 jent törleszt, vagy 1000 dollárt, a bank döntése alapján. A DCN-t a bank 107500 jenért kívánja értékesíteni. A kockázatmentes JPY hozam 0%.

a) Mekkora lejáratkori USDJPY árfolyam esetén lesz utólag mindegy a befektetőnek, hogy kockázatmentes befektetésbe, vagy DCN-be fektetett-e?

b) Ha egy ügyfél DCN-t vásárol a banktól, akkor a delta-fedezés első lépéseként a bank milyen irányba kössön spot USDJPY ügyletet?

c) Ha egy ügyfél DCN-t vásárol a banktól, akkor a bank USDJPY-re vonatkozó vegája nő, vagy csökken?

Megoldás:

a) Ha kockázatmentesen fektet be ugyanennyi pénzt, akkor 107500 JPY-je lesz.

Ha DCN-t vesz, akkor lehetséges, hogy 110000 JPY-je lesz, ha 110 fölött lesz a lejáratkori USDJPY árfolyam, de nem ez az érdekes eset, nyilván ekkor jobban jár a DCN-nel. A break even szempontjából az az érdekes, ha 1000 dollárt kap vissza. Tehát a kérdés: mikor ér az 1000 dollár pont 107500 JPY-t? 107500/1000= 107,50-es árfolyam mellett.

b) A bank long USD put / JPY call opciós pozícióba kerül, vagyis a bázisdeviza szempontjából ez egy long put, vagyis a pozíció deltája negatív. Ezt fedezendő a banknak vennie kell spot USDJPY-t.

c) Bármekkora is volt korábban a bank USDJPY-re vonatkozó vegája, biztosan nő, hiszen long opciós pozíciót kap.

14.9. Egy bank 4 éves strukturált kötvények kibocsátását tervezi. Egy kötvény névértéke 1000 euró, minden év végén 20 euró kupont fizet, lejáratkor pedig a 20 eurós kuponon túl, a bank döntése alapján, vagy 1000 eurót, vagy 330000 forintot törleszt. A kötvény a modellekben csődkockázat-mentesnek tekinthető. A kockázatmentes euró diszkontfaktorok egy-, két-, három- és négy évre rendre 100,40%, 100,60%, 100,75% és 100,80%. Az EURHUF spot árfolyam 307, a 4 éves EURHUF forward árfolyam 320,10.

a) Mennyit ér egy ilyen kötvény, ha az EURHUF volatilitása 7%?

b) Mekkora az EURHUF implicit volatilitása, ha a kötvény kibocsátáskori piaci ára 1005,85 euró?

Megoldás:

Fontos látni, hogy a befektető ad el beágyazott opciót a kibocsátónak, mert, ha 330 fölé gyengül a forint, akkor nem adja vissza az 1000 eurót, hanem csak 330000 forintot.

a) A befektetőnek tehát lesz (20;20;20;1020) cash fow-ja és egy 4 éves 330-as kötési árfolyamú, 1000 EUR névértékű EUR call / HUF put opcióban short pozíciója. Ezek együttes értéke adja ki a kötvény jelenlegi értékét.

BSM-tábla oszlopa: F/K = 320,10/330 = 0,97
*BSM-tábla sora: szigam*gyök(T-t) = 0,07 * 2 = 0,14*
*BSM-táblaérték: „4,3”, ez a QS százalékában értendő, azaz 4,3%*100,80%*307 = 13,31 forintot ér a call a névértékben szereplő eurónként, vagyis 1000 euró esetén 13.310,- forintot ér, ami 13.310/307 = 43,36 euró*

Tehát a kötvény értéke: PV(20;20;20;1020) -43,36 =
*=100,40%*20+100,60%*20+100,75%*20+100,80%*1020-43,36 = 1045,15 eurót ér*

b) Azt láttuk, az a) kérdésben, hogy ha 7% lenne az EURHUF volatilitása, akkor a kötvény 1045,15 eurót érne, most viszont csak 1005,85 eurót ér, vagyis az opció értéke az alábbi egyenletből adódik:
*100,40%*20+100,60%*20+100,75%*20+100,80%*1020-call = 1005,85*
call = 82,66 euró
Milyen BSM-táblaérték mellett jöne ki ez az opciós ár?
*82,66/1000/100,80%*100 = 8,2*
Vagyis a 0,97-es oszlopban meg kell keresni, hogy melyik sornál van a „8,2”. Ez a 0,24-es sor. Mivel az opció 4 éves, ezért a futamidő négyzetgyöke 2, vagyis az implicit volatilitás: 12%.

14.10. Egy bank 1 éves FX-linked strukturált hitelt ajánl egyik vállalati ügyfelének. A vállalat 1 millió euró hitelt vesz fel a futamidő elején, egy év múlva pedig 1 millió eurót és egy speciálisan számított kamatot kell visszafizetnie. A kamat annyi százalék, amennyivel az EURHUF árfolyam 320 felett van lejáratkor. (Például, ha lejáratkor az EURHUF árfolyam 319, akkor a vállalat csak az 1 millió eurót adja vissza, kamatot nem kell fizetnie. Ha viszont lejáratkor az EURHUF árfolyam 329,60, akkor a vállalat az 1 millió euró törlesztése mellett még 3% kamatot, vagyis összesen 1,03 millió eurót fizet vissza.) Egyébként hagyományos 1 éves hitelt 4% kamat mellett adna a bank a vállalatnak. Az EURHUF 1 éves határidős árfolyama 316,80, volatilitása 12%. A kockázatmentes euró hozamgörbe 0%-on vízszintesnek tekinthető. Mutassa meg, hogy a bank jobban jár, ha a vállalat a strukturált hitelt választja a hagyományos helyett!

Megoldás:
Ha a vállalat belemegy a strukturált hitelbe, akkor ad egy opciót a banknak, ez az opció 1 millió euró névértékű, 320-as kötési árfolyamú, EUR call/HUF put. A kérdés, hogy ez 4%-nál többet, vagy kevesebbet ér.
BSM-tábla oszlopa: F/K=316,80/320=0,99
*BSM-tábla sora: 1*0,12=0,12*
BSM-táblaérték: 4,3, ami a QS százalékában értendő, node most eleve euróban is érdekes, vagyis ez most 4,3%, amit az egyébként 4%-nyi kamattal kell összehasonlítani. Tehát jobban jár a bank, hiszen a 4% kamat, amiről lemond kevesebb, mint a 4,3%-ot érő opció, amit kap.

14.11. Egy bank egyik kiemelt ügyfele 5 millió euró hitelt szeretne felvenni 1 év futamidőre. A bank két ajánlatot készített. Az egyik lehetőség szerint a bank év végén fix 3% kamatot kér. A másik szerint év végén a bank 1%+ annyi százalék kamatot kér, ahány százalékkal az EURHUF árfolyam egy év múlva meghaladja a 330-as szintet. (Például, ha lejáratkor az EURHUF árfolyam éppen 333,30, akkor 1%+1%=2% kamatot kell fizetni, de 330-as, vagy az alatti EURHUF árfolyam esetén csak 1%+0%=1%-ot). Az EURHUF egy éves határidős árfolyama 310,20, volatilitása 10%, az egy éves kockázatmentes effektív hozam euróban 0%, forintban 3%. Vezesse le, hogy melyik ajánlat elfogadása esetén jár jobban a bank!

Megoldás:
Bárhogy is dönt a vállalat a bank hitelkockázati szempontból ugyanúgy jár. Az az érdekes, hogy a változó kamatrész többet ér-e mint a 2%, hiszen vagy 3% kamatot kap a bank, vagy 1%-ot és egy EUR call/HUF put opció kifizetését. Az opció kötési árfolyama 330, névértéke pedig 5 millió euró.

Ha mondjuk 333,30 a lejáratkori árfolyam, akkor pont a névérték 1%-át éri lejáratkor ez az opció.

BSM-táblázatból: oszlop: (QS)/(PK)=(QS/P)/K=F/K=310,20/330=0,94
*sor: szigma*gyök(T-t)=0,10*
táblaérték: 1,7, ami a QS százalékában értendő
Az egyszerűség kedvéért most az euró kamat 0%-nak van megadva, így Q=1, vagyis 1,7%-ot ér az opció ma, ráadásul ennek az egy év múlvai jövőértéke is pont ennyi.

Tehát a bank lejáratkor vagy fix 3% kamatot kap, vagy pedig 1%-ot és egy opciót, amielynek a jelenértéke lejáratkori értékre átszámítva 1,7%-ot ér, azaz jobban járna, ha az egyszerű fix 3%-os hitelt választaná a vállalat.

14.12. Egy vállalatnak 1 millió euró exportárbevétele érkezik 3 hónap múlva. Bankja 2 terméket ajánl neki a devizakitettség csökkentésére. Az egyik egy hagyományos forward ügylet, melynek a választása esetén a bank 315-ös árfolyamon megveszi 3 hónap múlva a vállalat 1 millió euróját. A másik egy strukturált forward, melynek értelmében a bank 320-as árfolyamon vagy 0,5 millió eurót, vagy 1 millió eurót vesz meg 3 hónap múlva, a bank döntése alapján. A 3 hónapos forint diszkontfaktor 99,78%. Legalább hány forintot ér a 320-as kötési árfolyamú, 3 hónap futamidejű EUR call/HUF put opció, ha feltételezzük, hogy a bank profitja a strukturált forward esetén legalább akkora, mint a hagyományos forward esetén?

Megoldás:
A strukturált forward esetén a bank döntheti el, hogy 0,5, vagy 1 millió eurót vesz. Ebből 2 dolog látszik: egyrészt 0,5 milliót mindenképp megvesz, másrészt van a banknak egy call opciója a másik 0,5 millióra.

*A call opcióért cserébe a bank a mindenképp megvételre kerülő 0,5 milliónak javítja a határidős árfolyamát 5 forinttal! Tehát a bank kap 0,5 milliónyi call opciót, cserébe ad 0,5 milliónyi forward mellé még 5 forintot eurónként lejáratkor. Mivel az opciós díj a futamidő elején van, az extra 5 forintot meg a végén adja, ezért 5*99,78% = kb 4,99 forintba kell kerüljön a 320-as EUR call / HUF put opció legalább.*

Feltehetően ennél többet ér ez az opció, hogy a bank többet keressen a strukturált ügyleten, mint amennyit a szimpla forwardon keresne.