

MAROSSY ZITA

A villamos energia áralakulásának egy új modellje

A tanulmány az aukciós villamosenergia-tőzsdéken kialakuló óránkénti árak statisztikai jellemzőivel foglalkozik. Célja, hogy egyes legújabb kutatási eredmények alapján új megvilágításban mutassa be a villamos energia óránkénti árára jellemző főbb megállapításokat, amelyek a későbbiekben az ár modellezésének alapjául szolgálhatnak. A jelenségeket az EEX és Nord Pool áramtőzsdén kereskedett termékek árainak adatain szemlélteti. Látni fogjuk, hogy át kell értékelnünk több, a villamosenergia-árak statisztikai viselkedéséről alkotott megfontolást.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C22, C16, C51, Q49.

A villamosenergia-piaci liberalizáció és dereguláció következtében világszerte megjelentek a szervezett villamosenergia-piacok. A villamos energia ára a kereslet és kínálat függvényében ingadozik. A villamos energia árának modellezése elengedhetetlen az árazáshoz és a kockázatkezeléshez. Egy megfelelően használható modellhez pedig ismerünk kell a modellezendő folyamatot, azaz a villamos energia árának viselkedését. A szakirodalom az ár idősorában ismétlődően jelentkező, a villamos energiára speciálisan jellemző vonásokat egyszerűsített (stilizált) tények formájában gyűjti össze és vizsgálja. Az egyszerűsített tények egyes állításai azonban új megvilágításba kerülnek, ha összevetjük őket a villamosenergia-árat vizsgáló néhány újabb kutatási eredménnyel. Az egyes jelenségek bemutatása mellett a cikk célja, hogy rávilágítson azokra a pontokra, ahol az egyszerűsített tényekről alkotott korábbi elgondolásaink módosításra szorulnak.

Az itt ismertetett új eredmények egy adott kutatási irányvonalhoz tartoznak, amelyek fő állítása, hogy a villamosenergia-piacon az ár eloszlása ugyanabból az eloszlástípusból származik a hét minden órája esetén, bár az eloszlás paraméterei óráról órára változhatnak. Ez a kutatási irányvonal a szakirodalom korábbi modellfelfogásától jelentősen eltér. A cikk összefoglalja ennek a kutatási iránynak az állításait, majd bemutatja, mennyiben változtatja meg ez az irányzat a villamosenergia-árról alkotott elképzelésünket. Az eredmények összeillesztése és a közöttük lévő logikai lánc meggyőzhet bennünket arról, hogy érdemes ebben az új keretben gondolkodni a villamos energia áráról.

Mivel 2010. július 20-án megkezdte működését a magyar villamosenergia-tőzsde, a HUPX, az itt tárgyalt jelenségek különösen fontosak ma Magyarországon a villamosenergia-ár statisztikai vizsgálatát végzők (modellezők, árazók, kockázatkezelők) számára, valamint azoknak, akik villamosenergia-kereskedéssel foglalkoznak. Például kiemel-

* Köszönettel tartozom a Regionális Energiagazdasági Kutatóközpontnak és *H. Sivonennek* az EEX- és Nord Pool-adatokért. A kutatást az Európai Bizottság 043363. sz. Manmade projektje támogatta.

ten érdekes lehet az időnként megjelenő, kiugróan magas árak szerepe. A cikk ezzel a kérdéssel is foglalkozik, és statisztikai módszerek segítségével magyarázatot ad a kiugró árak természetére.

A cikk első fele irodalomismertető jellegű, az alapfogalmak és alapadatok ismertetését követően a villamosenergia-piacok egyszerűsített (stilizált) tényeit és a villamosenergia-árak statisztikai jellemzőire vonatkozó korábbi szakirodalmi eredményeket vázolja. Ezután foglalkozik azokkal az újabb eredményekkel és modellekkel, amelyek a stilizált tények átgondolására sarkallhatnak. Végezetül összefoglalja, hogy ez utóbbi eredmények fényében miként fogalmazhatjuk át a stilizált tényekről szóló állításokat.

Villamosenergia-tőzsdék

Az áram szabadpiaci adásvétele történhet közvetlenül a felek között szervezett piacokon kívül (például hosszú távú szolgáltatási szerződések kötésével), illetve szervezett piacokon. A szervezett árampiac nem egyenlő a villamosenergia-tőzsdével. A tőzsdéi forma mellett létezik egy másik szervezett kereskedelmi közös rendszer (*pool*) is, amelyben a termelők egy becsült keresletnek megfelelő mennyiség eladásáért versenyeznek egymással, például egyoldali aukció keretében (*Weron* [2006]). E piacokra jellemző továbbá a kötelező részvétel, míg a tőzsdén rendszerint önkéntesen jelennek meg a piaci szereplők. A két rendszer elnevezése sokszor keveredik, példa erre a Nord Pool elnevezése is, ami valójában áramtőzsdéi keretek között működik. A továbbiakban az áramtőzsdékkel és az ott képzett árakkal foglalkozunk.

A villamosenergia-tőzsdék *szereplői* lehetnek a villamosenergia-termelők, a kis- és nagyfogyasztók, valamint a villamosenergia-kereskedők. A piacokon a termelők jellemzően az eladói oldalon, a fogyasztók a vevői oldalon jelennek meg, míg a kereskedők működésük logikájából adódóan mind eladóként, mind vevőként is funkcionálhatnak.

A *termék*, amivel ezeken a piacokon kereskednek, egy adott időszak (például egy negyedév vagy egy óra) alatt szolgáltatott egységnyi (például egy megawattóra) villamos energia. Fontos jellemzője ennek a terméknek, hogy ésszerű veszteségek mellett nem tárolható. A tárolásra példaként szokták emlegetni a víztározók működtetését: adott időszaki árammal felpumpálják a vizet egy hegyi víztározóba, ott tárolják, majd egy későbbi időszakban a vizet leengedik, és a víz helyzeti energiáját felhasználva áramot generálnak. Ez a megoldás alacsony hatásfokú, ezért is szokták inkább elfogadni, hogy a villamos energia nem tárolható.

Európában több villamosenergia-tőzsde működik, köztük a *European Energy Exchange* (EEX) és a *Nord Pool*. Mindkettő nagy forgalmat lebonyolító, likvid tőzsde. A Nord Pool honlapjának információja szerint 2008 szeptemberében¹ 325, 2009 áprilisában² 333 résztvevő kereskedett a Nord Pool másnapi piacán naponta. A Nord Pool Elspot rendszerén belül a kereskedett mennyiség 2008 (2007) folyamán 297,6 (290,6) terawattóra volt, ami a skandináv országok fogyasztásának több mint 70 százaléka (69 százaléka). A Nord Pool 1993-ban kezdte meg működését. Az EEX-et 2002-ben hozták létre a frankfurti és a lipcei áramtőzsde fúziójával.³ Az EEX honlapja szerint⁴ az EEX piacain összesen 215 piaci szereplő tevékenykedik a kereskedés, az elszámolás, a brókeri feladatok és az árjegyzői funkciók területén. Európán kívüli tőzsdére példa

¹ *Forrás:* Nord Pool honlap. Letöltés: 2009. március 30. (<http://www.nordpoolspot.com>).

² *Forrás:* Nord Pool honlap. Letöltés: 2009. november 12. (<http://www.nordpoolspot.com>).

³ *Forrás:* EEX honlap. Letöltés: 2009. március 30. (<http://www.eex.com>).

⁴ *Forrás:* EEX honlap. Letöltés: 2009. március 30. (<http://www.eex.com>).

a kaliforniai áramtőzsde (*California Power Exchange CalPX*). Magyarországon a már említett HUPX működik.

Bár a konkrét kereskedési szabályok mindig tőzsdspecifikusak, az általános kereskedési elvek sok hasonlóságot mutatnak. A *kiegyenlítő (adjustment) kereskedés* esetén szinte azonnal vásárolhatunk/adhatunk el a következő időszakra villamos energiát. A *másnapi (day-ahead) piacokon* a következő munkanapra vagy naptári napra (illetve a nap egy órájára, napszakára, csúcsidőszakra, csúcsidőszakon kívülre stb.) lehet áramot venni. A *határidős tőzsdéken* hosszabb periódussal az áram szolgáltatása előtt állapotodnak meg az adásvételről, és rendszerint a szolgáltatási időszak is hosszabb (például egy negyedév). A határidős kötések mellett kialakultak az *opciós piacok* is, amelyeken jogot szerezhethünk vagy nyújthatunk bizonyos mennyiségű villamos energia vételére, illetve eladására, valamint egyéb összetett opciós jogokkal is találkozhatunk.

Ezek alapján a villamos energiának nem egyféle ára van. A $P(t, T)$ ár függ attól, mikor (t) és mikorra (milyen szolgáltatási időszakra, T) vásárolunk. Mindenfajta kockázatkezelési probléma esetén ezt figyelembe kell venni.

A különböző piacok közül ebben a tanulmányban a másnapi piaccal foglalkozunk. Az ár idősorának megvizsgálása előtt nézzük meg, hogyan alakul ki a piacon a másnapi ár!

A tőzsdék a másnapi piacokon gyakran kétoldali egyenás aukciót alkalmaznak. Ez azt jelenti, hogy a vevők és eladók⁵ a szolgáltatást megelőző napon vagy munkanapon beadják az áránlataikat a nap 24 órájára külön-külön. A tőzsde ezekből a mikroökonómiai összefüggések alapján megkonstruálja a piaci keresleti és kínálati görbét. A piaci keresleti görbe jellemzően rugalmatlan (*Weron [2006]*), míg a piaci kínálati görbe esetén az ár a mennyiség exponenciális függvénye (*Bunn [2004]*). A piaci kínálati görbe tükrözi a különböző villamosenergia-előállítási technológiák költségeinek viszonyát: a víz-, az atomenergia-, a szén-, az olaj- és a gázalapú technológiát alkalmazó vállalatok ajánlatai tipikus esetben egyre nagyobb árat tartalmaznak, és az exponenciális jelleget létrehozva egyre kisebb mennyiséget foglalnak magukban (*Weron [2006]*).

A villamos energia piaci ára az az egyensúlyi ár lesz, amely mellett az adott órában a piaci kereslet és kínálat megegyezik. Minden piaci szereplőnek a piaci árat kell fizetnie, illetve azt kapja meg.

Vannak olyan esetek, amikor a piaci ár nem egyezik meg az egyensúlyi árral, például ha a kereskedés eredményeképpen átviteli problémák adódnak. Az ajánlatok megtételekor a szereplőket nem kényszeríti semmi annak figyelembevételére, hogy az eredő leszállítandó mennyiségek az átviteli hálózatok kapacitáskorlátainak megfeleljenek. Ha ez az átviteli probléma fennáll, akkor egyes tőzsdék az úgynevezett zóna- vagy csomóponti árakat alkalmazzzák az egyensúlyi ár helyett.

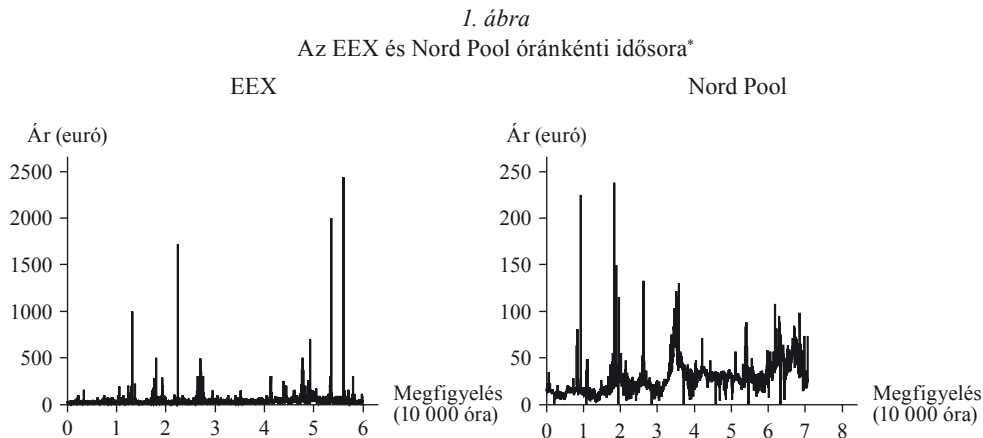
A villamos energia árának idősora az egyes órák ára egymás után rendezve, amelyek a tejesítést megelőző napon (vagy munkanapon) alakulnak ki. Mivel tudjuk, hogy az áram nem tárolható, ezért a különböző órákban leszállított áram különböző terméknek számít. Az árampiacon valójában a határidős görbe az, amely egy adott termék áralakulását mutatja be az idő függvényében.

Miért van mégis értelme vizsgálni ezt az idősort? A stilizált tények vizsgálatakor látni fogjuk, hogy az idősor stabil (például korrelációs) struktúrával rendelkezik, ezért feltételezhető, hogy van mögöttes adatgeneráló folyamata, így az ár modellezése értelmes és megvalósítható feladat.

⁵ A tőzsdék nem feltétlenül kötik ki, hogy a termelők csak eladók, a fogyasztók csak vevők lehetnek, ezért szerepel a termelő és fogyasztó helyett az eladó és vevő kifejezés.

A felhasznált adatok⁶

Az elemzéshez a Nord Pool esetén 1999. január 2-ától 2007. január 26-áig és az EEX esetén 2000. június 16-ától 2007. április 19-éig álltak rendelkezésre az óránkénti adatok a másnapi piacokról. Az idősort az 1. ábra szemlélteti.



* Nord Pool: 1999. január 2.–2007. január 26., EEX: 2000. június 16.–2007. április 19.

Helyenként az óránkénti adatok helyett napi árakkal dolgoztunk. Az egy naphoz tartozó 24 adat összeadásával kaptuk meg a napi árat. Ez tulajdonképpen nem más, mint a napon belüli szezonális egyfajta szűrése. A napi adatok kiszámolásának konkrét tartalmát is lehet tulajdonítani: tulajdonképpen a napi szintetikus zsinórtermék árát kapjuk meg, azaz annak az árát, ha a (nap 24 óráján keresztül szolgáltatott) zsinóráramot úgy vesszük meg, hogy minden órához tartozó áramot külön-külön megveszünk, így a kiszámolt árösszeget értelmezni is tudjuk.

Egyszerűsített (stilizált) tények

A villamosenergia-árak egyszerűsített tényeit szakirodalom alapján ismertetjük. Egyszerűsített tényeken olyan megfigyeléseket értünk, amelyeket a szakirodalom általánosan igaznak fogad el az árak viselkedésével kapcsolatban. Ezek az állítások nem feltétlenül igazak minden piacon és minden időszakban, de a legtöbb esetben nem vétünk nagy hibát, ha igaznak fogadjuk el azokat. Látni fogjuk, hogy a hivatkozott irodalmak több többször hasonló viselkedést találtak, így van értelme egyszerűsített (stilizált) tényekről beszélni.

A villamosenergia-piacon leggyakrabban emlegetett *egyszerűsített tények* a következők.

1. Az áradatsorban kiugró értékek (*price spikes*) találhatóak.
2. Az autokorreláció értéke az idősorban magas.
3. A volatilitás időben változik, az idősor heteroszkedasztikus.
4. Az adatsor szezonális vonásokat mutat.
5. Egyes szerzők szerint a villamos energia ára antiperzisztens, egy-egy kiugró értéket követően visszatér az átlaghoz (átlaghoz való visszahúzás, *mean reversion*), míg mások szerint az ár idősora hosszú távú memóriával rendelkezik.

⁶ A számítások EVIEWS és MATLAB szoftverrel készültek.

6. Nincs konszenzus a szakirodalomban azzal kapcsolatban, található-e egységgyök az ár idősorában, azaz integrált-e a folyamat.

7. Az árak, hozamok eloszlása vastag szélű.

A következőkben – *Weron* [2006] összefoglaló munkájából kiindulva és más művekkel kiegészítve – végigvesszük, hogy mit jelentenek és hogyan jelennek meg ezek az egyszerűsített tények. Ezzel párhuzamosan kitérünk arra is, hogyan befolyásolják ezek a jellemzők a statisztikai modellezést.

Kiugró értékek

Az 1. ábrán láthattuk, hogy az idősorban néha rövid időre megjelennek kiugró értékek (ártüskék), a jelenség tartalma tehát elég szemléletes: időnként jelentősen megnövekszik a villamos energia ára. *Weron* [2006] különböző lehetőségeket ad meg arra, hogy formálisan is leírassuk, mikor tekintünk egy értéket kiugrónak. Eszerint kiugrón magas a villamos energia ára, ha az ár vagy az árváltozás (hozam) egy adott küszöböt túllép. Ez elég triviális definíció, mégis nehézségekbe ütközhet annak megállapítása, hova tegyük a küszöböt. A küszöb néha nem rögzített, hanem azt az adott változó (ár vagy hozam) momentumai alapján határozzák meg, például *várható érték + konstans × szórás*. *Zhao és szerzőtársai* [2007] leírja, hogy a konstans (általában 2-3 körüli) értékei változhatnak a piac, évszak és időszak alapján.

A jelenséget szemlélteti, hogy a vizsgált időszakban (Nord Pool: 1999. január 2. és 2007. január 26. között, EEX: 2000. június 16. és 2007. április 19. között) a Nord Pool legmagasabb óránkénti ára 238 euró, miközben az átlagos ár 27,5 euró volt. A Nord Poolon a napi ár a 2750 eurós szintet is elérte 659,5 eurós átlagos napi ár mellett. Az EEX-en is hasonló viselkedéssel találkozhatunk: a megfigyelhető legnagyobb óránkénti ár az átlagos érték 75-szörösére rúgott.

Az árak szóródását mérhetjük a hozam szórásával (volatilitással) is. Az óránkénti idősor volatilitása az EEX-en 23,84 százalék, míg a Nord Poolon 5,91 százalék. A napi idősor volatilitása 33,03 százalék az EEX-en, és 9,51 százalék a Nord Poolon. *Weron* [2006] úgy találta, hogy a villamos energia napi ára esetén a volatilitás akár 50 százalékos értéket is felvehet, és összehasonlításként megadja a rövidebb lejáratú amerikai államkötvények (0,5 százalék alatt), a részvények (1-1,5 százaléktól 4 százalékig kockázattól függően) és egyes árupiaci termékek (1,5 és 4 százalék között) napi volatilitását. A villamos energia szóródása tehát nagyságrendekkel magasabb a többi piacon tapasztaltnál.

A villamosenergia-piacokon azt is megfigyelték, hogy a kiugrások intenzitása változik: sokkal gyakoribbak a magas árak a csúcsidezőszak elején és végén, illetve amikor az ár egyébként is magasabb (*Simonsen és szerzőtársai* [2005]). A szerzők a Nord Pool adatait vizsgálva azt találták, hogy télen sokkal gyakoribbak a kiugrón magas árak. Mivel télen általában magasabbak az árak, ezért ez is megfelel annak a megfigyelésnek, hogy a magasabb átlagos ár azzal jár együtt, hogy a kiugró adat valószínűsége is nagyobb.

További vonása a kiugró áraknak, hogy miután ugrásszerűen megnőtt az ár, utána gyorsan visszatér az eredeti nagyságrendre. Ezenkívül nem minden piacon figyelhetők meg kiugró értékek. *Weron* [2006] szerint a lengyel áramtözsdén, a PolPX-en nem észlelhető ez a jelenség. Ezt a szerző annak tulajdonítja, hogy a piac nem elég likvid ahhoz, hogy megjelenjenek az ártüskék.

Felmerül a kérdés, hogy mi az ártüskék létének oka. A széles körben elfogadott magyarázat (például *Weron* [2006]) erre az, hogy csökkenő kínálat (magnövekedett kereslet) mellett a kínálati görbe balra (keresleti görbe jobbra) tolódik, így a piaci ár megnövekszik, és a vállalatok nagy határköltséggel is termelnek áramot. A kiugrón magas költségű termelő-

egységek belépése okozza a magas árakat (kínálati sokk). A kisebb kínálatot okozhatja egy termelőegység hirtelen kiesése. Megnövekedett keresletre példa, ha a focivébé döntőjekor mindenki bekapcsolja a tévéjét, így megugrik az áramfogyasztás. Kínálati sokk esetén kulcsszerepe van annak, hogy a villamos energia nem tárolható, így a keresleti és kínálati sokkok nem simíthatók el időben, ezért közvetlenül befolyásolják az adott időszak piaci árát (*Escribano és szerzőtársai* [2002]).

Simonsen és szerzőtársai [2005] szerint a keresleti és kínálati sokkokra hivatkozó érvelés magyarázatot ad ugyan arra, hogy nő az ár, de arra nem, hogy ilyen hihetetlen mértékben nő. Szerintük a kiugró értékek oka a kínálat csökkenésén vagy a kereslet növekedésén kívül az aukciós ajánlattétel stratégiájában keresendő: egyes vevők mindenképpen vásárolni akarnak bármilyen magas ár mellett is, így nagyon magas ajánlatokat adnak meg, hogy ajánlatuk mindenképpen teljesüljön. Kiugró ár akkor fordul elő, ha a kínálat csak ezeket az ajánlatokat tudja fedezni. Vegyük észre, hogy a szerzők érvelésében valójában nem stratégiai ajánlattétel szerepel, hiszen ők nem arra hivatkoznak, hogy a vevők manipulálják az árakat az ajánlattétellel, hanem valójában itt a kereslet rugalmatlan volta fogalmazódik meg. Az érvelés tehát úgy foglalható össze, hogy a villamosenergia-piacon a kereslet rugalmatlan, ezért a keresleti, illetve kínálati görbe eltolódása nagymértékben befolyásolja az árakat.

Bár *Simonsen és szerzőtársai* [2005] nem szól stratégiai ajánlattételről, a stratégiai ajánlattétel időnként megjelenik a villamosenergia-tőzsdéken. A villamosenergia-termelők a kapacitásuk visszatartásával képesek lefelé tolni az adott időszaki piaci kínálati görbét, így emelik a villamos energia adott időszaki árát (lásd például *Woo és szerzőtársai* [2003]). A kaliforniai áramtőzsde (CalPX) 2000. évi válságának egyik okát például a kereskedők erőfölénnyel való visszaélésében látják, ami miatt az árak extrém mértékben megemelkedtek (lásd például *Weron* [2006]). Az erőfölénnyel történő visszaélés megakadályozásával nemcsak az átlagos árak csökkentését érhetjük el, de az ártüskék egyik okát is megszüntethetjük.

Ezekből az érvelésekből azt a következtetést lehet levonni, hogy a kiugró árak esetén a rövid távú hatások (véletlenek és stratégiai ajánlattétel) a meghatározók. Ezzel szemben *Zhao és szerzőtársai* [2007] szerint a kiugró árak előfordulását a piaci tényezők hosszú távú trendjei segítségével előre lehet jelezni. Szerintük a piaci tényezők nem képesek közvetlenül befolyásolni, hogy adott időszakban kiugorjon az ár, de befolyásolni tudják annak eloszlását. Emellett a szerzők elismerik, hogy néhány esetben a kiugrás nem jelezhető előre, mert stratégiai ajánlattétel eredménye.

A modellezés során a kiugró értékek kezelésére két lehetőségünk van: eltekintünk tőlük, vagy beépítjük őket a modellbe. Mivel az árazás és kockázatkezelés a célunk, semmiképpen sem kívánatos a kilógó értékek elhagyása, mert ugyanúgy lehetségesek, mint a többi esemény. Sőt a kilógó értékek különös figyelmet érdemelnek, mert realizálódásuk esetén kiemelkedő nyereséget vagy veszteséget könyvelhetünk el ügyletünkön. A modellezés során tehát nagy figyelmet kell tulajdonítanunk a magas árak viselkedésének leírására.

Weron [2006] szerint a kiugró értékek előzetes szűrése nem szükséges. A külső magyarázó változót tartalmazó autoregresszív (*autoregressive model with external input, ARX*) modellben a kaliforniai áramtőzsde (CalPX) adatait vizsgálja háromféle szűrési eljárással. Az azonos nap (*similar day*) módszere az előző és a következő hét azonos órájának átlagával helyettesíti az adott küszöböt átlépő árakat. A küszöbmódszer a küszöbértékkel helyettesíti a küszöböt átlépő árakat. A csillapító (*damped*) módszer esetén a T küszöb feletti P értékeket $T + T \log(P/T)$ értékre írja át. Kiugró értékeknek azt tekintették, amikor az ár az átlagnál legalább három szórással magasabb. Az empirikus vizsgálatok azt mutatják, hogy a kiugró adatok előzetes kiszűrése csak a nyugodt periódusok esetén ad jobb eredményt ahhoz képest, mintha nem szűrnénk az adatokat. A volatilitás növekedésekor a kiugró értékek eltávolítása vagy módosítása nem a legjobb eljárás.

E módszerek mellett érdemes megemlíteni *Geman–Roncoroni* [2006] modelljét, amelyben paraméterként szerepel a kiugró érték határa: ha az árváltozás átlép egy adott küszöböt, akkor kiugró árnak számít. A modellezést több küszöbvel is elvégezték, és a legjobb illeszkedést adó modell adja meg az optimális küszöböt.

Szezonális

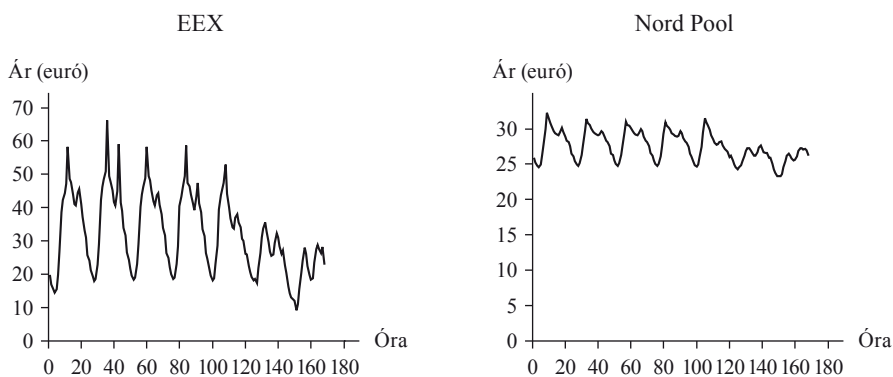
A szezonális erőteljesen megjelenik a villamos energia árának adataiban. Beszélhetünk 1. éves szezonálisról, ahol az évszakok ciklikussága adja meg a visszatérő mintázatot; 2. heti szezonálisról, ahol a hétköznapok és hétvégék ütemes váltakozása jelenik meg; illetve 3. napi szezonálisról, ahol a napi életritmus és a csúcsidő/nem csúcsidő egymásutánja rajzolja ki a naponta hasonló mintázatot.

Az éves szezonális esetén általában egy év (365–366 nap) alatt két hullámot ír le az ár időszora. A hullámhegy nyáron (légkondicionálás) és télen (fűtés, világítás) jelentkezik, míg tavasszal és ősszel alacsonyabb az ár.

A heti és napi szezonális az árak héten belüli ingadozását testesíti meg, amelyet a 2. ábra szemléltet a hét különböző óráinak átlagait feltüntetve a két vizsgált tőzsdén. Mindkét ábrán ugyanaz a mintázat látszik tisztán kirajzolódni. Hétfőtől péntekig a csúcsidőszakban a magas fogyasztás miatt megemelkednek az árak. Hétvégén napközben szintén magasabb az ár, mint éjszaka, de a hétfégi csúcsidőszaki árak általában elmaradnak a hét közben tapasztalt csúcsidőszaki áráktól. Az ábra alapján az árak nagyságrendjéről is képet kaphatunk. Az EEX-en például hétköznap csúcsidőn kívül 20 euró is lehet az átlagár az adott órában, csúcsidőben az átlagár ennek akár háromszorosát is elérheti. A Nord Poolon a különbség kevésbé erőteljes.

2. ábra

Heti szezonális, óránkénti átlagos árak*



* Nord Pool: 1999. január 2.–2007. január 26., EEX: 2000. június 16.–2007. április 19.

A szezonális esetén szintén dönthetünk, hogy szezonális autoregresszív mozgóátlagolású (SARIMA) modellel kezeljük a szezonális kérdését, vagy a modellezés előtt kiszűrjük a szezonálisat. A szűrést végezhetünk differenciálással, medián vagy átlagos hét alapulvételével, mozgóátlagolással, spektrálfelbontással, gördülő volatilitásos eljárással és a hullámfelbontással (*wavelet*) (*Weron* [2006]). Ezek a módszerek egy determinisztikus szezonális rész és egy sztochasztikus tag összegeként tekintik a villamosenergia-árat. Ez

azt jelenti, hogy az egyes órák eloszlásai csak a várható értékeiben különböznek a szezonális miatt, az egyéb momentumaik (például szórás) megegyeznek a szűrési eljárások feltevései szerint.

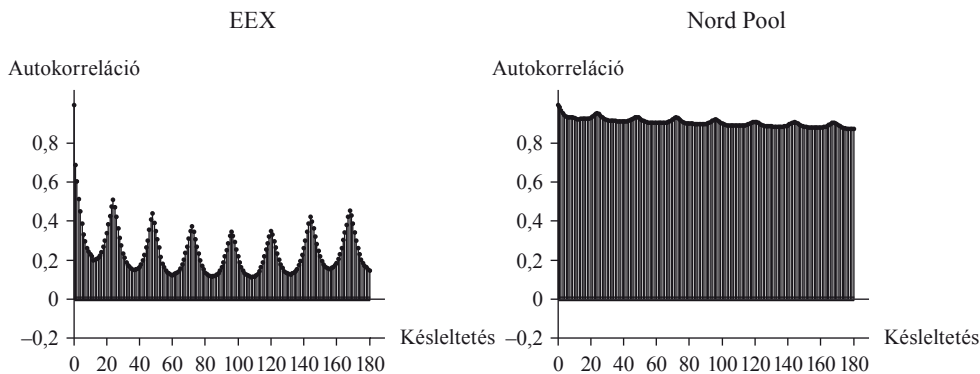
Magas autokorreláció

A felhasznált adatok bemutatásánál szó volt arról, hogy a különböző órákban szolgáltatott áramot más-más terméként kell kezelni. Az idősort akkor érdemes vizsgálni, ha az egyik órára vonatkozó árból következtetést tudunk levonni a másik óra árára. A másnapi villamos energia ára esetén szerencsére ez a helyzet: a különböző termékek árai között kapcsolat (autokorreláció) van (Putz [2003]), így feltehetjük, hogy létezik egy adatgeneráló folyamat, amiből az idősorunk származik. A feladatunk tehát „csak” az, hogy rátaláljunk erre az adatgeneráló folyamatra.

A keresésben segítségünkre lehet a már említett autokorreláció: a t -edik autokorreláció nem más, mint az ár és a t -vel késleltetett ár közötti korreláció. Az autokorrelációs struktúra vizuális elemzésére a korrelogramot szokták használni, amely az autokorrelációkat mutatja be a késleltetés függvényében.

A 3. ábra mutatja az itt vizsgált termékek árának korrelogramját egészen 180 időszakos késleltetésig. Ezen megfigyelhető az autokorrelációs struktúra rövid távú viselkedése is. Az autokorrelációs értékek a kritikus értékek (a vízszintes vonalak) felett helyezkednek el, tehát minden késleltetésre szignifikánsak. Magasabb az autokorreláció a 24-gyel osztható késleltetések esetén, aminek a napi szezonális az oka. Bár a Nord Pool esetén a korrelációs értékek nagyobbak, mint az EEX esetén, a korrelogram lefutása hasonló. Ugyanez igaz, ha a hosszabb távú (magasabb késleltetésű) autokorrelációt vizsgáljuk. Az autokorreláció lassan csökken a késleltetésszám növelésével, azaz ha egy időszak ára magas, akkor a későbbi időszakok ára is tendenciájukban magasabbak maradnak. Ebből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy az árak folyamata hosszú távú memóriával rendelkezik, amely jelenséget a későbbiekben további vizsgálatnak vetünk alá.

3. ábra
Az árak korrelogramja*



* Nord Pool: 1999. január 2.–2007. január 26., EEX: 2000. június 16.–2007. április 19.

Változó volatilitás

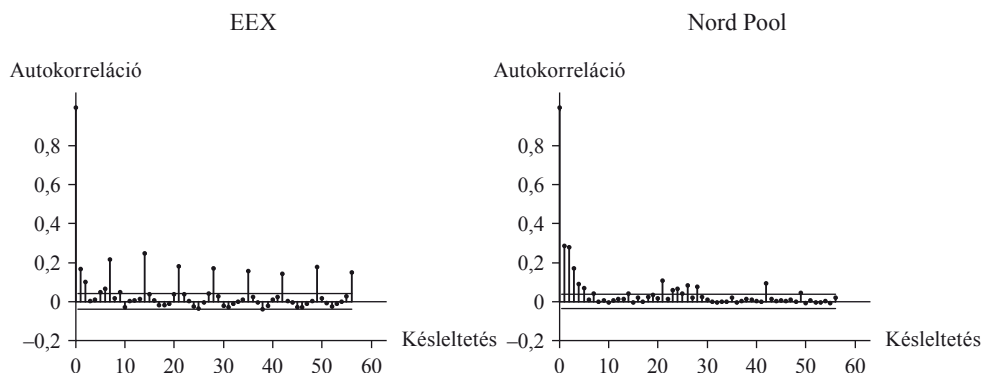
A kiugró árakkal kapcsolatban már szó volt arról, hogy a villamosenergia-piac sokkal volatilisabb, mint a pénzügyi piacok. A volatilitás azonban nem állandó, azaz az árak időszora heteroszkedasztikus (lásd például *Eydeland–Wolyniec* [2003]).

A heteroszkedasztikus jelleg megfigyelhető az 1. ábrán, amelyen a nagyobb árváltozások összecsomósodnak (a volatilitás tömörülése, *volatility clustering*), azaz az abszolút értékben nagyobb árváltozások hajlamosak egymáshoz közelebb esni. Ilyen esetben a piacon a csendes időszakokat időnkénti volatilisabb periódusok váltják fel.

A volatilitás tömörülését és a heteroszkedaszticitást gyakran szokás a hozam négyzetének idősorával (*Simonsen és szerzőtársai* [2005]) vagy a hozam négyzetének korrelogramjával⁷ szemléltetni. A 4. ábra az EEX és a Nord Pool napi hozamai négyzetének korrelogramját mutatja be. A vízszintes folytonos vonalakon kívüli értékek esetén az adott késleltetéshez tartozó autokorreláció szignifikáns. Az EEX esetén a kétnapos késleltetés még szignifikáns, a Nord Pool esetén ötnapos késleltetésig szignifikánsan különbözik 0-tól az autokorreláció.⁸ Mindez azt jelenti, hogy tömörül a volatilitás, és létjogosultsága lehet az általánosított autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, GARCH*) modellek használatának.

4. ábra

A napi hozam négyzetének korrelogramja*



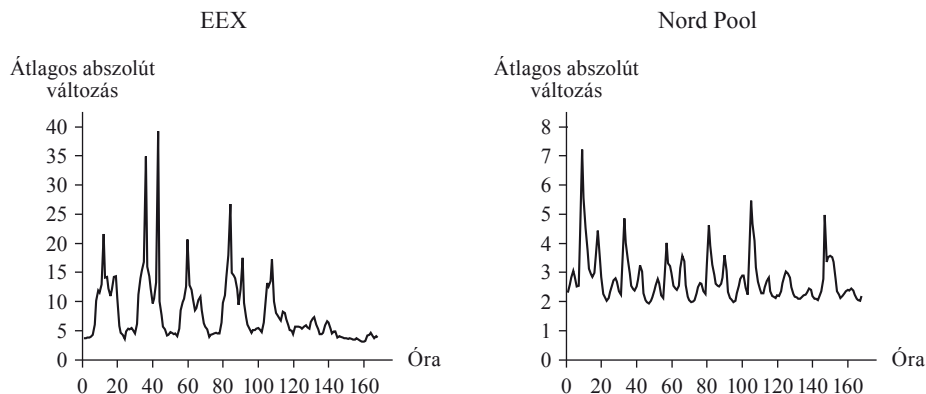
* Nord Pool: 1999. január 2.–2007. január 26., EEX: 2000. június 16.–2007. április 19.

Weron [2000] szerint a volatilitás szezonális vonásokat mutat: a volatilitás magasabb csúcsideőben, mint csúcsideőn kívül. Ezt az átlagos abszolút árváltozással (*mean absolute price change, MAPC*) szemlélteti: a hét minden egyes órájára kiszámítja az árváltozás abszolút értékét az előző hét azonos órájához képest, és ezeket átlagolja. Ezt reprodukáltuk a rendelkezésre álló adatok alapján az 5. ábrán. A MAPC ingadozásából szembetűnő, hogy az abszolút árváltozás azokban az órákban a legmagasabb, amikor csúcsideőszak van, illetve amikor maga az ár is magas. Hétfévégéről hétfévére az árváltozás jóval kisebb, mint hétköznap a nappali órákban. Kivétel ezalól a Nord Pool esetén a vasárnap hajnali órák árai, amikor a hétköznapokkal nagyjából megegyezik az átlagos árváltozás mértéke.

⁷ A magyarázat a GARCH típusú modelleknek azon tulajdonságából fakad, hogy a reziduumok négyzeteti autokorrelálnak egymással. Itt kimondatlanul feltételezünk egy olyan GARCH modellt, ahol a várhatóérték-egyenletben csak a reziduum szerepel.

⁸ A heti szezonalitásnak köszönhetően a 7-tel osztható késleltetésszámok esetén a 2-nél és 5-nél magasabb rendű autokorrelációk is szignifikánsak.

5. ábra
A volatilitás szezonális jellege*



* Nord Pool: 1999. január 2.–2007. január 26., EEX: 2000. június 16.–2007. április 19.

Átlaghoz való visszahúzás

Weron [2006], Eydeland–Wolyniec [2003], illetve számos más könyv és cikk azt állítja, hogy a villamosenergia-ár átlaghoz visszahúzó (antiperzisztens, *mean reverting*) folyamatot követ. Ez azt jelenti, hogy ha pozitív sokk éri az árat, akkor olyan hatások lépnek fel, amelyek a folyamatot visszafordítják, és azt valamilyen hosszú távú átlagként értelmezhető érték felé terelik. Ennek a jelenségnek az ellentéte az úgynevezett perzisztens folyamat, amely hajlamos a sokkokat sokáig megőrizni; erre utal a folyamat egyik alternatív elnevezése, a hosszú távú memóriával rendelkező idősor elnevezés. Ennek szélsőséges esete, ha a sokk hatása örökre fennmarad, ekkor úgynevezett integrált folyamatról beszélünk.

Eydeland–Wolyniec [2003] (114. o.) kifejti, hogy a kiugró árak miatt tévesen találhatjuk úgy, hogy van átlaghoz visszahúzás az áralakulás folyamatában. A magas ár jellemzően csak rövid ideig él, és hamarosan kisebb lesz az áram ára a piacon. Ezt tévesen antiperzisztens viselkedésnek ítélnélhetjük meg, ha átlaghoz visszahúzó folyamatot illesztünk az árakra. Eydeland–Wolyniec [2003] utal arra, hogy a kiugró árak eltávolítása után jellemzően eltűnik az átlaghoz visszahúzó jelleg, bár az eredmény függ a vizsgált tőzsdétől is.

A szerzőpáros a vizsgálódást egy lineáris regresszió segítségével végzi el: megnézik az előző időszakos ár hatását az árváltozásra, és amennyiben az negatív, akkor definíciójuk szerint átlaghoz visszahúzás áll fenn. (Ugyanezt megnézik a hozamra és a loghozamra is.) Valójában tehát Dickey–Fuller-próbát, azaz egységgyökpróbát végeznek. Az eredményeiket ezért úgy értelmezhetjük, hogy egy sokk hatása nem tart örökké. Ez azonban még nem mond semmit arról, hogy meddig tart a sokk hatása, csak azt, hogy egyszer megszűnik, tehát a folyamat nem integrált. Később bemutatjuk, hogy mások az Eydeland–Wolyniec-szerzőpárostól eltérő értelemben hivatkoznak az átlaghoz visszahúzó jellegre.

A perzisztencia (a folyamat perzisztens, illetve antiperzisztens jellegének) mérésére általánosan elfogadott mérőszám a Hurst-mutató (jelölése: H). Ezt Harold E. Hurst vezette be hidrológiai témájú cikkében (Hurst [1951]). Stacionárius folyamatok esetén a H mutató értéke 0 és 1 között van. Ha egységgyök-folyamatokat elemzünk, akkor a folyamat növekményeit kell megvizsgálunk. Ekkor a kitüntetett 0,5 érték esetén a folyamat

növekményei között 0 az autokorreláció. Példa ilyen folyamatra a Wiener-folyamat (a definícióját lásd *Medvegyev* [2008]), ahol a folyamat növekményei gaussi fehér zajt alkotnak, tehát függetlenek, így autokorrelálatlanok is. A 0,5-nél kisebb értékek jelzik azt, hogy a folyamat antiperzisztens (a folyamat növekményei között negatív az autokorreláció), míg 0,5 feletti értékek esetén a folyamat perzisztens (a növekmények között pozitív az autokorreláció).

A H mutató önmagukra hasonló (*self-similar*), illetve önmagukhoz affin (*self-affine*) folyamatok vizsgálatára alkalmas. Önmagára hasonló a folyamat akkor, ha a folyamat egy részletét kinagyítva az eredeti folyamat tulajdonságainak megfelelő részfolyamatot találunk. Az önmagára hasonlóság mellett szokták az önmagához affin definíciót is használni abban az esetben, ha a kinagyított folyamat az eredeti folyamat tulajdonságait átskálázva adja vissza. Gyakran az önmagához affin folyamatot is szimplán önmagára hasonlóknak nevezik (*Zhang és szerzőtársai* [1990]).

Formálisan leírva a fentieket: egy $B(t)$ integrált sztochasztikus folyamat esetén, ha veszünk a folyamat t hosszúságú szakaszon vett $b(t_0, t)$ növekményét t_0 -tól, akkor önmagára hasonló a folyamat, ha a H mutatót alkalmazva a $b(t_0, t)$ és a $r^{-H}b(t_0, rt)$ ($r > 0$) statisztikailag megkülönböztethetetlen (*statistically indistinguishable*), azaz ha a két növekmény eloszlása ugyanaz (*Zhang és szerzőtársai* [1990]). Ha tehát a folyamat nagyobb szeletét tekintjük át, akkor H ütemben skálázódik át a növekmény eloszlása.

Stacionárius, hosszú távú memóriájú folyamatok esetén az autokorrelációs függvény (ACF) hatványszerűen csökken, méghozzá $2H - 2$ (< 0) ütemben. A fenti összefüggés lehetőséget ad arra, hogy valós adatok esetén megbecsüljük a H mutató értékét. Egy sokk hatása tehát nagyon lassan cseng le abban az esetben, ha H magas. A perzisztens (hosszú távú memóriájú) folyamatok esetén a sokkok sokáig megőrzik hatásukat az autokorreláció lassú csökkenése miatt. Mivel egy sokk hatása sokáig tart, ezért indokolt a gyakran használt hosszú távú függőség (*long-range dependence, LRD*) elnevezés is ezekre a folyamatokra.

A hosszú távú memóriájú folyamatra a frakcionálisan integrált ARMA (ARFIMA) modell a példa, ahol az ARMA-val szemben (ahol exponenciális ütemben csökken az ACF) hatványszerű viselkedés jelenik meg az ACF-ben.⁹

Weron [2006] háromféle módszerrel (R/S, DFA és periodogram-regresszió) kiszámította a Nord Pool, az EEX és a CalPX esetén a napi átlagos loghozam H mutatóját. Az értékek 0,5-nél kisebbek, tehát azt a következtetést vont le, hogy a villamos energia áralakulása átlaghoz visszahúzó folyamatot alkot. A kapott H értékek nagyon szóródnak, a Nord Pool esetén például 0,20-tól 0,40-ig, az EEX esetén 0,04-től 0,30-ig. A kapott értékek tipikusak a szakirodalomban. A teljeség igénye nélkül néhány példa: *Norouzzadeh és szerzőtársai* [2007] 0,16-ot számoltak spanyol adatokon multifraktál DFA (MFDFA2) módszerrel; *Erzgräber és szerzőtársai* [2008] 0,23 és 0,36 közötti értékeket találtak a NordPool esetén; *Weron–Przybyłowicz* [2000] a CalPX 0,42–0,43 értéket, a svéd áramtőzsdére 0,44–0,53 értéket becsült.¹⁰ Közös az említett cikkekben, hogy a számítások bemeneti változója a hozam logaritmusának időSORA.

Haldrup–Nielsen [2006] azonban úgy érvelt, hogy az ár időSORA nem ír le integrált folyamatot, ezért nincs szükség a hozam kiszámítására. Közvetlenül az árakat SARFIMA (szezónális ARFIMA) modellel vizsgálva, a szerzőpáros a frakcionális késleltetés d

⁹ A Hurst-mutató néhány, gyakrabban használt kiszámítási módszere: az autokorrelációs függvény (ACF), az átskálázott terjedelem (*rescaled range, R/S*), az aggregált variancia (*aggregated variance*), a differenciált variancia (*differenced variance*), a periodogram regresszió, az átlagos hullámegyűthetőkön alapuló (*average wavelet coefficient, AWC*) módszer, az ARFIMA-alapú becslés és a DFA (*detrended fluctuation analysis*) módszer (*Weron* [2006]).

¹⁰ Bár a becsült érték nagyobb, mint 0,5, ennek ellenére ez az eredmény is az antiperzisztens jelenséget írja le. Kis részdőSORHossz esetén ugyanis az R/S várható értéke gaussi fehér zaj esetén 0,5-től eltér. Az adott példa esetén minden, a 0,58-as értéknél kisebb meredekség antiperzisztenciát jelent.

($= H - 0,5$) paraméterét (egy kivétellel) több piacon 0,41 és 0,52 körüli értékre (így a Hurst-értéket 0,5 felettire) becsülte, ami az antiperzisztenciával szemben a villamos energia árának perzisztens jellegét mutatja.

Sapio [2004] spektrálanalízis segítségével a Nord Poolon és a CalPX esetén úgy találta, hogy a villamosenergia-ár hosszú távú memóriájú, és ennek okát viselkedési modellel meg is adta. Mivel a tőzsdék egyenáras aukciókat rendeznek, ezért az egyensúlyi ár a marginális termelő által megadott ajánlattal lesz egyenlő. Az ár viselkedése tehát attól függ, hogyan áraznak azok a termelők, amelyek potenciálisan marginális termelők. Ha a múltbeli ajánlataik alapján áraznak hatványszerűen csökkenő súllyal, akkor az áralakulás folyamata hosszú távú memóriájú lesz. A szerző véleménye szerint ez áll fenn a csúcsidőszakok esetén. A csúcsidőszakon kívül pedig az árazás úgy alakul, hogy az ajánlat a határköltséggel egyenlő, tehát konstans. Így csúcsidőszakon kívül az áralakulás rövid távú memóriájú.

Serletis–Andreadis [2004] szintén az ár mint inputváltozó Hurst-mutatóját számítja ki átskálázott (R/S) módszer segítségével az albertai villamosenergia-tőzsde csúcsidőszaki árait vizsgálva. A szerzők azt kapják, hogy a H mutató 0,5 és 1 között található, tehát az ár perzisztens.

Összefoglalva tehát azt mondhatjuk, hogy tisztázatlan ellentmondás van a szakirodalomban arra vonatkozóan, hogy mennyi a H mutató értéke a villamosenergia-árak esetén, és teljesül-e valóban az átlaghoz való visszahúzás.

Egységgyök

Eydeland–Wolyniec [2003] érveléséből korábban azt a következtetést vontuk le, hogy a villamos energia áralakulási folyamata nem integrált, máshogyan megfogalmazva: átlaghoz visszahúzó. Ha azonban eltávolítjuk a kiugró értékeket, akkor az átlaghoz visszahúzó jelleg eltűnik, azaz valójában integrálttá válik a folyamat. Ennek oka, hogy a kiugró értékek rövid ideig érvényesek, majd az ár visszatér az átlagos szintre.

Atkins–Chen [2002] az albertai tőzsde két kiragadott óráján végeznek kibővített Dickey–Fuller-(ADF), valamint a KPSS-egységgyökpróbát.¹¹ Azt találják, hogy az ADF elutasítja az egységgyök létezését, míg a KPSS elutasítja az integráltság hiányának¹² hipotézisét. Összességében azt találják, hogy az ár hosszú távú memóriájú folyamatot követ.

Bosco és szerzőtársai [2007] szerint azonban a hagyományos egységgyökpróbák nem alkalmazhatók a villamosenergia-árak esetén. Ennek okát abban látják, hogy ezek a módszerek nem veszik figyelembe az additív kiugró értékeket, az árat generáló folyamatban szereplő innovációk vastag szélét, a heteroszkedaszticitást és a szezonalitást. A szerzők véleménye az, hogy a villamos energia árának integrálnak kell lennie, legalábbis azokban az országokban, ahol a villamos energiát olaj vagy gáz segítségével állítják elő, és azok (integrált idősorú) ára határozza meg a villamos energia árát.

Escribano és szerzőtársai [2002] szerint a Dickey–Fuller-próba homoszkedasztikus, és ugrások nélküli adatsoron működik jól, de e két feltétel közül egyiket sem teljesíti a villamos energia áralakulása. A számítások során öt piacot vizsgálnak. Eredményeik szerint a hagyományos ADF-próba minden piacon elutasítja az egységgyököt. A szerzők a hagyományos Dickey–Fuller-próba mellett olyan egységgyökpróbákat végeznek, amelyek figyelembe veszik 1. a GARCH-hatást, 2. a kiugró értékeket és 3. GARCH-hatást kiugró

¹¹ Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin-féle próba (lásd Kwiatkowski és szerzőtársai [1992] és Darvas [2005]).

¹² Valójában a stacionaritást utasítják el ezzel a próbával, nem pedig az integráltság hiányát.

értékek mellett. Az első esetben szintén minden piacon elutasítják az egységgyök null-hipotézisét. A második esetben egy ártüske szűrési eljárás után végeznek ADF-próbát, és szintén mindenhol elutasítják az egységgyök létezését. A két előző eset módszereinek kombinálásával a GARCH-hatás és kiugró értékek jelenléte melletti tesztelés során is azt kapják, hogy az ár folyamata egyik piacon sem tartalmaz egységgyököt, bár nagyon közel van az egységgyökhöz.

Bosco és szerzőtársai [2007] olyan robusztus egységgyök-próbát és stacionaritási eljárást használ, amely nem érzékeny a kiugró értékekre. Azt az eredményt kapták hat piacot vizsgálva, hogy az árak szignifikánsan nem stacionáriusak. Az egységgyökpróba null-hipotézisét (az egységgyök létezését) nem tudták elvetni, tehát szerintük egységgyököt tartalmaz az áralakulás folyamata. Megemlítendő azonban, hogy a szerzők nem az eredeti adatsorral dolgoztak, hanem a heti mediánárakkal.

Látható tehát, hogy nincs egyetértés az irodalomban az egységgyök létezését illetően. Az utóbb hivatkozott két cikk közül lehet nyugodt szívvel kiválasztani a „meggyőzőbbet”. Mindkét esetben nem az eredeti adatsorral, hanem annak transzformáltjával dolgoztak a szerzők, kiszűrték a heteroszkedaszticitást és kiugró értékek hatását, mégis ellenkező eredményre jutottak.

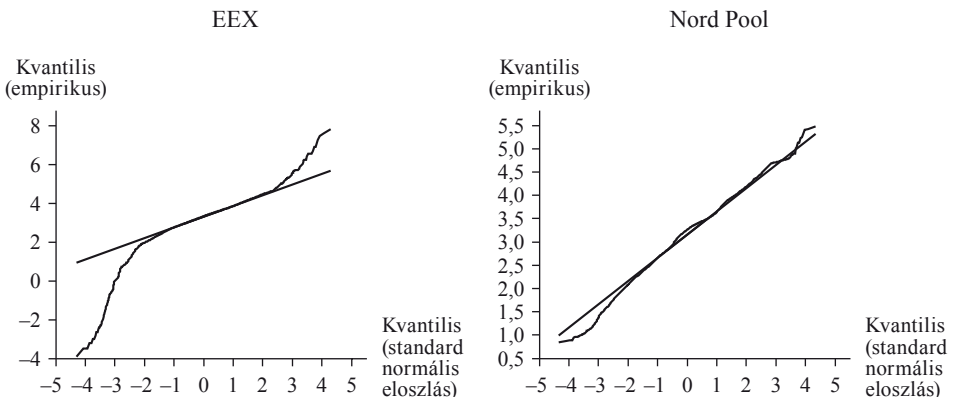
A villamosenergia-árak eloszlása

A rendelkezésre álló adatsorokat vizsgálva azt találjuk, hogy az óránkénti ár kurtózsisa (csúcsossága) 1505,4 az EEX és 9,7 a Nord Pool esetén. A napi árnál ez az érték rendre 38,2 és 7,5. Mindegyik érték magasabb, mint a normális eloszlásra jellemző 3-as érték, tehát az eloszlások a normális eloszlásnál csúcsosabbak, valamint a kiemelkedően nagy ár valószínűsége is nagyobb, mint amennyi normális eloszlás esetén lenne. Mind a négy eloszlás (normalitást tesztelő) Bera–Jarque-próbája esetén a p -érték sok tizedesjegyre 0, azaz az eloszlás szignifikánsan különbözik a normális eloszlástól.

Célszerűbb azonban a normális eloszlás helyett a lognormális eloszlással összehasonlítani az adatainkat, gondoljunk például arra, hogy az ár jellemzően nemnegatív (pozitív), ami a lognormális eloszlás tartójával jobban összeegyeztethető.

6. ábra

Az óránkénti árak logaritmusának kvantilisábrája*



* Nord Pool: 1999. január 2.–2007. január 26., EEX: 2000. június 16.–2007. április 19.

Az eloszlás széleinél különösen a valós eloszlás érdekel minket, hiszen ez a tartomány fejezi ki a piaci szereplők számára nagy kockázattal rendelkező kimeneteket. Az *eloszlás széle* kifejezésen ebben az esetben az eloszlás jobb oldalát, a kiemelkedően magas árak viselkedését értjük.¹³ Ez a vizsgálat tehát kapcsolódik a kiugró értékek elemzéséhez: itt azt nézzük meg, hogy a magas árak eloszlásának milyen a lefutása.

A tapasztalati és a lognormális eloszlás összehasonlítását elvégezhetjük úgy is, hogy az ár logaritmusát vetjük össze a normális eloszlással. A 6. ábra ehhez adja meg a kvantilisek közötti összefüggéseket (*Q-Q plot*), azaz az empirikus kvantiliseket a normális eloszlás kvantiliseivel szemben. Ha az árak logaritmus normális eloszlást követne (azaz az ár lognormális eloszlású lenne), akkor a kvantilisábra egyenest mutatna. Minél jobban eltér a kvantilis-összefüggés a 45 fokos egyenestől, annál jobban különbözik az empirikus eloszlás a lognormális eloszlástól (Kovács [2004]).

A 6. ábrán látható, hogy a valós görbe eltér az egyenestől. Jelentősen különbözik az eloszlás mind az EEX, mind a Nord Pool óránkénti adatai esetén. Az eloszlás szélénél a kvantilis–kvantilis függvény az egyenes felett helyezkedik el, ami azt jelenti, hogy a tapasztalati eloszlásnál az eloszlás szélén nagyobb valószínűséggel fordulnak elő értékek, mint azt a normális (lognormális) eloszlásból várhattuk volna, tehát az ár eloszlása vastagabb szélű, mint a lognormális eloszlás.

Milyen az eloszlás lecsengése a széleken? A farokkivevő (*tail index*) és a Hill-függvény (McNeil és szerzőtársai [2005]) alapján az árak eloszlása a széleknél körülbelül 3-as, 3,5-ös hatvánnyal közelíti meg az 1-et, azaz a sűrűségfüggvény ennél 1-gyel magasabb hatvánnyal tart a 0-hoz.

A villamosenergia-ár leírásához Weron [2006] három eloszlástípust emel ki: az α -stabil Lévy-eloszlást, a hiperbolikus eloszlást és a normál-inverz Gauss-eloszlást (*normal inverse Gaussian, NIG*). Weron [2006] a (mozgóátlagolással) szezonálisan szűrt EEX napi árak esetén vizsgálja meg ezeknek az eloszlásoknak az illeszkedését – mind az árkülönbségre, mind a loghozamra. Mindkettőre az α -stabil eloszlás mutatja a legjobb illeszkedést. A NIG eloszlás az α -stabil eloszlást megközelítő illeszkedést mutat, míg a normális és a hiperbolikus eloszlás alulbecsli az eloszlás szélét. Weron [2006] számos más hasonló cikket idéz, amelyek lényegében ugyanerre a következtetésre jutnak.

Új modellezési megközelítés

Az elemzéshez felhasznált új kutatási irányzat hét fő állításban fogalmazható meg:

1. Az áram árát, nem pedig hozamát érdemes modellezni.
2. A kiugró árak az idősor szerves részei, és nem tekinthetők kilógó értéknek.
3. Az árak eloszlása Fréchet-eloszlást követ az empirikus vizsgálatok alapján.
4. Levezethető, hogy az árak általánosított extrémérték-eloszlásúak.
5. Az óránkénti árak különböző paraméterű általánosított extrémérték-eloszlásúak.
6. A héten belüli szezonális eltávolítható a változó paraméterű általánosított extrémérték-eloszlások segítségével.
7. A szezonális szűrésekor eltűnik a heteroszkedaszticitás szezonális része is.

A következőkben ezeket az állításokat vesszük sorra, de csak intuitív magyarázatokat adjuk meg (a precíz levezetések a hivatkozott forrásokban találhatóak meg).

¹³ Természetesen vannak olyan piaci szereplők is (jellemzően a villamosenergia-termelő cégek), amelyeknek a túlzottan alacsony ár jelent kockázatot.

Az ár felhasználása a modellezésben

A statisztikai vizsgálatok során a vizsgált változó kiválasztása sokszor önkényes, a döntésünket gyakran befolyásolja a rendelkezésre álló eszközrendszer. Az idősoelemzésben például sokszor stacionárius változókkal dolgozunk, ezért például az (első rendben) egységgyök-folyamatok esetén növekményeket képezzünk a további modellezéshez. Másik példa erre a változódálasztási kényszerre a kötvénypiac, ahol a modellek a különböző futamidejű azonnali hozamokkal dolgoznak: a kötvényárfolyamokról azonnali hozamokra áttérve épülnek fel. Természetesen a változók megválasztásában van ráció: az idősoelemzésben sok modellt és állítást stacionárius folyamatokra fogalmaztak meg, és a hozamok is a kötvényárfolyamoknál stabilabb statisztikai tulajdonságokkal rendelkeznek. Az árfolyamokat a többszöri pénzáramlás miatt sokszor több időpontbeli azonnali hozam is befolyásolja, ráadásul a kötvény kamatozása és a hozamok szerkezete bonyolult módon keveri a többféle azonnali hozam hatását. A változó megválasztásakor tehát érdemes szem előtt tartani azt a tényt, hogy a modellezendő változó stacionárius legyen és stabil statisztikai tulajdonságokkal rendelkezzen.

Láttuk, hogy az árampiacon nem egyértelmű, hogy az áralakulás egységgyök-folyamatot követ-e. Ebben az esetben nem tudjuk határozottan eldönteni, hogy az ár, az ár növekménye vagy a loghozam (ami az ár logaritmusának növekménye) legyen a modellezendő változó. Egy tény mindenképpen az ár mellett és a hozam (és árnövekmény) ellen szól: a loghozamnak nincs közvetlenül értelmezhető tartalma. A pénzügyi piacok esetén ésszerű hozam jellegű mutatót használni, hiszen az minden időszakban megmutatja a befektetett vagyónk változásának mértékét. Ha az egyik nap 1 százalék a loghozam, másnap pedig -1 százalék, akkor az induló értéket éri a befektetésünk.

A villamosenergia-piacon mind a termelők, mind a fogyasztók napról napra ugyanazzal a gazdálkodási problémával szembesülnek. Ha egy adott órában 100-ról 99-re csökken a villamos energia ára, akkor ez egy egységgel változtatja meg az adott időszaki eredményt (termelőként csökkenti azt). Hiába lesz a következő órában ismét 100 az ár, összességében 1 egységet veszítettünk (a várakozásainkhoz képest), pedig a hozam először negatív, utána pozitív volt. A villamos energia nem tárolható, ezért nem lehet megvenni, tárolni, eladni és realizálni rajta a hozamot a következő időszakban, hanem (például villamosenergia-termelőként) minden egyes időszakban el kell adni az áramot. A termelők (fogyasztók) nem abban érdekeltek, hogy a hozam legyen magas (alacsony), hanem hogy az ár legyen magas (alacsony). Az ár áll tehát a piaci szereplők érdeklődésének középpontjában, tehát ha nem kell mást szem előtt tartanunk, akkor az ár lehet a modellezés természetesen kiválasztott célpontja.

Az intuitív magyarázaton kívül van további statisztikai oka is az ár használatának a hozammal szemben: *Marossy* [2009b] vizsgálata alapján a hozam nem mutat önmagához affin jelleget. Itt a korábban bemutatott módszerek mindegyike segítségével számítottuk ki az ár, az ár logaritmus, az árnövekmény és a loghozam esetén a H mutató értékét. A különböző módszerekkel kapott értékek nagyon hasonlóak voltak az ár és az ár logaritmus esetén, míg az árnövekmény és a loghozam esetén a kapott értékek szóródása indokolatlanul magas volt. Ez jelentheti azt is, hogy a felhasznált módszerek nem megfelelőek, de azt is, hogy az árnövekmény és a loghozam nem affin önmagához. További vizsgálatokkal megmutattuk, hogy az árnövekmény és a hozam logaritmus nem affin önmagához, így a H mutatóra kapott értékek csupán tényleges jelentés nélküli számok. Kedvező statisztikai tulajdonságai tehát az árak és az ár logaritmusának vannak.

A modellezendő változó kiválasztásánál tehát három érvünk van a hozam ellen és az ár (és logaritmus) mellett: 1. nincs statisztikai kényszerünk arra vonatkozóan, hogy a hozammal dolgozzunk az ár helyett (nem bizonyított, hogy az ár egységgyök-folyamatot

követ); 2. a hozamnak nincs értelmezhető tartalma a másnapi árampiacon; és 3. az árnak és logaritmusának statisztikai tulajdonságai kedvezőbbek, mint a hozamnak vagy az árnövekménynek.

A villamosenergia-modellezésről szóló szakirodalmat megnézve azonban úgy láthatjuk, hogy a hozamra épülő modellek vannak túlsúlyban. Ennek oka sajnos az, hogy a legtöbb modellt a pénzügyi piacok területéről vették át a villamosenergia-piacokhoz, így itt is a hozam lett a vizsgált változó. Szerencsére előfordulnak olyan modellek is, ahol az ár a vizsgált változó, és a továbbiakban itt is olyan modellt ismertetünk, amely az ár viselkedését írja le.

A kiugró árak szerepe

A javasolt modellkeret szerint a kiugró árak nem kilógó árak, tehát nem tekinthetünk el tőlük, hanem be kell építenünk a modellbe. Olyan modellt kell tehát találnunk, amely magyarázatot ad a kiugró árakra, vagy leírja az ártüskéket.

A beillesztés melletti statisztikai érv az úgynevezett általánosított Hurst-kitevőn alapszik. Ez a mérőszám a Hurst-mutatóhoz hasonlóan a sokkok tartósságát méri, de a sokk nagyságának függvényében. Marossy [2009b] az általánosított Hurst-kitevő vizsgálatával azt találta, hogy a másnapi árampiacon a sokkok tartóssága a sokk nagyságától független. Ez azt jelenti, hogy korrelációs szempontból nem viselkednek másképpen a kiugró árak. Ez alapján a kiugró árak korrelációs szempontból nem képeznek külön rezsimet. (Marossy [2010a] bebizonyította, hogy a másnapi ár leírására illesztett egyszerű Markov-féle rezsimváltó modellek nem felelnek meg az árak empirikusan megvizsgált általánosított Hurst-mutatójának.)

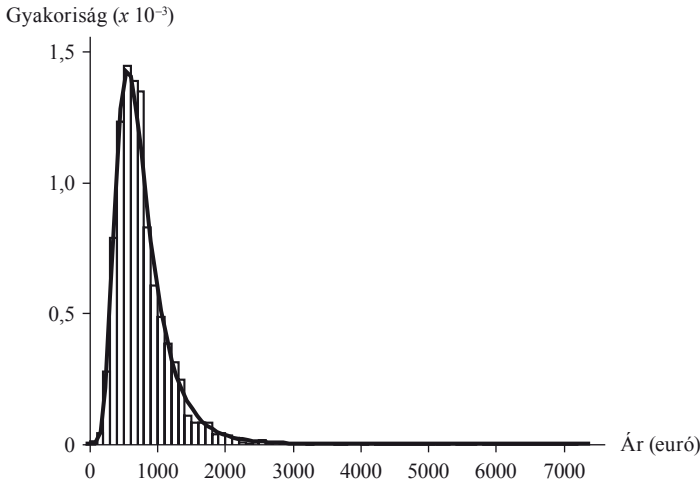
E megállapítás – azaz, hogy a sokk nagyságától függetlenül ugyanúgy cseng le a sokk hatása – és az árak viselkedése között van egy látszólagos ellentmondás. A valóságban azt látjuk, hogy egy kiugró érték után az ár gyorsan visszatér az eredeti szintjére, sokkal gyorsabban, mint amikor egy kisebb ársokk van az idősorban. Ennek oka az, hogy az általánosított Hurst-kitevőre vonatkozó következtetést az úgynevezett módosított általánosított Hurst-kitevő alapján lehetett megtenni (Marossy [2009b]), azaz ekkor a vastag eloszlásszélek hatását kiszűrjük, és csak ezután vizsgáljuk a korrelációs szerkezetet. Másképpen: a vastag szélek hatásának kiszűrése előtt a nagy sokkok hatása kisebb, mint a kis sokkoké, míg a vastag szélek kiszűrése után a kis és nagy sokkok hatása ugyanakkora. Ez azt jelenti, hogy a villamosenergia-piaci ártüskék csak az áreloszlás vastag szélének magas realizációi, amelyek korrelációs szempontból ugyanolyanok, mint az átlagos szintű árak.

A modellezés szempontjából ez az eredmény azt jelenti, hogy olyan modellt kell építenünk az árra, amely figyelembe veszi az eloszlás vastag szélét, és beleépíti a modellbe az ártüskéket.

Empirikus eloszlás – Fréchet-eloszlás

Láttuk tehát, hogy az árakat célszerű modellezni, ami során a kiugró árakat is figyelembe kell vennünk. Ha a mintában szereplő árak eloszlását megvizsgáljuk, akkor azt kapjuk, hogy az ár eloszlása az úgynevezett Fréchet-eloszlás (Marossy [2007]). A 7. ábrán látható, hogy a Fréchet-eloszlás jól illeszkedik az EEX napi empirikus adatokra. Marossy [2007] χ^2 -próban, Marossy–Szenes [2008] Kolmogorov–Smirnov-próban alapuló illeszkedésvizsgálata szerint az empirikus adatok alapján nem vethető el, hogy a másnapi áramárak Fréchet-eloszlásúak.

7. ábra
Az EEX-árak eloszlása*



* Empirikus relatív gyakoriságok, a folytonos vonal: illesztett Fréchet-eloszlás.

A Fréchet-eloszlás az általánosított extrémérték-eloszlások (*generalized extreme value, GEV*) családjába tartozik. Ezek eloszlásfüggvénye a következő alakú:

$$F_{k,\mu,\sigma}(x) = \exp \left\{ - \left[1 + k \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/k} \right\}, \quad \text{ha } 1 + k(x - \mu)/\sigma > 0.$$

Az általánosított extrémérték-eloszlásoknak három paramétere van: k az eloszlás jellegét meghatározó alakparaméter, σ (> 0) az eloszlás szóródásáért felelős skálaparaméter, és μ a lokációs paraméter. Az általánosított extrémérték-eloszláscsalád három eloszlás általánosítása. Fréchet-eloszlásról beszélünk, ha $k > 0$, Weibull-eloszlásról, ha $k < 0$, és Gumbel-eloszlásról, ha $k \rightarrow 0$.

A Fréchet-eloszlás $1/k$ kitevővel lejt az eloszlásfüggvény jobb szélén (*Embrechts és szerzőtársai* [2003]), tehát minél kisebb a k , annál gyorsabban csökken a sűrűségfüggvény a végtelen felé közeledve, míg nagy k mellett a sűrűségfüggvény lejtése enyhébb, és a nagy értékek előfordulásának valószínűsége nagyobb.

Az eloszlás Fréchet-jellegének elfogadása beleillik az árak viselkedéséről alkotott képbe. A korábbiakban láttuk, hogy az árak eloszlása hatványszerűen csökken, ez megfelel a Fréchet-eloszlásnak. A Fréchet-eloszlás rugalmasságát az illesztés során az adja, hogy az eloszlás szélénél bármekkora hatványkitevőt képes leírni, míg a gyakran használt Lévy-eloszlás csak akkor képes illeszkedni, ha a hatványkitevő értéke kisebb, mint 2.

A 7. ábrán látható empirikus hisztogram is alátámasztja azt a korábbi érvelést, hogy a kiugró árak és az átlagos árak egy univerzális eloszlásból származnak. Ezt onnan vehetjük észre, hogy az ábrán egy eloszlás látható, és nincsenek külön kitérkedések a hisztogramon a magas értékeknél. A hisztogram lefutása arra utal, hogy léteznek az átlagos és kiugróan magas árak mellett „közepesen magas” árak is, bár ezt az idősoron (1. ábra) közvetlenül nem lehet észrevenni.

Elméleti eloszlás – GEV eloszlás

Azt találtuk tehát, hogy az árak eloszlása Fréchet-eloszlás. Marossy [2009a] bemutat egy modellt, amelyből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy az árak általánosított extrémérték-eloszlásúak, amelyek (mint láttuk) a speciális esete a Fréchet-eloszlás.

A modell egy kapacitásbővítési helyzetben alapszik. A modell feltételezi, hogy a villamosenergia-kereslet egy rögzített K nagyságú mennyiség, amelyet egyesével hirdetnek meg az erőművek között. Az erőmű eldöntheti, hogy ajánlatot tesz-e az adott egység eladására. Végtelen számú ($i = 1, 2, \dots$) erőmű létezik. Az i indexű erőmű i árat ajánl az áram megvételére, amennyiben meg tudja termelni az adott egységet, azaz ki tudja egy egységgel bővíteni a kapacitását. A kapacitás kibővítését rögzített p_i valószínűséggel képes elvégezni az erőmű. A keresleti egységet az a nyertes erőmű fogja eladni, amelyik a legalacsonyabb árat ajánlja azon erőművek közül, amelyek meg tudták növelni a kapacitásukat. Az 1. erőmű p_1 valószínűséggel nyer. A 2. erőmű akkor nyer, és ad el, ha meg tudja növelni a kapacitását, és az 1. erőmű nem tesz ajánlatot, azaz nem tudta megnövelni a kapacitását. A 2. erőmű nyeresi valószínűsége ezért: $p_2(1 - p_1)$. Az i -edik erőmű akkor nyer, és ad el, ha az alacsonyabb árú erőművek nem tudták megnövelni a kapacitásukat. Annak a valószínűsége, hogy az i -edik erőmű nyer és adja el a keresleti egységet (azaz a „nyeresi valószínűség”):

$$\hat{p}_i = p_i \prod_{j=1}^{i-1} (1 - p_j).$$

E képlet szerint alakul ki az az ár, amelyen a nyertes erőmű hajlandó eladni a keresleti egységet. A K keresleti egységet egymástól függetlenül hirdetik meg. A piaci ár a nyertes erőművek ajánlatai közül a legnagyobb. Ez az az ár, amelyen mindegyik nyertes erőmű hajlandó eladni. Ekkor a piaci ár a fent megadott eloszlásból származó független K darab mintaelem közül a legnagyobb.

Ekkor felhasználható az úgynevezett Fisher–Tippett-tétel (*Embrechts és szerzőtársai* [2003]): ha léteznek $c_n > 0$, d_n konstansok, hogy a centrált és normált $M_n = \max(x_1, x_2, \dots, x_n)$ maximumok eloszlásának határértéke nem degenerált H eloszláshoz tart

$$\frac{M_n - d_n}{c_n} \xrightarrow{\text{eloszl.}} H,$$

akkor H általánosított extrémérték típusú eloszlás, ha az x_1, x_2, \dots, x_n független és azonos eloszlású.

A nyertes árak (a nyertes erőművek által ajánlott ár) független és azonos eloszlású, véletlen változóknak tekinthetők, mivel ugyanabból az eloszlásból származnak, és a keresleti egységeket egymástól függetlenül hirdetik meg. A piaci ár pedig ezek közül a legnagyobb, így alkalmazható a Fisher–Tippett-tétel. A centrált és normált piaci ár határeloszlása tehát általánosított extrémérték-eloszlás típusú. Így a centrált és normált piaci ár elegendően magas K esetén jól közelíthető általánosított extrémérték-eloszlással, ezért a piaci ár szintén jól közelíthető általánosított extrémérték-eloszlással, mivel ezek az eloszlások zártak a véletlen változó affín transzformációjára.

A modellből tehát azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a piaci ár általánosított extrémérték-eloszlás típusú. Mint láttuk, az ilyen eloszlásokon belül találkozhatunk többféle eloszlástípussal. A modellben a piaci árra adódó eloszlás attól függ, hogyan alakulnak a kapacitásbővítési valószínűségek. Marossy [2009a] levezeti, hogy az árampiacon gyakori exponenciális alakú piaci kínálati görbe esetén az ár Fréchet-típusú eloszlás lesz.

Vegyük észre, hogy az itt levezetett eloszlás az adott órában fennálló (feltételes) eloszlást vizsgálja, míg az előző pontban a feltétel nélküli eloszlásról láttuk be empirikusan, hogy Fréchet-típusú. Egy adott óra esetén csak egyetlen mintaelem (az adott óra ára) áll rendelkezésünkre, így a feltételes eloszlás típusa közvetlenül nem tesztelhető.

Váltakozó paraméterű általánosított extrémérték-eloszlások

Az előzőekben láttuk, hogy egy óra árának (feltételes) eloszlása általánosított extrémérték-eloszlású. *Marossy* [2008b] amellett érvel, hogy a különböző órák árának eloszlása nem feltétlenül azonos: egy csúcsidőszaki óra ára várhatóan magasabb, mint egy csúcsidőszakon kívüli óra ára, továbbá a hét különböző óráinak eloszlásai nemcsak a várható értékükben, hanem az eloszlás más paramétereiben (például szórás, lecsengés) is eltérnek. Bár a különböző órák eloszlásának paraméterei eltérnek, a korábban bemutatott érvek alapján állíthatjuk, hogy mindegyik eloszlása általánosított extrémérték-típusú. *Marossy* [2008b] ezért 168 részre osztja az idősort a hét órájának megfelelően, és 168 általánosított extrémérték-eloszlást illeszt a hét minden egyes órájára. A paraméterek különböznek a hét órái esetén, és az eloszlás magas k paraméterei jelzik az áreloszlás lassú lecsengését és a magas kockázatot. Ez tipikusan a csúcsidőszaki órákban jelenik meg, de az eredményeken azt láthatjuk, hogy nem minden csúcsidőszaki óra esetén lesz kiemelkedően kockázatos az ár.

Marossy [2008b] ezt a modellt determinisztikus rezsímváltó modellnek nevezi, hiszen az eloszlás paraméterei változnak annak függvényében, hogy melyik órában vagyunk, de ez a váltakozás determinisztikus, hiszen attól függ, hogy a hét mely órájában vagyunk éppen.

Héten belüli szezonális szűrés

A bemutatott determinisztikus rezsímváltó modellben az eloszlások a hét órájának függvényében váltakoznak. Ez a periodikus váltakozás adja az áram árának héten belüli szezonálisitását. Így ha a váltakozó eloszlások generálják a szezonálisitást, akkor a szezonálisitást kiszűrhető az eloszlások különbözőségének megszüntetésével. *Marossy* [2008b] a 168 különböző eloszlást ugyanabba a (lognormális) eloszlásba transzformálja, ez az úgynevezett extrémérték-eloszláson alapuló szűrő (GEV-szűrő). Empirikus adatokon megmutatta, hogy az extrémérték-eloszláson alapuló szűrés után az idősből eltűnik a héten belüli szezonálisitás, és ezzel megmutatta, hogy a másnapi árak determinisztikus rezsímváltó modellje és a szűrési eljárás gondolatmenete nem vethető el az empirikus adatok alapján.

A heteroszkedaszticitás szezonális része

A determinisztikus rezsímváltás és az extrémérték-eloszláson alapuló szűrő azonban nemcsak a héten belüli szezonálisitást modellezi, hanem a váltakozó eloszlások az óránként különböző eloszlásszéleket és szóródást is leírják. Ez azt jelenti, hogy modellezzik az ártüskék változó intenzitását és a változó feltételes szórást, azaz a heteroszkedaszticitást. *Marossy* [2010b] megmutatta, hogy a heteroszkedaszticitás három részből tevődik össze: 1. a heteroszkedaszticitás szezonális része, 2. az árak hosszú távú memóriájának hatása, valamint 3. a fennmaradó hatás. A cikk bemutatja, hogy az első két hatás kiszűrése esetén a fennmaradó heteroszkedaszticitás egyszerű ARCH modellel leírható. Az eredmények szerint

ez csak akkor működik, ha a szezonalitást olyan eljárással szűrjük ki, amely az óránként különböző szórások mellett figyelembe veszi az óránkénti eloszlások különböző lecsengését, mint például az extrémérték-eloszláson alapuló szűrő esetén.

Az extrémérték-eloszláson alapuló szűrő tehát a héten belüli szezonális mellett kiszűri a heteroszkedaszticitás szezonális részét, illetve a változó ártüske-intenzitást is.

Az egyszerűsített (stilizált) tények újragondolása

Vegyük most újra sorra a korábban bemutatott egyszerűsített tényeket, és nézzük meg, miként változhat a véleményünk a villamosenergia-ár viselkedéséről az új következtetések tükrében! Egyenként áttekintjük az egyszerűsített tényeket, és megvizsgáljuk, hogyan módosítható vagy pontosítható az adott jelenség leírása.

1. *Kiugró értékek.* Az időnként magas villamosenergia-árak szerves részei az időszornak. Ezek azonban nem az időszorból eltávolítandó kilógó értékek, hanem a villamos energia árának vastag szélű eloszlásából adódó magas realizációk. Egyes időszakokban a magas értékek valószínűsége növekszik, de a magas értékek nagyobb valószínűségét az okozza, hogy a hétnek egy kockázatosabb órájában vagyunk, ennél fogva determinisztikus jellegű a magasabb kockázat. Természetesen nem állíthatjuk, hogy adott órában kiugró értékkel lesz dolgunk, de azt igen, hogy a bekövetkezés valószínűsége nagyobb. A kiugró értékeket keresleti-kínálati sokkokkal magyarázó elméletek természetesen nem dőltek meg, hiszen az általánosított extrémérték-eloszlás változó paramétereinek okát a kereslet változásában és a kínálat struktúrájában kell keresni.

2. *Szezonális.* A szezonális okozója az általánosított extrémérték-eloszlások determinisztikus változása, váltakozása. Ezek az eloszlások leírják a volatilitás megfigyelt szezonális jellegét is. A szezonalitást a különböző óránkénti eloszlások létének figyelembevételével ki lehet szűrni, ha az eloszlásokat ugyanabba az eloszlásba transzformáljuk: az extrémérték-eloszláson alapuló szűrő a lognormális eloszlásba transzformálja az adatokat.

3. *Magas autokorreláció.* A lassan lecsengő autokorrelációs struktúra egyik oka az ár-folyamat hosszú távú memóriája. Az autokorreláció periodikus jellegének okozója a szezonális, amelynek nagy részét extrémérték-eloszláson alapuló szűrővel el lehet távolítani.

4. *Változó volatilitás.* A heteroszkedasztikus jelleg egyik oka, hogy a különböző órákban az árak eloszlásainak szórása nem azonos, hiszen más-más paraméterű általánosított extrémérték-eloszlásból származnak a hét különböző óráinak árai. A különböző paraméterű eloszlások nem magyarázzák meg teljes mértékben a heteroszkedaszticitást, hiszen láttuk, hogy a heteroszkedaszticitás az ár hosszú távú memóriájától is függ, és ARCH-hatást is tartalmaz.

5. *Átlaghoz való visszahúzás.* A vizsgálatok azt mutatják, hogy a villamos energia ára perzisztens folyamatot követ 0,8 és 1 közötti Hurst-kitevővel. A más-más vizsgált változó és a Hurst-kitevő különböző definícióinak használata az oka, hogy a szakirodalom nem egységes a perzisztencia tekintetében. Ha nem az árat, hanem a loghozamot vizsgáljuk, akkor reprodukálhatók a szakirodalom egyes eredményei, de nem érdemes a hozam logaritmusának Hurst-kitevőjét vizsgálni, mert a loghozam időszora nem mutat önmagához affin jelleget, és közvetlenül értelmezhető tartalma sincs. Éppen ezért nem célszerű az ár helyett a loghozam használatát.

6. *Egységgyök.* Formális egységgyök-vizsgálattal a bemutatott kutatási irány nem foglalkozik. A Hurst-kitevővel foglalkozó eredmények azonban meggyőznek minket arról, hogy célszerű a loghozam helyett az árat vizsgálni a modellezés során, hiszen az ár jobban kezelhető matematikai tulajdonságokkal rendelkezik, a hozamnak nincs közvetlenül értelmezhető tartalma, és a becsült H értékek is 1 alatt vannak, ami az egységgyök hiányát jelzi.

7. *A villamosenergia-árak eloszlása.* Az árak eloszlása szignifikánsan általánosított extrémérték típusú, azon belül Fréchet-eloszlás. A vastag széleket a Fréchet-eloszlás hatvány-szerű lecsengése testesíti meg. Egy kapacitásbővítési modell keretein belül azt találhatjuk, hogy az általánosított extrémérték-eloszlás a Fisher–Tippett-tételből vezethető le. Az általánosított extrémérték-eloszláson belül a Fréchet-eloszlás, ezen belül a vastag szélek oka az, hogy a másnapi villamosenergia-tőzsdén a piaci kínálati görbén az ár a mennyiség exponenciális függvénye.

*

A másnapi villamosenergia-árak időszora összetett viselkedésről tesz tanúbizonyságot. Végignéztük a villamosenergia-modellezésben gyakran emlegetett általánosított tényeket. Az egyes jelenségek más-más nézőpontba helyezve önmagukban is többféleképpen fogalmazhatók meg és írhatók le. Például az ártüske tekinthető kilógó értéknek vagy egy vastag szélű eloszlás magas realizációjának. A cikkben áttekintett új modellezési irány szerint az ártüskék az eloszlás szerves részét képezik, így semmiképpen nem tekinthetők olyan kilógó értéknek, amivel nem kell foglalkozni a modellezés során.

Az új modellkeret legfontosabb eredménye, hogy a kereskedés mechanizmusa minden egyes órában ugyanazt az áreloszlást (az általánosított extrémérték-eloszlást) hozza létre, amelyben a kiugróan magas árak az eloszlás vastag széleként jelennek meg. A villamosenergia-kereslet (és -kínálat) jellegzetes ciklikussága miatt az eloszlások periodikusan váltogatják egymást. Ennek a megfigyelésnek a segítségével a szezonális kiszűrhető az adatsorból. A kiugró értékek (vastag eloszlásszélek) és a heteroszkedaszticitás egy része a szezonális szűréssel (az óránként különböző eloszlások megváltoztatásával) szintén eltávolítható.

A villamosenergia-ár leírása során arra kell figyelnünk, hogy a felépített modell visszaadja az ár tényleges viselkedését. A villamos energia árának új megközelítése alapján pontosított modellezési irány hasznosnak bizonyulhat a magyar piaci szereplők stratégiájának kialakításában is.

Hivatkozások

- ATKINS, F. J.–CHEN, J. [2002]: Fractional Difference Modeling on Electricity Prices in Alberta. Kézirat. University of Calgary.
- BOSCO, B.–PARISIO, L.–PELAGATTI, M.–BALDI, F. [2007]: A Robust Multivariate Long Run Analysis of European Electricity Prices. Fondazione Eni Enrico Mattei, Working Paper, 103.
- BUNN, D. W. [2004]: Structural and Behavioural Foundations of Competitive Electricity Prices. Megjelent: *Bunn, D. W.* (szerk.): *Modelling Prices in Competitive Electricity Markets*. John Wiley & Sons. Wiley Finance Series. Chichester, England.
- EMBRECHTS, P.–KLÜPPELBERG, C.–MIKOSCH, T. [2003]: *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Corrected Fourth Printing. Springer, Heidelberg.
- ERZGRÄBER, H.–STROZZI, F.–ZALDÍVAR, J. –M.–TOUCHETTE, H.–GUTIÉRREZ, E.–ARROWSMITH, D. K. [2008]: Time Series Analysis and Long Range Correlations of Nordic Spot Electricity Market Data. *Physica A*, Vol. 387. No. 26. 6567–6574. o.
- ESCRIBANO, Á.–PEÑA, J. I.–VILLAPLANA, P. [2002]: Modeling Electricity Prices: International Evidence. Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de Economía, Economics Series 08, Working Paper, 02-27.
- EYDELAND, A.–WOLYNIAC, K. [2003]: *Energy and Power Risk Management. New Developments in Modeling, Pricing, and Hedging*. John Wiley and Sons, Hoboken, New Jersey.
- GEMAN, H.–RONCORONI, A. [2006]: Understanding the Fine Structure of Electricity Prices. *Journal of Business*, Vol. 79. No. 3. 1225–1261. o.

- HALDRUP, N.–NIELSEN, M. Ø. [2006]: A Regime Switching Long Memory Model for Electricity Prices. *Journal of Econometrics*, Vol. 135. 349–376. o.
- HURST, H. E. [1951]: Long-term Storage Capacity of Reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 116. 770–808. o.
- KANTELHARDT, J. W.–ZSCHIENGER, S. A.–KOSCIELNY-BUNDE, E.–HAWLIN, S.–BUNDE, A.–STANLEY, H. E. [2002]: Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A.*, Vol. 316. 87–114. o.
- KOVÁCS ERZSÉBET [2004]: Pénzügyi adatok statisztikai elemzése. Tanszék Pénzügyi Tanácsadó és Szolgáltató Kft., Budapest.
- KWIATKOWSKI, D.–PHILLIPS, P. C. B.–SCHMIDT, P.–SHIN, Y. [1992]: Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root. *Journal of Econometrics*, 54. 159–178. o.
- MAROSSY ZITA [2007]: EVT in Electricity Price Modeling: Extreme Value Theory Not Only on the Extreme Events. EuroPES 2007 conference, IASTED.
- MAROSSY ZITA [2008a]: A spot villamosenergia-árak szezonális szűrése. Tavasz Szél Konferencia 2008 kiadvány. 211–219. o.
- MAROSSY ZITA [2008b]: Deterministic Regime-Switching, Spike Behaviour, and Seasonality Filtering of Electricity Spot Prices. Kézirat.
- MAROSSY ZITA [2009a]: Extreme Value Theory Discovers Electricity Price Distribution. Kézirat.
- MAROSSY ZITA [2009b]: Detailed Analysis of the Fractal Feature of Day-Ahead Electricity Prices. Kézirat.
- MAROSSY ZITA [2010a]: Multifractality Analysis of Markov Regime Switching Models in Spot Electricity Price Modelling. Proceedings of ‘Spring Wind’ Conference, Pécs.
- MAROSSY ZITA [2010b]: Sources of Heteroscedasticity in the Spot Electricity Price Time Series. Proceedings of European Energy Markets Conference, Madrid.
- MAROSSY ZITA–SZENES MÁRK [2008]: Analysis Of Day-Ahead Electricity Data. Konferencia-előadás. 3rd MANMADE Management Committee Meeting, Collegium Budapest.
- MCNEIL, A. J.–FREY, R.–EMBRECHTS, P. [2005]: Quantitative Risk Management. Concepts, Techniques and Tools. Princeton University Press, Princeton Series in Finance, Princeton.
- MEDVEGYEV PÉTER [2008]: Zűrzavaros bevezetés a sztochasztikus analízisbe közgazdászok számára. Kézirat. Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest.
- NOROUZZADEH, P.–DULLAERT, W.–RAHMANI, B. [2007]: Anti-Correlation and Multifractal Features of Spain Electricity Spot Market. *Physica A.*, Vol. 380. 333–342. o.
- PUTZ, T. [2003]: Energy Price Modelling and Risk Management. Doktori disszertáció. Wirtschafts-universität, Bécs.
- SAPIO, S. [2004]: Market Design, Bidding Rules, and Long Memory in Electricity Prices. Laboratory of Economics and Management Working Paper Series, 7. sz.
- SERLETIS, A.–ANDREADIS, I. [2004]: Nonlinear Time Series Analysis of Alberta’s Deregulated Electricity Market. Megjelent: *Bunn, D. W.* (szerk.): Modelling Prices in Competitive Electricity Markets. John Wiley & Sons, Wiley Finance Series, Chichester.
- SIMONSEN, I.–WERON, R.–MO, B. [2004]: Structure and Stylized Facts of a Deregulated Power Market. University Library of Munich. MPRA sorozat 1443.
- WERON, R. [2000]: Energy Price Risk Management. *Physica A*, Vol. 285. 127–134. o.
- WERON, R. [2006]: Modeling and Forecasting Electricity Loads and Prices. A Statistical Approach. John Wiley and Sons, Wiley Finance Series, Chichester.
- WERON, R.–PRZYBYLOWITZ, B. [2000]: Hurst Analysis of Electricity Price Dynamics. *Physica A*, Vol. 283. 462–468. o.
- WOO, CH.-K.–LOYD, D.–TISHLER, A. [2003]: Electricity Market Reform Failures: UK, Norway, Alberta, and California. *Energy Policy*, Vol. 31. 1103–1115. o.
- ZHANG, P.–BARAD, H.–MARTINEZ, A. [1990]: Fractal Dimension Estimation Of Fractional Brownian Motion. IEEE Southeastcon ’90. New Orleans, LA. 934–939. o.
- ZHAO, J. H.–DONG, ZH. Y.–LI, X.–WONG, K. P. [2007]: A Framework for Electricity Price Spike Analysis With Advanced Data Mining Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 22. 1. 376–385. o.