MAROSSY Zita

AZ EXTRÉM ÁRMOZGÁSOK STATISZTIKAI JELLEMZŐI A MAGYAR ÁRAMTŐZSDÉN

2010. július 20-án megkezdte működését a magyar áramtőzsde, a HUPX. 2010. augusztus 16-án az első napokban tapasztalt 45-60 euró megawattórás ár helyett egyes órákban 2999 eurós árral szembesültek a piaci szereplők. A kiemelkedően magas árak megjelenése nem szokatlan az áramtőzsdéken a nemzetközi tapasztalatok szerint, sőt a kutatások kiemelten foglalkoznak az ún. ártüskék okainak felkutatásával, valamint megjelenésük kvantitatív és kvalitatív elemzésével. A cikkben a szerző bemutatja, milyen eredmények születtek a kiugró árak statisztikai vizsgálatai során a szakirodalomban, illetve azok következtetései hogyan állják meg a helyüket a magyar árak idősorát figyelembe véve. A szerző bemutat egy modellkeretet, amely a villamosenergia-árak viselkedését a hét órái szerint periodikusan váltakozó paraméterű eloszlásokkal írja le. A magyar áramtőzsde rövid története sajnos nem teszi lehetővé, hogy a hét minden órájára külön áreloszlást illeszthessünk. A szerző ezért a hét óráit két csoportba sorolja az ár eloszlásának jellege alapján: az ártüskék megjelenése szempontjából kockázatos és kevésbé kockázatos órákba. Ezután a HUPX-árak leírására felépít egy determinisztikus, kétállapotú rezsimváltó modellt, amellyel azonosítani lehet a kockázatos és kevésbé kockázatos órákat, valamint képet kaphatunk az extrém ármozgások jellegéről.[*]

Kulcsszavak: **HUPX, villamosenergia-árak, áramtőzsde, ártüskék**

A villamosenergia-kereskedelem liberalizációjának köszönhetően 2010. július 20-án elkezdte működését a magyar áramtőzsde, a HUPX. A kereskedés kétoldali aukció formájában történik (HUPX, 2010): az aukcióra rendelkezésre álló időkereten belül a piaci szereplők megadják a tőzsdének azt, hogy a következő nap egyes óráiban hány MWh áramot szeretnének venni vagy eladni. Az aukció lezárultával a tőzsde piaci keresleti és kínálati görbét készít a nap minden egyes órájára. Rendkívüli problémák (mint pl. rendszermeghibásodás) hiányában az általános elv az, hogy az adott órához tartozó piaci ár a piaci keresleti és kínálati görbe metszéspontjaként adódik. Piaci egyensúlytalanság esetén (például ha az aukció az adott piaci feltételeket figyelembe véve abnormálisnak tekinthető árat eredményezne) sor kerülhet egy második aukcióra, amely során a piaci szereplők módosíthatják ajánlataikat.

A tőzsde csak olyan módosításokat fogad el a második aukció során, amely a piaci egyensúlytalanság csökkenését segíti elő. A HUPX-en árat euróban mérik, és 1 MWh-ra vonatkozik. A későbbi elemzések szempontjából érdemes megjegyezni, hogy a tőzsde a 8 és 20 óra közötti időszakot csúcsidőszakként definiálja.

Ha az egyes órák árait napról napra folyamatosan egymás után rendezzük, megkapjuk az áramár idősorát. A dolgozatban azt vizsgálom meg, hogy az így kialakuló idősorban milyen valószínűséggel jelennek meg kiugróan magas értékek, azaz megvizsgálom az extrém áramárak kialakulásának kockázatát.

Az extrém árak vizsgálata fontos a piaci szereplők számára, hiszen megjelenésükkel magas nyereséget könyvelhetnek el vagy hatalmas veszteséget szenvedhetnek el. A vizsgálat további motivációját adhatja az, hogy a HUPX-en már tapasztalhattunk ilyen rendkívüli árakat: a 2010. augusztus 16-i szállítási nap kilenc órájában a piaci ár 2999 euró volt a korábbi időszakokban megszokott 45-60 eurós ár helyett. A sajtóban (Lovas, 2010) olvasott magyarázat szerint:

a „hétnapos működést csak a közelmúltban vezették be, és a hétvégén a kereskedési nap bizonyos óráiban hiány mutatkozott az eladói oldalon, tehát valaki vásárolt volna, de eladó nem volt, ráadásul az árfüggetlen pozíciók is torzíthatnak. Egy erőművi kiesés is közrejátszott, így ezek együttesen olyan irreális torzulást hoztak az árakban."

A hivatkozott cikkből arra következtethetünk, hogy az adott órákban alacsony volt a villamosenergia-kínálat, miközben a szereplők által az aukcióra beadott kereslet erősen rugalmatlan volt, ami magas piaci árat eredményezett. Kérdés, hogy az adott piaci keresleti és kínálati görbék mögötti vételi és eladási szándékok valósak voltak, vagy azok esetleg stratégiai ajánlattétel vagy valamiféle hiba eredményeképp álltak elő. Bár a rendelkezésre álló információk alapján ezt nem tudjuk eldönteni, a cikk címe („Kereskedői baki rázta meg a magyar áramtőzsdét") az utóbbit sugallja. Ezt alátámaszthatjuk azzal, hogy a kialakult ár lényegesen magasabb a kiegyenlítő energia árának szokásos szintjénél, így nem racionális ilyen magas ár mellett keresleti ajánlatot betenni az aukcióra. Elképzelhető, hogy egyes piaci szereplők a már bejáratott piacokon megfigyelhető viselkedést (Weron, 2006: 32. o.) követve a lehetséges legnagyobb árra tették be a kínálati ajánlatukat. A vasárnapi kereskedést kísérő alacsony aktivitás következtében pedig csak ezek a magas ajánlatok kerültek be a teljesülő keresleti ajánlatok közé, ezáltal létrehozva a 2999 eurós piaci árat.

Bármi is volt a 2010. augusztus 16-i extrém árak oka, a megjelenésük rávilágított arra, hogy magas árakkal számolni kell a HUPX-en. A cikkben e magas árak statisztikai vizsgálatát végzem el. Az elemzés során figyelembe kell venni, hogy a magyar áramtőzsde fiatal, és kevés a rendelkezésre álló adat az árakról. Olyan modellt kell építeni, amely takarékosan bánik az adatokkal, és a lehető legtöbbet olvashatunk ki a már meglévő idősorból.

Az elemzés kerete

A dolgozatban a magyar áramtőzsde kiugróan magas árainak statisztikai vizsgálatával foglalkozom. Az elemzés kizárólag a statisztikai kérdésekre koncentrál, és nem nézi meg, hogy a kialakult áraknak mi a fundamentális háttere, piaci oka. Bár a piac viselkedésének ismeretéhez természetesen az is nagyon fontos, hogy milyen konkrét okok miatt lett egy adott időszakban magas az ár, az ilyen típusú vizsgálat az itt alkalmazott elemzési kerettől eltérő módszertant igényel. Az nyilvánvaló, hogy a magas kereslet és alacsony kínálat magas piaci árat eredményez, ezért várhatunk magasabb árat a csúcsidőszakok esetén, amikor nagy a kereslet. Az ennél mélyebb és specifikusabb összefüggések vizsgálatát a vonatkozó szakirodalom végzi el.

Ha a piac fundamentális vizsgálatától eltekintünk a statisztikai elemzés során, akkor felléphetnek bizonyos hibák (például az idősor stacionaritásával kapcsolatban), és esetleg fontos információkat nem veszünk figyelembe a modellezéskor. A cél természetesen mindkét (statisztikai és fundamentális) információ beépítése a modellbe, melynek végeredménye egy komplex és megfelelő modell az áram árára. A cikkben a statisztikai ismeretek feltérképezésével járulunk hozzá ehhez a munkához.

Az áramár statisztikai nézőpontú elemzése is sokféleképpen történhet. Modellezhetjük például magát az árat vagy az áridősorból számolt hozamot (relatív árváltozást). A dolgozatban az árat és a kiemelkedően magas árakat vizsgáljuk, és nem a nagyon magas hozamot. Ennek oka, hogy a piaci szereplőknek a magas ár, nem pedig a magas árváltozás jelent kockázatot. A villamosenergia-fogyasztóknak kedvezőtlen, ha az ár például 60 euró felett van. A későbbiekben látni fogjuk, hogy a 30 eurós ár nem számít nagynak a magyar áramtőzsdén, ezért ezt nem tekinthetjük kiugróan magas árnak. Ha az előző időszakban 10 eurót kellett fizetni egy MWh villamos energiáért, akkor a háromszoros árváltozást nagynak ítélnénk meg, ha a hozamot tartanánk szem előtt, így téves következtetést vonnánk le a kockázat tekintetében. Az árat, és nem a hozamot célszerű tehát vizsgálni az áramárak esetén. További (intuitív és statisztikai) érvet sorol fel Marossy (2011).

Az elemzési keret tárgyalása után nézzük meg, mit mondhatunk a magas áramárak természetéről a szakirodalmi eredmények alapján!

A magas áramárak statisztikája

A villamos energia ára az egyik óráról a másikra akár tízszeresére is nőhet. Az áramtőzsdéken jellemző, hogy az ár (átlaghoz viszonyított) relatív szórása nagyon magas. Marossy (2011) a skandináv áramtőzsde, a Nord Pool esetén 54%-os, a német EEX áramtőzsde esetén 90%-os relatív szórást számol az óránkénti áramárra. Ki kell emelni, hogy mindkét említett áramtőzsde likvid tőzsdének számít az európai villamosenergia-tőzsdék sorában. A volatilitás (a relatív árváltozás szórása) Weron (2006) szerint a villamos energia napi ára esetén akár 50%-os értéket is felvehet, és összehasonlításként megadja a rövidebb lejáratú amerikai államkötvények (0,5% alatt), a részvények (1-1,5%, 4% kockázattól függően) és egyes árupiaci termékek (1,5 és 4% között) napi volatilitását. A villamos energia árának szóródása tehát nagyságrendekkel magasabb a többi piacon tapasztaltnál.

A villamosenergia-piacokon időnként, rövid időre megjelenő, kiugróan magas értékeket ártüskének (*spike*) nevezik. Weron (2006) különböző lehetőségeket ad meg arra, hogy formálisan is leírhassuk, mikor tekintünk egy értéket kiugrónak. Eszerint kiugróan magas a villamos energia ára, ha az ár vagy az árváltozás egy adott küszöböt túllép. Ez a definíció elég kézenfekvő, mégis kérdéses lehet, hova tegyük a küszöböt, amely felett az árat kiugrónak tekintjük. A szakirodalomban sokszor az a választás alapja, ha azt az árat tekintjük kiugrónak, amely az átlagos árat a szórás két- vagy háromszorosával haladja meg. Természetesen összetettebb modellek esetén találkozhatunk más küszöbkijelölési módszerrel is (pl. Geman – Roncoroni, 2006).

A kiugró értékeket sokszor kilógó értékeknek (*outlier*) tekintik, amelyeket az átlagos szintű áraktól különválasztva kell kezelni, az értéküket kisebbre kell cserélni az idősorban a modellezéshez, vagy egyszerűen el kell távolítani őket. Marossy (2010) formális statisztikai vizsgálatok alapján úgy érvel, hogy a kiugróan magas árak is szerves részét képezik az idősornak, mert beleilleszkednek a teljes idősor korrelációs szerkezetébe. A szerző szerint a kiugró árakat a modellezés szempontjából nem eltávolítandó rossznak kell tekinteni, hanem olyan értékeknek, amelyeket bele kell illeszteni a modellbe. Sőt, a kiugró értékek különös figyelmet érdemelnek, mert realizálódásuk esetén kiemelkedő nyereséget vagy veszteséget könyvelhetünk el ügyletünkön.

Marossy (2010) szerint célszerűbb a kiugró értékeket egy vastag szélű áreloszlás egy magas realizációjának tekinteni. A vastag szélű áreloszlások eloszlás- és sűrűségfüggvényeinek lefutása lassú az eloszlás felső szélén, így a magas árak előfordulási valószínűsége nagyobb, mint például a normális vagy lognormális eloszlás esetén.

Az extrém ármozgásokat leírhatjuk tehát egy adott küszöböt átlépő kiugró értékekkel vagy vastag szélű eloszlásokkal. A dolgozatban mindkét megközelítéssel foglalkozom a magyar tőzsde esetén, bár részletesebb elemzést végzek a második tekintetében.

A villamosenergia-piacokon azt is megfigyelték, hogy a kiugrások intenzitása változik: sokkal gyakoribbak a magas árak a csúcsidőszak elején és végén, illetve amikor az ár egyébként is magasabb (l. Simonsen – Weron – Mo, 2004). A fentiek alapján tehát azt várhatjuk, hogy a csúcsidőszakokban több kiugró árral találkozunk, illetve csúcsidőszak esetén az áreloszlás vastagabb szélű, azaz lassabb lefutású.

A fogalmak bevezető leírása után nézzük meg, hogyan jelennek meg az extrém ármozgások a HUPX-en.

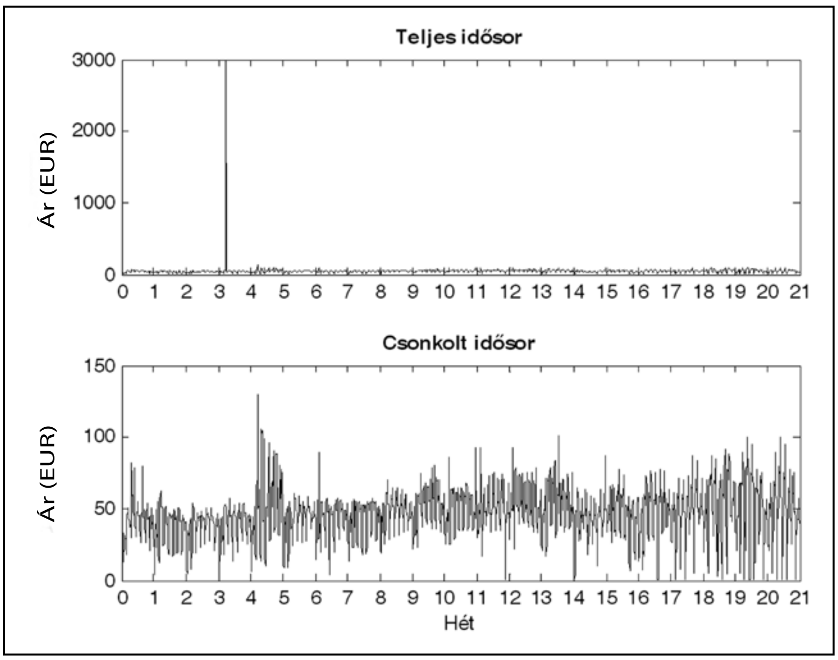
Kiugró árak a magyar áramtőzsdén

Az elemzéshez az óránkénti HUPX-áramárak álltak rendelkezésemre 2010. július 21-től 2010. december 11-ig. A könnyebb kezelhetőség érdekében az első négy nap megfigyeléseit elhagytam az adatsorból, így 2010. július 25-től használtam fel az adatokat. Ezek az adatok 21 teljes hétnek felelnek meg, azaz összesen 21*168= 3528 darab adatot használtam fel a számításokhoz.

A HUPX-árak adatsora az 1. ábrán látható. A felső blokkban szerepel a teljes idősor, míg az alsó ábrán az átlagos nagyságú árak kirajzolásához kihagytam azokat az adatokat, amelyek a 2010. augusztusi ártüskét generálták, és eltorzították az 1. ábra felső blokkját.

1. ábra

A HUPX óránkénti árak idősora



Forrás: saját szerkesztés

Az 1. ábra alsó blokkjában látszik, hogy az idősor héten belüli szezonális vonásokat mutat: egy héten belül hét hullám található, hiszen a nappali (csúcsidőszaki) órák árai általában magasabbak az éjszakai (csúcsidőszakon kívüli) órák árainál. Szintén megfigyelhető, hogy a felső ábrát eltorzító 9 kiugróan magas megfigyelésen kívül előfordulnak „közepesen magas" árak is. Ilyen közepesen magas áraknak tekinthetők azok az adatok, ahol az ár a 100 eurós szintet ostromolja, egy-két esetben pedig átlépi.

Kiugró áraknak tekinthetjük az átlagot két szórással meghaladó értékeket. A teljes idősort figyelembe véve az árak átlaga 53,94 euró, a szórás 149,81 euró. A küszöb ekkor 353,55 euró. Ennél a határértéknél csak az a kilenc megfigyelés magasabb, amelyeket 2010. augusztus 16-án tapasztalhattunk. Az említett „közepesen magas" árak nem számítanak kiugrónak e definíció alapján.

Ha egy pillanatra elfeledkezünk a kilenc kiugróan magas megfigyelésről, akkor a (korábban csonkoltnak nevezett) idősor átlaga 46,40 euró, szórása 15,88 euró. Ezek alapján 78,16-nak adódik a kiugró árakat elválasztó küszöbérték. Ennél magasabb árakat 68 esetben tapasztalhattunk (a kilenc hatalmas árrealizáción kívül). Ebben az esetben a „közepesen magas" árakat is kiugrónak minősíthetjük. A küszöb konkrét számértékétől függetlenül azt láthatjuk az idősorban, hogy a piac normál menete során tapasztalt ármozgásokat tekintve a 100 euró nagyságrendű megfigyelések is nagynak számítanak.

A HUPX-nél hosszabb ideje működő villamosenergia-tőzsdék tapasztalatai és a szakirodalom alapján azt várhatjuk, hogy a kiugró értékek megjelenése a csúcsidőszakban történik. A 2010. augusztus 16-i kilenc kiugró ár ennek eleget tesz, hiszen ezek a magas árak 9 és 18 óra között szolgáltatott áram esetén voltak érvényesek.

A kiugró értékek változó intenzitásának másik jellemvonása, hogy az ár eloszlása vastagabb szélű egyes, kockázatos órák esetén. Ezt a jelenséget egy összetettebb modell, az úgynevezett determinisztikus rezsimváltó modell alapján tudjuk megvizsgálni. A modell segítségével információt szerezhetünk a hét egyes óráinak kockázatosságáról.

Determinisztikus rezsimváltás

Az alábbiakban röviden bemutatom a modellezés alapjául szolgáló elemzési keretet, az általánosított extrémérték-eloszlásokra épülő, ún. determinisztikus rezsimváltó modellt. Az ismertetés csak a cikkben szereplő elemzés céljából felhasznált részletekre tér ki. A modellezési szemlélet logikai felépítéséről Marossy (2011) cikkében, a technikai részletekről az ott hivatkozott forrásokban, illetve Marossy (2010) munkájában olvashatunk.

A modellkeret bemutatása

A determinisztikus rezsimváltó modell az empirikus megfigyelések (Marossy, 2007) és egy elméleti modell (Marossy, 2010) alapján feltételezi, hogy az áramár eloszlása minden periódusban általánosított extrémérték-eloszlás (*generalized extreme value distribution*, GEV-eloszlás). Az általánosított extrémérték-eloszlás eloszlásfüggvénye az alábbi:

$$F_{k,\mu,\sigma}(x) = \exp\left\{ -\left[1 + k\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/k} \right\},$$

ha

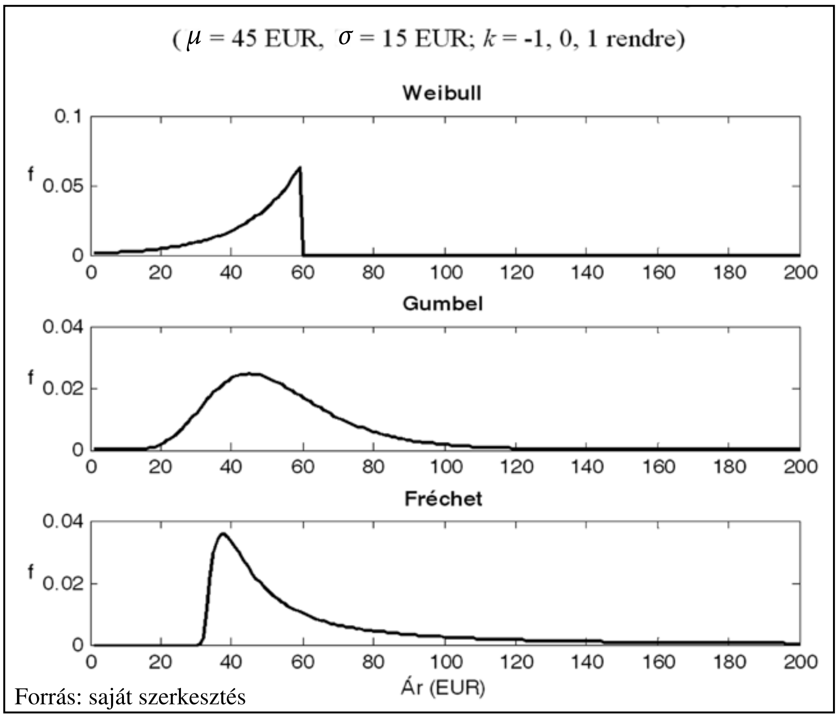
$$1 + k(x-\mu)/\sigma > 0$$

A GEV-eloszlásoknak három paramétere van: k az eloszlás jellegét meghatározó alakparaméter, σ (>0) az eloszlás szóródásáért felelős skálaparaméter és μ a helyzeti paraméter. A GEV-eloszláscsalád három eloszlás általánosítása. Fréchet-eloszlásról beszélünk, ha $k > 0$; Weibullról, ha $k < 0$; és Gumbelről, ha $k \to 0$.

A háromféle eloszlást a 2. ábra szemlélteti. Az ábra $\mu = 45$, $\sigma = 15$, illetve $k = -1$, 0 vagy 1 értékek mellett mutatja meg a háromféle típusú eloszlás sűrűségfüggvényét. Látható, hogy a kiugróan magas értékek tekintetében a pozitív k paraméterrel megadott Fréchet-eloszlás jelenti a legnagyobb kockázatot, hiszen ebben az esetben lesz a sűrűségfüggvény lefutása a leglassabb az eloszlás szélénél.

2. ábra

A Weibull-, Gumbel- és Fréchet-eloszlások f sűrűségfüggvényei



Forrás: saját szerkesztés

A Fréchet-eloszlás $1/k$ kitevővel esik az eloszlásfüggvény jobb szélén (l. Embrechts – Klüppelberg – Mikosch, 2003). Ez azt jelenti, hogy az eloszlásfüggvény a következő alakú az áreloszlás jobb szélén, azaz a magas árak esetén:

$$F(x) \approx 1 - \frac{c}{x^{1/k}},$$

ahol c egy konstans (vagy egy ún. lassan változó függvény, amihez l. Embrechts – Klüppelberg – Mikosch, 2003: 564. o.). Ez azt jelenti, hogy minél kisebb a k, annál gyorsabban esik az eloszlásfüggvény a végtelen felé közeledve, míg nagy k mellett az eloszlásfüggvény lassabban esik, és a nagy értékek előfordulásának valószínűsége, így a kockázat is nagyobb.

Mint láttuk, egy adott órai ár eloszlása általánosított extrémérték (GEV)-eloszlás. Marossy (2008) megmutatja, hogy a hét különböző órái különböző paraméterű GEV-eloszlások. A hét óráit így különböző paraméterű általánosított extrémérték-eloszlásokkal írhatjuk le. Ez egy determinisztikus rezsimváltó jelleget kölcsönöz az áram árának: az ár más-más paraméterű GEV-eloszlás lehet attól függően, hogy a hét melyik órájában vagyunk. Az eloszlás rezsimváltó jelleggel váltakozik, de az eloszlások váltakozása determinisztikus, hiszen az határozza meg az eloszlás konkrét alakját, hogy éppen melyik órában vagyunk, azaz éppen milyen paraméterek melletti GEV-eloszlás érvényesül.

Marossy (2008) empirikus becslést is ad a determinisztikus rezsimváltó modellre: EEX és Nord Pool adatokon 168 részre bontja az idősort, a hét órájának megfelelően, és mindegyik órára illeszt egy-egy GEV-eloszlást (természetesen külön az EEX-re és külön a Nord Poolra). Mindkét piac esetén azt találja, hogy vannak kockázatosabb órák, amikor a GEV-eloszlás k alakparamétere nagyobb. A kockázatos órák jellemzően csúcsidőszaki órák, de a kockázatos és a csúcsidőszaki órák nem esnek egybe: vannak olyan csúcsidőszaki órák is, amelyeknél a kiugróan magas árak kockázata kicsi, mert a k értéke alacsony.

A determinisztikus rezsimváltó modellel valójában az áram árában fellelhető héten belüli szezonalitást írjuk le.

A dolgozatban a determinisztikus rezsimváltó modellkeretet használom fel arra, hogy statisztikai szempontból részletesen elemezzem a kiugró árakat a magyar áramtőzsdén.

Becslés a magyar adatokon

A bemutatott modellkeret alapján a rendelkezésre álló adatsort felbontottam a hét 168 órájának megfelelően, és a hét minden egyes órájára GEV-eloszlást illesztettem. A becsült alakparaméterek értékeit az 1. táblázat tartalmazza. A táblázatban vastaggal kiemeltem azokat az órákat, amelyek esetén az alakparaméter konfidencia-intervalluma nem tartalmazza a 0-t. Ezekben az esetekben egyértelműen el tudjuk dönteni, hogy Weibull (negatív alakparaméter) vagy Fréchet, (pozitív alakparaméter) eloszlású az adott órában az ár. Látható, hogy Weibull-eloszlással zömében a csúcsidőn kívül, míg Fréchet-eloszlással a csúcsidőben találkozhatunk. Ez visszaadja azt az eredeti elképzelésünket, miszerint a csúcsidőszaki órák kockázatosabbak, mint a csúcsidőszakon kívüli órák.

1. táblázat

Az óránkénti GEV-becslések naptára

Óra	*H*	*K*	*Sz*	*Cs*	*P*	*Sz*	*V*
0–1	**–0,57**	**–0,65**	(–1,05)	(–1,03)	**–0,75**	(–1,03)	**–0,66**
1–2	(–1,04)	**–0,86**	**–0,70**	(–1,18)	(–1,13)	(–1,04)	(–1,01)
2–3	–0,17	**–0,62**	**–0,71**	**–0,92**	**–0,66**	**–0,61**	**–0,49**
3–4	**–0,32**	–0,39	**–0,77**	(–1,06)	(–1,03)	**–0,86**	**–0,47**
4–5	–0,27	**–0,51**	(–1,03)	(–1,04)	(–1,03)	**–0,74**	–0,32
5–6	**–0,53**	**–0,76**	(–1,05)	(–1,06)	**–0,69**	**–0,58**	–0,23
6–7	(–1,04)	**–0,61**	–0,37	**–0,91**	**–0,32**	(–1,08)	–0,03
7–8	–0,24	–0,24	0,04	0,04	–0,15	**–0,82**	–0,28
8–9	–0,26	–0,37	**–0,66**	–0,44	–0,44	(–1,14)	**–0,73**
9–10	**0,65**	–0,17	0,18	**–0,48**	–0,18	**–0,58**	**–0,41**
10–11	**0,80**	0,12	0,24	–0,31	–0,15	–0,19	**–0,53**
11–12	**0,73**	0,08	0,07	**–0,51**	0,09	0,18	**–0,46**
12–13	**0,65**	0,07	0,05	–0,01	0,19	0,04	**–0,40**
13–14	**0,80**	0,12	0,11	–0,52	0,12	–0,20	**–0,41**
14–15	**0,95**	0,16	0,11	–0,18	0,14	–0,09	**–0,40**
15–16	**0,64**	0,05	0,07	0,14	0,26	–0,04	–0,38
16–17	**0,76**	0,25	0,33	**0,57**	0,39	–0,08	–0,45
17–18	**0,81**	**0,56**	0,51	**0,53**	0,38	0,31	0,01
18–19	–0,03	–0,11	0,30	0,03	–0,09	0,09	**–0,78**
19–20	–0,53	**–0,40**	(–1,02)	**–0,40**	–0,33	0,20	–0,20
20–21	–0,39	0,06	0,15	0,01	–0,48	–0,03	–0,16
21–22	–0,33	**–0,46**	–0,38	**–0,60**	**–0,48**	**–0,51**	**–0,29**
22–23	–0,34	–0,16	**–0,47**	**–0,47**	**–0,27**	–0,31	**–0,40**
23–24	**–0,54**	–0,04	**–0,41**	**–0,59**	**–0,33**	–0,26	–0,18

Forrás: saját szerkesztés

Vastagon jelöltem azokat az órákat, ahol a konfidencia-intervallum nem tartalmazza a 0-t. Zárójelben szerepelnek azok az órák, ahol a maximum likelihood becslés során a numerikus optimalizálás nem sikerült.

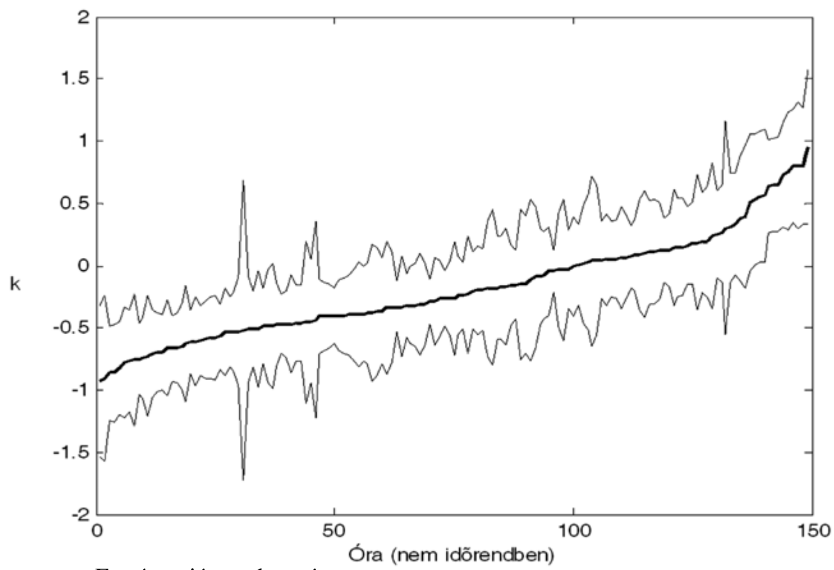
Vannak olyan órák azonban, amelyek nem illenek ebbe az egyszerű logikába, például szerda 8 és 9 között, illetve csütörtök 9 és 10, valamint 11 és 12 között azt találtuk, hogy az eloszlás a kevésbé kockázatos Weibull-eloszlásnak megfelelő alakú. Ez alapján azt a következtetést vonhatjuk le a magyar piacon is, hogy nem minden csúcsidőszaki óra kockázatos.

Az 1. táblázat azt is megmutatja, hogy azok az órák, amelyek áreloszlását Fréchet-típusúnak találtuk, zömmel abból az időszakból állnak, amelyek esetén 2010. augusztus 16-án a kiugróan magas árat megfigyelhettük.

Bár a bemutatott modell logikája a magyar piacon is érvényes, a becsült eredményeket fenntartással kell fogadnunk. A 3. ábra mutatja az órákra becsült *k* alakparamétereket azok konfidencia-intervallumával együtt. A jobb áttekinthetőség kedvéért az órák nem időrendben találhatók az ábrán, hanem a becsült alakparaméter szerint, növekvő sorrendben. Nem szerepelnek azok az órák (19 darab), amelyeket az 1. táblázat szürkével jelölt, és amelyeknél a maximum likelihood illesztés numerikus optimalizálása nem sikerült. Látható a 3. ábrán, hogy a konfidencia-intervallumok nagyon szélesek. A 3. ábrán szereplő konfidencia-intervallumok átlagos szélessége 0,81. Ez lehet az oka annak, hogy az 1. táblázatban a becsült GEV-eloszlások alakparaméterei esetén sok órára vonatkozó konfidencia-intervallum tartalmazza a 0-t. Ezzel nem az a probléma, hogy tartalmazza a 0-t, hiszen jelentheti azt, hogy az adott óra áreloszlása Gumbel-típusú, hanem az, hogy a konfidencia-intervallum széles, és annyira széles, hogy nem egyértelmű az ár eloszlásának típusa.

3. ábra

Az óránkénti GEV-eloszlások alakparaméterei (k) növekvő sorrendben, konfidencia-intervallumokkal



Forrás: saját szerkesztés

Ez az eredmény nem meglepő, ugyanis a vizsgált időszak összesen 21 hétből állt, azaz az óránkénti eloszlások mindegyikét 21 darab megfigyelésre kellett illeszteni. Ez magas bizonytalanságot jelent a paraméterbecslésekben, így rendkívül széles konfidencia-intervallumot kapunk az illesztés során. A kevés megfigyelés felhasználásának további eredménye, hogy egy érték (például az augusztus 16-i ártüske) nagy befolyással bír a kapott becsült együtthatóra. Nem véletlen tehát, hogy néhány hétfői csúcsidőszaki órát kockázatosnak találtunk.

Olyan megoldást kell találnunk, amellyel megbízhatóbb becsléseket adhatunk az órák eloszlására. Ekkor azt kellene elérnünk, hogy az eloszlásokat magasabb mintaelemszámra becsüljük az itt óránként felhasznált 21 adat helyett. Ehhez természetesen egyszerűsítő feltételezéseket kell tennünk. Egy lehetséges megoldást mutatok be a következőkben.

Kétállapotú modell

A determinisztikus rezsimváltó modell becslésének eredményei tehát nem megbízhatók a magyar piacon, mivel kevés megfigyelés áll rendelkezésünkre az óránkénti eloszlások illesztéséhez. Az alábbiakban egy olyan modellt mutatok be, amelyik (bár megtartja a determinisztikus rezsimváltás logikáját) szakít azzal a feltételezéssel, hogy az összes óra különböző eloszlásból származik. Az alábbiakban az egyszerűség kedvéért azt tesszük fel, hogy az adott óra ára származhat kockázatos és kevésbé kockázatos GEV-eloszlásból. Ez a feltétel lehetővé fogja tenni megbízhatóbb paraméterbecslések előállítását azon az áron, hogy az órák eloszlása nem vehet fel tetszőleges paraméterértékeket.

A modell felépítése

Feltesszük, hogy az egyes *i* órák eloszlása kétféle lehet:

Első eloszlás:

GEV-eloszlás k_1, μ_1, σ_1 paraméterekkel;

Második eloszlás

GEV-eloszlás k_2, μ_2, σ_2 paraméterekkel.

A csoportba tartozást minden egyes *i* óra esetén a D_i változó írja le, amely 1 értéket vesz fel az első esetben, és 0-t a második esetben.

Adott *i* óra esetén tehát az óra eloszlását megadó sűrűségfüggvény a következőképpen írható le:

$$f_{D_i,k_1,\mu_1,\sigma_1,k_2,\mu_2,\sigma_2}(x) = D_i h_{k_1,\mu_1,\sigma_1}(x) + (1 - D_i) h_{k_2,\mu_2,\sigma_2}(x)$$

ahol h() a GEV-eloszlás sűrűségfüggvényét jelöli. Látható, hogy $D_i = 1$ esetén az első paraméter együttes melletti GEV-eloszlásból, $D_i = 0$ esetén a második GEV-eloszlásból származik az adott óra ára.

Az elemzés során rendelkezésünkre állnak az $x_{i,j}$ mintaelemek, amelyek a *j*. hét *i*. órájában tapasztalt áramárat jelölik. A feladatunk az, hogy az empirikus adatok alapján megbecsüljük a kétféle GEV-eloszlás 3-3 paraméterét és az összes D_i-t. Ez utóbbi azt jelenti, hogy besoroljuk a hét óráit a két eloszlásnak megfelelő csoportba.

A paraméterek becslése maximum likelihood módszerrel történik. Ekkor fel kell írnunk az adott órához tartozó sűrűségfüggvény értékét a realizálódott mintaelem helyen, és a likelihood függvény e sűrűségfüggvény-értékek szorzataként áll elő. A becsléshez a loglikelihood függvényt kell maximalizálnunk, tehát a célfüggvényünk a következő:

$$f_{i,j}(x) = P(s_{i,j} = 1) h_{k_1,\mu_1,\sigma_1}(x) + P(s_{i,j} = 2) h_{k_2,\mu_2,\sigma_2}(x) .$$

A célfüggvény maximumát kell megkeresnünk tehát a paraméterek ($D_1, D_2, \ldots, D_{168}, k_1, \mu_1, \sigma_1, k_2, \mu_2, \sigma_2$,) függvényében. Ez egy vegyes optimalizálási feladat, hiszen diszkrét (a csoportbesorolások) és folytonos (a GEV-eloszlások paraméterei) változók is szerepelnek a célfüggvényben.

Számos módszer létezik a vegyes programozási feladatok megoldására. A megoldásban segíthet, hogy a célfüggvény két részre bontható a D_i változók értékei alapján. Ha a csoportbesorolás ismert lenne, akkor egy adott óra árának sűrűségfüggvénye vagy az egyik vagy a másik általánosított extrémérték-eloszlás sűrűségfüggvényével egyezik meg, és csak annak a paramétereitől függ.

Ha tehát tudjuk a csoportbesorolásokat, akkor a célfüggvényt két részre tudjuk bontani. Az első részbe soroljuk a függvény azon tagjait, amelyek az első csoportba tartozó eloszlásokhoz kapcsolódnak, ahol $D_i = 1$. A célfüggvény második felében a második csoporthoz ($D_i = 0$) kötődő tagok szerepelnek. Vegyük észre, hogy az első tag csak az egyik általánosított extrémérték-eloszlás paramétereitől függ, míg a második tag csak a második GEV-eloszlás paramétereinek függvénye.

Ennek alapján az optimalizálás során az első GEV-eloszlás becsült paramétereit a célfüggvény első tagja alapján határozhatjuk meg. Észrevehetjük, hogy a célfüggvény első tagjának optimuma egybeesik azzal, mintha az első csoportba tartozó ($D_i = 1$) megfigyelésekre általánosított extrémérték-eloszlást illesztenénk maximum likelihood módszerrel. Az idősorból ki kell tehát válogatnunk azokat a megfigyeléseket, amelyek óráit az első csoportba soroltuk, és ezekre a megfigyelésekre maximum likelihood módszerrel általánosított extrémérték-eloszlást illesztünk. Az így kapott paraméterbecslések maximalizálni fogják az eredeti célfüggvényünk első tagját.

Ugyanez igaz a célfüggvény második tagjára is: a második GEV-eloszlás becsült paraméterei megkaphatók úgy, hogy a második csoportba sorolt megfigyelésekre extrémérték-eloszlást illesztünk maximum likelihood módszerrel.

Ha tehát ismerjük a csoportbesorolásokat, akkor könnyen megadhatjuk a kétféle GEV-eloszlás becsült paraméterét. A becsült paraméterek mellett megkapjuk a célfüggvény, *ln*(L) értékét is. A csoportbesorolások azonban nem ismertek, azt meg kell becsülnünk a rendelkezésünkre álló adatok alapján. A becsléshez azt kell megnéznünk, melyik csoportbesorolás adja a legmagasabb célfüggvény-értéket, ln(L)-t.

Első ötletünk az lehet, hogy végignézzük az összes lehetséges csoportosítást. Mivel minden D_i kétféle értéket vehet fel, és összesen 168 órát kell besorolnunk, ezért az átnézendő esetek száma:

$$\text{esetek} = 2^{168} = 3{,}7 * 10^{50}.$$

Viszonyításképpen megjegyzem, hogy a Föld kora 10^{20} ms nagyságrendű, így ha minden esetet egy milliszekundum alatt tudunk átnézni, akkor a Föld kezdete óta sem tudtunk volna ennyi számítást elvégezni.

Mivel a nyers erő módszere (az összes eset átnézése) nem valósítható meg ésszerű idő alatt, ezért olyan eljárást kell tervezni, amely véges idő alatt megkeresi az optimális (vagy közel optimális) értéket.

A javasolt módszer a következő:

1. lépés: Kiindulunk egy tetszőleges csoportbeosztásból.

2. lépés: Végignézzük egyesével az órákat, hogy jobb célfüggvény-értéket (magasabb *ln*[L]-t) kapunk-e, ha átsoroljuk az adott órát a másik csoportba. Ha az átsorolás jobb eredményt ad, akkor ennek alapján módosítjuk a csoportbeosztást, és megyünk a következő órára.

3. lépés: A 2. lépésben leírt eljárást addig folytatjuk, amíg volt átsorolás.

Ez a módszer lokális optimumot keres, azaz olyan csoportbesorolást, amelynél egyik órát sem éri meg átsorolni a másik csoportba. Természetesen nem biztos, hogy az így kapott lokális optimum a legjobb csoportosítást adó globális optimumhoz közeli értéket ad. Akkor találunk megfelelő eredményt, ha „jó helyről” indítjuk a keresést. Meg kell sejtenünk, hogy a legjobb csoportbesorolást adó globális optimum mely csoportbesorolásból indítva érhető el.

Ebben segítségünkre lehet az a megfigyelés, hogy az itt ismertetett kétrezsimes modell két csoportba sorolja az órákat, amelyek esetén a GEV-eloszlás paraméterei különböznek. Ekkor valójában az történik, hogy a hét óráit a kockázatos és a kevésbé kockázatos órákba soroljuk. Az egyik csoportba várhatóan azok az órák tartoznak, amelyeknél az áreloszlás szórása nagy, az eloszlásfüggvény lassan cseng le az eloszlás szélénél (a magas áramáraknál), és az átlagos ár is magasabb. A másik csoportba a kevésbé kockázatos és kisebb átlagárú órák fognak tartozni az elképzeléseink szerint.

Az optimális csoportbeosztást megkereső algoritmust tehát érdemes onnan elindítani, ahol a szerintünk kockázatos órák vannak az egyik csoportban, és a kevésbé kockázatosak a másikban. A determinisztikus rezsimváltó modell, Marossy (2008) eredményei és az áramárak általános viselkedése alapján azt gondolhatjuk, hogy a hétköznap csúcsidőszaki órák jó jelöltek lehetnek a kockázatos órák szerepére. Mivel a csúcsidőszaki órák és a kockázatos órák csoportja nem feltétlenül esik egybe, ezért érdemes az algoritmust más helyről is elindítani, például a kockázatos órák közé sorolhatjuk a hétköznap csúcsidőszaki órák mellett a hétvégi nappali órákat.

Az optimalizálást így öt esetben végeztem el, ahol a kiinduló csoportbeosztások az alábbiak voltak:

1. eset: A kockázatos csoport a hétköznap csúcsidőszaki órákból áll.

2. eset: A kockázatos csoport a hétköznap csúcsidőszaki órákból áll, hozzávéve a szombat és vasárnap 8 és 20 óra közötti időtartamot.

3–5. eset: Véletlen csoportbeosztás.

Az eredmények az öt esetben eltérhetnek, hiszen a módszerünk csak az adott pontból elérhető lokális optimumot keresi meg. Az öt eset közül az adja a legjobb eredményt, amelynél a végeredményt jelentő csoportbesorolás mellett a célfüggvény (*ln*[L]) értéke a legnagyobb.

Az optimális csoportbesorolás megkeresésével megkapjuk a paraméterek becsült értékeit. Az optimális megoldásból tehát választ kapunk arra, hogy a hét mely órái kockázatosak és melyek kevésbé kockázatosak, valamint megkapjuk a GEV-eloszlás paramétereit a kétféle eloszlás esetén. A csoportbesorolásokból és a kapott paraméterbecslésekből megtudhatjuk, a hét mely órái esetén számíthatunk extrém áringadozásokra, illetve a becsült GEV-paraméterek alapján konkrét számításokat végezhetünk az extrém ármozgásokkal kapcsolatban.

Összevetés a Markov rezsimváltó modellel

A bevezetett kétállapotú modell nagyon hasonlít egy Markov-lánc által meghatározott rezsimváltó modellre. Tegyük fel, hogy (a korábban ismertetett kétállapotú modellhez hasonlóan) az áram árának eloszlását egy $s_{i,j}$ állapotváltozó határozza meg, amely kétféle értéket vehet fel. Az egyik állapotban az ár eloszlása GEV-eloszlás, adott paraméterekkel. A másik állapotban az ár eloszlása szintén GEV-eloszlás, de az eloszlás paraméterei mások. Eddig ugyanazt tettük fel, mint a kétállapotú determinisztikus rezsimváltó modellnél. A különbség az, hogy az állapotváltozó értéke a Markov rezsimváltó modell esetén (Hamilton, 1994) valószínűségi változó: ha az 1. állapotban vagyunk, akkor p_1 valószínűséggel ott is maradunk, míg ha a 2. állapotból indulunk, akkor p_2 valószínűséggel nem váltunk az állapotok között a következő periódusra. A váltások valószínűsége természetesen 1 mínusz a maradás valószínűsége mindkét állapot esetén.

Az adott időszaki ár eloszlása a teljes valószínűség tételéből adódóan a következőképpen írható fel a már ismert jelölések felhasználásával:

$$f_{i,j}(x) = P(s_{i,j} = 1)h_{k_1,\mu_1,\sigma_1}(x) + P(s_{i,j} = 2)h_{k_2,\mu_2,\sigma_2}(x)$$

A kétállapotú determinisztikus rezsimváltó modellel ellentétben itt a kétféle GEV-eloszlást adott súllyal össze kell súlyoznunk ahhoz, hogy megkapjuk az áram árának eloszlását az adott órában. Ekkor tehát az eredő áreloszlás nem egy GEV-eloszlás, hanem két GEV-eloszlásból összetett kompozit eloszlás. A kétállapotú determinisztikus rezsimváltó modell előnye a Markov rezsimváltó modellel szemben, hogy a korábbi kutatások alapján feltételezhető GEV-eloszlást adja vissza az adott óra áreloszlásaként. További érv a determinisztikus modell mellett természetesen, hogy determinisztikus, így a héten belüli szezonalitást le tudjuk vele írni a már ismertetett módon.

Eredmények

A rendelkezésemre álló HUPX óránkénti adatokra illesztettem a kétállapotú rezsimváltó modellt az ötféle kiinduló csoportbeosztással. Az öt esetben kapott eredményeket a 2. táblázat tartalmazza. Mivel az egyes esetekben csak lokális maximumot kapunk megoldásként, így az öt becsült modell közül a legmagasabb likelihood függvényértékkel rendelkező modell lesz a legjobb. A 2. táblázatból látható, hogy az első három eset ugyanazokat a becsléseket és ugyanazt (a számítások között) a legjobb modellt testesíti meg. Bár a táblázatból nem derül ki, az optimálisnak talált csoportbeosztás ugyanaz a vastaggal kiemelt három modell esetén, amelyeket az eredmények alapján a legjobbnak fogadhatunk el, így az ezekhez tartozó paraméterbecsléseket tekinthetjük végeredménynek.

Érdekes eredmény lehet például, hogy milyen gyakorisággal kaphatunk 100 euró feletti értéket az egyes csoportokban. Az első csoport esetén a kapott $H_1()$ GEV-eloszlásfüggvénnyel számolva $1 - H_1(100)$ mutatja meg annak a valószínűségét, hogy az ár 100 euró felett lesz. Ennek értéke 2,03%. Annak a valószínűsége tehát, hogy az ár egy kockázatos órában 100 euró felett lesz, 2,03%. Egy héten 104 ilyen kockázatos óra van. Ha feltesszük, hogy az egyes kockázatos órák függetlenek, akkor könnyen megadhatjuk azt is, mekkora annak a valószínűsége, hogy a hét folyamán 100 euró feletti árat kapunk valamelyik kockázatos eloszlásból. Függetlenség feltételezése mellett binomiális eloszlás segítségével kiszámolható, hogy 88,11% annak a valószínűsége, hogy a héten lesz 100 fölötti ár a kockázatos órákban. A kevésbé kockázatos órák esetén ugyanez az adat 0%. 200 euró fölötti árat 4,4%-os valószínűséggel kaphatunk a hét folyamán a kockázatos órákból, míg 300 eurót meghaladó árat 0,46% valószínűséggel tapasztalhatunk. Annak a valószínűsége, hogy a kockázatos órákban 2900 euró feletti árat kapjuk egy hét alatt, 10^{-8} nagyságrendű, azaz rendkívül alacsony.

2. táblázat

A rezsimváltó modell becsült együtthatói

Eset	k_1	μ_1	σ_1	k_2	μ_2	σ_2	ΣD	*lnL*
1	**0,178 (0,161; 0,195)**	**8,995 (8,698; 9,303)**	**49,566 (49,163; 49,969)**	**–0,248 (–0,262; –0,234)**	**13,182 (12,701; 13,681)**	**27,897 (27,147; 28,646)**	**104**	**–13 763**
2	**0,178 (0,161; 0,195)**	**8,995 (8,698; 9,303)**	**49,566 (49,163; 49,969)**	**-0,248 (–0,262; –0,234)**	**13,182 (12,701; 13,681)**	**27,897 (27,147; 28,646)**	**104**	**–13 763**
3	**0,178 (0,161; 0,195)**	**8,995 (8,698; 9,303)**	**49,566 (49,163; 49,969)**	**–0,248 (–0,262; –0,234)**	**13,182 (12,701; 13,681)**	**27,897 (27,147; 28,646)**	**104**	**–13 763**
4	0,177 (0,154; 0,200)	16,513 (15,816; 17,241)	26,038 (25,070; 27,007)	–0,052 (–0,075; –0,029)	9,085 (8,803; 9,375)	48,751 (48,339; 49,163)	62	–14 129
5	0,177 (0,154; 0,200)	16,513 (15,816; 17,241)	26,038 (25,070; 27,007)	–0,052 (–0,075; –0,029)	9,085 (8,803; 9,375)	48,751 (48,339; 49,163)	62	–14 129

Forrás: saját szerkesztés. Vastaggal jelöltem a legjobb modell(eke)t.

A 2. táblázatban vastaggal kiemelt sorok alapján a kockázatos csoportba 104 óra tartozik a hét 168 órájából, hiszen a D_i-k összege 104. A kockázatos órák esetén az áreloszlás Fréchet-típusú, és 1/0,178 = 5,62 hatvánnyal esik az eloszlás felső szélén. A kevésbé kockázatos órák eloszlása Weibull-típusú –0,248-as alakparaméterrel. A kockázatos és kevésbé kockázatos csoportot éppen úgy tudjuk azonosítani, hogy a kockázatos csoportban az áreloszlás lecsengése lassabb, tehát tényleg az első csoport foglalja magában a kockázatos órákat.

A kockázatos áreloszlás várható értéke 56,66, szórása 15,64. A kevésbé kockázatos eloszlás várható értéke 32,85, szórása 13,42 euró. Az átlagos értékek tehát jelentősen eltérnek a két csoport esetén. Az első csoportba a várakozásoknak megfelelően magas átlagos árak tartoznak. A szórások esetén nincs jelentős eltérés a két csoport esetén. Ez nem jelenti azt, hogy a kétféle eloszlás kockázata megegyezne, hiszen (mint láttuk) a kockázatos csoportban az áreloszlás lecsengése sokkal lassabb. Ez azt jelenti, hogy a két csoport esetén az átlagtól vett átlagos eltérés hasonló nagyságrendű, de az extrém magas árak megjelenésének kockázata sokkal nagyobb az első csoportba sorolt és kockázatosnak nevezett áreloszlás esetén.

A két csoport közötti különbséget érzékelteti, hogy a kockázatos eloszlás 95%-os kvantilise 88,77 euró, míg a kevésbé kockázatos eloszlás 95%-os kvantilise 55,60 euró. Ezen küszöbértékek felett található várhatóan az árrealizációk 5%-a. A kapott értékek jelentős eltérése jelzi, hogy az extrém ármozgások valószínűbbek a kockázatos csoportban. A 2. táblázatban megadott paraméterek segítségével sokféle egyéb kockázati mérőszámot kiszámíthatunk.

Bár a függetlenség feltevése nem igaz az óránkénti villamosenergia-árak esetén, a számítások jól megmutatják a kockázatos és kevésbé kockázatos eloszlásokból származó különbséget az extrém ármozgások tekintetében. A kapott számítások alapján azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a kockázatos órákban ártüskékre számítanunk kell időről időre a magyar villamosenergia-piacon is. A 2010. augusztus 16-i extrém ármozgások a kapott eredmények alapján is kis valószínűségi események, tehát a számítások eredményei alapján az előfordulásuk esélye rendkívül ritka, de a 100-200 eurós nagyságrendű árak előfordulása természetesnek vehető a kapott eredményeket figyelembe véve.

Kockázatos órák a HUPX-en

Fontos részeredménye a számításoknak az eredményül kapott csoportbesorolás. A 3. táblázat tartalmazza a kapott eredményeket. A táblázatban kiemelve szerepelnek a kockázatos csoportba sorolt órák. Az eredmény megfelel az előzetes várakozásainknak, hiszen a csúcsidőszaki órák zömében kockázatosnak adódtak. Kivétel ez alól a szerda 8 és 9 óra közötti időszak, amely a csúcsidőszakhoz tartozik, de nem kockázatos. Emlékezzünk arra, hogy ezt az időszakot már az óránkénti GEV-illesztésnél is a kevésbé kockázatos kategóriába soroltuk.

Érdekes eredmény a 3. táblázatban, hogy hétköznapokon este a csúcsidőszak végével az áreloszlás a kockázatos kategóriában marad. A csúcsidőszakon kívüli esti időszakok is kockázatosak tehát, míg a csúcsidőszakon kívüli reggeli órák a kevésbé kockázatos csoportba tartoznak.

Szombaton ugyanazt a mintázatot látjuk a kockázatos és kevésbé kockázatos órák tekintetében, mint amit hétköznapokon megfigyelhetünk. Ezzel szemben a vasárnapi órák két időszak (ebédidő és vacsoraidő) kivételével a kevésbé kockázatos csoportba tartoznak. Áramtőzsdei kereskedési szempontból tehát a hétvége két napja jelentősen különbözően viselkedik. A kereskedés során ezt a tényt érdemes figyelembe venni.

3. táblázat

A kockázatos (D = 1) és kevésbé kockázatos (D = 0) órák naptára

Óra	H	K	Sz	Cs	P	Sz	V
0-1							
1-2							
2-3							
3-4							
4-5							
5-6							
6-7		**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**		
7-8	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**		
8-9	**kockázatos**	**kockázatos**		**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	
9-10	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	
10-11	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	
11-12	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**
12-13	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**
13-14	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	
14-15	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	
15-16	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	
16-17	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	
17-18	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	
18-19	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	
19-20	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**
20-21	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**
21-22	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**
22-23	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	**kockázatos**	
23-24					**kockázatos**		

Forrás: saját szerkesztés

Összegzés

Az extrém ármozgások sok villamosenergia-tőzsdén tipikusnak számítanak. A korábbi szakirodalmi eredmények alapján azt mondhatjuk, hogy ezek az ártüskék a villamosenergia-ár idősorának szerves részét képezik. A modellezés során ezeket a kiugróan magas árakat figyelembe kell vennünk, és bele kell építenünk a modellbe.

A dolgozatban a magyar villamosenergia-tőzsde kiugróan magas árainak statisztikai vizsgálatát végeztük el. Az elemzés során figyelembe vettük azt a tényt, hogy a kiugróan magas árak intenzitása héten belüli szezonális vonásokat mutat, azaz a hét egyes órái során az ártüskék megjelenésének nagyobb a valószínűsége. A villamosenergia-árakat ezért ún. determinisztikus rezsimváltó modellel írtuk le, amelyben a hét különböző órái más-más paraméterű általánosított extrémérték-eloszlással írhatók le. Ez a modell figyelembe veszi az intenzitás változását és az árak eloszlásának jellegét.

A magyar áramtőzsde adatain nehézségeket okozott a determinisztikus rezsimváltó modell paramétereinek becslése a kevés rendelkezésre álló adat miatt. A probléma kiküszöbölésére bevezettünk egy kétállapotú determinisztikus rezsimváltó modellt, amelyben a villamos energia árának eloszlása kétféle lehet annak függvényében, hogy kockázatos vagy kevésbé kockázatos órában vagyunk. Megmutattuk, hogy a kevésbé kockázatos órákban nem kell a kiugró árak megjelenésétől tartanunk, míg a kockázatos órákban időről időre megjelenhetnek 100-200 eurós nagyságrendű árak. A 2010. augusztus 16-án tapasztalt háromezres nagyságrendű árak a kapott statisztikai becslések alapján rendkívül ritka eseménynek számítanak. A kapott eredmények alapján azt mondhatjuk, hogy nagyjából kétmillió évente egyszer fordulhatnak elő ekkora árak a HUPX-en.

Természetesen nem tudjuk azt mondani, hogy nem számíthatunk ekkora árakra a magyar áramtőzsdén a továbbiakban. A számítások során számos feltételezéssel éltünk a determinisztikus rezsimváltó és a kétállapotú determinisztikus rezsimváltó modellel kapcsolatban. Ezek közé tartozik például az is, hogy a megfigyeléseinket függetlennek tekintettük, ami pedig nem igaz a villamosenergia-piacon. További implicit feltevésünk volt, hogy a HUPX-ár stabil adatgeneráló folyamattal rendelkezik, azaz a mögöttes algoritmusoknak és kereskedési szokásoknak van egy kialakult rendszere, amely jellemző a piacra, és időben ismétlődő jellegzetes mintázatokat okoz a villamos energia árának idősorában. Ez elég erős feltevés, és nem valószínű, hogy ezt a feltételt a nemrég indult tőzsdei kereskedés teljesíti. Az elemzés eredményeinek verifikálásához célszerű a modelleket később egy nagyobb adathalmazon újrabecsülni, amikor már egy érettebb, nagyobb kereskedési múlttal rendelkező, és valószínűleg likvidebb HUPX-piacot vizsgálhatunk.

Mindezen hátrányok ellenére a kapott eredmények képet mutatnak arról, milyen kockázati struktúrára számíthatunk a magyar áramtőzsdén, ha a múltbeli áridősor rejtett jellegzetességeit iránymutatónak fogadjuk el a jövőre nézve.

A bemutatott kétállapotú determinisztikus modell a felépítésénél fogva arra is választ tudott adni, hogy a hét mely órái tekinthetők kockázatosnak a magyar másnapi áramtőzsdén. Eredményül kaptunk egy naptárt, amely megmutatja, hogy a hét mely órája tartozik a kockázatosabb órák közé. Az eredményekből látható, hogy a kockázatos órák nem esnek egybe a csúcsidőszaki órákkal, hiszen van olyan csúcsidőszaki óra, amely a kevésbé kockázatos csoportba tartozik, és fordítva: sok csúcsidőszakon kívüli óráról bizonyosodott be, hogy kockázatosnak kell tekintenünk azokat.

A cikkben felépített modell előnye, hogy takarékosan bánik a rendelkezésre álló kevés adattal, így következtetéseket tudunk levonni a kiugró árak természetére annak ellenére, hogy kevés kiugróan magas megfigyelésünk volt.

Lábjegyzet

* A cikkben felhasznált adatokat a HUPX Zrt. bocsátotta a szerző rendelkezésére. A számítások közléséhez a HUPX Zrt. hozzájárult. Köszönöm a HUPX Zrt. munkatársainak a cikkel kapcsolatos észrevételeiket.

Felhasznált irodalom

Embrechts, P. – Klüppelberg, C. – Mikosch, T. (2003): Modelling Extremal Events for Insurance and Finance. Heidelberg: Springer

Geman, H. – Roncoroni, A. (2006): Understanding the Fine Structure of Electricity Prices. Journal of Business, 3. sz., 1225–1261. o.

Hamilton, J. D. (1994): Time Series Analysis. Princeton: Princeton University Press

*HUPX (*2010): Market Rules of HUPX. Forrás: http://hupx.hu/trading/download_center.html. Letölt. idő: 2011. febr.16.

Lovas J. (2010): Kereskedői baki rázta meg a magyar áramtőzsdét. MR1 Kossuth Rádió. Forrás: http://www.mr1-kossuth.hu/hirek/gazdasag/kereskedoi-baki-razta-meg-az-aramtozsdet.html. Megjelent: 2010. augusztus 26. Letölt. idő: 2011. december 16.

Marossy Z. (2011): A villamos energia áralakulásának egy új modellje. Közgazdasági Szemle, megjelenés alatt

Marossy Z. (2010): A spot villamosenergia-árak elemzése statisztikai és ökonofizikai eszközökkel. Doktori disszertáció: Budapesti Corvinus Egyetem Közgazdaságtan Doktori Iskola

Marossy Z. (2008): Deterministic regime-switching, spike behaviour, and seasonality filtering of electricity spot prices. Kézirat

Marossy Z. (2007): EVT in electricity price modeling: extreme value theory not only on the extreme events. Proceedings of EuroPES (Power and Energy Systems) 2007 Conference, 319–323. o.

Simonsen, I. – Weron, R. – Mo, B. (2004): Structure and stylized facts of a deregulated power market. 1st Bonzenfreies Colloquium on Market Dynamics and Quantitative Economics

Weron, R. (2006): Modeling and forecasting electricity loads and prices. A Statistical Approach; Chichester: Wiley Finance Series

Cikk beérkezett: 2011. 2. hó
Lektori vélemény alapján véglegesítve: 2011. 4. hó