

A kockázatelemzés szerepe a beruházások pénzáramlásának meghatározásában

Doktori (PhD) értekezés

Fekete István

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Budapest

2000.

BEVEZETÉS

1. AZ ÉRTEKEZÉS CÉLJA.....	8
2. A BERUHÁZÁSOK KOCKÁZATELEMZÉSI ÉS KOCKÁZATKEZELÉSI FOLYAMATA..	9
2.1 A FOLYAMAT EGYES LÉPÉSEINEK RÖVID BEMUTATÁSA.....	10
2.2 KOCKÁZATI TÉNYEZŐK AZONOSÍTÁSA.....	13
2.3 KOCKÁZATI TÉNYEZŐK ÉRTÉKELÉSE.....	15
3. A KRITIKUS KOCKÁZATI TÉNYEZŐK HATÁSAINAK SZÁMSZERŰSÍTÉSE.....	19
3.1 A BERUHÁZÁSOK PÉNZÁRAMÁNAK MEGHATÁROZÁSA.....	19
3.1.1 <i>A beruházások pénzáramára ható tényezők.....</i>	<i>19</i>
3.1.2 <i>A működési pénzáramra ható tényezők számának redukálása.....</i>	<i>23</i>
3.2 MONTE CARLO SZIMULÁCIÓS ELJÁRÁS A MŰKÖDÉSI PÉNZÁRAMRA HATÓ BIZONYTALANSÁGOK SZÁMSZERŰSÍTÉSRE.....	26
3.2.1 <i>A valószínűségi változók szubjektív becslése.....</i>	<i>27</i>
3.2.1.1 <i>A valószínűségi változó értékváltozási tartományának megbecslése.....</i>	<i>27</i>
3.2.1.2 <i>A valószínűségi változók eloszlásának szubjektív becslése.....</i>	<i>28</i>
3.2.1.3 <i>Valószínűségi változók közötti kapcsolatok szubjektív becslése.....</i>	<i>33</i>
3.2.2 <i>Korreláló véletlenszám generálás problematikája.....</i>	<i>37</i>
4. BERUHÁZÁSI DÖNTÉSEK DINAMIKUS KÖRNYEZETBEN.....	40
4.1 A DISZKONTÁLT CASH-FLOW ELEMZÉS ÉS A MONTE CARLO SZIMULÁCIÓ ALKALMAZÁSÁNAK KORLÁTAI A REÁLISZKÖZÖK ÉRTÉKELÉSÉBEN.....	40
4.2 A FELTÉTELES KÖVETELÉSEK ÉRTÉKELÉSÉNEK ELVE.....	42
4.2.1 <i>Pénzügyi eszközök időbeli alakulását leíró sztochasztikus modellek.....</i>	<i>43</i>
4.3 A SZTOCHASZTIKUS FOLYAMATOT LEÍRÓ ESZKÖZ VOLATILITÁSÁNAK MEGHATÁROZÁSA.....	46
4.4 AZ OPCIO ÉRTÉKÉNEK MEGHATÁROZÁSA – BLACK-SCHOLES DIFFERENCIÁLEGYENLET.....	49
4.5 BINOMIÁLIS FÁK.....	53
4.6 REÁLOPCIÓK FŐBB TÍPUSAI.....	57
4.7 REÁLOPCIÓ ÉRTÉKÉNEK MEGHATÁROZÁSA A BLACK –SCHOLES DIFFERENCIÁLEGYENLETTEL.....	59
5. A JAVASOLT MÓDSZER MEGOLDÁSÁT BEMUTATÓ MINTAPÉLDA.....	63
5.1 A FELADAT RÖVID ISMERTETÉSE.....	63
5.2 A BERUHÁZÁS MEGVALÓSÍTÁSÁVAL ÖSSZEFÜGGŐ KOCKÁZAT TÉNYEZŐK FELTÁRÁSA.....	64
5.3 A KAPOTT EREDMÉNYEK INTERPRETÁLÁSA.....	68
5.4 KRITIKUS KOCKÁZATI TÉNYEZŐK HATÁSAINAK MÉLYEBB SZÁMSZERŰSÍTÉSE.....	69
5.4.1 <i>Értékváltozási tartomány meghatározása.....</i>	<i>73</i>
5.4.2 <i>A bizonytalanságot leíró valószínűségi eloszlási görbe meghatározása.....</i>	<i>75</i>
5.4.3 <i>Valószínűségi változók közötti kapcsolatok szubjektív becslése.....</i>	<i>76</i>
5.4.4 <i>Az eredmények interpretálása.....</i>	<i>83</i>
5.5 OPCIÓS ÁRELMÉLET ALKALMAZÁSA.....	84
5.5.1 <i>Statisztikai próbák a szimulációval előállított működési pénzáram vizsgálatára.....</i>	<i>85</i>
5.5.2 <i>Opció számításához szükséges paraméterek előállítása.....</i>	<i>91</i>
5.5.3 <i>A működési pénzáram volatilitásának meghatározása.....</i>	<i>92</i>
5.5.4 <i>A vételi opció meghatározása a Black-Scholes formula alkalmazásával.....</i>	<i>95</i>
5.5.5 <i>A vételi opció meghatározása a binomiális fák módszerével.....</i>	<i>98</i>
5.6 AZ EREDMÉNYEK INTERPRETÁLÁSA; A MONTE CARLO SZIMULÁCIÓVAL ÉS AZ OPCIÓS ÁRELMÉLET ALKALMAZÁSÁVAL KAPOTT EREDMÉNYEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA.....	100
5.7 A JAVASOLT MÓDSZER ÉRTÉKELÉSE.....	103
6. A TOVÁBBLÉPÉS LEHETŐSÉGEI.....	105
IRODALOMJEGYZÉK	

Bevezetés

A vállalati menedzsment részéről egyre inkább megfogalmazódik az az igény, hogy a stratégiai döntések alátámasztására, a bizonytalanságok modellezésére tudományos eszközöket, módszereket alkalmazzanak, ezzel megteremtve a kapcsolatot a döntések és a döntések várható következményei között. Másképpen ez úgy is megfogalmazható, hogy tudatosan kívánják vállalni a döntéseikből eredő kockázatot, illetve azok bekövetkezése esetén a tervszerű kockázatcsökkentés végrehajtását a profit maximalizálása érdekében.

Ez az oka annak, hogy manapság a vállalati gyakorlatban nagyon aktuális téma kockázatelemzéssel, kockázatkezeléssel foglalkozni, mivel az élesedő versenyben egyre nagyobb jelentőséget kap a mindennapi tevékenységgel összefüggő bizonytalanságok, kockázatok feltárása, azok hatásainak számszerűsítése és az elemzés eredménye alapján a kockázatcsökkentő akciók végrehajtása.

A rendelkezésre álló szakirodalom bőségesen tartalmaz különböző eszközöket és módszereket a kockázatelemzés elvégzésére. Ezek áttanulmányozása során azonban azt tapasztaltam, hogy azok alkalmazása nehézségekbe ütközik, mivel a gyakorló szakemberek számára nyelvezetük nehezen érthető, demonstrációs példát ritkán tartalmaznak. Más szavakkal ugyanezt megfogalmazva, a szakirodalomban ajánlott módszerek általában nem felhasználóbarátak. Mindezt felismerve az értekezés megírásával céloom elsősorban nem a szakirodalomban található módszerek tudományos igényű rendszerezése, javaslattétel azok esetleges továbbfejlesztésére, hanem a kockázatelemzés végrehajtására olyan elméletileg megalapozott javaslat adása, mely a vállalati gyakorlatban könnyen alkalmazható, és amelyre a menedzsment döntéseit alapozhatja.

Számomra éppen ez volt a fontos az értekezés elkészítésekor; azaz munkahelyem a MATÁV Rt. számára a beruházások megvalósítását körülvevő bizonytalanságok kezelésére olyan, részben a szakirodalomból eddig is ismert eljárásokra, részben pedig új elemekre épülő módszer kidolgozása, amely a társaság üzleti tevékenységébe nagyobb nehézségek nélkül integrálható. Ezért bár javaslataimat igyekszem általános megközelítésben tárgyalni, több helyen utalást teszek a távközlési beruházásokra jellemző specialitásokra is.

A fentiekből következően jelen értekezésnek tehát nem célja a témával kapcsolatos fogalmak tudományos igényű tisztázása, mégis úgy érzem, hogy elengedhetetlen röviden

definiálni legalább a bizonytalanság és a kockázat fogalmát, mivel ez nagy mértékben elősegíti az értekezésem további részeinek jobb megértését.

Mielőtt azonban erre rátérnénk érdemes megemlíteni, hogy mindennemű tevékenység együtt jár valamilyen kockázatvállalással is. Így beszélhetünk pl. informatikai, biztonsági, pénzügyi, műszaki, jogi, gazdasági, stb. kockázatokról. Én az értekezésemben továbbiakban a gazdasági, azon belül a vállalati beruházások elemzésével kapcsolatban felmerülő bizonytalanságokkal és kockázatokkal szeretnék foglalkozni.

A témának gazdag irodalma van, melyben többféle megközelítéssel találkozhatunk. Csak a gazdasági kockázat tekintetében meg kell különböztetnünk a kockázat matematikai, gazdasági és jogi megfogalmazását is¹. Ezek közül – témaválasztásomra tekintettel szeretném kiemelni a kockázat matematikai fogalmát, melyet a szakirodalom² a beruházások esetében úgy közelít meg, hogy az a beruházásra jellemző jövedelmezőségi mutató ingadozását (szórását) méri. A kockázat fogalmának megértéséhez egy másik fogalmat, a valószínűség fogalmát is értelmezni kell. A kockázatelemzés szempontjából a valószínűség matematikai - statisztikai értelmezését kell alapul venni, mely szerint a valószínűségek a nagy számban ismétlődő események relatív gyakoriságának határértékei, azaz azok az értékek, amelyek körül a relatív gyakoriságok ingadoznak³.

Egy másik megközelítésben a kockázat olyan helyzetet jelent, amelyben egy esemény bizonyos valószínűséggel fordul elő, azaz a lehetséges jövőbeni események száma nagyobb, mint a ténylegesen bekövetkezőké, de az eseményekhez bizonyos valószínűségi értékek rendelhetők. Így elvileg bármely befektetés kockázata is teljes mértékben kifejezhető az összes lehetséges kimenettel és ezek valószínűségeinek meghatározásával. A gyakorlatban azonban ez igen nehéz, csaknem lehetetlen. Ezért használjuk a szórást, mint a kockázat mérőszámát a lehetséges kimenetek változékonyságának jellemzésére⁴.

Ugyanez a megközelítés a bizonytalanságot úgy definiálja, hogy a lehetséges kimeneti állapotok ismeretlenek illetve a lehetséges állapotok ismertek, de bekövetkezési valószínűségeit nem ismerjük. Tehát a bizonytalanság és a kockázat két különböző fogalom, mivel a bizonytalansággal szemben a kockázat esetében a lehetséges kimenetek valószínűségeit meg lehet becsülni.

¹ A gazdasági kockázat történeti áttekintését mutatja be Bácskay –Husztli-Meszéna –Mikó –Szép: A gazdasági kockázat és mérésének módszerei című kitűnő könyv. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó Budapest, 1976 11-19 oldal [3]

² Dr. Andor György: Beruházási döntések számítógépes támogatása doktori (PhD) értekezés Budapest, 1998 6 oldal, 10 oldal [1]

³ A valószínűség fogalmát és meghatározásának módszereit részletesen tárgyalja az Alkalmazott statisztika I. Egyetemi jegyzet (Szerk. Dr. Szabó Gábor Csaba) Műegyetemi Kiadó Budapest 1993 95-103 old.[4]

⁴ A kérdéssel részletesen foglalkozik Kerepesi Katalin- Romvári Katalin: Közgazdaságtan Mérnököknek című egyetemi jegyzete Műegyetem Kiadó Budapest, 1999. 155-156 oldal [6]

A fenti fogalmi meghatározásokkal egyetértve, azok értekezésemben is végig megjelennek. Az értekezés következő fejezeteiben javasolt módszer első moduljában – a kockázati tényezők azonosítása után azok értékelését úgy végezzük el, hogy szakértői workshop keretében először hatástényezőket (kimeneteket) definiálunk, majd megfelelő skála transzformációval az egyes kimenetek értékeléséhez valószínűségi becsléseket végzünk. Az itt kapott eredmények a beruházások gazdasági, pénzügyi elemzése során is felhasználhatók. A beruházási pénzáram egyes elemeinek pontos értéke ugyanis - még nagyon alapos előkészítés mellett sem - ismert teljes bizonyossággal. Ezért az egyes tényezők nagyságának meghatározásakor óhatatlanul becslési hibát követünk el⁵. Ebben az esetben célunk tehát nem lehet más, mint megfelelő módszerrel (pl., brainstorming és szakértői workshop-ok) olyan bemenő adatokat generálni, amelyek - a megfelelő modell alkalmazásával (pl. Monte Carlo szimulációs modell) – felhasználhatók a bizonytalanságok hatásainak számszerűsítésre alkalmas különböző forgatókönyvek készítéséhez, abból a célból, hogy már a döntéshozatal során figyelembe vehetők legyenek a beruházás hozamát befolyásoló, a jövőben bekövetkező váratlan események következményei is. Ezen értelmezés szerint, mellyel én is egyetértek, a **Monte Carlo szimuláció** alkalmazásának elsődleges haszna a beruházás élettartama során keletkező **pénzáram nagyságára ható kockázati tényezők azonosítása után azok hatásainak számszerűsítése** (várható érték és szórás kiszámítása), és **nem** hozamot jellemző mutatók (pl. **nettó jelenérték**) **valószínűségi eloszlásának meghatározása**, és ezáltal a projekt megvalósítási (teljes)kockázatának mérése.

Ez utóbbi kijelentés egy kicsit magyarázatra szorul. Ma már széles körben elfogadott a piaci portfólió elmélet, mely elsősorban Harry Markowitz munkáin alapszik. Lényegében azon egyszerű megfigyelésekre épül, hogy hatékony piac⁶ esetén a befektetők igyekeznek az egyes hozamokat a legkisebb kockázat árán megszerezni, másrészt pedig befektetésük összkockázatát annak megosztásával, diverzifikálással csökkenteni tudják. A diverzifikálás arra épít, hogy a különböző befektetések (esetünkben beruházások) hozamingadozásai nem korrelálnak egymással tökéletesen, így az ingadozások egy része egymást kioltja, ezzel csökkentve a portfólió hozamának szórását. A kockázatot azonban diverzifikálással sem lehet teljes mértékben kioltani, mert a különböző befektetések hozamai egy bizonyos mértékben azért együtt mozognak. Ezért a kockázatokat (amelyet más néven teljes kockázatnak is nevezünk) ún. egyedi (diverzifikálható) kockázatokra,

⁵ Lásd. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek 2. Kötet Budapest, 1993. 12-15 oldal [7]

⁶ A hatékony piac jellemzőit lásd. pl. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek 1 Kötet Budapest, 1993. 209- 233 oldal [7] és a piaci portfólió elmélet részletes leírását H. M Markowitz: Portfolio Selection Journal of Finance 7. évf. 1952 március [43]

amely csak az adott vállalatot körülvevő veszélyek hatására lépnek fel, és piaci (nem diverzifikálható) kockázatokra, amely az egész gazdaságra kiterjedő veszélyforrásokból ered, lehet felosztani. Feltételezve, hogy a befektetők jól diverzifikálható portfoliót tartanak, nem a teljes kockázat és a hozam viszonyát mérlegelik, hanem azt vizsgálják, hogy az adott beruházás várható hozama hogyan viszonyul a hatékony portfolió kockázatának növeléséhez. Ezt az elméletet elfogadva, az egyes beruházásoktól elvárt várható hozamnagyság csak a piaci kockázattal kell, hogy arányos legyen. Ez az alapja a CAPM (Capital Asset Pricing Model, tőkepiaci árfolyamok) modellnek⁷ mely alkalmas arra, hogy az adott beruházás megvalósításának piaci kockázatát mérő tőke alternatívaköltséget meghatározza.

Úgy érzem, hogy a fenti elmélet számomra is teljesen elfogadható, ezért értekezésemnek **nem célja** a beruházások gazdasági elemzése során használt, a kockázat mértékét kifejező **tőke alternatívaköltségének vizsgálatával** foglalkozni, és ez oka annak is, hogy a Monte Carlo szimulációt csak a bizonytalanságok hatásainak számszerűsítésre használom. Anélkül, hogy részletes elemzésekbe bocsátkoznék, szeretném azonban azt is megjegyezni, hogy véleményem szerint a magyarországi tőkepiac jelenleg nem elégíti ki a hatékony piac definícióját, ezért Magyarországon a CAPM modell alkalmazása is korlátokba ütközik. Ez különösen igaz a reáleszközök piacára, erre a reálopciók alkalmazhatósági feltételeinek ismertetése során többször visszatérek⁸.

Figyelemmel az értekezés tartalmi felépítésére, úgy gondolom, hogy akkor járok el helyesen, ha bevezető elején megfogalmazott célkitűzést tartom mindvégig szem előtt, azaz először – ahol lehet - bő szakirodalmi áttekintést adok az általam elképzelt kockázatelemzési folyamat aktuális lépésének végrehajtására javasolt módszerekről, majd ez alapján javaslatot teszek annak gyakorlatban történő alkalmazásának módjára.

Ennek megfelelően az értekezés céljának megfogalmazása után a 2. fejezetben először bemutatom a beruházás kockázatelemzési és kezelési folyamat legfontosabb lépéseit. A továbbiakban ez a folyamatára képezi az értekezésem, és a gyakorlatban bevezetendő módszer vezérfonalát.

Szintén a 2. fejezetben tárgyalom a folyamat első két lépését bemutató módszert, amely a beruházások hozamára hatással lévő kockázati tényezők azonosítását és ezekből az ún. kritikus kockázati tényezők kiválasztását tárgyalja. A gyakorlati tapasztalat ugyanis az,

⁷ Lásd. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek I Kötet Budapest, 1993. 159- 164 oldal [7]

A szakkönyv részletesen tárgyalja a CAPM modell felépítését, érvényességét és szerepét a tőkepiaci árfolyamok modelljében.

⁸ Lásd pl. a 4. fejezet 16. lábjegyzetében foglaltakat.

hogy nagy számú kockázati tényező jelenléte⁹ nem teszi lehetővé azok hatékony elemzését, illetve a megfelelő kockázatkezelési stratégia kiválasztását, ezért feltétlenül szükség van a tényezők számának radikális csökkentésére. Természetesen fontos, hogy a csökkentés során az információveszteség minimális legyen, ezt célozza az általam javasolt módszer. A kritikus kockázati tényezők kiválasztásának másik szerepe a folyamat harmadik lépésének (hatáselemzés) megvalósítása során is megjelenik. A hatástényezők megfelelő megválasztásával (erről a 3. fejezetben részletesen lesz szó) meghatározható a beruházás működési pénzáramában valószínűségi változóként szereplő tényezők értékváltozási tartományának alsó és felső határa, melynek módját szintén a 3. fejezet tárgyalja.

A 3. fejezetben ugyanis arra helyezem a hangsúlyt, hogy a beruházások megvalósulása révén keletkező pénzáramra ható bizonytalanságok számszerűsítésére hogyan lehet alkalmazni a Monte Carlo szimulációt. A szimuláció eredményeként egy adott beruházás élettartamának mindenegyves évére rendelkezésre áll a pénzáram valószínűségi eloszlása, melyből számolható a várható érték, és a várható érték körüli ingadozás mértékét kifejező szórás¹⁰ is.

A szimuláció alkalmazásának a bonyolult modell építésén túl hátránya még, hogy nem veszi figyelembe a beruházási döntéshozókat körülvevő dinamikus környezetből adódó folyamatos változásokat, azaz nem teszi lehetővé a dinamikus optimalizációt¹¹. Ennek kiküszöbölésére alkalmazható a reálopció, mely a menedzsment dinamikus beruházási lehetőségeit ragadja meg az opciós árelmélet fogalmával, másrészt értelmezi az értékeléshez szükséges paramétereket és az értékelési modelleket a reáleszközökre vonatkozó opciók esetében.

Azonban a szimulációs modellt sem építettük fel hiábavalóan, mivel a reálopció használatához szükséges öt paraméter közül kettő (a jövőbeli pénzáram jelenértéke és a

⁹ Beruházási kézikönyv Szerkesztette: Fekete István, dr. Husti István Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1999. 81. oldal [2]

¹⁰ A valószínűségi eloszlás, a várható érték és a szórás statisztikai fogalmak. Minden ω valószínűségi változó (értelmezése a 3. fejezetben) létesít a számegegyenesen egy valószínűség eloszlást a következőképpen. Legyen E egy számhalmaz, és tekintsük azoknak az ω elemi eseményeknek az összességét, melyeken ω az E számhalmazba tartozó értékeket vesz fel. Azt az eseményt, hogy ω valószínűségi változó értéke az E halmazba esik jelöljük $P(\omega \in E)$ -vel. Ezen valószínűségek összessége adja ω valószínűségi változó valószínűség eloszlását. A gyakorlatban az E halmazba eső lehetséges kimenetek és azok $P(\omega \in E)$ valószínűségi értékeinek meghatározásához kísérleteket kell elvégezni. Ha ezeket a kísérleteket minden határon túl végeznénk el, és közben rögzítenénk az egyes kimenetekhez tartozó valószínűségi értékeket, akkor kapnánk egy olyan számértéket, melyhez a kísérlet egymás utáni végrehajtása során nyert számértékek számtani átlaga konvergál. Ez a határérték a ω valószínűségi változó várható értéke, melyet $M(\omega)$ -vel jelölünk. A valószínűségi eloszlás másik fontos jellemzője a várható érték körüli szóródás meghatározása. Ez a fogalom a szórás. Egy ω valószínűségi változó szórása a $\sigma(\omega) = \sqrt{M(\omega^2) - M(\omega)^2}$ valószínűségi változó négyzetének várható értékéből vont pozitív négyzetgyök. A várható érték és a szórás matematikai képlete megtalálható: Prékopa: Valószínűségelmélet

Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974 123-150 oldal. [54]

¹¹ Farkas Ádám: Opciós árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 27-28. oldal [8]
A doktori értekezés tárgyalja a reáleszközök (beruházások) értékelésére kidolgozott módszereket, különös tekintettel a beruházások dinamikus környezetében rejlő lehetőségek értékelésre alkalmas reálopcióit. Erről a módszerről a 4. fejezetben részletesen lesz szó.

volatilitás) a szimuláció eredményéből számítható. Ennek részleteit a 4.fejezet tartalmazza.

Az elméleti fejtegetés után önálló fejezetben (5.fejezet) következik a mintapéllda, melyen bemutatásra kerül az előző fejezetekben javasolt módszer valamennyi eleme. A példa a MATÁV Rt. ügyvitel-kezelési rendszerének fejlesztésére létrehozandó beruházási projekt kivonata. Itt ismételten fontosnak tartom megjegyezni, hogy az értekezés megírásakor két cél lebegett a szemem előtt:

- egyrészt a beruházások gazdasági elemzése során a bizonytalanságok és kockázatok hatásainak számszerűsítésére olyan új komplex megközelítés megfogalmazása, mely a kockázati tényezők azonosításának eredményét felhasználva magában foglalja a Monte Carlo szimuláció és reálopció együttes alkalmazásának lehetőségét,
- másrészt a kutatási munka eredményeként a mindennapok gyakorlatában könnyen alkalmazható módszer kialakítása.

Ez utóbbi pedig csak akkor érhető el, ha az ajánlott módszert, “éles” példán próbáljuk ki, mert csak így biztosítható a tesztelés során felmerülő problémák megoldását elősegítő tapasztalatok megszerzése.

Az értekezés utolsó, 6. fejezetében a tesztelés során szerzett tapasztalatok alapján javaslatot teszek a módszer továbbfejlesztésének lehetséges irányaira.

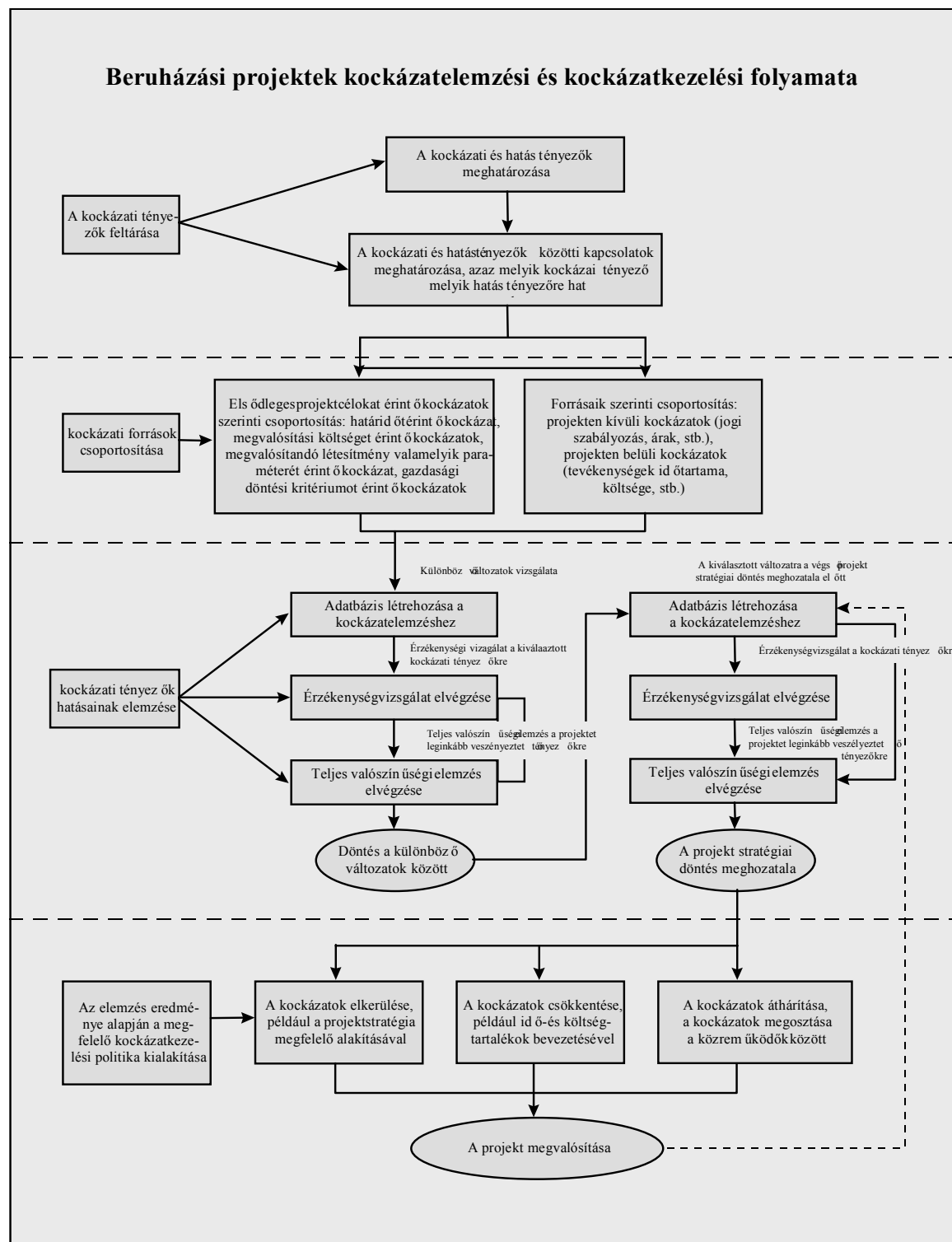
1. Az értekezés célja

A bevezetésben felvetett kérdéseknek megfelelően az értekezés célja olyan a gyakorlati munka során könnyen alkalmazható komplex megközelítés kidolgozása, mely az alábbiakat foglalja magában:

- A beruházási projektek kockázatelemzési és kezelési folyamatának újragondolása és definiálása;
- A beruházási projekt megvalósításával kapcsolatban felmerülő kockázati tényezők azonosítására és a kritikus kockázati tényezők kiválasztására új módszer kifejlesztése;
- Monte Carlo szimulációs modell alkalmazása az előzőekben kiválasztott kritikus kockázati tényezők hatásának számszerűsítésére;
- A szimuláció eredményét felhasználva a reálopció értékének meghatározására javaslat készítése Monte Carlo szimuláció felhasználásával;
- A javasolt módszer gyakorlati példán történő kipróbálása, a kapott eredmények interpretálása;
- Javaslattétel a továbbfejlesztés irányaira.

2. A beruházások kockázatelemzési és kockázatkezelési folyamata

A 2.1 ábrán látható a beruházások általam elképzelt kockázatelemzési és kockázatkezelési folyamata¹.



2.1 ábra : A beruházási projektek kockázatelemzési és kockázatkezelési folyamata

¹ Lásd pl. Beruházási kézikönyv (Szerk: Fekete I, Dr, Husti I.), Műszaki Könyvkiadó, Bp. 1999 78. old; [2]

A folyamatábrának a következő fejezetekben történő tartalmi kifejtése tükrözni fogja a bevezetőben a hivatkozott szakirodalom alapján a bizonytalanság és kockázat matematikai fogalmával kapcsolatos meghatározásokat.

A szakirodalmat tanulmányozva magam is meglepődtem azon, hogy bár a kockázatelemzési és kockázatkezelési folyamat 2.1 ábrán látható lépései első olvasásra nyilvánvalónak tűnnek, azonban azok logikai kapcsolatának ilyen módon történő ábrázolására nem találtam példát². Ez utóbbit azért is szükséges hangsúlyozni, mert a későbbiekben látható lesz, hogy a javasolt modulok a fenti ábrán található logikai kapcsolatoknak megfelelően épülnek fel egymásra, ugyanakkor lehetővé teszik az egyes modulok önálló alkalmazását is.

2.1 A folyamat egyes lépéseinek rövid bemutatása

A folyamat alapvetően négy jól elkülöníthető szakaszra bontható:

- a kockázati tényezők feltárása,
- a kockázati tényezők csoportosítása,
- a kockázati tényezők hatásainak elemzése,
- az elemzés eredménye alapján a megfelelő kockázatkezelési stratégia kialakítása.

Az első kockázatelemzésre (konkrét projekt esetén) a beruházás döntés-előkészítési szakaszában (a megvalósíthatósági tanulmány, üzleti terv elkészítésekor) kerül sor. Ilyenkor az a feladat, hogy a gazdasági elemzés során az elemzés időpontjában fennálló bizonytalanságok hatásait is vizsgáljuk, mely a megvalósítására vonatkozó döntés sarokpontja lehet.

Tekintettel arra, hogy a bizonytalanságok a döntés-előkészítés szakaszban a legnagyobbak, a kockázatelemzésnek is itt van a legnagyobb jelentősége. Ugyanis egy jó döntés a beruházás tényleges kivitelezésének kockázatát lényegesen csökkenti!

Ennek ellenére szükség lehet, különösen hosszú átfutású projektek esetén (több év) a tényleges megvalósítás alatt is kockázatelemzés elvégzésére. Ez a vizsgálat alapvetően a beruházási projekt átfutási idejére és megvalósítási költségére vonatkozhat. A folyamatábrán ezt a lehetőséget szaggatott vonallal jelöltem. Ebben az esetben a kockázatelemzés feltétele egy szakmailag korrekt hálóterv megléte, amely legalább a legfontosabb eseményeket és tevékenységeket tartalmazza. Ennek segítségével lehetőség nyílik a beruházás egy-egy nagyobb tevékenységcsoportjához a kockázati források csoportosításának megfelelően strukturált kockázati lista készítésre. Szeretném továbbá

² Természetesen rendelkezésre álló teljes irodalmat nem tudtam áttekinteni, de állításomat az is erősítheti, hogy a fenti ábrát Magyarországon kívül a Londonban kiadásra kerülő és 15 európai valamint észak-amerikai országban megjelenő QSDG magazinban is publikálhattam. István Fekete: Analysis & Management of Investment Risks QSDG Magazine June/July 2000, Vol.3 No. 2 pp. 43-46

azt is megjegyezni, hogy a hálótervek kockázatelemzése egy külön tudományterület. Terjedelmi korlátok miatt ez nem képezi az értekezés részét, ezért ezt a területet a továbbiakban nem részletezem. A témával kapcsolatban bőségesen áll rendelkezésre irodalom. Az irodalomjegyzékben ezek közül néhány megtalálható.

Mivel a folyamat egyes lépéseinek részletes kibontásáról a későbbi fejezetekben még szó lesz, úgy gondolom, hogy most elegendő néhány szóban az egyes lépések legfontosabb elemeit összefoglalni, részletesebben csak azokra kitérni, amelyekről a továbbiakban már nem lesz szó.

A kockázati tényezők azonosítását és a csoportosítás, illetve a kritikus kockázati tényezők kiválasztásának módszerét e fejezet második részében mutatom be, itt csak arra szeretnék utalni, hogy a csoportosításnál kettős szempontot célszerű követni³:

Az egyik, a későbbi elemzést elősegítő szempont annak figyelembevétele, hogy a különböző kockázati tényezők mire fejtik ki hatásukat. E szerint megkülönböztetünk:

elsődleges, a beruházás céljait érintő kockázati tényezőket, úgymint:

- határidőt érintő kockázati tényezőket,
- bevételeket és kiadásokat érintő kockázati tényezőket,
- a megvalósítandó létesítmény minőségét (pl. műszaki paraméterek) érintő kockázati tényezőket.

A csoportosítás másik, a kockázati tényezők számbavételét és feltárását elősegítő szempontja a források szerinti csoportosítás.

E szerint megkülönböztethetünk:

- beruházáson kívüli kockázatok pl. makro szintű szabályozás, piaci kockázatok,
- beruházáson belüli kockázatok pl. a beruházás előkészítésének és lebonyolításának kockázata.

A kockázati tényezők feltárása után a következő feladat azok hatásainak elemzése, azaz a különböző kockázati tényezők hatásainak számszerűsítése. Erre különböző módszerek állnak rendelkezésre.

³ Dr. Görög Mihály: Bevezetés a projekt menedzsmentbe Aula Kiadó Budapest 1993. 291 old. [9]
A csoportosítás részletes szempontjait a 2.2. fejezet tartalmazza.

Egyik ilyen módszer az érzékenységvizsgálat.⁴ A vizsgálat során azt elemzik, hogy a vizsgálatba bevont egyes kockázati tényezők előfordulási értékeiben bekövetkező változások milyen mértékben befolyásolják az elemzés alapjául szolgáló hatástényezőt (pl. folyó működésből származó pénzáram, vagy a beruházás hozama).

Az érzékenységvizsgálat figyelmen kívül hagyja:

- a kockázati változók közötti esetleges összefüggéseket, függvényeszerű kapcsolatokat,
- a kockázati változók előfordulási valószínűségeit.

Az érzékenység vizsgálat fenn említett hátrányait küszöböli ki a (teljes) valószínűségi elemzés. Az elemzés többféleképpen is elvégezhető, a gyakorlatban leginkább elterjedt a Monte Carlo szimuláció. Mivel a ez a módszer részét képezi az általam javasolt módszernek is, így az egyes lépések bemutatására a 3. fejezetben a modellépítés során kerül sor.

Míg az előzőekben bemutatott lépések nem nyújtanak lehetőséget dinamikus környezetben a beruházások döntés-előkészítésének hatékony támogatásra, addig a valószínűségi elemzés további módszerei a döntési fák és a reálopció alkalmazása lehetőséget teremtnek a beruházási döntések dinamikus optimalizációjára.

A módszerek részletes bemutatására, különös tekintettel a reálopcióra, a 4. fejezetben kerül sor.

A teljesség kedvéért szeretném még megemlíteni, hogy szakirodalom ajánl még egyéb módszereket is, mint például a sztochasztikus programozás, a kockázat egyenértékes pénzáram használata, stb. Ezek azonban nem képezik részét az általam javasolt módszernek, így azok bemutatásától eltekintek.

A folyamat negyedik eleme a hatáselemzés eredménye alapján a megfelelő kockázatkezelési stratégia kialakítása.

Gyakorlati tapasztalatok alapján a kockázatkezelés eszköztárába az alábbiak tartoznak⁵:

- a kockázatok elkerülése,
- a kockázatok csökkentése,
- a kockázatok áthárítása,
- a kockázatok megosztása.

⁴ Dr. Görög Mihály: Bevezetés a projekt menedzsmentbe Aula Kiadó Budapest 1993. 294 old. [9]

⁵ Dr. Görög Mihály: Bevezetés a projekt menedzsmentbe Aula Kiadó Budapest 1993. 299 old. [9]

Az értekezés terjedelmi korlátai miatt a kockázatkezelésről a továbbiakban bővebben nem lesz szó. Érdemes azonban azt hangsúlyozni, hogy az értekezésben javasolt módszer végrehajtása is csak akkor lesz hatékony, ha annak eredménye alapján a kockázatkezelési akciók megfogalmazódnak, végrehajthatóknak, és egy későbbi elemzéssel az eredmények visszacsatolódnak.

A kockázatok elkerülése mint a kockázatkezelés sajátos eszközt viszonylag gyakran alkalmazzák a beruházási gyakorlatban. Anyagok vásárlása esetén tipikus példa a beszerzés egy olyan beszállítótól, amelyben a beruházó résztulajdonos. Szélső esetben ez abban nyilvánulhat meg, hogy döntéshozók elállnak a beruházás megvalósításától.

A kockázatok csökkentésének gyakori eszköze a beruházási költségkeretben tartalékkeretek beépítése.

A kockázatok áthárítása alatt általában azt kell értenünk, hogy a beruházó a felelősséget áthárítja a megvalósításban érintett másik közreműködőre. Ennek egyik eklatáns példája, amikor a beruházó fővállalkozási szerződést köt a megvalósításra, áthárítva ezzel a teljes felelősséget a beruházás megvalósítójára.

A gyakorlatban azonban nem mindig jelent optimális megoldást a kockázatok teljes mértékű áthárítása, ezért gyakran a kockázatok áthárítása helyett azok megosztására kerül sor, azaz a kockázatokat a beruházó több közreműködő között osztja meg. Erre gyakorlati példa lehet egy időben több beszállító kiválasztása. Kockázatkezeléssel az értekezésem további részében szintén nem foglalkozom.

A folyamat lépéseinek rövid áttekintése után következzen az egyes lépések részletes bemutatása, mely tartalmaz egy rövid szakirodalmi áttekintést, és javaslatokat azok alkalmazására, vagy kibővítésére új elemekkel.

2.2 A kockázati tényezők azonosítása

E témában a szakirodalmat tanulmányozva nagyon meglepett, hogy szinte nem találtam olyan anyagot, amely a témával részletesen és mélyrehatóan foglalkozna. Ennek persze egyik oka az lehet, hogy ez önmagában “nem eléggé” tudományos feladat, hiszen ez a kockázatelemzés kevésbé igényes, ún. kockázatokat leíró és nem a kvantifikáló ágát képviseli. Nyilvánvaló azonban, hogy ha kockázatelemzésről és -kezelésről beszélünk, először mindig azonosítani szükséges, az elemzés időpontjában fennálló bizonytalanságokat kifejező azon tényezőket, amelyek veszélyeztetik egy feladat megoldását, vagy felismerésük éppen kiváltja egy új akció elindítását. Éppen ezért úgy gondolom, hogy minden a gyakorlati életben tevékenykedő szervezetnek szembe kell néznie ezzel a problémával. Az a sejtésem, hogy mindenütt ki is alakulnak megfelelő eljárások a tényezők azonosítására, de ezek egyedi jellegük, vagy nem publikálhatóságuk következtében szakkönyvekben, folyóiratokban nem jelennek meg. Így a feladat megoldásának egyetlen útja maradt, önállóan kigondolni egy olyan eljárást, mely alkalmas lehet a kockázati tényezők feltárására és az ún. kritikus kockázati tényezők

kiválasztására. A következőkben részletesen bemutatom az általam javasolt teljes folyamatot⁶.

A feladat elvégzéshez szellemi alkotástechnikai módszerekre pl. “brainstorming”-ra van szükség. Feladattól függően néhány órás, vagy bonyolult esetekben több napos workshopot is lehet tartani. Nagyon fontos, a “brainstorming”-on résztvevők összetétele. Törekedni kell arra, hogy minden releváns szakterület képviselője legyen ott, mivel csak így biztosítható a kapott eredmények megbízhatósága.

A “brainstorming lehetséges napirendje a következő lehet:

- A témavezető (továbbiakban: moderátor) ismerteti az összejövetel célját, várható menetét. Konkrét projekt esetén a projekt korábban meghatározott célrendszerét.
- Minden résztvevő megkapja a kitöltendő űrlapokat.
- Az első feladat a célrendszer függvényében a lehetséges kockázati tényezők azonosítása a moderátor által megszabott időtartam alatt. Lényeges, hogy a résztvevők önállóan dolgozzanak. Amíg a résztvevők a lehetséges kockázati tényezőkön gondolkodnak, a moderátor egy arra alkalmas táblára vagy flip-chartra táblázatot készít. Célszerű a táblázat struktúráját is a résztvevőkkel közösen kialakítani.
- Az idő lejártá után a moderátor a résztvevőket egyenként kérdezve felírja a táblára a javasolt kockázati tényezőket. A folyamat addig tart, amíg minden tényező fel nem kerül a táblára. Egyszerre mindenki csak egy kockázati tényezőt említhet. Nagyon fontos szabály, hogy a táblára felkerült tényezőknek a résztvevők által történő minősítésére ebben a szakaszban nem kerülhet sor.
- Következő feladat az azonosított kockázati tényezők megvitatása és szűrése. Ez az az időpont, amikor mindenki elmondhatja a véleményét a táblára felkerült kockázati tényezőkről. Ehhez a moderátornak biztosítani kell a vélemények szabad áramlását. Csak akkor kell beavatkozni, amikor a vita kezd parttallanná válni. Fontos: A táblázatban végül csak azok a kockázati tényezők maradhatnak, amelyekre nézve a résztvevők egyetértése teljes!
- A harmadik feladat a megszürt kockázati tényezők osztályokba történő csoportosítása. Erre azért lehet szükség, mert az esetlegesen nagy számú kockázati tényező kezelésé más módon nem lenne hatékony. Általános gyakorlati tapasztalat, hogy úgy kell az osztályokat kialakítani, hogy azok teljes egészében fedjék le a korábban megszürt kockázati tényezőket. Továbbá az osztályok megnevezése egyértelműen utaljon a benne található tényezők tartalmára. A kockázati tényezők osztályokba történő

⁶ Fekete I: Kockázati tényezők gyűjtése és értékelése Magyar Távközlés 2000/1 43-46 old.[11]

csoportosítása ugyanakkor lehetőséget ad az esetleges átfedések megszüntetésére is. E szakasz befejező művelete egy lista készítése, mely tartalmazza az egyes osztályok megnevezését és a hozzá tartozó kockázati tényezők számát. A csoportosítás lehetséges szempontjaira a már e fejezet elején utalást tettem.

A fenti lépéseket a gyakorlatban sok esetben kipróbáltam. A gyakorlati tapasztalatok alapján az eredményes alkalmazásnak három alapfeltétele van:

- Nagyon fontos, hogy mindenesetben az adott feladat valamennyi érintett területének komoly szakmai tapasztalatokkal rendelkező képviselője vegyen részt az eljárásban.
- Ez biztosíthatja, hogy valamennyi releváns kockázati tényező azonosításra kerüljön, és az eredmény teljes egyetértés mellett jöjjön létre. Hiszen ha minden résztvevő magas szinten felkészült, akkor a problémákat is hasonlóan kell látnia.
- A vizsgálat eredményét alapvetően befolyásolja, a megfelelő előkészítés. Ezért lényeges a vizsgálat céljainak és elvárt eredményének magas szintű kommunikálása a résztvevők felé.

A kockázati tényezők azonosítása és osztályokba, csoportokba történő besorolása után a következő feladat azok értékelése, az ún. kritikus kockázati tényezők kiválasztásával.

2.3 A kockázati tényezők értékelése

Az első szakasz célja tehát az volt, hogy meghatározzuk az adott feladat szempontjából releváns kockázati tényezőket. A következő szakasz célja ezen tényezők minősítése. Ehhez a következőket kell elvégezni:

- Osztályonként az egyes kockázati tényezők által generált események bekövetkezési valószínűségének szubjektív becslése valamint a bekövetkezés hatásának (ehhez először a hatástényezőket is definiálni kell) megbecslése. Ez utóbbin azt kell érteni, hogy ha jelzett kockázat bekövetkezett, akkor az milyen hatással van a hatástényező alakulásra. A valószínűség és a hatásértékeket is célszerű előre egy ötfokozatú ordinális skálán⁷ definiálni. A valószínűség értékének megbecsléséhez feltételezzük, hogy az adott változó a hatásskálán megfogalmazott tartományon belül egyenletes

⁷ A sorrendi skála a dolgok viszonylagos helyét határozza meg. A gyakorlatban számos olyan eset van, amikor a megfigyelendő dolgokat valamilyen közös tulajdonságuk alapján hasonlítjuk össze és állítjuk sorrendbe, vagy másképpen kifejezve rangsort készítünk. Az egyszerű sorrendi skálán mért dolgokhoz különböző nagyobb vagy kisebb sorszámokat rendelünk. A sorrendi skálán mért dolgok nincsenek egymástól egyenlő távolságra, vagyis az egymást követő intervallumok nem azonos nagyságúak. Alkalmazott statisztika I. Egyetemi jegyzet (Szerk. Dr. Szabó Gábor Csaba) Műegyetemi Kiadó Budapest 1993 22 old.[4] Érdemes még azt is megjegyezni, hogy feladattól függően a skálafokozatok száma ötnél több is lehet.

eloszlású⁸ és az egyes tényezők egymástól függetlenek⁹. Azt, hogy a skálán az egyes értékekhez milyen tartományok tartozzanak, mindig az adott feladat megoldása során kell meghatározni. A végeredmény szempontjából döntő jelentőségű lehet, hogy a definiálás pontos legyen, valamint valamennyi résztvevő azok tartalmát egyformán értelmezze. Ezért különösen ajánlható, hogy az előzetesen kialakított skálákat a moderátor a résztvevőknek részletesen magyarázza el, és alkalmazását konkrét példán keresztül is mutassa be.

- Az értékek becslése után a következő feladat a valószínűség-hatás mátrix előállítása. A mátrix soraiban a hatás, oszlopaiban a bekövetkezési valószínűségértékek találhatóak, a metszéspontokban a kockázati tényezők sorszámai vannak. A mátrixokat először az egyes osztályokra külön- külön, majd a teljes feladatra is ki kell tölteni. A mátrix kitöltésének feltétele valamennyi tényező esetében az egyes résztvevők által adott értékek számtani átlagának képzése.
- A következő fontos feladat a valószínűség-hatás mátrix adataiból a kockázati tényezők fontossági sorrendjének meghatározása és ez alapján a kritikus kockázati tényezők kiválasztása. Ehhez meg kell határozni az egyes kockázati tényezőhöz és egy hatástényezőhöz tartozó kockázati együtthatót, amelynek nagysága a valószínűséggel súlyozott hatásérték az ötfokozatú ordinális skálán, melyhez feladattól függően korrekciós tényező is figyelembevehető¹⁰:

$$K_i = k_i * P_i * I_i \quad i = (1, \dots, n) \quad \text{ahol:} \quad (2.1)$$

K: kockázati együttható,

P: a kockázati tényező bekövetkezési valószínűsége az 5 fokozatú ordinális skálán,

I: a bekövetkezés hatása szintén az 5 fokozatú ordinális skálán,

k: korrekciós tényező,

n: hatástényezők száma.

⁸ Ha egy ξ valószínűségi változó egyenletes eloszlású az (a,b) intervallumban, akkor annak valószínűsége, hogy η az (A,b) intervallum egy (c,d) részintervallumba esik, arányos a részintervallum és teljes intervallum hányadosával. (lásd. pl. Szabó Gábor Csaba, 1993 155 old. [4])

⁹ Függetlenség: Az $Y_1, Y_2 \dots$ valószínűségi változók függetlenek egymástól, ha pl. Y_1 értéke magas és ebből Y_2 értékére semmilyen következtetést sem lehet levonni. (lásd. pl. Hunyadi – Mundruczó-Vita, 1992 180 old. [5])

A függetlenség fogalmáról részletesebb leírást tartalmaz a 3.2.1.3 fejezet.

¹⁰ A 2.1 képletben a korrekciós tényezőnek akkor lehet szerepe, ha egy kockázati tényező értékelését több hatástényezőre kell elvégezni. Ilyenkor az értékelést minden egyes hatástényezőre külön-külön elvégezzük és ezen értékelés során a k korrekciós tényező alkalmazásával lehet súlyozni a különböző hatástényezőket (ha szükséges). A 2.1 képlet nem tartalmazza az egy kockázati tényezőhöz tartozó ún. aggregált kockázati együttható meghatározásának módját, mivel ezt mindig a konkrét feladatnál kell eldönteni, azonban általánosan javasolható a következő képlet $K = ? K_i$ Erre az ad lehetőséget, hogy e módszer alkalmazása során feltételezzük, hogy a hatástényezők egymástól függetlenek. Természetesen annak sincs semmilyen akadálya, hogy valamennyi kockázati tényező együttes hatását is értékeljük (mert például az a feladatunk, hogy egy modellhez különféle kockázati szinteket kell rendelni). Az erre vonatkozó algoritmust mindig a konkrét modell határozza meg.

A fenn leírt módszernek gyakorlatban történő kipróbálásnak tapasztalatai alapján kritikus a kockázati tényező, ha:

- ha az így kiszámított érték 15 és 25 között van, ezekkel feltétlenül foglalkozni kell.

Nem kritikus a kockázati tényező, ha:

- ha az érték 5–15 közé adódik. A résztvevők feladata annak eldöntése, hogy alkalmaznak-e itt kockázatmenedzselési technikákat, vagy sem.
- Az 5 alatti értékekkel nem érdemes foglalkozni, a tapasztalatok alapján nem érik meg a ráfordított energiát.

A következő lépés az így kiválasztott kritikus kockázati tényezőkre kockázatelemzési, kockázatkezelési technikák alkalmazása.

Ezek a következők lehetnek:

- Beruházások döntés-előkészítési fázisában kockázatelemzési technikák számbavétele (pl. Monte Carlo szimuláció, döntési fák, reálopció alkalmazása)
- Beruházások megvalósítási fázisában tartalékterv készítése (pl. célok módosítása, alternatív megoldások, stb.)

A gyűjtési és értékelési folyamatot a beruházás teljes életciklusa előtt többször is meg lehet ismételni.

A fenn javasolt módszer gyakorlatba történő bevezetésének megkönnyítése céljából az egyes folyamatlecekhez űrlapok készültek. Az űrlapok tartalmának bemutatására – a mintapélda kapcsán - az 5. fejezet 5.1 pontjában a kockázati tényezők feltárása során kerül sor.

A kritikus kockázati tényezők kiválasztása után a következő feladat azok hatásainak számszerűsítése. Ennek részleteit taglalja a 3. fejezet.

A fejezet végén azt is szeretném még megemlíteni, hogy a kockázati tényezők azonosítására és a kritikus tényezők kiválasztására fenn említett módszer részben alternatív megoldást jelent a fejezet elején már említett érzékenységvizsgálattal szemben, mivel ez a módszer magában foglal egy „durva” hatáselemzést is. Mindkét módszer célja ugyanis az, hogy meghatározza azokat a kritikus tényezőket, amelyeknek jelentős szerepe van az adott beruházási projektre jellemző hozammutató alakulásában, azaz egyfajta szűrőként működik a kritikus tényezők kiválasztása céljából. A különbség a két módszer között az, hogy a fenti módszer az azonosított kockázati tényezők értékelésre során – a

korábban leírt feltételezések mellett¹⁰ - az ötfokozatú ordinális skálára történő transzformáció segítségével széles körű, rugalmas alkalmazást tesz lehetővé. Azaz a leírtakat nemcsak a beruházások pénzáramának alakulására ható kritikus tényezők kiválasztására lehet használni, hanem a egészen más típusú feladatok megoldása során is. Ilyen feladat lehet pl. kockázati térképek elkészítése, közreműködés szabványok elkészítésében, adott vállalati árstruktúra kialakítása, stb.

¹⁰ Lásd. 2.3 fejezet 16–17 oldal, valamint 8. és 9. lábjegyzet is.

3. A kritikus kockázati tényezők hatásainak számszerűsítése

3.1 A beruházások pénzáramának meghatározása

A beruházások döntés-előkészítési fázisának egyik nagyon fontos lépése a rendelkezésre álló műszaki, marketing, gazdasági információk alapján a beruházás megvalósítással létrejövő pénzáram meghatározása. A vállalati gyakorlatban bevett szokás, hogy a műszaki specifikáció, a beruházás műszaki-anyagi összetételének meghatározása után, a lehetséges szállítóktól előzetes bekért információk alapján megbecsülik a leendő beruházás költségeit. Másik oldalról marketing tanulmány és/vagy egyéb a piactól beszerezhető információk alapján megbecsülik a beruházás megvalósítása révén keletkező bevételt, illetve kalkulálják a termelési költségeket. Mindezen adatok birtokában elkészül a beruházás pénzárama, majd kiszámításra kerülnek a leendő beruházás jellemző mutatók (nettó jelenérték, belső megtérülési ráta, dinamikus megtérülési idő, haszon-költség aránymutató, stb.). Napjainkban a magyarországi vállalatok egyre nagyobb hányadánál terjedt el a diszkontált pénzáramlás (discounted cash flow analysis továbbiakban: DCF) számításának módszere, mellyel a beruházásra jellemző mutatók számíthatók. A módszer részletesebb ismertetésére a 4.1 alfejezetben kerül sor. A mutatók alapján minden vállalat, vagy vállalkozás kialakít magának egy saját értékelési rendszert, mely alapján a tervezett beruházásokat rangsorolja. Az esetek nagy részében azonban a pénzáram kalkulációk nem, vagy nem szisztematikus módon veszik figyelembe a megvalósítást körülvevő bizonytalanságokat.

A fentieket tapasztalva a szándékom az, hogy az előző fejezetben bemutatott, az elemzés időpontjában fennálló bizonytalanságokat kifejező kockázati tényezők azonosításának eredménye alapján javaslatot tegyek azok hatásainak számszerűsítésére Monte Carlo szimulációval. Mielőtt azonban erre sor kerülne úgy gondolom, hogy érdemes egy rövid irodalmi áttekintést adni arról, hogy a szakirodalom mit ért a beruházások pénzáramlása alatt, és melyek a legfontosabb elemei.

3.1.1 A beruházások pénzáramára ható tényezők

Az angol nyelvű szakirodalomból ered a cash-flow elnevezés, mely magyarra lefordítva pénzáramlást jelent. Ez az oka, annak, hogy a következőkben a pénzáramlás és a cash-flow egymás szinonimájaként jelenik meg. A cash-flow elemeinek ismertetésével több szakkönyv is foglalkozik¹.

¹Pl. Illés Istvánné: Társaságok pénzügyei, 1998. [12].

A beruházás cash-flow-ját növekményi alapon kell meghatározni, azaz minden olyan pénzáramot tartalmaznia kell az elemzésnek, mely a beruházás megvalósításával változást idéz elő a vállalkozás árbevételében, költségeiben, adófizetéseiben.

A pénzáramok meghatározásakor a beruházás közvetett hatásaként a forgótőke-szükséglet változását is figyelembe kell venni mind a kezdő befektetésnél, mind a működés során.

Ugyanakkor a finanszírozási költségeket a működési pénzáram² becslésekor figyelmen kívül kell hagyni, mivel ezek a beruházás megvalósítása során a tulajdonosok, hitelezők számára osztalék (részesedés), vagy kamat kifizetéseket jelentenek, melyek a beruházástól elvárt hozamba (cég tőkeköltségébe) beépítésre kerülnek. A finanszírozási költségek emelkedése esetén magasabb kamatlábat alkalmazunk a pénzáram diszkontálásához. Amennyiben az osztalékot, vagy a kamatokat levonnánk a pénzáramból, majd ezt diszkontálnánk a megfelelő kamatlábal, a finanszírozási költségeket kétszer vennék figyelembe.

Azokat a kiadásokat, melyek a beruházást megelőzően merültek fel, így megtérülésük nem függhet a beruházás megvalósításától, szintén nem kell számításba venni, csak azok a költségek relevánsak, amelyek kifizetésére akkor kerül sor, ha a beruházást megvalósítják. Ezt a szakirodalom kifizetett kiadásoknak³ nevezi.

Viszont figyelembe kell venni a beruházáshoz felhasznált erőforrások olyan - tényleges pénzkiadással nem járó - költségeit is, melyek lényegesek lehetnek a beruházási döntés szempontjából (pl. a cég tulajdonában lévő adott vagyonelem hasznosítható lenne akkor, ha a beruházást nem valósítaná meg a társaság). Ezt a szakirodalom használdozat költségnek⁴ nevezi.

Az adófizetés a cég számára tényleges pénzkifizetéssel jár, másrészt maga az induló befektetés is kézpénzes úton történik, ezért a pénzáramokat adózás utáni bázison kell mérni.

A beruházásokkal összefüggésben háromféle pénzáram különböztethető meg:

- kezdő pénzáram,
- működési pénzáram,
- végső pénzáram.

A kezdő pénzáram a beruházás eldöntésétől az üzembe-helyezésig a beruházás érdekében felmerülő kiadásokat tartalmazza. Legfontosabb elemei a 3.1 táblázatban láthatók.

² Működési Pénzáram = (Árbevétel – Működési Költség) * (1 - Adó) + Adó * Amortizáció +/- Forgótőke változása.
David. B. Hertz – H. Thomas: Risk Analysis and Its Application Wiley&Sons New York 1983, [17])

³ Pl. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek I. kötet Budapest, 1993 94-95 oldal, [7]

⁴ Pl. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek I. kötet Budapest, 1993 94-95 oldal, [7]

+ Az "Új" eszköz eredeti bekerülési ára
+ A tőkésíthető kiadások (szállítási, alapozási, szerelési költség)
+ Nettó forgóeszköz szükséglet
+ Meglévő erőforrások alternatív költsége
- Régi eszközök értékesítéséből származó bevétel
+/- Adóhatás
+/- Használózat költségek
Kezdő pénzáram

3.1 táblázat: A kezdő pénzáram legfontosabb elemei

A működési pénzáram azt számszerűsíti, hogy a beruházás élettartama alatt az üzembe helyezést követően a beruházás eredményeként hogyan változik a vállalkozás cash-flow-ja. Bármely periódus (év) működési pénzáramának fő elemei:

+ Árbevétel
- Folyó működési költségek
- Értékcsökkenési leírás
Adózás előtti eredmény
- Társasági adó
Adózás utáni eredmény
+ Értékcsökkenési leírás
Folyó működésből származó pénzáram
+/-Forgótőke változás
A periódus pénzárama

3.2 táblázat: A működési pénzáram legfontosabb elemei

A végső pénzáram összeállításakor azt becsüljük, hogy mekkora pénzüsszeget nyerhetünk vissza az eredeti befektetésből a beruházás felszámolása révén.

A végső pénzáram legfontosabb elemei:

- a gépek, berendezések értékesítéséből származó tényleges pénzbevétel,
- a felszabaduló forgótőke.

A gépek, berendezések értékesítéséből származó bevétel függ a használt tárgyi eszköz piaci árától, továbbá a piaci ár és a könyv szerinti érték egymáshoz való viszonyától.

Ha a piaci ár meghaladja a könyv szerinti értéket, adóztatható jövedelem képződik. Ekkor a tényleges pénzáram a piaci ár és a fizetendő adó különbözete. Ha a piaci ár megegyezik a könyv szerinti értékkel, bevétellel számolhatunk. Ha a piaci ár meghaladja a könyv szerinti értéket, akkor a cégnél adómegtakarítás keletkezik, ilyenkor a végső pénzáram a piaci ár és az adómegtakarítás együttes összege.

Az 5. fejezetben – részben terjedelmi korlátok, részben jelentősége miatt a szimulációs modellt e három elem közül csak a működési pénzáramra fogom felépíteni, ezért a továbbiakban már csak ennek részletezésével foglalkozom⁵.

A működési pénzáram nagyságára ható fontosabb tényezők, melyek a szimulációs modell építése során hatástényezőként szerepelhetnek:

Árbevétel

A nettó árbevételre hat: bruttó árbevétel, visszáru, kedvezmények, vevőnek fizetett fuvardíjak, vevőknek adott engedmények.

Az árbevétel alakulását befolyásolják:

- általános gazdasági feltételek (piaci ártrend változás, inflációs árváltozás, stb.)
piaci kereslet változása,
- értékesítési csatornák (a cég piaci részaránya, piaci részarány várható változása, stb.),
- termelési kapacitás új értékesítési mennyiség,
- versenyfeltételek, stb.

Folyó működési költségek

A folyó működési költségek alapvetően változó és fix költségekre oszthatók fel.

A változó költségek főbb elemei:

- anyagköltség,
- munkabéreköltség és járulékai,
- egyéb változó költségek.

Az anyagköltség hányad változásának két összetevője a fajlagos anyagfelhasználás és a nyersanyagok beszerzési ára. Ugyanígy a bérhányadnál a fajlagos munkabér ráfordítás és a fizetések együtt adják az egy termékre jutó bérköltséget. (A bérköltséget alapvetően a dolgozói létszám és az átlagkeresetek alakulása határozza meg. A bérhoz kapcsolódó járulékokra a törvényi szabályozások hatnak.)

A fix költség főbb elemei:

- karbantartási költségek,
- adminisztrációs és általános költségek,

⁵ Ehhez döntően az alábbi irodalmi forrásokat használtam fel: Neil G. Cohen: Vezetői pénzügyi döntések, 1996 [13]; Vékás István: Finanszírozás – gazdaságtan, 1996 [14]; Mikolasek Sándor- Sulyok Pap Márta: A vállalatfinanszírozás elméleti kérdései, 1996 [15]. Azért választottam a fenti szakkönyveket, mert a működési pénzáramra ható tényezők javasolt felosztása megfelelő kiindulási alapot ad a később ismertetésre kerülő szimulációs modellben szereplő legfontosabb tényezők kiválasztásához. Erdemes azonban azt is megjegyezni, hogy nagy összegű kezdő pénzáram esetén, illetve ha a beruházás nem a kalkuláció időpontjában indul, a szimulációs modell felépítése hasznos lehet a kezdő pénzáramra is.

- értékcsökkenési leírás.

Az elszámolt értékcsökkenési leírás nagysága függ a berendezés hasznos élettartamától, az alkalmazott leírási módtól, és a törvényi szabályozástól.

Forgótőke változás

A vállalat folyó működéséhez nélkülözhetetlenek a forgóeszközök. A forgóeszköz finanszírozási szükségletet befolyásoló legfontosabb tényezők:

- szállítói hitel hossza,
- készletek átlagos élettartama,
- vevőkövetelések átlagos befolyási gyorsasága.

Ha a vállalkozásnál nagyobb volumenű a termelés, emelkedhetnek az anyagkészletek, szállítói tartozások, dolgozókkal, adóhatósággal, stb. szembeni fizetési kötelezettségek. Az értékesítés növekedésével a követelések növekedése jelentkezik, a nagyobb eladási volumen miatt a vevők kiszolgálása érdekében valószínű, hogy nagyobb raktári késztermék készletre is szükség van. Mindezek növelik a forgóeszköz finanszírozási szükségletet.

Társasági adó

Az adófizetés mértékét befolyásoló főbb tényezők: (az adóalap nagysága * az adó mértéke (%) korrigálva az adócsökkentés/növelés összegével)

- törvényi szabályozás, általános pénzügy politika,
- a társaság adófizetési politikája, eredménystratégiája,
- az adott évi adóalapot meghatározó tényezők alakulása, igénybe vehető kedvezmények, adóalapot, illetve adót növelő, csökkentő tételek alakulása, stb.

3.1.2 A működési pénzáramra ható tényezők számának redukálása

A jobb áttekinthetőség kedvéért a fenti eredményeket a 3.3 táblázatban is összefoglaltam, hiszen ez képezi a további munka alapját. A feladat ugyanis az, hogy a 3.3 táblázatban látható, a beruházás működési pénzáramát befolyásoló tényezők közül ki kell választani azokat a tényezőket, amelyek hatása releváns a működési pénzáram nagyságának alakulásra. Ezek hatástényezőként vehetők figyelembe az előző fejezet alapján azonosított kockázati tényezők által generált események bekövetkezése esetére azok hatásának elemzéséhez, azaz az elemzés időpontjában a beruházás megvalósítását körülvevő bizonytalanságok hatásainak számszerűsítéséhez.

Arbevétel:
<i>Értékesítés volumene:</i>
- piac nagysága
- piaci részesedés
- versenyfeltételek
- termelési kapacitás
<i>Egységár:</i>
- piaci ártrend
- versenyfeltételek
- fajlagos változó költségek
Változó költségek
<i>fajlagos változó költség</i>
- egyéb közvetlen költség
- anyagköltség
- - fajlagos anyagfelhasználás
- - nyersanyag beszerzési ára
- munkabéreköltség
- - dolgozói létszám
- - átlagkereset
Inkrementális fix költségek
<i>Karbantartási költség</i>
<i>Adminisztrációs költség</i>
<i>Termelési általános költség</i>
- Értékcsökkenés
- - berendezés bruttó értéke
- - leírási kulcs
Forgótőke változása
<i>Szállítói hitel változása</i>
<i>Készletek átlagos változása</i>
<i>Vevőkövetelések változása</i>

3.3 táblázat: A működési pénzáram nagyságát befolyásoló tényezők

A munka során az alábbi két szempontra kellett tekintettel lenni:

- egyrészt olyan szintre redukálni a tényezők számát – gondolva a későbbiekben ismertetésre kerülő szimulációs modell nehézségeire is – hogy az kezelhető maradjon,
- másrészt a csökkentés során az információ veszteség minimális legyen.

A munka elvégzésében, munkahelyem a MATÁV Rt. kiváló szakértőiből alakult csapat segített, akik az 5.fejezetben ismertetésre került mintapélda kidolgozásában is részt vettek. A munka végeredményét a 3.4 táblázat mutatja be.

A piaci mérete
Piaci részesedés
Egységár
Árbevétel
Fajlagos változó költség
Inkrementális fix költség
Költségek
Adó
Forgótőke változása

3.4 táblázat: A működési pénzáram nagyságát befolyásoló releváns tényezők

A 3.4 táblázat tehát most már csak a működési pénzáram nagyságát meghatározó azon legfontosabb tényezőket tartalmazza, amelyek valószínűségi változóként⁶ kezelendők a szimulációs modell felépítésénél.

Technikai megjegyzés: A szakirodalmi kutatómunka során találkoztam Dr. Andor György: „Beruházási döntések számítógépes támogatása” című doktori (PhD) értekezésével¹⁴, mely lehetséges valószínűségi változóként említi a beruházás élettartamát, és a bevételek és a kiadások beérkezési időpontját. A telekommunikációra a rendkívül dinamikus változó környezet jellemző. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy a beruházások egy részét kitevő új termék (szolgáltatások) átlagos élettartama viszonylag rövid (néhány év). Ezért a szolgáltatások tervezett pénzáramának kalkulációja során az élettartam nem tekinthető valószínűségi változónak, és így a 3.4 táblázatban sem szerepel. A későbbiek során érdemes lesz azonban megvizsgálni a távközlési beruházások másik nagy csoportját a hálózatépítést, ahol a tervezett élettartam a szolgáltatásokénál lényegesen hosszabb, és így – adott esetben – a tervezett élettartam is valószínűségi változóként értelmezhető. Ugyancsak az eddigi tapasztalatok alapján a távközlés területén nincsenek szezonális vagy egyéb más olyan hatások, amelyek veszélyeztetnék a bevételek és a kiadások folyamatosan beérkezését, ezért a beérkezés időpontját sem indokolt valószínűségi változóként kezelni.

⁶ Valószínűségi változónak egy az elemi események teljes eseményrendszer halmazán értelmezett függvényt nevezünk. Elemi esemény alatt valamely véletlen kísérlet kimenetelét, eredményét kell érteni. A véletlen kísérleten olyan kísérletet kell érteni, amelynek kimenetelét az általunk figyelembe vett feltételek nem határozzák meg egyértelműen. Prékopa András: Valószínűségelmélet: Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1974. 1. 41, 69 oldal [54]

Ilyen véletlen kísérleteket végez a későbbiekben részletesen ismertetésre kerülő Monte Carlo szimuláció is.

¹⁴ Korrekt hivatkozás majd a 14. lábjegyzetben található.

3.2 Monte Carlo szimulációs eljárás a működési pénzáramra ható bizonytalanságok számszerűsítésére

A működési pénzáramra ható releváns tényezők kiválasztása után a következő feladat szimulációs modell felépítése a beruházás megvalósítását körülvevő bizonytalanságok hatásainak számszerűsítésére. A Monte Carlo szimuláció alkalmazását elsősorban David B. Hertz⁷ javasolta az 1960-as években. Ő is foglalkozott a beruházási pénzáram nagyságát befolyásoló releváns tényezőkkel. A hagyományos diszkontált cash-flow módszer kritikájaként javaslata alapján a szimulációt elsősorban a döntési kritériumként használt mutatók (nettó jelenérték, belső megtérülési ráta) eloszlásának meghatározására kell alkalmazni, támogatva ezáltal a döntéshozókat a különböző beruházási alternatívák közötti döntésben. A javaslatot a későbbiek során azonban több kritika érte a portfólió elmélet megjelenése kapcsán. Egyetértve Brealey-Myers⁸ a szimuláció helytelen használatára felhívó gondolatmenetére, mely a szimuláció során a nettó jelenérték kapcsán a szimulációval kapott eloszlás értelmezésbéli nehézségeire utal, az értekezés jelen fejezetében a szimulációt a működési pénzáramra ható bizonytalanságok számszerűsítésére javaslom alkalmazni.

A Monte Carlo szimuláció folyamata⁹ a 3.1 ábrán látható.

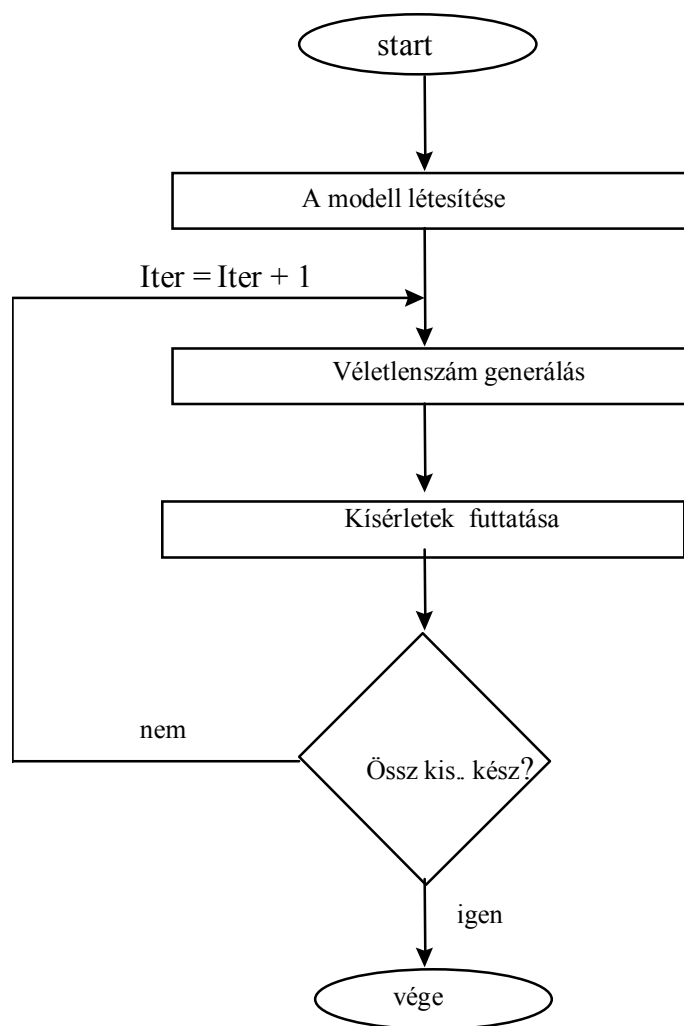
Az ábra alapján a főbb lépések a következők:

- a pénzáramra ható releváns tényezők közül a valószínűségi változóként kezelendő tényezők kiválasztása,
- a kiválasztott valószínűségi változók szubjektív becslése (az értékváltozási tartomány kijelölése, az értékváltozási tartományon belül a valószínűségi változó eloszlásának becslése, a köztük fennálló kapcsolatok létének, irányának vizsgálata és szorosságának megbecslése),
- a szimulációra jellemző paraméterek (pl. a véletlenszám generálás alapadatainak megadása, a kísérletek(mintavétel) száma, a szimuláció típusa) megadása,
- a szimuláció lefuttatása (számítógépes támogatással),
- a szimuláció befejezése után a kapott eredmények interpretálása, szükség szerint további szimuláció lefuttatása.

⁷ David B. Hertz: Risk Analysis in Capital Investment Harvard – Business Review 42 (January-February 1964 95-106 oldal [16])

⁸ Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek II. kötet Budapest, 1993 17-18 oldal [7]

⁹ David B. Hertz: Risk Analysis in Capital Investment Harvard – Business Review 42 (January-February 1964 102. oldal [16])



3.1 ábra: A Monte Carlo szimuláció folyamata

3.2.1 A valószínűségi változók szubjektív becslése

A 3.1. ábra alapján az első feladat tehát a modellépítés. Ehhez a beruházás működési pénzáramára ható, valószínűségi változóként kezelendő releváns tényezők azonosítása után, melynek meghatározását a 3.1 pont részletesen ismertette, a következő feladat ezen valószínűségi változók szubjektív becslése. Ehhez először meg kell határozni azt a tartományt, amelyen belül a változó az értékeit felveheti.

3.2.1.1 A valószínűségi változó értékváltozási tartományának megbecslése

Ehhez a feladathoz a szakirodalomban egzakt módszert nem találtam¹⁰, általában tartomány megbecslését javasolják. Az én javaslatom is a becslésen alapszik. A becslési

¹⁰ Dr. Andor, 1998. [1] és David B. Hertz, 1964 [16] is azt javasolja, hogy az értékváltozási tartományt szubjektív módon kell megbecsülni.

pontosság növelése érdekében azonban ehhez szeretném felhasználni – ahogy azt már korábban is jeleztem - az előző fejezetben a kritikus kockázati tényezők meghatározásával kapott eredményt.

Javaslatom lényege a következő:

A kockázati tényezők értékének becsléséhez meghatározásra került a bekövetkezési valószínűséget és a kockázati tényező által generált esemény bekövetkezése esetén annak hatását mérő 5 fokozatú ordinális skála. Miért nem használhatunk fel ez utóbbit az adott valószínűségi változó értékváltozási tartományának kijelöléséhez. Véleményem szerint ezt úgy lehet a gyakorlatban megvalósítani, hogy a működési pénzáramnak a 3.4 táblázatban megjelölt releváns tényezői közül választjuk ki a hatástényezőket. Majd - az azonosított kockázati tényezők bekövetkezése esetén – azok hatását – a hatásskála 1-5 fokozatához rendelt értékeivel megbecsüljük. A skálán kapott érték tehát megmutatja, hogy az adott hatástényezőnek a bizonytalanságok figyelembevétele nélkül kalkulált értékéhez képest a bizonytalanságot jelképező kockázati tényezők bekövetkezése esetén mekkora eltérés várható. Másképpen fogalmazva az így kapott érték fejezi ki a becslés hibáját. Ezt mindenegyes kiválasztott hatástényezőre meg kell csinálni. Végül az előző fejezetben ismertetett folyamatnak megfelelően a kiválasztott kritikus kockázati tényezők fogják meghatározni az adott hatástényező legnagyobb becslési hibáját, azaz az értékváltozási tartományt oly módon, hogy a kritikus tényezők által kijelölt legnagyobb pozitív illetve negatív irányú eltérés értéke lesz a hatástényező (továbbiakban: valószínűségi változó) felső illetve alsó határértéke. Az 5. fejezetben a mintapéldában a gyakorlatban is bemutatom a fenti eljárást.

3.2.1.2 A valószínűségi változók eloszlásának szubjektív becslése

Az eddigiek során külön nem hangsúlyoztam, de a leírtakból kiolvasható, hogy a – beruházások természetéből kifolyólag¹¹ - a kockázati tényezők hatásainak számszerűsítése során az okozza a legnagyobb problémát, hogy általában nem állnak rendelkezésre megbízható, kontroll alatt tartott múltbeli adatok¹², amelyekre támaszkodva a statisztikából ismert módszereket alkalmazva a szimulációs modell viszonylag egyszerűen

¹¹ A beruházásokra ugyanis az jellemző, hogy azok általában egyszeri és megismételhetetlen feladatot jelentenek, így egy beruházás döntés-előkészítési szakaszában nem beszélhetünk arról, statisztikailag megbízható számú múltbeli adat áll rendelkezésünkre a szimulációs modell felépítéséhez. Lásd ehhez a következő megjegyzést is.

¹² A regressziós modellekhez felhasznált adatok részben kísérletekből, részben megfigyelésekből származnak. A kísérleti adatok kontrollált kísérletekből származnak. Ilyen esetekben a vizsgált rendszert amennyire lehetséges, ellenőrzésünk alatt tartjuk. Kísérleti adatok általában a természettudomány területén állnak rendelkezésre. A társadalmi – gazdasági adatok többsége azonban a gazdasági rendszer résztvevőinek megfigyeléséből származnak. A megfigyelt adatok sajátossága, hogy az adatok a vizsgált rendszer jellemzőinek egyszerű rögzítése útján keletkeznek, és magát a rendszert nem tartjuk ellenőrzésünk alatt. Hunyadi L.: - Mundruczó Gy.: - Vital L.: Statisztika II. Kézirat Aula Kiadó, Budapest, 1992 177 oldal [5]

felépíthető. Ezért az eddigiek során is nagymértékben a szakértői becslésekre kellett hagyatkozni, akik tapasztalataik, megfigyeléseik révén adják meg az adott paraméterrel kapcsolatos becsléseiket. Nos ez a megállapítás az egyes valószínűségi változók eloszlásának meghatározására - azaz annak megállapítására, hogy az adott valószínűségi változó a korábban kijelölt értékváltozási tartományon belül az egyes értékeit milyen valószínűséggel veszi fel - valamint változók között fennálló kapcsolatok jellemezésére - amely a következő alfejezetben kerül részletesen bemutatásra - is fokozottan igaz. Kontroll alatt nem tartható adatok hiányában a valószínűségi eloszlások meghatározására alkalmazható statisztikai illeszkedésvizsgálat (pl. chi-négyzet próba), illetve az egyes valószínűségi változók közötti kapcsolat irányára és szorosságának meghatározására irányuló regresszió és korrelációs számítási módszerek csak korlátozottan használhatók.¹³ Ezért más utat, továbbra is a szubjektív becslés útját kell járni. A szakirodalmat tanulmányozva alig találtam olyan anyagot, amely ilyen helyzetre adott volna ötletet a feladat megoldásához. Végül nagyon értékes ötletet adott mindkét probléma megoldásához az e fejezetben már említett dr. Andor PhD értekezlete¹⁴. Az általa adott javaslatot azért is tartom különösen értékesnek, mert az értekezésem elején megfogalmazott célkitűzés teljesítéséhez – ti. olyan módszert javasolni, amely a gyakorlati életben könnyen megvalósítható – ez az értekezés kitűnő támpontot ad.

A valószínűségi változók szubjektív becslésére, s így valószínűségi változók eloszlásának becslésére is, igen sokféle módszer közül lehet választani. Leginkább két szempont határozhatja meg a becslés pontosságát. Egyrészt a becslésben résztvevők szakmai tapasztalatai alapján megfigyeléseik, megérzéseik helyessége, másrészt a szakértők véleményét valószínűségi eloszlássá transzformáló módszer megfelelősége. A rendelkezésre álló módszerek alapvetően két megjelenítési formát alkalmaznak; az egyik analóg a másik digitális. Az analóg megjelenési formák közé tartoznak a különböző grafikus megjelenések, míg a táblázatokban rendezhető formákat összefoglalóan digitális megjelenésnek nevezzük. Ha számszerű (elsősorban kontrollált) adatok állnak rendelkezésre, akkor természetesen jobb a digitális megjelenítési forma, de ha ilyenek nincsenek, illetve ha a feladat a különböző lehetséges kimenetek egymáshoz való

¹³ Megfigyelésekből származó adatok esetén ugyanis nincs lehetőség, hogy regresszió analízissel feltárjuk egy-egy változó közötti valós összefüggést. Ilyenkor is azonban meg van a lehetősége annak, hogy a vizsgált változók mellett feljegyezzük az egyéb befolyásoló tényezők értékeit és több változós regresszió számításal becsüljük egy-egy változó hatását a vizsgált jelenségre. Hunyadi L.: - Mundruczó Gy.: - Vital L.: Statisztika II. Kézirat Aula Kiadó, Budapest, 1992 178 oldal [5]

¹⁴ Dr. Andor György: beruházási döntések támogatása doktori PhD értekezés, Budapest, 1998. 24- 40 oldal 1998 [1] Az értekezés ezen része foglalkozik a valószínűségi változók szubjektív becslésével, majd részletesen bemutatja a béta eloszlásokon alapuló hagyományos szubjektív becslési módszert és ezek alapján javaslatot tesz a béta sűrűségfüggvény-táblák használatára.

viszonyának megbecslése, akkor mindenképpen az analóg megjelenítési formát kell előnyben részesíteni¹⁵.

A valószínűségi eloszlások megbecslésénél pedig éppen ez a feladat, azaz a szakértőknek azt kell megbecsülniük, hogy az adott valószínűségi változó az értékváltozási tartományon belül milyen valószínűséggel veszi fel a lehetséges értékeit.

Az analóg megjelenítési forma egyik megoldása a béta eloszlások becslésén alapuló módszerek¹⁶, amelynek alkalmazását dr. Andor- az általa elvégzett irodalom feldolgozás és kutatómunka eredményeként - a már korábban említett PhD értekezésében is javasolja. A béta eloszlás gyakorlatban történő alkalmazásának van egy nagy előnye; nevezetesen a béta eloszlásra jellemző paraméterek megfelelő megválasztásával – a később ismertetésre kerülő béta sűrűségfüggvény tábla alkalmazásával - a többi jelentős folytonos eloszlás (normál, lognormál, Weibull, exponenciális, uniform, stb.) azonosítható¹⁷. Ezt támasztja alá az a tény is, hogy - véleményem szerint - a beruházás pénzáramára ható a 3.4 táblázatban szereplő valószínűségi változóként értelmezhető tényezők (piaci méret, egységár, stb.) megváltozása folytonos eloszlást követ. Ha ez mégsem teljesülne, általában lehetőség van a diszkrét eloszlások folytonos eloszlással történő közelítésére¹⁸. A béta eloszlásokkal alapozott szubjektív becslések elterjedését a PERT¹⁹ modellnek köszönheti. A részletek mellőzésével ezen módszer szerint a béta eloszlás alsó, felső határértékét és a móduszát a becslő egy pesszimista, egy optimista és egy legvalószínűbb értékkel adja meg. A béta eloszlás alakjának meghatározásához még meg kell becsülni az eloszlás két (a;b) paraméterét is. Ehhez ajánl – véleményem szerint - egy nagyon elegáns megoldást dr. Andor, amikor azt javasolja, hogy a paraméterek meghatározásához használjunk a már korábban említett béta sűrűségfüggvény táblát. A tábla használata azzal az előnnyel jár, hogy a becslő (szakértők) számára a sűrűségfüggvény képének megadásával vizuálissá teszi a választást.

¹⁵ A problémával részletesen foglalkozott pl. D.A. Evans- M.S Forbes: Decision Making and Display Methods: The Case of Prescription and Practice in Capital Budgeting The Engineering Economist, Vol. 39. No. 1 pp. 87-92, 1993 [19]; S. Jarvenpaa: Graphic Display in Decision Making – the Visual Saliency Effect Journal of Behavioral Decision Making Vol.3. pp. 247-262, 1990 [20] és D.B: McKay – A. Villarreal: Performance Differences in the Use of Graphic and Tabular Displays on Multivariate Data Decision Sciences Vol. 18. pp. 535-546, 1987. [21]

¹⁶ A béta eloszlások lehetséges alakja és legfontosabb tulajdonságai sok helyen megtalálhatók. Ezért ennek részletes tárgyalásától eltekintek. Például : Merran Evans – Nicholas Hastings – Brian Peacock: Statistical Distribution. John Wiley & Sons Inc. Second Edition , 1993 pp. 31-38 [22]

¹⁷ Ennek a tulajdonságnak az előnyeit az 5. fejezetben bemutatásra kerülő mintapéldában is látni fogjuk.

¹⁸ Pl. a gyakorlati életben sokszor előforduló binomiális és Poisson eloszlások helyettesíthetők normális eloszlással.

¹⁹ A PERT egy mozaik szó: Program Evaluation Research Task, azaz szabad fordításban a programok értékelésére kifejlesztett módszer.

A módszer fontosabb jellemzőit tartalmazza pl. Dr. Papp Ootó: Hálótervezés módszertana és alkalmazástechnikája Egyetemi Jegyzet BME Mérnöktoábbképző Intézet, Budapest, 1983 29. oldal [23]

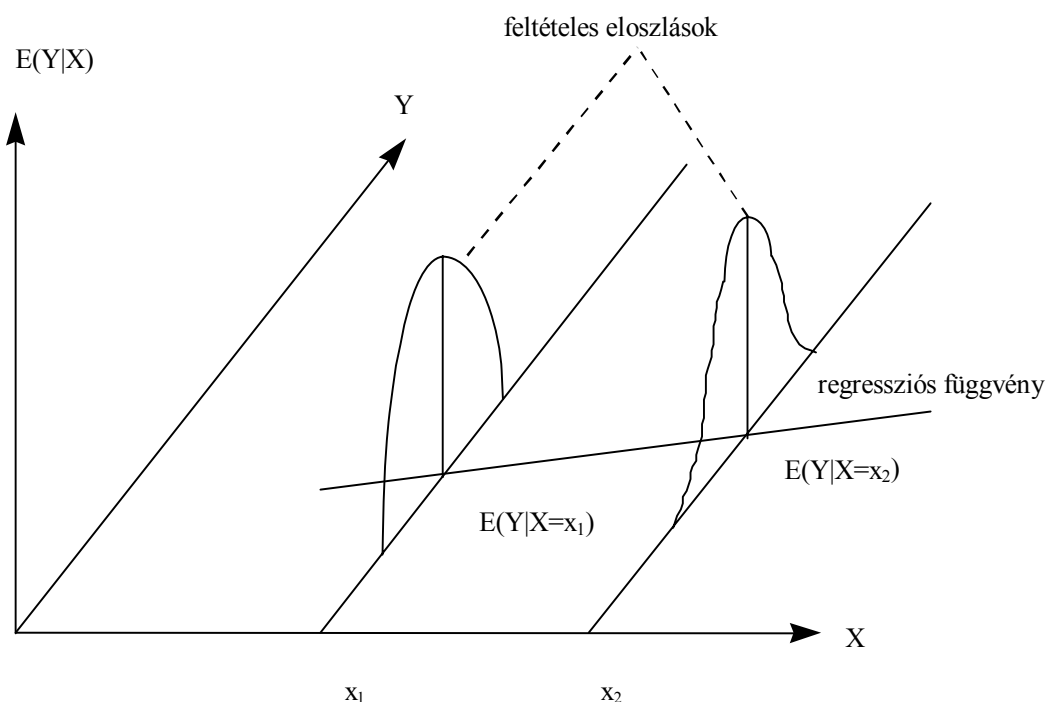
Ennek megfelelően elkészült a standard béta sűrűségfüggvény tábla, mely a gyakorlatban leginkább előforduló béta eloszlásokat tartalmazza. Természetesen nincs semmilyen akadálya annak sem, hogy a későbbiek folyamán – az alkalmazási tapasztalatoktól függően – a táblát módosítsuk. A 3.2 ábrán látható az a béta sűrűségfüggvény tábla, mely az 5. fejezetben ismertetésre kerülő mintapéldában is alkalmazásra kerül.

3.2.1.3 Valószínűségi változók közötti kapcsolatok szubjektív becslése

Mielőtt a feladat elvégzésének egyes lépéseivel részletesen foglalkoznánk, úgy gondolom, hogy érdemes egy kicsit a változók közötti kapcsolatok fogalmi meghatározásával foglalkozni, mivel – mint később látni fogjuk – ez meghatározó lesz a feladat végrehajtása szempontjából is. A statisztikai szakirodalom ugyanis a valószínűségi változók közötti kapcsolatok definiálása során megkülönböztet determinisztikus és sztochasztikus kapcsolatot.

Determinisztikus kapcsolatnak nevezzük az Y és X_1, X_2, \dots, X_n változók összefüggését, ha az X változók adott értékeihez az Y meghatározott értéke tartozik.

Sztochasztikus összefüggés van az Y és az X_1, X_2, \dots, X_n változók között, ha az X változók adott értékeihez az Y változónak több lehetséges értéke tartozik. Ezek az értékek és a hozzájuk tartozó valószínűségek az Y változónak az X változóra mint feltételre vonatkozó feltételes eloszlását alkotják.²⁰ Ezt szemlélteti a 3.3 ábra is.



3.3. ábra Két valószínűségi változó közötti feltételes várható értékek becslése

²⁰ Hunyadi L.: - Mundruczó Gy.: - Vital L.: Statisztika II. Kézirat Aula Kiadó, Budapest, 1992 179-181 oldal [5]

A 3.3 ábra megértéséhez érdemes néhány további matematikai fogalmat tisztázni. Több valószínűségi változó együttes vizsgálata esetén nem elégedhetünk meg külön-külön mindegyik valószínűségi eloszlás ismeretével, ugyanis ebből semmilyen felvilágosítást sem kapunk a közöttük esetleg fennálló kapcsolatokra. Ha két $?, ?$ valószínűségi változót egyszerre vizsgálunk, akkor lényegében egy $(?, ?)$ valószínűségi vektorváltozóval foglalkozunk. Ennek lehetséges értékei a sík pontjai. Legyen E egy síkbeli tartomány és tekintjük annak valószínűségét, hogy a $(?, ?)$ véletlen helyzetű síkbeli pont ebbe a halmazba esik, akkor a $P(?, ?) \in E$ tartományba eső valószínűségeket a $?, ?$ valószínűségi változók együttes eloszlásának nevezzük. A $?, ?$ valószínűségi változók külön-külön vett valószínűségi eloszlásait pedig peremeloszlásnak vagy vetületi eloszlásnak nevezzük. Továbbá egy $?$ valószínűségi változó A eseményre vonatkozó feltételes eloszlásfüggvényén az x változó $F(x|A) = P(=?=x|A)$ függvényt értjük, feltéve, hogy $P(A) > 0$. Ha ez a függvény x szerint differenciálható akkor $F'(x|A)$ függvényt $?$ A eseményre vonatkoztatott feltételes sűrűségfüggvénynek nevezzük. Prékopa: Valószínűségelmélet Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974 86-93 oldal [54]

Figyelemmel az eredeti problémára – azaz a beruházás működési pénzáramában szereplő valószínűségi változók közötti kapcsolatok meghatározására – a fenti fogalmi meghatározás alapján sztochasztikus kapcsolatok definiálását kell majd elvégezni, hiszen pl. adott piaci mérethez több árbevétel érték is tartozhat, és egy eltérő piac méret esetén megint más árbevétel értékeket kapnánk. A fentiekből következik, hogy – a 3.2.1.2. pontban már említett kontrollált adatok hiánya miatt - két változó kapcsolatának meghatározásához feltételes eloszlásokat kell majd becsülni.

A folyamat első lépése azonban még annak vizsgálata, hogy a szimulációs modellbe bevont valószínűségi változók között van-e valamilyen kapcsolat, vagy azok egymástól függetlenek²¹ tekinthetők. Ennek eldöntésére a már eddigi is bevált szakértői értékelést lehet alkalmazni. Ha a vizsgálat eredménye alapján a sztochasztikus kapcsolat fennáll, akkor ezután következik a változók közötti kapcsolat irányának, és szorosságának vizsgálata. Ehhez – a 3.3 ábra alapján - az előbb már említett feltételes eloszlásokat kell becsülni, melyhez a 3.2.1.2 pontban leírtak miatt ismét csak a szakértői becslést kell előtérbe helyezni.

A becslés elvégzésének elméleti alapja, hogy X és Y egymással sztochasztikus kapcsolatban álló valószínűségi változókat feltételezve, X -nek több ismert x értéke alapján Y -ra feltételes eloszlásokat, és ebből feltételes várható értékeket becsülve, majd ebből a legkisebb négyzetek értelmében tett legjobb becslésével a kapcsolat irányára információt adó regressziós függvényt előállítva, a két változó közötti közvetlen kapcsolat szorosságát kifejező korrelációs együtthatóra a következő egyenletet kapjuk²²:

²¹ Hétköznapi értelemben a függetlenség azt jelenti, hogy ha az egyik változó értéke magas, akkor abból semmilyen következtetést sem lehet levonni a másik változó értékére. Érdekes azonban azt is megemlíteni, hogy létezik az ún. sztochasztikus függetlenség fogalma is. Az Y és X változó sztochasztikusan független egymástól, ha Y feltételes valószínűségi eloszlása azonos az X változó minden értékére. Ebben az esetben a feltételes várható értékek és a varianciák is azonosak minden X értékre nézve. Ekkor azt mondhatjuk, hogy az Y változó nem függ az X változótól. Hunyadi L.: - Mundruczó Gy.: - Vital L.: Statisztika II. Kézirat Aula Kiadó, Budapest, 1992 179 oldal [5] A sztochasztikus függetlenség matematikai fogalmát pedig úgy fogalmazhatjuk meg, hogy $h(x,y) = F(x)g(x)$ azaz más szavakkal megfogalmazva ha két külön-külön folytonos eloszlású valószínűségi változó egymástól független, akkor együttes eloszlásuk is folytonos és egyenlő a két sűrűségfüggvény szorzatával. Prékopa: Valószínűségelmélet, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974. 56-58 oldal [54]

²² E képlet alkalmazása mögött az áll, hogy ha két változó egymással sztochasztikus kapcsolatban áll egymással és egy adott $X=x$ érték alapján megbecsülhető Y értékét célszerű $E(Y|X=x)$ feltételes várható értékkel becsülni. Ha ezeket a becsléseket minden x -re elvégezzük, akkor az $y = m_2(x) = M(Y|X=x)$ elsőfajú regressziós függvényt kapjuk. Ha X és Y együttes eloszlása normális, akkor az elsőfajú regressziós függvény képe egyenes, azaz lineáris regresszióról beszélhetünk. A becslés elvégzéséhez az ún. legkisebb négyzetek elvét alkalmazzuk, amely azt jelenti, hogy a regressziós függvény képét az az egyenes fogja meghatározni, ahol rendelkezésre álló adatok (minta) által meghatározott pontoknak a regressziós egyenestől mért átlagos távolsága a legkisebb. Azonban abban az esetben, ha ilyen adatok nem állnak rendelkezésre – mint a beruházásoknál is – és így két változó együttes eloszlása sem ismert, akkor a sztochasztikus kapcsolatot a másodfajú regressziós egyenessel lehet becsülni. Ezt tartalmazza a 3.1 képlet is. Megjegyezzük, hogy két valószínűségi változó közötti regressziós görbe akkor is lehet egyenes, ha együttes eloszlásuk nem kétváltozós normál eloszlás. A korrelációs együttható két valószínűségi változó függőségét, kapcsolatának szorosságát méri. Rendelkezésre álló adatok alapján meghatározásának képlete pl. Prékopa, 1974 152 oldalon megtalálható. Hunyadi L.: - Mundruczó Gy.: - Vital L.: Statisztika II. Kézirat Aula Kiadó, Budapest, 1992 184-185 oldal [5], valamint Lukács Ottó: Matematikai statisztikai példatár Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987 353-356 oldal [27]. és Prékopa: Valószínűségelmélet Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974 152-160 oldal [54]

$$r_{XY} = \frac{\sigma_x [(E(Y)|X=x) - E(Y)]}{\sigma_y [x - E(x)]} \quad (3.1)$$

ahol: r_{XY} : korrelációs együttható,
 σ : az egyes valószínűségi változók külön-külön vett eloszlásából meghatározható szórása,
 $E(Y | X=x)$: Y-nak az $X=x$ feltétel melletti feltételes várható értéke,
 $E(Y)$ és $E(X)$ az egyes valószínűségi változók külön-külön vett eloszlásból meghatározható várható értéke.

A 3.1 képletben szereplő feltételes várható érték becslésekhez ismét csak – hasonlóan a valószínűségi eloszlások szubjektív becslésénél - javaslom a béta sűrűségfüggvény tábla használatát.

A becslőket tehát fel kell kérni arra, hogy az előző pontban az egyes változók valószínűségi eloszlására tett becsléseiket egészítsék ki az egyes valószínűségi változók sztochasztikus kapcsolatát kifejező feltételes béta sűrűségfüggvény becslésekkel. Ez a gyakorlatban úgy történhet, hogy a szakértők kiválasztják a becslési folyamatba bevont egyes valószínűségi változók korábban becsült eloszlásának néhány értékéhez a béta sűrűségfüggvény táblából a velük sztochasztikus kapcsolatban álló változó feltételes sűrűségfüggvény képeit. Fontos megjegyezni, hogy a fenti folyamatot minden olyan változóra el kell végezni amelyek között a kapcsolat létét a szakértők korábban már megállapították, úgy hogy a feltételes sűrűségfüggvény becsléseket mindenesetben páronként, két változó közötti közvetlen kapcsolat²³ szorosságának meghatározásához alkalmazzuk. A kiválasztott sűrűségfüggvények alakja meghatározza a rá jellemző a;b paramétert, melyből a feltételes várható értékek számolhatók. Ezek után most már az a feladat, hogy a 3.1 összefüggésnek megfelelően ki kell számolni az egyes valószínűségi változók külön-külön vett eloszlásából a várható értékeket és szórásokat és az így kiszámolt értékeket be kell helyettesíteni a 3.1 képletbe. Természetesen a korrelációs együttható értéke annál megbízhatóbb lesz, minél több kiválasztott értékéhez becsülünk feltételes sűrűségfüggvényeket és képezzük az így kiszámított korrelációs együttható

²³ Természetesen a gyakorlatban az is elképzelhető, hogy több változós regressziós modellről beszélünk, azaz két valószínűségi változó közötti kapcsolat szorosságát más valószínűségi változók is befolyásolják. Ebben az esetben meg kell különböztetni a két változó között a közvetlen hatást (a többi változó hatásának kiszűrésével határozható meg) szorosságát mérő ún. parciális korrelációs együtthatót, illetve a közvetett hatásokat is figyelembevevő ún. totális korrelációs együtthatót. Természetesen nincs akadálya annak sem, hogy ne páronként, hanem a kapcsolatban álló valamennyi tényezőt együttes hatását vizsgáljuk, ebben az esetben a fennálló kapcsolat szorosságát az ún. többszörös korrelációs együttható méri. Hunyadi L.: - Mundruczó Gy.: - Vítal L.: Statisztika II. Kézirat Aula Kiadó, Budapest, 1992 290-293. oldal [5] A különféle korrelációs együtthatók nagyságának meghatározására alkalmas képletek Prékopa: Valószínűségelmélet, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974 379-383 oldalon található. [54]

A gyakorlatban a becslések során azonban mindig csak két változó közvetlen kapcsolatának szorosságát kifejező, az előző szóhasználatnál élve, parciális korrelációs együttható becslésekről lesz szó.

értékének számtani átlagát. A fenti folyamatot valamennyi egymással kapcsolatban álló változó párra elvégezve, a kapott eredményt korrelációs mátrixban²⁴ szokás ábrázolni.

Végül szólni kell még a becslések számának problémaköréről. A 3.1 fejezetben bemutattam, hogyan javaslom megadni a beruházások működési pénzáramának Monte Carlo szimulációval történő meghatározásához a releváns hatástényezőket (valószínűségi változókat). A 3.4 táblázatból kiderül, hogy a beruházási projekt egy adott évében legfeljebb 6 valószínűségi változóval számolok a szimulációs modell felépítése során. Ebben az esetben a sztochasztikus kapcsolatok megadásához

$$\frac{g^2 - g}{2} \quad (3.2)$$

egyenlet²⁵ alapján, ahol g a valószínűségi változók száma, feltételezve, hogy egy korrelációs együttható becsléséhez legalább három feltételes sűrűségfüggvény becslésre kerül sor - legfeljebb 45 becslést kell megadni. Ehhez még hozzá kell tenni, hogy ezt a 45 becslést a beruházási projekt minden egyes évre el kell végezni, ez a szám már ijesztő lehet.

Szerencsére a távközlési projektek területén eddig szerzett gyakorlati tapasztalataim azt mutatják, hogy egy-egy esetben a szimulációs modell felépítése során 3-4 valószínűségi változónál többel nem kell számolni, és Hillier²⁶ megkötése, mely a pénzáram különböző hatástényezői közötti korrelációs együtthatók időbeli állandóságát javasolja, a gyakorlati tapasztalatok alapján (mivel a beruházások élettartama rövid, maximum 3-4 év) szintén elfogadható. Mindezek alapján figyelemmel a 3.2 képletben is foglaltakra egy-egy távközlési projekt esetében 15-20 becslésnél többet nem kell elvégezni, amely még kezelhető.

Az 5. fejezetben a fenti gondolatmenetet követve három kiválasztott valószínűségi változó között bemutatom a sztochasztikus kapcsolat szorosságára irányuló számítás menetét.

²⁴ dr. Andor György korábban már többször említett, a „Beruházási döntések számítógépes támogatása” című doktori (PhD) értekezésének [1] 81 oldalán említi, hogy a korrelációs mátrixnak szimmetrikusnak és mindenképp pozitív szemidefinitnek kell lennie. A szubjektív becsléssel előállított mátrix mindenképpen szimmetrikus lesz, azonban nem feltétlenül pozitív szemidefinit. A mátrixok esetében a pozitív szemidefinit definícióját Prékopa: Valószínűségelmélet, Műszaki Könyvkiadó, 1974 158 oldalán adja meg. [54] Köznapi értelemben ez azt jelenti, hogy, ha a becslés alapján kitöltött korrelációs mátrix nem pozitív szemidefinit, akkor ehhez – adott esetben, a megadott kapcsolatok lehetetlensége miatt – véletlenszám generálást nem lehet végezni. Ez egy komoly elméleti probléma, azonban a gyakorlati munkát nem zavarja. Szerencsére a kereskedelemben kapható, a Monte Carlo szimuláció futtatására alkalmas szoftverek ebben az esetben vagy hibaüzenetet adnak, és a szimuláció le sem folytatható, vagy az általunk megadott értékeket megpróbálják úgy korrigálni, hogy a korrelációs mátrix lehetetlen kapcsolatokat ne tartalmazhasson. Ha hiba üzenet kapunk, akkor a korábbi becsléseket módosítani kell. Dr. Andor egyébként a probléma megoldását a korreláló véletlenszám generálás megfelelő módszerének kiválasztásában látja, melyre javaslatot is tesz. Erről a következő alfejezetben még lesz szó.

²⁵ dr. Andor György: Beruházási döntések számítógépes támogatása doktori (PhD) értekezés Budapest, 1998. 37 oldal [1]

²⁶ Hillier: The Evaluation of Risky Interrelated Investments, North-Holland, Amsterdam, pp. 87-98., 1969 [28]

3.2.2 Korreláló véletlenszám generálás problematikája

A valószínűségi változók sztochasztikus kapcsolatának becslésével kapcsolatban felmerült problémák részletes elemzésével befejeződött a Monte Carlo szimuláció folyamata első és legfontosabb lépésének, a modellépítésnek a tárgyalása. A következő feladat ezek után a szimuláció lefuttatásához szükséges további paraméterek megadása. Ezek közül a 3.1 ábra alapján kiemelkedik a véletlenszám-generálás²⁷ kérdésköre. Ez azért fontos, mert ez határozza meg, hogy a felépített modell adataiból a mintavételezés a szimuláció során hogyan történjen. A témával kapcsolatos irodalom viszonylag szegényes, azonban van kiemelkedő külföldi és magyar publikáció²⁸ is. A gyakorlati problémát itt az jelenti, hogy a kereskedelemben kapható Monte Carlo szimuláció futtatására alkalmas szoftverek gyártói a véletlenszám generálás algoritmusát a szoftverekhez adott kezelési útmutatóban nem, vagy csak felületesen adják meg, ezért a felhasználó számára nem ismeretes a véletlenszám generálás „fekete dobozának” tartalma. A kérdés azért érdekes, mert a szimuláció végeredménye szempontjából – melyre pl. a vállalati menedzsment döntéseit alapozza – lényeges, hogy az adott szoftver miként hajtja végre az egymással sztochasztikus kapcsolatban lévő valószínűségi változók véletlenszám generálást. Az értekezés tartalmi korlátai miatt nem kívánok a problémával részletesen foglalkozni, csak jelezni szeretném, hogy dr. Andor korábban már többször említett PhD értekezésében egy külön fejezetet szentel²⁹ a téma tárgyalásának, melyben javaslatokat tesz a probléma kezelésére. Ezek gyakorlati alkalmazását azonban megnehezíti, hogy az általa javasolt módszer alapján működő szoftver nem létezik³⁰.

²⁷ Rövid magyarázat a véletlenszám generálással kapcsolatban. Ehhez: Deák I: Véletlenszám-generátorok és alkalmazásuk, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1986. [55] jegyzetében foglaltakat használok fel.

Először tisztázni kell a véletlenszám sorozat fogalmát: Legyen v valószínűségi változó egyenletes eloszlású a $[0;1]$ intervallumban (egyenletes eloszlás definíciója megtalálható a 2. fejezet 7. lábjegyzetében), az u_1, \dots, u_n pedig a $[0;1]$ intervallumban lévő számok sorozata, amelyet véletlennek nevezünk, ha: $\lim_{n \rightarrow \infty} v(n)/n = b-a$, ha n tart a végtelenbe, egyenlőség az $[a,b]$ intervallumban fennáll, ahol $v(n)$ jelenti az u_1, \dots, u_n számok közül az (a,b) intervallumba esők számát, azaz az intervallumba esés az intervallum hosszával arányos. Ekkor az u_1, \dots, u_n végtelen számsorozat l -egyenletesnek nevezzük. (26. oldal)

Meg kell jegyezni, hogy a véletlen számsorozat fogalma matematikailag pontos módon többféleképpen is definiálható. Egyenletes eloszlású számok generálására a Monte Carlo módszer akkor alkalmazható, ha a valószínűségi változók előállítása egymástól független véletlen realizációk. Ezeket többféleképpen is elő lehet állítani. Ezek közül az egyik megoldás, hogy a számokat számítógépes algoritmusok (generátorok) segítségével állítjuk elő (generáljuk) és a kapott számokat pszeudóvéletlennek nevezzük. (24. oldal)

Az, hogy ezek tényleg véletlennek tekinthetők-e statisztikai próbával, pl. χ^2 illeszkedésvizsgálattal lehet ellenőrizni. (52. oldal) Természetesen lehetőség van arra is, hogy nem egyenletes eloszlású véletlen számokat is generáljunk, ilyenkor az a feladat, hogy a $[0,1]$ intervallumban egyenletes eloszlású valószínűségi változót egy adott eloszlásúvá transzformáljuk. Erre különböző módszerek ismertek. (60-91. oldal)

Ezen túlmenően néhány nevezetes eloszlástípus véletlenszám generálására (pl. normál, béta) stb. önálló módszerek alakultak ki. (90-122. oldal)

²⁸ pl. Deák I. Véletlenszám – generátorok és alkalmazásuk, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1986 [55]

David. B. Hertz- H. Thomas: Risk analysis and Its Applications, Wiley&Sons New York, 1983 [17] valamint C. Hull: Options, Futures and other Derivative Securities Prentice – Hall New Jersey, 1993 332. oldal [34], amely egy, kettő és több valószínűségi változó standard normális eloszlásából vett véletlenszám generálási eljárását mutatja be.

²⁹ dr. Andor György: Beruházási döntések számítógépes támogatása doktori (PhD) értekezés Budapest, 1998. IV. fejezet „Függőségek kezelése a számítógépes szimulációban” 56-78. oldal [1]

³⁰ dr. Andor György: Beruházási döntések számítógépes támogatása doktori (PhD) értekezés Budapest, 1998. IV. fejezet „Függőségek kezelése a számítógépes szimulációban” 69. oldal [1]

Véleményem szerint - a gyakorló szakember szemszögéből – lényeges, hogy a szimulációs modell felépítése során nagy gondot kell fordítani a valószínűségi változók közötti sztochasztikus kapcsolatok vizsgálatára, a kapcsolatok szorosságát megadó korrelációs mátrix szakmailag korrekt kitöltésére. A kereskedelemben kapható valamennyi színvonalas szoftver ugyanis a beépített véletlenszám generálás algoritmusával tudja kezelni a korrelációs mátrix tartalmát. Ebben az esetben van esély arra, hogy a szimuláció során kapott eredményekre támaszkodva a döntéshozó – az adott gazdálkodó egység gazdasági érdekeit szem előtt tartva – jó döntést tudjon hozni.

A véletlenszám generáláshoz kapcsolódik még egy probléma, amelyről szeretnék röviden beszélni. Ez pedig a kísérletek számának megadása. Ezt azért érdemes kiemelni, mert a kísérletek számától nagy mértékben függ a kapott eredmények megbízhatósága illetve pontossága. Nyilvánvaló, hogy annál megbízhatóbb az eredmény, minél nagyobb a véletlen mintavételezés (azaz a kísérletek) száma. Jóllehet napjainkban a számítógépek memóriakapacitása rohamosan nő, azonban így sem lehet cél a sokaság (azaz az összes lehetséges kimenet) leképezése. A kapott eredmény pontosságának mérésére alkalmas mutató a szimulációval kapott eloszlás várható értékének standard hibája³¹. Az 5. fejezetben a demonstrációs példa kapcsán össze fogom hasonlítani a különböző számú kísérletekkel elvégzett szimuláció eredményeit.

A véletlenszám generálás problémakörének érintésével befejeződött a Monte Carlo szimulációs gyakorlati alkalmazásával kapcsolatban felmerült kérdések azonosítása. Úgy érzem a modellépítéssel kapcsolatban feltett kérdésekre megnyugtató választ sikerült adni. Ezzel lehetővé válik a Monte Carlo szimulációnak a beruházás pénzáramára ható bizonytalanságok számszerűsítésre irányuló alkalmazása.

A szakirodalom azonban a Monte Carlo szimuláció bemutatásakor a módszer – a modellépítés fáradságos és sokszor nehéz feladatán túl – lényeges hátrányának tekinti, hogy a szimuláció sem ad megoldást a diszkontált cash-flow módszerrel szemben támasztott kritikákra, nevezetesen a bizonytalanságok hatásainak számszerűsítésére a beruházások környezetében rejlő lehetőségek dinamikus kezelésével³². A Monte Carlo szimuláció alkalmazásának legnagyobb előnye – ahogy azt már korábban is jeleztem –

³¹ Ha M az egymástól független kísérletek száma és σ a szimulációval kapott függő változó standard szórása, akkor ezen változó várható értékének standard hibája az $\frac{\sigma}{\sqrt{M}}$ összefüggéssel határozható meg. C. Hull: Options, Futures and other Derivative Securities Prentice – Hall New Jersey, 1993 333. oldal [34]

³²Farkas Ádám: Opciók árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben. Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 27-28. oldal [8]

hogy segít a projekt értékét alapvetően meghatározó tényezők pontosabb azonosításában és megértésében, de nem haladja meg a DCF módszer által kijelölt statikus kereteket. Ezért a következő fejezetben a beruházási döntések dinamikus kezelését lehetővé tevő egyik módszert, a reálopciót mutatom be, rámutatva azonban arra is, hogy a szimulációval kapott eredményeket miképp lehet a reálopció alkalmazása során felhasználni.

4. Beruházási döntések dinamikus környezetben

4.1 A diszkontált cash-flow elemzés és a Monte Carlo szimuláció alkalmazásának korlátai a reáleszközök értékelésében

Az eddigiek folyamán csak érintőlegesen beszéltem a gyakorlatban leginkább elterjedt ún. diszkontált cash-flow (vagy röviden DCF) módszerről, és említettem a vele kapcsolatban felmerült kritikákat. Anélkül, hogy részletesen elemzésre kerülne a módszer, szeretném röviden bemutatni a DCF módszer¹ alapelveit, majd rendszerbe foglalni a használatával kapcsolatban megfogalmazott kritikákat. Ezt az is indokolja, hogy az 5. fejezetben bemutatott mintapéldában a beruházások megvalósítása során keletkező pénzáramot először e módszerrel határozom meg.

A diszkontált cash-flow módszer lényegét nagyon röviden úgy lehet összefoglalni, hogy úgy tekintsünk mindenegyres beruházási projektet, mintha teljes egészében saját eszközökből finanszírozott mini-vállalat lenne, és vizsgáljuk meg, hogy a projekt jövőben várható pénzáramlása kedvezőbb-e, mint egy hasonló kockázatú nyilvános társaság értékpapírjának megvásárolása. Ez más szavakkal azt jelenti, hogy a projektek jelenértékét olyan befektetők számára értelmezzük, akik képesek tőkéhez jutni a tőkepiacon. A DCF módszer alapján a nettó jelenérték meghatározásának közismert képletét itt nem részletezve² inkább a vállalati alkalmazás során megjelenő problémákra szeretnék koncentrálni, hiszen jelen értekezés is az ezekre adandó válaszokkal foglalkozik. A problémák tehát a következők³:

- megfelelő diszkontráta, vagyis a projekt kockázatát tükröző tőke alternatívaköltség becslése,
- a projektek megvalósításából származó várható pénzáramlások előrejelzése,
- a projektek megvalósításából származó, de más projektek pénzáramlásában megjelenő pótlólagos pénzáramlások előrejelzése,

¹ A beruházásokat a közgazdaságtan úgy definiálja, hogy az a reáleszközök piacán a reáleszközök megvásárlásával és azok működtetésével történik. A beruházás értékelési modellek – feltételezve, hogy a tulajdonosok a fogyasztás szubjektív hasznosságának maximalizálására törekednek – a beruházási lehetőségeket mindaddig elfogadják, amíg azok marginális hozama meghaladja a tőkepiacon elérhető hozamot, vagyis amíg a beruházások nettó jelenértéke pozitív. Ezek a modellek akkor váltak teljessé, amikor a hasznossági elmélet kiterjedt az egyének és vállalatok magatartásának leírására bizonytalanságok esetére is.

Ennek összefoglalását lásd pl. T. E. Copeland – J. F. Weston: *Financial Theory and Corporate Policy* 3 rd Edition J. Wiley&Sons Inc. New York 1992. [30]

² A nettó jelenérték a jövőbeli pénz jelenértékének és a jelenbeli pénznek az összege. Ez képlettel kifejezve: $NPV = C_0 + C_1/(1+r)$, ahol r jövőbeli pénzáramlás diszkontálásra alkalmas ráta, azaz a tőke alternatívaköltsége. Ha C_0 negatív, akkor a jelenbeli pénzáramlás befektetést, azaz kiadást jelent. Brealey- Myers: *Modern vállalati pénzügyek* Budapest, 1993. I. kötet 23 oldal [7] A nettó jelenérték képletét diszkrét és folytonos pénzáramlás esetére lásd pl. Farkas Ádám: *Opciók árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben* doktori értekezésében Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 11. oldal [8]

³ Lásd. pl. S.C Myers: *Financial Theory and Financial Strategy*: Interface 14 (January-February, 1984) [31]

- a projektek megvalósításából származó, annak következményeként adódó tőke költségvetési lehetőségek értékelése, vagyis az egymáshoz kapcsolódó projektek idősorának elemzése.

A bevezetőben már jeleztem, hogy a tőke alternatívaköltsége meghatározásának problémájával a jelen értekezés nem foglalkozik. A projektek megvalósításából származó várható pénzáramlások előrejelzése során a Monte Carlo szimulációt alkalmazom a bizonytalanságok hatásainak számszerűsítésre. E negyedik fejezet pedig az egymáshoz kapcsolódó projektek idősorának elemzésére koncentrál, azt vizsgálva, hogy hogyan tudja a menedzsment a beruházások környezetében rejlő dinamikus optimalizációs lehetőségeket megragadni.

A hagyományos DCF módszer és a Monte Carlo szimuláció használata ugyanis nem minden esetben vezet el az optimális beruházási döntéshez, mivel a statikus beruházás értékelési modellek általában alulértékelik a beruházási projekteket, mert nem veszik figyelembe a menedzsment jövőbeli döntési lehetőségeit. A DCF és a Monte Carlo szimuláció tehát csak olyan típusú pénzügyi és reáleszközök értékelésre alkalmas, amelyeknél feltételezzük, hogy az értékelés pillanatában az eszközök bizonyosan a befektető vagy beruházó birtokába kerülnek, és amelyek az értékelés pillanatától kezdve olyan pénzáramlást generálnak, amelynek kockázata csak az eszköz piaci kockázatát tükrözik (és ezért általában stabilnak tekinthető), s amelynek értéke nem függ semmilyen későbbi beruházási döntéstől⁴.

A szakirodalom alapján a beruházási döntések dinamikus jellegét két alapvető matematikai és értékelési módszerrel lehet megragadni, a dinamikus programozással és a feltételes követelések értékelésével. A dinamikus programozás gyakorlati alkalmazását, a döntési fák elemzést több kiváló mű is részletesen tárgyalja⁵.

A dinamikus programozás lényege, hogy a döntési helyzetet két részre bontja: a jelen pillanatban esedékes döntésre és jelen döntés következményeként előálló összes jövőbeni lehetséges döntés értékét tartalmazó értékelési függvényre. Ha a beruházási terv időhorizontja véges, akkor az utolsó döntési pillanatban egy statikus optimalizációs problémával állunk szemben, ami a hagyományos DCF módszerrel megoldható. Ennek a döntésnek az eredménye adja az ezt megelőző döntéshez az értékelési függvényt. Ekkor a

⁴ Farkas Ádám: Opciós árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 19. oldal [8]

⁵ pl. Bácskai – Huszti – Meszéna – Mikó – Szép: A gazdasági kockázat és mérésének módszerei Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1976 152-162 oldal [3]

megelőző döntéshez is minden szükséges paraméter rendelkezésre áll. Ezt az rekurzív eljárást folytatva jutunk el a jelen döntési pillanathoz.

A döntési fák elemzés elvben megteremti a beruházási döntések dinamikus optimalizációját, de hátránya, hogy nagyon gyorsan összetetté válik és megkívánja az elemzőtől az egyes események bekövetkezési valószínűségének és a kockázat díját is tartalmazó diszkontrátának az exogén módon történő becslését. Ezért nehezen használható a módszer olyan projektekre, amelyek sztochasztikusan változó eszközökre vonatkozó döntési opciót tartalmaznak, mert a módszer ilyen opciók értékelésére nem alkalmas⁶. Ugyanakkor a következő pontban ismertetésre kerülő feltételes követelések értékelése során alkalmazható az ún. binomiális módszer, amely nem más mint egy döntési fa megoldási folyamata, a módszer részletes bemutatására és a döntési fa és a binomiális módszer közötti elvi különbség bemutatására a 4.5 alfejezetben kerül sor.

4.2 A feltételes követelések értékelésének elve

A feltételes követelések értékelésének elve⁷ azon alapul, hogy a pénzügyi piacokon a pénzügyi eszközök nagy választéka forog, és nincs lehetőség kockázatmentes arbitrázsra. Emellett az értékelés feltételezi, hogy a befektetőknek lehetősége van kockázatmentes befektetésre, hitelfelvételre, és nincsenek tranzakciós költségek illetve adók. Az elv alkalmazáshoz először meg kell határozni azon kockázatos eszközök árának időbeli alakulását, amelyre nézve feltételes követelés áll fenn. Ennek leírására a közgazdaságtan különböző eszközöket ajánl. Először azonban meg kell fogalmazni, hogy mit értünk sztochasztikus folyamat alatt. Lényegét tekintve ez azt jelenti, hogy ha egy változó értékének időbeli alakulása az időben bizonytalan, akkor az sztochasztikus folyamatot követ⁸. A változó mind időben, mind értékben történő megváltozása lehet diszkrét, vagy

⁶ Farkas Ádám: Opciós árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 19. oldal [8] Ezt a kijelentést a 4.5 fejezetben fogom alátámasztani.

Az opció jogot jelent valamilyen előny realizálására. Az opció fogalma először a pénzügyi eszközök piacán, részvény árfolyam értékelése során jelent meg. Itt megkülönböztethető vételi opció, amely olyan jog, amely lehetővé teszi tulajdonosa számára, hogy valamely részvényt egy meghatározott árfolyamon megvásároljon. Bizonyos esetekben a joggal csak egy meghatározott napon lehet élni, ezeket az opciókat hagyományosan európai típusú opcióknak nevezzük; más esetben az opciót egy adott napon, illetve azt megelőzően bármikor le lehet hívni, mely opciók amerikai típusú opciók néven ismertek. Az opciók másik alaptípusa az ún. eladási opció, amely egy előre meghatározott árfolyamon eladási jogot testesít meg. Léteznek összetett opciók is, amelyek a vételi és eladási opciók valamilyen kombinációját jelentik. Ugyanezek a jogok a reáleszközök piacán is értelmezhetők. Például beruházások esetében az opció jelentheti további berendezések későbbi időpontban történő megvásárlásának lehetőségét. Megkülönböztetve a pénzügyi piacra jellemző opciótól, ez utóbbit reálopciónak nevezzük. A pénzügyi eszközök és a reáleszközök közötti opciós analógiák definiálása teremtette meg a később részletesen ismertetésre kerülő reálopció értékelésre kifejlesztett módszereket. A pénzügyi opciók értékelésének alapelveit részletesen leírása megtalálható pl. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek II. kötet, Budapest, 1993. 73-97 oldal [7].

⁷ A feltételes követelésekre értékelésének elvét Farkas Ádám: "Opciós árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben" című Doktori Értekezés alapján fogom bemutatni. Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 36-74. oldal [8]

⁸ Lásd pl.. D.R.Cox-H.D. Miller: The Theory of Stochastic Processes, Chapman&Hall, London, 1965 [32]

folytonos, attól függően, hogy a vizsgált változó csak meghatározott értéket, vagy bármely értéket felvehet az értéktartományban.

A következőkben rövid áttekintést szeretnék adni arról, hogy a pénzügyi piacokon – elsősorban a részvényt piacok statisztikai elemzése alapján – a pénzügyi eszközök milyen jól körülhatárolható, speciális sztochasztikus folyamatot követnek, hiszen ha sikerül a megfelelő analógiát megtalálni, akkor ez képezi az alapját a beruházások dinamikus döntési lehetőségét megteremtő reálopció alkalmazásának, amelyről e fejezet második részében szeretnék részletesen beszélni.

4.2.1 Pénzügyi eszközök időbeli alakulását leíró sztochasztikus modellek

A sztochasztikus folyamatok közül **Markov folyamatoknak** nevezzük azokat, amelyekre igaz, hogy a változónak a jelenlegi értéke elégséges a változó jövőbeli értéke alakulásának meghatározásához, azaz az a folyamat amely mentén a változó a jelenlegi értékét elérte, közömbös a változó jövőbeli alakulását illetően. Diszkrét folyamatokra feltételes valószínűségekkel leírva ezt egy z változóra:

$$\text{prob}(z_{n+1} = k | z_0 = h, \dots, z_n = j) = \text{prob}(z_{n+1} = k | z_n = j) \quad (4.1)$$

A fenti kifejezés azt jelenti, hogy annak a valószínűsége, hogy z változó az $n+1$ -ik időpontban a k értéket veszi fel ugyanakkora, ha tudjuk, hogy a $0, 1, \dots, n$ -ik időpontban milyen értéket vett fel.

A **Wiener folyamat** egy speciális Markov folyamat, amelyre diszkrét esetben igaz, hogy:

- egy kicsiny Δt időintervallumban a z változó megváltozásának nagysága (Δz) arányos az eltelt időintervallum négyzetgyökével és egy standard normális eloszlásból vett véletlenszerűen kiválasztott elemmel, azaz

$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad (4.2)$$

- az egymást követő Δz értékek függetlenek egymástól.

Ha egy Markov folyamatra igaz ez utóbbi tulajdonság, valamint az, hogy az egymást követő, de egymástól független Δz változásokat leíró valószínűség eloszlások megegyeznek, akkor az ún. véletlen bolyongásról beszélünk⁹. A fentiek alapján bizonyítható, hogy egy Wiener folyamatot leíró változó megváltozásának nagysága normális eloszlású, amelynek várható értéke nulla, varianciája T^{10} .

⁹ Malkiel: Bolyongás a Wall Streeten-en NBK, Budapest, 1993. [33]

¹⁰J.C. Hull: Options, Futures and other Derivative Securities Prentice – Hall New Jersey, 1993 193 oldal [34] A könyv részletesen leírja a pénzügyi eszközök időbeli alakulását jellemző sztochasztikus modellek jellemzőit, a modelleket alkotó folyamatot leíró egyenleteket.

Az előzőekben leírt Wiener folyamat tovább általánosítható, ha megengedjük, hogy a z változó értéke bármilyen valós szám legyen, illetve varianciáját is tetszőlegesen megválaszthatjuk. Ezt a szakirodalom **általános Wiener folyamatnak** nevezi.

Egy ilyen folyamatra diszkrét esetben az alábbi összefüggés érvényes:

$$\Delta S = a\Delta t + b\Delta z \quad (4.3)$$

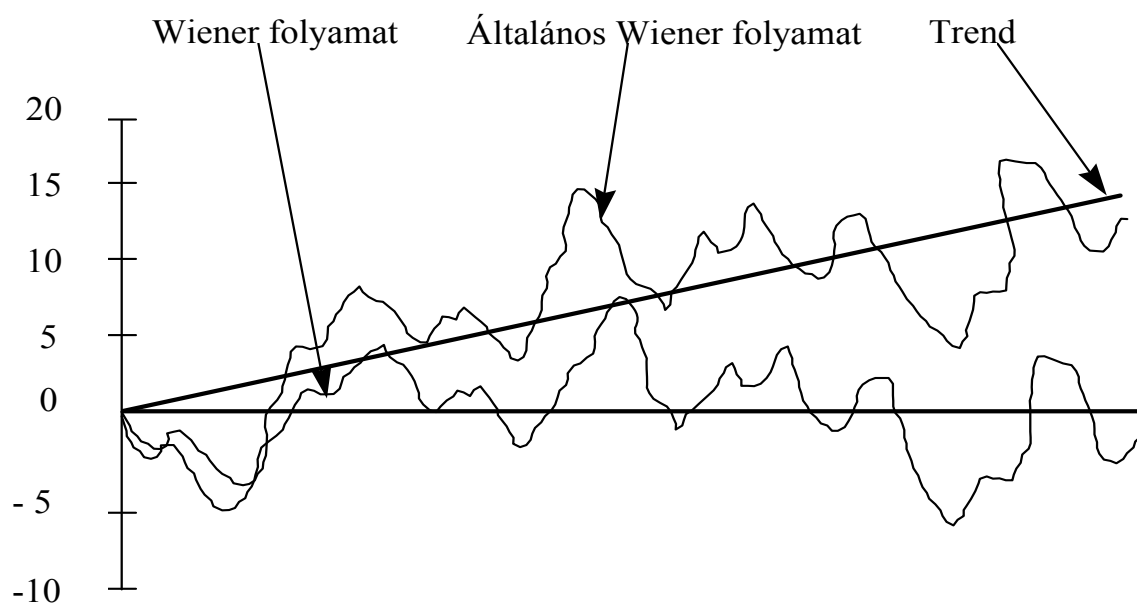
ahol a és b konstans valós számok. Ugyanez folytonos folyamatra is felírva a

$$dS = adt + bdz \quad (4.4)$$

összefüggést kapjuk.

Ezzel tehát egy olyan folyamathoz jutottunk, amely egyrészt egy trendtagból (adt), másrészt egy sztochasztikusan változó tagból (z -ből) áll, amely egy Wiener folyamat b szerese.

A Wiener és az általános Wiener folyamatot leíró változó időbeni alakulását mutatja be a 4.1 ábra.



4.1. ábra Egy Wiener folyamatot leíró és egy általános Wiener folyamatot leíró változó időbeli alakulása¹¹

Az általános Wiener folyamat még mindig nem alkalmas arra, hogy a pénzügyi eszközök időbeli változását leírja, hiszen a 4.3 illetve a 4.4 képletekből látható, hogy a trendtag és a sztochasztikus tag megváltozása is független a változó jelenlegi értékétől. Ez részvények esetében például azt jelentené, hogy egy adott T intervallumban a várható hozam csak az

¹¹ Forrás: Farkas Ádám: Opciós árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 45. oldal [8]

intervallum hosszával arányos és független a részvény vásárlás összegétől. A gyakorlatban azonban a befektetők hozamvárakozása a befektetett összeg százalékában mérhető, ezért a trendtagnak mindenképpen arányosnak kell lennie a változó jelenlegi értékével. Ugyanakkor a szakirodalomból tudjuk – magam is utaltam erre az értekezés bevezetőjében - hogy a befektetés hozamának bizonytalanságát a hozam szórásával mérjük. Ez természetesen csak úgy érhető el, ha a sztochasztikus tag együttthatója szintén arányos a változó jelenlegi értékével. Az általános Wiener folyamatok további általánosításával tehát el lehet jutni egy olyan folyamathoz, amely a fenti két felvetést kezelni tudja. Ezt a szakirodalom **Ito folyamatként** tartja számon, amelyet az alábbi általános egyenlet ír le:

$$dS = a(S,t)dt + b(S,t)dz \quad (4.5)$$

Az egyenletből látható, hogy az Ito folyamatok trendtagja és sztochasztikus tagja is függvénye a változó kezdeti értékének.

A részvénypiacok statisztikai elemzése kimutatta, hogy hatékony piacon az osztalékot nem fizető részvények időbeli megváltozása (ahol a hozam teljes egészében a részvény árfolyamának változásából adódik) egy speciális Ito folyamatot ír le. Ennek az a lényege, hogy sem a trendtag, sem a megváltozás bizonytalanságát leíró sztochasztikus tag együttthatója nem függvénye az időnek. Ha a trendtag megegyezik a jelenlegi árfolyam egy meghatározott százalékával, és ha a sztochasztikus tagról pedig feltételezhető, hogy egy adott intervallumon belül állandó, akkor az ilyen részvények árfolyamának időbeli alakulását egy dt véges időtartamra az alábbi Ito folyamat írja le:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (4.6)$$

ahol $\mu S dt$ a részvény árfolyamváltozásának (hozamának) várható értéke a dt véges időintervallumban, melyben a μ a jelenlegi árfolyam egy meghatározott százaléka, azaz a részvénytől elvárt százalékos hozamot jelenti

$\sigma S dz$ a részvény árfolyamváltozásának (hozamának) bizonytalansága a dt véges időintervallumban

Ezt az Ito folyamatot **Geometrikus Brown mozgásnak**¹² nevezzük. A Wiener folyamatnál elmondottak alapján a 4.6 egyenletben a részvény árfolyamának megváltozása (DS/S) egy normális eloszlású valószínűségi változó, amelynek várható értéke μDt , szórása pedig $\sigma \sqrt{Dt}$.

¹² C. Hull: Options, Futures and other Derivative Securities Prentice – Hall New Jersey, 1993 198. oldal [34]

Ez utóbbi tagban a σ értéket a részvényárfolyam volatilitásának nevezzük. Meghatározásának módjával a következő alfejezet foglalkozik.

A teljesség kedvéért szeretném még megjegyezni, hogy a 4.6 egyenletnek létezik a diszkrét változást leíró párja is, ezt a. binomiális fák módszerénél a 4.5 alfejezetben ismertetem. A sztochasztikus folyamatok modellezésére más Ito folyamatokat (pl. **Ornstein –Uhlenbeck, folyamatok, véletlenszerű impulzusokat generáló folyamatok, összetett sztochasztikus folyamatok** stb.) is ismer az irodalom. Mivel az értekezésemben ezekkel a folyamatokkal nem foglalkozom, ezek ismertetésétől eltekintek¹³.

Az irodalmi áttekintés eredménye alapján tehát az a feladat, hogy keresni kell olyan tényezőt, melynek időbeli alakulására vonatkozóan feltételes a menedzsment jövőbeli döntésének iránya, és megnyugtatóan igazolni kell, hogy az megfelel-e a fenti kritériumoknak. Az elsőként bizonyítani szükséges, hogy a kapott eredmény általános Wiener folyamat (az időben egymást követő értékek egymástól függetlenek, a változó értékének időintervallumonkénti megváltozása normális eloszlású), majd azt is meg kell vizsgálni, hogy az így bizonyított általános Wiener folyamat tovább általánosítható-e, azaz a tényezőnek az időbeli megváltozása Ito folyamatként definiálható-e. A fenti vizsgálatok elvégzésre az 5. fejezetben a mintafeladat kapcsán kerül sor.

4.3 A sztochasztikus folyamatot leíró eszköz volatilitásának meghatározása

Az előző fejezetben részletesen tárgyaltam a közgazdaságtanból ismeretes modelleket a sztochasztikus folyamatok modellezésére. A fejezet eredménye volt a pénzügyi eszközök, ezen belül a részvények árfolyam alakulását leíró Geometrikus Brown mozgás modelljének definiálása. A 4.6 egyenlet első tagjában a μ paraméter, azaz a kiválasztott eszköztől elvárt százalékos hozam nagysága, a bevezetőben már említett portfólió elméletnek megfelelően csak a nem diverzifikálható, piaci kockázattól függ. A gyakorlatban problémát okozhat a μ paraméter értékének meghatározása. Ezt százalékos értékben szokták megadni. Szerencsére a későbbiek folyamán azonban azt is látni fogjuk, hogy a fenti folyamattal jellemzett eszközökre vonatkozó feltételes követelések értékelésben ez trendtag nem fog szerepet játszani, ezért a meghatározás módjával a továbbiakban nem foglalkozom.

A figyelmet tehát a 4.6 egyenlet sztochasztikus tagjában szereplő volatilitás (σ) értékének meghatározásának kell szentelni. A következőkben először röviden bemutatom az irodalom alapján a volatilitás értékének kiszámítását (annak időbeli állandóságát

¹³ Farkas Ádám korábban már említett Doktori Értekezésében ezek leírása részletesen megtalálható. 54-60 oldal. [8].

feltételezve¹⁴), majd az ismertett módszer kiterjesztem arra az esetre, amikor a volatilitás maga is sztochasztikus változó, és javaslatot teszek ilyen esetben a volatilitás meghatározására Monte Carlo szimulációval.

Ezek után röviden tekintünk át a volatilitás meghatározásának lépéseit¹⁵.

Tegyük fel, hogy rendszeres időközönként megfigyelünk egy, a megfigyelés ideje alatt osztalékot nem fizető részvény záróárfolyamának alakulását. A megfigyelés során a következő adatokat regisztráljuk:

$n+1$: a megfigyelések száma

S_i : a részvények árfolyamának alakulása az i -ik periódus végén ($i=0,1,\dots,n$)

Δt : a megfigyelés közötti időintervallum hossza években.

Ekkor a volatilitást a következő módon lehet meghatározni:

1. Számítsuk ki az egyes időszakok folytonos kamatozással számított, de nem annualizált hozamait .

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \quad \text{ahol } i=1,2, \dots, n \quad (4.7)$$

2. Számítsuk ki az így kapott hozamok szórását

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n u_i\right)^2} \quad (4.8)$$

3. Annualizáljuk a kapott eredményt

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\Delta t}} \quad (4.9)$$

A fenti lépéseket a következők szerint javaslom végrehajtani:

- A 4.7 fejezetben ismertetésre kerülő pénzügyi és reálopciók közötti analógia¹⁶ alapján definiálni kell azt a mögöttes eszközt (S), amely értékének alakulására nézve a követelés feltételes. Ez a beruházások esetében a projekt jövőbeli pénzáramának

¹⁴Az időbeli állandóságról meg kell jegyezni, hogy az a pénzügyi piacok számos eszközére vonatkozóan vitatott a szakemberek körében.

¹⁵A következőkben ismertetett eljárást részletesen tartalmazza C. Hull: Options, Futures and other Derivative Securities Prentice – Hall New Jersey, 1993 214-217. oldal [34], valamint Farkas Ádám: Opciók árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 49 - 50. oldal [8]

¹⁶Timothy A. Luehrmann: Investment Opportunities as Real Option: Getting Started on the Numbers Harvard Business Review pp. 51-67 (July –August 1998) [35]

A cikk részletesen bemutatja hogyan lehet megteremteni az analógiát a pénzügyi opciók és a reálopciók között, melyről később bőven lesz szó. Itt szeretnék visszatérni a bevezetőben említett hatékony piac problematikájára. A reálopciók alkalmazásának ugyanis az szab gátat, hogy a reáleszközök piaca egyáltalán nem elégíti a hatékony piac fogalmát. Ugyanis pl. – különösen a távközlés területén – a távközlési berendezéseknek nem létezik másodlagos, aktív és likvid piaca. Ez problémát okoz a reálopciók értékelésében. Azért választottam Luehrmann fenn említett cikkét, mert ebben a feltételes követelések értékelésére alkalmas eszközként a beruházás jövőbeli pénzáramlásának jelenértékét javasolja, amely megfelelő kiindulási alapot adott javaslatom elkészítésére olyan környezetre is, ahol klasszikus értelemben az opciók értékelés nem is lenne alkalmazható. Lásd még 17. és 18. lábjegyzet is.

jelenértéke.

A projekt pénzáramának meghatározásához a szakirodalom alapján¹⁷ meg kell találni azt a sztochasztikusan jól modellezhető tényezőt, amelytől a projekt jövőbeli pénzáramlásának nagysága függ, azaz korreláltságuk egyhez közeli. Mivel a távközlésben (melyből a mintapéldát merítettem) nem található olyan tényező, amelynek időbeli alakulására nézve hosszú távú (több évtizedes), nyilvános és könnyen hozzáférhető adatok állnának rendelkezésre, továbbá a távközlési reáleszközöknek nincs aktív és likvid másodlagos piaca ezért megfontolásra érdemesnek tartom, hogy a feltételes követelés értékelésére használjuk a beruházási projekt – a 3.fejezetben leírtak szerint - Monte Carlo szimulációval előállított jövőbeli pénzáramának jelenértékét¹⁸.

- Ha sikerül bizonyítani, hogy a szimulációval előállított pénzáram időbeli (időintervallumonkénti) megváltozása, megfelel az Ito folyamat követelményeinek, akkor a volatilitás meghatározása ebből, és nem megfigyelt adatsorból történik.
- Mivel a felhasznált adatsor maga is a szimuláció eredménye, így a különböző S értékeket nem determinisztikus értéként hanem az előző szimulációból kapott eloszlás adatait behelyettesítve (várható érték, szórás, terjedelem) definiáljuk.
- A fenti adatsort felhasználva a volatilitás meghatározása egy újabb Monte Carlo szimulációs modellt építünk fel.
- Ezen szimuláció eredményeként rendelkezésre áll a beruházás várható pénzáramának **mint idősornak** a szórására (s), és az annualizált szórásra, azaz a volatilitásra (σ) vonatkozó eloszlása.
- Ez utóbbi majd felhasználható lesz a következő fejezetben ismertetésre kerülő reálopció értékének meghatározása során.

Milyen előnyöket jelent a volatilitásnak a fenti módon történő meghatározása?

¹⁷ Pl. Farkas Ádám: Opciók árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 76,79,83. oldal [8] Erre azért van szükség, mert a reáleszközöknek általában nincs aktív és viszonylag likvid másodlagos piaca, így pl. a kiszállási opciók értékelésénél különösen fontos annak a sztochasztikusan jól modellezhető tényezőnek a meghatározása, amelynek időbeli alakulásától egyértelműen függ a beruházott eszköz piaci értéke. Ha ilyen tényezőt nem sikerül azonosítani, akkor a szakértői becslések alkalmazása itt is áthidaló megoldás lehet az elvi problémának a gyakorlatban történő megoldásához. Erre támaszkodik a volatilitás meghatározásra vonatkozó javaslatom is.

¹⁸ Ezzel a javaslattal továbbviszem a 3. fejezetben már többször említett szemléletmódot, amikor adatok hiányában a szakértői becslésekre támaszkodom. Ez a konkrét esetben azt jelenti, hogy a javasolt megoldással olyan iparágakban is lehetővé válik – igaz korlátozott felhasználhatósággal - a beruházási projektek dinamikus környezetében rejlő lehetőségek reálopcióval történő értékelése, ahol nem lehet egyértelműen azonosítani olyan tényezőt (mint például az olajár, fémárak, ásványi anyagok árai, stb.), melynek időbeli alakulására vonatkozóan feltételes a menedzsment jövőbeli döntésének iránya, és amelyre nézve több évtizedre visszanyúló, nyilvános adatok állnának rendelkezésre annak megnyugtató igazolására, hogy az adott tényező időbeli alakulása Ito folyamatot követ. Szeretném még megjegyezni, hogy a jövőbeli pénzáramlás a működési pénzáram mellett tartalmazza a végső pénzáramot is, azonban az 5. fejezetben bemutatott mintapéldában feltételezem, hogy ennek értéke zérus.

- Javaslatom alapján – az előző szimuláció eredményeinek továbbvitelével – a projekt pénzárama mint idősor volatilitása tartalmazni fogja az előzőleg már számszerűsített bizonytalanságokat. Hiszen a szimuláció eredménye a volatilitásra nézve egy eloszlás lesz, amely tartalmazza a rá jellemző statisztikai értékeket. Ha – gyakorlati alkalmazhatóság szempontját szem előtt tartva - elfogadható az az információveszteség, hogy az így kapott eloszlás adataiból a továbbiakban csak a várható értéket (mint időben állandó értéket) használjuk az opció értékének meghatározása során. akkor lehetővé válik olyan opciós feladat megoldása is, ahol a volatilitás időben nem állandó.
- Ahogy azt már korábban is említettem, a volatilitást értékét e módszer segítségével akkor is nagy pontossággal tudjuk megkapni, ha nem tudunk megfigyelést végezni, mert nem áll rendelkezésünkre adat. Luehrman ¹⁹ az ilyen esetekben például azt ajánlja, hogy vegyük alapul a tőzsdeindex alakulását az elmúlt 10 évben, és számoljuk ki ebből az idősor volatilitását, és amennyiben megvalósítandó beruházás kockázatát hasonlóan értékeljük a tőzsdeindex alakulásának kockázatával, akkor az így kiszámított értéket alapul véve tegyünk becslést a volatilitás értékére. Ez így ugyan járhatónak tűnik, de kérdés, hogy tudjuk-e megnyugtatóan igazolni, hogy tőzsdeindex, vagy egy másik alkalmas pénzügyi eszköz időbeli alakulásának kockázata megegyezik a megvalósítandó beruházás kockázatával. Az általam javasolt eljárással viszont nem kell keresni ilyen analógiát, hanem az adott beruházás adataiból határozható meg a volatilitás értéke. A korrektség kedvéért még meg kell jegyezni, hogy a Luehrman korábban már többször hivatkozott cikke is javasolja a Monte Carlo szimulációt a volatilitás meghatározásra, mint egy lehetséges eljárási módot. Ez azonban ötlet szintjén marad, az eljárás részletes ismertetését az említett cikk nem tartalmazza.

4.4 Az opció értékének meghatározása – Black-Scholes differenciálegyenlet

Az eddigiek során azzal foglalkoztam, hogy a szakirodalom milyen modelleket azonosított a sztochasztikus folyamatok modellezésére, valamint bemutattam, hogy hogyan lehet, egy az opció értékelésre alkalmas eszköz volatilitást meghatározni. A következőkben ismét egy rövid irodalmi áttekintés következik arról, hogyan lehet számszerűsíteni a menedzsment optimalizációs lehetőségét kifejező opció értékét.

¹⁹ A volatilitás meghatározására tett javaslatait Luehrman az előző lábjegyzetben ismertetett cikke tartalmazza. [35]

A 4.2 fejezet írtam le az Ito folyamatra jellemző összefüggést, ezt most a jobb áttekinthetőség kedvéért újra megteszem.

$$dS = a(S,t)dt + b(S,t)dz \quad (4.5)$$

Tételezzük fel, hogy van egy olyan követelésünk, amelynek értéke a 4.5 egyenletben szereplő S időbeni értékének változásától függ. Ez utóbbi követelés értékét jelöljük G (S,t)-vel. Az opció értékének meghatározásakor ugyanis az a kérdés fogalmazódik meg, hogyan tudjuk értékelni az ilyen követelést, azaz mit tudunk mondani G (S,t)-ről. Ez a reáleszközök területén például úgy fogalmazható meg, hogy hogyan tudjuk a menedzsmentnek azt a lehetőségét (opcióját) megragadni, hogy az S értékének függvényében egy bővítő beruházást elindítson.

A feltett kérdésre a választ Ito adta meg, amikor bebizonyította, hogy ha S időben Ito folyamatot követ, akkor minden olyan G-re, amelynek értéke az S-től és az időtől függ, igaz, hogy az is Ito folyamatot követ²⁰. Ezt a szakirodalom **Ito tételének** nevezi.

Ito tételét használta fel Black és Scholes, amikor a részvények vonatkozó feltételes követelés értékelését kívánták meghatározni.²¹ A gondolatuk lényege az volt, hogy amennyiben lehetőség van a részvényekből és a rájuk vonatkozó származékos termékekből egy kockázatmentes portfóliót létrehozni, akkor a portfólió várható hozama megegyezik a kockázatmentes kamatlábal. Erre pedig az teremt lehetőséget, hogy Ito tétele alapján a részvény árfolyamváltozásában és a rá vonatkozó feltételes követelés értékváltozását leíró folyamatokban szereplő sztochasztikus tag (dz) megegyezik, tehát megfelelő arányok megválasztásával a portfólió kockázatmentessé tehető. A levezetés részleteinek mellőzésével²² az osztalékot nem fizető részvények árfolyamára (S) vonatkozó feltételes követelés (G) értékének változását leíró Black-Scholes differenciálegyenlet a következő alakban írható fel:

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial S} rS + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 = rG \quad (4.10)$$

Az egyenletből látható, hogy a portfólió időbeli megváltozása nem tartalmazza Δz -t, tehát egy meghatározott Δt időintervallumban kockázatmentes. Ez pedig azt jelenti, hogy a portfólió hozamának a Δt intervallumban meg kell egyeznie a kockázatmentes hozammal. Ellenkező esetben arbitrázsra nyílna lehetőség. Ha a portfólió hozama magasabb lenne,

²⁰ K. Ito: On Stochastic Differential Equations Memoirs, American Mathematical Society, no. 4. 1951. [36]

²¹ F. Black – M. Scholes: The Pricing of Options and Corporate Liabilities Journal of Political Economy (May-June 1973)

²² A levezetés pl. megtalálható : C. Hull: Options, Futures and other Derivative Securities Prentice – Hall New Jersey, 1993 208-209. oldal [34] valamint Farkas Ádám: Opciós árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 49 - 50. oldal [8]

mint a kockázatmentes hozam, akkor a befektetők kockázatmentes kamat mellett hitelt vennének fel, és megvonnák a portfoliót, ellenkező esetben kockázatmentes befektetéseket finanszíroznának a portfolió eladásával. Az egymással versengő befektetők arbitrázs tevékenysége tehát helyreállítaná a portfolió értékét, amely mellett a portfolió hozama megfelel a kockázatmentes hozamnak. Továbbá az is kiolvasható, hogy a feltételes követelés (G) értéke csak a részvény (S) jelenlegi árfolyamától, az időtől (T), a részvény árfolyamának volatilitásától (σ), és a kockázatmentes kamatlábtól (r) függ.

A differenciálegyenlet megoldásához először meg kell fogalmazni a peremfeltételeket. Ha tekintjük az egyik legegyszerűbb feltételes követelést, az osztalékot nem fizető részvényre vonatkozó vételi opciót, akkor a vételi opció értékét leíró $G(S,t)$ függvényre az opció lejáratakor ($t=T$) az alábbi peremfeltétel fogalmazható meg:

$$G(S,t) = c = \max\{S - EX, 0\} \quad (4.11)$$

ahol: c a vételi opció értéke, EX pedig a vételi opció kötési árfolyama.

Ennek az egyenletnek az egyetlen megoldása c -re a következő²³:

$$c = S * N(d_1) - EX * e^{-r(T-t)} * N(d_2) \quad (4.12)$$

ahol $N(\cdot)$ egy kumulatív normális eloszlásfüggvény, és

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{EX}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (4.13)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \quad (4.14)$$

A Black-Scholes differenciálegyenletet megoldására sikerült analitikus megoldást találni európai eladási ill. osztalékot fizető opciók²⁴ értékelésére is. Mivel a Black-Scholes differenciálegyenlet csak olyan eszközök esetekben alkalmazható, amelyeket a befektetők pénzügyi hozam elérése céljából tartanak, később kifejlesztésre került az általános piaci

²³ A megoldást lásd. pl. F. Black – M. Scholes: The Pricing of Options and Corporate Liabilities Journal of Political Economy (May-June 1973) [37]

²⁴ A különböző opciók fogalmi meghatározását e fejezet a 6. lábjegyzete tartalmazza. Az opciók értékelése során azonban azt is figyelembe kell venni, hogy a feltételes követelés értékelés alapjául szolgáló eszköz (pl. részvény) fizet osztalékot vagy nem.. A részvények értékének egy részét azoknak az osztalékoknak a jelenértéke adja, amelyekre az opció tulajdonosa nem jogosult. Ezért amikor a Black-Scholes egyenletet használjuk egy osztalékot fizető részvényre vonatkozó európai vételi opció értékelésre, akkor a részvény árfolyamát csökkenteni kell az opció lejáratá előtt fizetett osztalékok jelenértékével. Szeretném még megjegyezni, hogy a reálopciók esetében az „osztalék” a reáleszközök által termelt pénzáramlás. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek II. kötet, Budapest, 1993. 118. oldal. [7]. Azt is meg kell azonban jegyezni, hogy beruházások esetében a reáleszköz és az opció tulajdonosa gyakran ugyanaz a személy, azonban opció és a reáleszköz birtoklása a beruházás időtartamával időben eltolódik.

egyensúlyi modell²⁵ az opciók értékének meghatározására. Erre azért volt szükség, mert a Black-Scholes által kidolgozott kockázatsemleges módszer ez utóbbi esetben nem használható, mivel a befektetők kockázati preferenciái itt nem közömbösek.

Az alfejezet végén szeretnék rámutatni a feltételes követelések értékelésére használt Black-Scholes differenciálegyenlet gyakorlatban történő alkalmazásának egyik aspektusára²⁶. Ennek bemutatására - alkalmazva Ito tételét - definiáljuk a feltételes követelést leíró G -t mint S (ahol S a részvény árfolyama) természetes alapú logaritmusát. A szigorú matematikai levezetés mellőzésével²⁷ G időbeli megváltozását az alábbi egyenlet írja le:

$$dG = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma dz \quad (4.15)$$

Mivel μ -t és σ -t konstansnak feltételezzük, ezért a 4.15 egyenletből látható, hogy G időbeli megváltozása általános Wiener folyamatot követ. A 4.4 egyenlet alapján a 4.15 egyenletben a trendtag értéke $\mu - \sigma^2/2$, míg a sztochasztikusan változó tag értéke σ . A 4.2.1 fejezetben az általános Wiener folyamatnál elmondottak alapján G megváltozása a jelenlegi t és egy későbbi T időpont között normál eloszlású, melynek várható értéke

$$(\mu - \sigma^2/2)(T-t)$$

és varianciája

$$\sigma^2(T-t).$$

Mivel $G = \ln S$, ezért $\ln S$ időbeli megváltozása is általános Wiener folyamatot követ. Ez tehát azt jelenti, hogy $\ln S$ megváltozása t és T között normális eloszlású:

$$\ln S_T - \ln S \approx \Phi \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) (T-t), \sigma \sqrt{T-t} \right] \quad (4.16)$$

ahol: S_T a változó értéke egy T időpontban

S a változó értéke a jelen időpontban

$\Phi(\mu, \sigma)$ egy normális eloszlás, melynek várható értéke $\mu - \sigma^2/2$ és a szórása σ .

Matematikai ismereteink alapján tudjuk, hogy egy változó lognormális eloszlású, ha a változó természetes alapú logaritmus normális eloszlású. Tehát ha $\ln S_T$ normális eloszlású, akkor S_T lognormális eloszlású. Ez az az ok, amiért a Black-Scholes differenciálegyenlet a részvényárfolyam időbeli alakulásának értékelése során feltételezi,

²⁵ Az általános piaci egyensúlyi modell felépítését és az opciók árazására alkalmas egyenletet részletesen bemutatja Farkas Ádám: Opciók árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 68 - 72. oldal [8] Az ott bemutatott értékelési modell első változatát J. C. Cox és S. A. Ingersoll: An Intertemporal General Equilibrium of Asset Prices Econometrica, 53 1985 [38] publikálta.

²⁶ C. Hull: Options, Futures and other Derivative Securities Prentice - Hall New Jersey, 1993 210-212. oldal [34]

²⁷ A levezetést C. Hull előbbi lábjegyzetben említett kitérő könyve a 210.-212 oldalon részletesen tartalmazza.

hogy a sztochasztikus változó lognormális eloszlású²⁸. Ha azonban sikerül a pénzügyi opció és a reálopció között a 4.7 fejezetben ismertetésre kerülő ismérvek alapján az analógiát megtalálni, akkor a differenciálegyenlet megnyugtató alkalmazásához bizonyítani kell, hogy a reálopció értékeléséhez azonosított mögöttes eszköz értékének időbeli megváltozása lognormális eloszlást követ. Ezt a bizonyítási eljárást az 5. fejezetben a demonstrációs példa kapcsán be fogom mutatni.

E fejezet végén meg kell azonban azt is jegyezni, hogy vannak olyan opciós problémák, amelyek értékelésére a Black-Scholes differenciálegyenlet nem vagy nem megnyugtatóan használható. Ezek közül kiemelkedik az amerikai típusú opciók²⁹ értékelése, amelyek során az opció lehívására az opció lejáratának napjáig bármikor sor kerülhet. Néhány kivételtől eltekintve az amerikai opció értékének meghatározására nem létezik analitikus megoldást adó zárt formula.³⁰ Ilyen esetekben ún. numerikus eljárást kell alkalmazni, mellyel közelítőleg lehet az opció értékét meghatározni. Mivel ezek közül az ún. binomiális fák módszerének az alkalmazása a legelterjedtebb, ezért a következő alfejezetben ennek rövid bemutatása következik³¹.

4.5 Binomiális fák

A binomiális fák módszere a gyakorlatban leginkább elterjedt numerikus eljárás az opciók értékének meghatározására. Elsősorban amerikai típusú opciók értékelésre alkalmas, de alkalmazható európai opció értékelésére is, például más eljárással kapott eredménnyel való összehasonlítás céljából.

A binomiális módszert először Cox, Ross és Rubinstein³² publikálta. A módszer – ahogy azt majd a későbbiek során látni fogjuk – az opció értékelése során a Black-Scholes differenciálegyenlethez hasonlóan abból az alapfeltevésből indul ki, hogy ha a kockázatmentes részvényekből és a rájuk vonatkozó származékos termékekből egy kockázatmentes portfóliót létrehozható, akkor a portfólió várható hozama megegyezik a kockázatmentes kamatlábbal Ennek természetesen feltétele, hogy az opció értékelésére

²⁸ Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek II kötet Budapest, 1993. 112 oldal [7]

²⁹ Fogalmi meghatározását e fejezet 6. lábjegyzete tartalmazza.

³⁰ Az amerikai vételi és eladási opció valamint összetett opciók értékelésének néhány speciális esetére rendelkezésre áll, zárt formula, melyek például megtalálhatók: E.G. Haug: The Complete Guide to Option Pricing Formulas McGraw-Hill, 1998. 19-33 oldal [48] Ezenkívül még meg kell jegyezni, hogy az osztalék nélküli amerikai vételi opció értékelésére – mivel bizonyítható, hogy az ilyen típusú opciót sem érdemes lehívni lejárat előtt, és ezért értéke megegyezik az osztalékot nem fizető európai opció értékével – a Black-Scholes differenciálegyenlet is használható.

³¹ Természetesen léteznek más eljárások is. (pl. trinomiális fák, Monte Carlo szimuláció, ún. „finite difference” módszerek, azaz a differenciálegyenletek iteratív megoldása stb.) Ezek részletes leírása megtalálható pl. E.G. Haug: The Complete Guide to Option Pricing Formulas McGraw-Hill, 1998. 119-141 oldal [48], valamint C. Hull: Options, Futures and other Derivative Securities Prentice – Hall New Jersey, 1993 348-362. oldal [34]

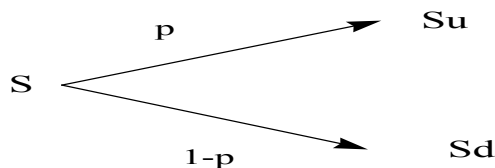
³² J.C. Cox, S.A. Ross és M. Rubinstein: Option Pricing: A Simplified Approach Journal of Economics 7 (October 1979) 229-263 oldal [56]

kiválasztott sztochasztikus eszköz időbeli változásának kockázata diverzifikálható legyen³³.

Az eljárás alapelve egy osztalékot nem fizető részvény esetére, hogy az opció lejártáig tartó időszakot Δt kis időtartamokra bontja fel. A módszer feltételezi, hogy a részvényárfolyam (vagy más a feltételes követelés értékelésére alkalmas eszköz értékének) időbeli alakulása a 4.2 fejezetben bemutatott Geometrikus Brown mozgást írja le, azonban itt az időbeli változást a 4.6 egyenletnek a diszkrét változást leíró párja adja meg, mely a következő alakban írható fel:

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \Delta z \quad (4.17)$$

A binomiális modellben a Δt kis időtartamban a részvény árfolyamnak két értéke lehet: vagy emelkedik egy S_u értékre vagy csökken egy S_d értékre. Ebből következően ha a felfelé mozdulás valószínűsége p , akkor lefelé mozdulás valószínűsége $1-p$ lesz. A fenn elmondottak láthatók a 4.2 ábrán



4.2 ábra: A részvényárfolyam változása Δt időtartam alatt a binomiális modellben

Felvetődik a kérdés, hogy hogyan határozzuk meg az emelkedés, illetve a csökkenés nagyságát. Ezt a következő képlettel lehet meghatározni³⁴:

$$u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}} \quad (4.18)$$

és

$$d = 1/u \quad (4.19)$$

ahol:

u : emelkedés mértéke (abszolút számban és százalékban is kifejezhető),

d : csökkenés mértéke (abszolút számban és százalékban is kifejezhető),

e : természetes logaritmus alapja = 2,718

σ : a részvényárfolyam éves folytonos kamatozással számított éves hozamának szórása,

³³ A feltételezéseket részletesen a 4.4. fejezet írja le. A diverzifikáció fogalmát pedig az előszóban a CAPM modell bemutatásakor ismerttettem.

³⁴ pl. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek. II. kötet, Budapest, 1993. 111. oldal [7]

Δt : az időtartam hossza az opció lejáratáig hátralévő idő törtrészeiben kifejezett értéke.

Az emelkedés valószínűségét pedig az alábbi képlettel lehet meghatározni:

$$p = (a-d)/(u-d) \quad (4.20)$$

ahol:

p : az emelkedés valószínűsége (abszolút szám vagy százalék),

a = a Δt időintervallumra számított kockázatmentes kamatláb (abszolút szám vagy százalék).

Ennek megfelelően a csökkenés mértéke = $1-p$ (abszolút szám vagy százalék).

A számítás menete a következő³⁵:

- Először fel kell osztani a binomiális modellben az opció lejáratáig hátralévő időt egyenlő időintervallumokra. Az időintervallum nagyságának meghatározás során figyelni kell arra, hogy túl nagy számú időintervallum esetén a binomiális modell nehezen áttekinthető és bonyolult lesz.
- Ezek után a 4.18.; 4.19; és 4.20 képletek felhasználásával becslést adunk az opció tárgyát képező sztochasztikus eszköz értékének (pl. részvényárfolyam, vagy egy beruházási projekt jövőbeli pénzáramának jelenértéke) adott időintervallumon belül lehetséges változására. Tehát megadjuk, hogy milyen valószínűséggel hány százalékkal emelkedik, illetve milyen valószínűséggel hány százalékkal csökken az érték az intervallumon belül. Továbbá meg kell becsülni a sztochasztikus eszköz hozamának szórását is az adott időintervallumra. Természetesen a feladat végrehajtása feltételezi, hogy a becslők elegendő információval rendelkeznek a sztochasztikus eszköz várható pénzáramlásának alakulására az opció lejártáig hátralévő időben.
- Az adatok megadása után következhet az opció értékének kiszámítása a binomiális fa valamennyi lehetséges kimenetére az egyes időintervallumban. Ezt a döntési fáknál megismert módszerhez hasonlóan hátulról előre kell elvégezni. Lényeges különbség azonban, hogy az értékelést az opciós árelmélet elve alapján kell végezni. Ennek megfelelően először ki kell számítani az opció értékét az egyes kimeneteken az opció lejáratának időpontjában. Például vételi opció esetében a 4.11. egyenletben már ismertetett $G(S,t) = c = \max(S - EX, 0)$ peremfeltétel alapján. Majd - a korábban említett kockázatsemleges³⁶ világot feltételezve – meg kell határozni az opció értékét

³⁵ A számítás menetét több szakkönyv is bemutatja. pl. pl. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek. II. kötet, Budapest, 1993. 108-110. oldal [7] valamint C. Hull: Options, Futures and other Derivative Securities Prentice – Hall New Jersey, 1993 335-342. oldal [34] és . E.G. Haug: The Complete Guide to Option Pricing Formulas McGraw-Hill, 1998. 111-116 oldal [48]

³⁶ Az értékelés alapja, hogy ha a befektetők, az opciók tulajdonosai közömbösek a kockázattal szemben, akkor a projekt várható hozamának meg kell egyeznie a kockázatmentes kamatlábbal.

valamennyi kimenetre az opció lejártát megelőző időintervallumban. Ezeket az értékeket úgy kapjuk meg, hogy a az opció lejáratának időpontjában kiszámított - az emelkedés és csökkenés valószínűségével súlyozott - opciós értékeket diszkontáljuk a kockázatmentes kamatlábbal. Az eredmények értékelésnél – az opció megtartása mellett - azonban figyelni kell arra a lehetőségre is, hogy az opció korábban is lehívható, azaz pl. már az opció lejárta előtt is megvalósítható egy bővítő beruházás. Ugyanezt a folyamatot valamennyi időintervallumra továbbfolytatva végül meghatározhatjuk az opció jelenértékét.

A fenti folyamattal kapcsolatban fontosnak tartom az alábbi megjegyzéseket:

- Természetesen a fenti módon az osztalékot fizető amerikai vételi és eladási opció értéke is meghatározható.
- Az opció értékének a binomiális módszerrel történő meghatározása nem más mint egy döntési fa megoldási folyamata. Egy jövőbeni időpontból kiindulva visszafelé számolunk a fa ágai mentén, miközben minden döntési pontban ellenőrizzük, hogy mi a legjobb jövőbeli cselekedet, azaz megtartani az opciót vagy lehívni. Végző fokon a jövőbeli események által termelt pénzáramlásokat visszavetítjük a jelenbeli értékre. Azonban – ahogy arra már korábban is utaltam – a binomiális módszer nem csupán egy speciális esete a döntési fáknek. Ennek két oka van:
 - egyrészt az opciós elmélet alkalmazása jó lehetőséget biztosít az összetett döntési fák leírására is, így olyan esetek áttekinthető modellezésére is sor kerülhet, amelyeknél hagyományos döntési fák módszerével készült modell egy szoba falára sem férne fel.
 - Másrészt – és talán ez a fontosabb – az opciós árelmélet alkalmazása megoldást ad az opciók értékeléséhez a döntési fák alkalmazásának egyik problémájára, nevezetesen arra, hogy milyen diszkontrátát használjunk az értékelés során. A döntési fák esetében ugyanis nem lehetséges megfelelő diszkontrátát találni, mivel az opció kockázata minden időpillanatban változik, amikor az opció tárgyát képező eszköz értéke változik. Emellett az opció kockázata még az eszköz értékének állandósága mellett is változik időben. Egy döntési fában sem tudjuk tehát egy és ugyanazon diszkontrátát alkalmazni, mert ha a fa valódi jövőbeli döntéseket tartalmaz, akkor az opciók is szerepelnek benne³⁷. Erre problémára a binomiális módszer a „kockázatsemlegességi trükk” alkalmazásával ad választ.

³⁷ Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek. II. kötet, Budapest, 1993. 117. oldal [7]

- Figyelmes olvasó számára a számítás menetének leírásából kivehető, hogy az időintervallumok számának növelésével a binomiális módszerrel számított értékeknek egyre közelebb kell kerülnie a Black-Scholes differenciálegyenlettel számolt értékekhez. Valójában a ez utóbbit úgy is felfoghatjuk, mint a binomiális módszer egyszerűsítését arra az esetre, ha az időintervallumok száma nagy³⁸. Sok esetben azonban – ahogy azt az alfejezet elején már hangsúlyoztam – a Black-Scholes formula nem használható, ilyenkor a binomiális módszer jó becslést ad az opció értékére. Az 5. fejezetben- a két módszer között meglévő kapcsolatot kihasználva - a mintapélda megoldása során a binomiális módszert a Black-Scholes formulával kapott eredménnyel való összehasonlítás céljából alkalmazom.

4.6 Reálopciók főbb típusai

Az előző pontokban a szakirodalom alapján rövid áttekintést adtam arról, hogy milyen elméleti modellek állnak az elemzők rendelkezésére a beruházások dinamikus környezetben történő értékelésére. Ebben a pontban pedig szeretném bemutatni a reálopciók típusait, ezzel mintegy útmutatót adva a pénzügyi és reálopciók közötti analógia megtalálásához. Ugyanis az opció értékének meghatározásához először meg kell tudni fogalmazni, hogy milyen feltételes követelésre optimalizálhatja döntését a menedzsment, amely egyben az opció típusát is megadja.

Ehhez arra a kérdésre kell válaszolni, hogy milyen módon van lehetősége a vállalati menedzsmentnek a piaci körülmények alakulásának függvényében, új információk megszerzését követően módosítani döntéseit. (Emlékezzünk rá, hogy a hagyományos DCF módszer és a Monte Carlo szimuláció is passzív menedzsmentet feltételez.) A döntési rugalmasság mindig azt kell hogy megcélozza, hogy az eredeti beruházásból eredő pozitív lehetőségek minél jobban kihasználhatók legyenek, míg a veszteségek minél inkább elkerülhetők maradjanak. Ez alapján a beruházásokban rejlő reálopció értékét a következőképpen lehet értelmezni:

Stratégiai NPV = Statikus NPV + Aktív menedzsmentben rejlő reálopciók³⁹

A szakirodalom alapján a reálopcióknak négy alaptípusáról beszélhetünk⁴⁰:

³⁸ Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek. II. kötet, Budapest, 1993. 111. oldal [7]

³⁹ Farkas Ádám: Opciók árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995.76. oldal [8]

⁴⁰ A bemutatás Farkas Ádám: Opciók árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori Értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995. 78 - 87. oldal [8] alapján történik.

- *Időzítési opciók* – Szinte minden beruházási döntés magában hordozza ezt az opciót, azaz annak a lehetőségét, hogy a beruházás ne azonnal, hanem csak később valósuljon meg. Ebben az esetben nagyon könnyen megteremthető a kapcsolat egy **vételi opcióval** (ebben az esetben a vétel a beruházás megvalósítását jelenti), amely többek között lehet **európai**, vagy **amerikai**, attól függően, hogy az opció lehívására a lejáratú időig bármikor (amerikai), vagy csak a lejárat napján (európai) kerül sor. Ez a beruházások esetén praktikus azt jelenti, hogy a halasztott beruházás a opció lejáratáig hátralévő idő alatt bármikor elkezdhető (amerikai), vagy csak a lejárat napján (európai). Ebben az esetben a **stratégiai NPV értéke** egyenlő lesz a hagyományos DCF módszerrel meghatározott **statikus NPV** és az opció értékének, azaz **beruházás elhalaszthatósága értékének** összegével.
- *Növekedési opciók* – Ebben az esetben is vételi opciót kell használni, csak egy kicsit módosított formában. Beruházások esetében ez praktikus azt jelenti, hogy két egymáshoz kapcsolódó beruházási projektet akarunk együttesen értékelni. Ezek közül az egyiket azonnal meg kívánjuk valósítani, ezért ezt DCF módszerrel értékeljük. A másik projektet egy későbbi időpontban akarjuk megvalósítani, és a kérdés úgy vetődik fel, hogy mikor kell megvalósítani ezt a projektet, hogy a két projekt együttes hozamát maximalizálni tudjuk. Tehát van egy DCF módszerrel értékelt (nem feltétlenül) pozitív NPV-jű beruházási projekt, amelynek megvalósításával a beruházó opciót szerez a másik beruházási projekt megvalósítására. A maximális hozamot akkor lehet elérni, ha a **Stratégiai NPV = Első projekt NPV-je + Második projekt opcióval módosított értéke** maximális lesz. Természetesen itt is értelmezhető európai és amerikai opció is.
- *Kiszállási opciók* - Ez a menedzsmentnek azt a lehetőségét ragadja meg, hogy a beruházás kalkulált élettartamának lejárta előtt “kiszállhat” a beruházásból. Azaz a menedzsment bármikor úgy dönthet, hogy leállítja a projektet, és az abban a pillanatban érvényes maradványértéket realizálja. Amennyiben ez az érték magasabb mint a további működtetésből származó bevétel, akkor érdemes a projektet leállítani. **A projektből való kiszállás lehetősége egy amerikai típusú eladási opciónak felel meg**, amely osztalékot fizető részvényre vonatkozik. Ebben az esetben **Stratégiai NPV = Projekt hagyományos NPV-je + Kiszállási opció értéke**. Fontos megjegyezni, hogy a kiszállási opció a gyakorlatban akkor különösen értékes, ha reáleszközöknek létezik másodlagos piaca, és az elegendően aktív és likvid.

- *Rugalmassági (vagy összetett) opciók* - Végül előfordulhat, hogy a korábban említett három opció valamilyen kombinációjáról beszélünk. Pl. a vállalatnak lehetősége van egy projekt átmeneti leállítására, majd újraindítására. Az ilyen problémák általában vételi és eladási opciót együttesen tartalmaznak.

4.7 Reálopció értékének meghatározása a Black –Scholes differenciálegyenlettel

Az elméleti ismeretek áttekintése után ebben az alfejezetben azzal foglalkozom, hogy hogyan lehet a gyakorlatban a reálopció értékét meghatározni. Pontosabban mondván – ezt a későbbiekben látni fogjuk – az opciós feladatok közül csak egy, az osztlékot nem fizető, európai vételi opció értékének meghatározására mutatok be egy eljárást Luehrman⁴¹ javaslata alapján, melyhez a Black-Scholes differenciálegyenlet használható. Egy konkrét beruházási projekt esetében az első feladat a dinamikus környezetben rejlő lehetőségek megragadása az opciós probléma korrekt megfogalmazásával, ehhez nyújt segítséget a 4.1 táblázat, amely a 4.6 fejezetben leírtak összefoglalásaként is tekinthető.

Beruházási feladat	Opció típusa
A beruházás megvalósítása elhalasztásának lehetősége Gyakorlati példa: Termelési koncessziók értékelése	amerikai típusú vételi opció
Beruházási projekt időbeli megvalósításának feldarabolása illetve beruházási projekt nagyságrendjének növelése (bővítés) Gyakorlati példa: Járulékos kapacitás kiépítésének értékelése	Ha a bővítő beruházás megvalósítása csak az opció lejáratának napján indulhat, akkor európai, ha az opció lejártáig bármikor, akkor amerikai típusú vételi opció
Beruházásból a kalkulált élettartam lejáratát megelőzően történő „kiszállás” Gyakorlati példa: Egy adott beruházásnál két alternatív technológia közötti választás	osztalékot fizető amerikai típusú eladási opció
Beruházási projekt átmeneti leállítása majd újraindítása Gyakorlati példa: Kutatási és termelési projektek együttes értékelése	több opció együttes értékelése

4.1 táblázat Beruházási feladatok és az értékeléshez felhasználható opció típusa

⁴¹ A korábbiakban már többször hivatkoztam erre a cikkre. Timothy A. Luehrman: Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers Harvard Business Review July –August, 1998 51-67 oldal. [35]

A cikkben Luehrman részletesen bemutatja a Black-Scholes differenciálegyenlettel megoldható osztlékot nem fizető európai vételi opció értékelésére egy a gyakorlatban könnyen kivitelezhető megoldást. Ezenkívül a könnyebb megértést elősegítendő egy demonstrációs példával is szemlélteti az eljárást.

Az 5. fejezetben bemutatásra kerülő mintapéldában a reálopció értékelésre - némi kiegészítéssel - az általa javasolt módszert fogom használni.

Az 5. fejezetben bemutatásra kerülő mintapéldában a MATÁV Rt ügyvitel kezelési projektjét fogom bemutatni, amelynek tárgya első körben egy pilot rendszer kiépítése, majd később a beérkezett információk alapján egy bővítő beruházás megvalósítása. A feladat megfogalmazásából következik, hogy ez egy növekedési opció, és mivel a bővítő beruházás csak a opció lejáratának napján valósítható meg (az okokra az 5. fejezetben kitérek) európai vételi opciós analógia használható. Erre az esetre Luehrman javasolt egy nagyon egyszerű megoldási módszert, amit szeretnék röviden bemutatni.

A reálopció értékének kiszámításához először meg kell találni a pénzügyi opciók és a reálopciók közötti analógiát. Ehhez Luehrman⁴² vételi opció esetében a 4.2 táblázat szerinti analógiát ajánlja:

Beruházási lehetőség	Változó	Vételi opció
Projekt eszközök működésből származó jelenértéke (projekt jövőbeli pénzáramából adódik)	S	Részvény árfolyam
A projekt eszközök beszerzési ára (beruházási költség)	X	Kötési árfolyam
A beruházás megvalósításáról szóló döntés elhalaszthatóságának ideje	t	A lejáratig hátralévő idő
A pénz időértéke	r_f	kockázatmentes kamatláb
A projekt eszközök értékének kockázatosága	σ^2	a részvényárfolyam hozamának varianciája

4.2 táblázat: Egy beruházási lehetőség és a vételi opció paramétereinek közötti analógia

Az eljárás lényege, hogy a számításhoz szükséges öt paraméterből megfelelő transzformációval két új paraméter alakítható ki. Először képezni kell S és a beruházási költség jelenértékének hányadosát⁴³. Ezt a továbbiakban NPV_q-nak nevezzük.

⁴² Forrás: Timothy A. Luehrman: Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers Harvard Business Review July –August, 1998 52. oldal. [35] Megjegyzés: A táblázatban az eredeti angol nyelvű fogalmi meghatározások tartalmi jellegű magyar nyelvű fordításai láthatók. Erre utalnak a zárójeles megjegyzések is.

⁴³ Érdemes a figyelmet felhívni arra, hogy a beruházási költségek jelenértékének kiszámításánál a kockázatmentes kamatlábat kell használni. Ennek az az oka, hogy pl. a beruházási költségek részét képező szerelési költségek általában csak a kivitelező teljesítményétől, az időjárási feltételektől, a műszaki paramétereiktől függenek, melyek már általában a tárgyalások időpontjában is ismertek és ezért majdnem teljes bizonyossággal lehet előrejelteni. Pénzügyi hasonlaltal élve ez olyan mintha a beruházási költséget befektetnénk egy államkötvénybe az opció lejáratának napjáig. Ezért a beruházási költségeket célszerűbb a kockázatmentes kamatlábbal diszkontálni. Timothy A. Luehrman: Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers Harvard Business Review July –August, 1998 62. oldal. [35]

$$\frac{\frac{S}{X}}{(1+r_f)^T} \quad (4.21)$$

Következő lépésben meg kell határozni az ún. kumulatív volatilitást, amely nem más mint a volatilitás és az opció lejáratáig hátralévő idő négyzetgyökének szorzata.

$$\sigma\sqrt{T} \quad (4.22)$$

Ezt követően az irodalmakban⁴⁴ a Black-Scholes formula alapján történő értékelésére szerkesztett táblázatból ki kell keresni az NPV_q és a $\sigma\sqrt{T}$ értékének metszéspontjában található értéket. Ez lesz az vételi opció értéke (c). Mivel a képletekből adódóan ez egy százalékban mért relatív érték, az opció értékének abszolút értékben történő megadásához ezt az értéket még meg kell szorozni a beruházási projekt jövőbeli pénzáramlásának jelenértékével (c*S). Értelemszerűen az így kapott érték mértékegysége meg fog egyezni a S eredeti mértékegységével.

A fenti eljárás szerint elkészült egy Microsoft Excelben dolgozó makró, amellyel nagyon gyorsan meghatározható a vételi opció értéke.

Az opció értékének meghatározásával a folyamat végére értünk. Már csak egy nagyon fontos feladat van hátra, a kapott eredmények interpretálása. A 2. 3. és 4. fejezetekben leírtakra visszatekintve talán sikerült elérni az értekezés elején megfogalmazott célt, hogy ti. a kutatási munka eredményeként olyan javaslat jöjjön létre, amely a mindennapok gyakorlatában könnyen alkalmazható. Véleményem szerint ezt szolgálja:

- Az egymásra épülő, de önállóan is használható modulok (kockázati tényezők azonosítása, Monte Carlo szimuláció, reálopció)
- Az első modul – a kockázati tényezők azonosítása és a kritikus kockázati tényezők kiválasztása különösebb statisztikai előképzettséget nem igényel.
- Minden esetben biztosítva van egyik modulból a másik modulba történő átmenet. A kritikus kockázati tényezők kijelölik a Monte Carlo szimulációs modellben a valószínűségi változók értékváltozási tartományát, a Monte Carlo szimuláció eredményei felhasználhatók a volatilitás és a reálopció értékének meghatározásánál úgy, hogy a jövőbeli pénzáram eloszlására jellemző adatok alapján építem fel a

⁴⁴ Forrás: Timothy A. Luehrman: Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers Harvard Business Review July –August, 1998 56. oldal. [35] valamint Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek. II. kötet, Budapest, 1993. Függelék 7. Táblázat [7]

volatilitás szimulációs modelljét, és ebből a volatilitás várható értékével továbbszámolva határozom meg az opció értékekét. Ennek a lényege tehát az, hogy előző szimulációs modellben szereplő függő változót a következő szimulációs modellben - az előző szimulációban kapott értékek behelyettesítésével - független változóként definiálom.

- Ez utóbbi a talán a javaslat legjelentősebb pontja. A szakirodalomban több javaslat is ajánlja az opció értékének meghatározásához a Monte Carlo szimulációt. Azonban az előző pontban részletesen kifejtett periodikus szimuláció alkalmazásra nem találtam példát. Éppen az adatok átjárhatósága érdekében elkészült a Microsoft Excelbe beépülő makró, amely a javaslat gyakorlati megvalósítását lényegesen felgyorsítja és megkönnyíti.

Mindezek után következzen a mintapélda, ahol a bemutatom a 2. 3. és 4. fejezetben leírtak gyakorlatban történő megvalósítását, majd az utolsó fejezetben az eredményekből levont következtetések alapján a továbbfejlesztés lehetséges irányait tárgyalom.

5. A javasolt módszer megoldását bemutató mintapélda

5.1 A feladat rövid ismertetése

Az 1999-ben kifejlesztett Lotus Notes alapú hivatalos elektronikus levelezés valamint pilot alkalmazásként bevezetett fax szerver és szkennel alkalmazás a MATÁV Rt. társasági ügyvitel korszerűsítés első lépéseként került megvalósításra. A tapasztalatok alapján az elektronikus és digitalizált iratforgalom kialakításával csökkent a papír- alapú kommunikáció, felgyorsult az ügyintézés menete.

A kedvező tapasztalatok alapján kerül sor ezen alkalmazások bővítésére, továbbfejlesztésére. Ennek a programnak az első része a 2000-ben megvalósuló ezer felhasználóra méretezett társasági szintű pilot rendszer kialakítása. Az itt szerzett tapasztalatoktól függően további szándék 2001-ben vagy 2002-ben egy ötezer felhasználós rendszer kiépítése, a pilot rendszer további üzemeltetése mellett.

A beruházás megvalósítása az alábbi célokat foglalja magában:

- a társaságon belül a papír alapú ügyintézés minimalizálása,
- az iratok utasításokban előírt kezelésének garantálása, keletkezésük, érkezésük pillanatától a selejtezésig,
- kommunikációs felületek kezelése (Lotus Notes levelezés, Intranet),
- iratok és dokumentumok formátumának, nyilvántartásának, iktatásának és kezelésének egyszerűsítése,
- a társasági dokumentum struktúra kialakítása,
- a szervezeti egységek közötti horizontális és az egyes szakágazatok belső, vertikális ügyviteli folyamatainak támogatása,
- az egyes szakágazatoknak a tevékenységükből adódó speciális követelményeknek megfelelő ügyviteli folyamatok és funkciók biztosítása,
- a kialakított új funkciók, folyamatok és ezek dokumentáltságának az ISO 9000-es sorozat szerinti minőségi követelményeknek történő megfeleltetése,
- törekvés az információvédelmi, jogosultság kezelési, hitelesítési rendszerben a maximális biztonság elérésére,
- a kialakított irat nyilvántartási rendszer legyen alkalmas a piacon elterjedt workflow rendszerekkel történő együttműködésre,
- a társaság működésének folyamatos biztosítása érdekében az ügyvitelfejlesztést fokozatosan, modulárisan lehet csak elvégezni.

A kialakított rendszer lényeges jellemzője, hogy a hagyományos és az elektronikus iratok nyilvántartását egységes rendszerben biztosítja.

5.2 A beruházás megvalósításával összefüggő kockázat tényezők feltárása

A kockázati tényezők feltárása és a kritikus kockázati tényezők kiválasztása a 2. fejezet 2.2 és 2.3 alfejezetében részletesen ismertetett “brainstorming” módszerrel történt, melyen részt vett az ügyvitel kezelési rendszer fejlesztésében és üzemeltetésében érintett valamennyi terület egy-egy nagy tapasztalatokkal rendelkező szakértője. Az eredmények a 5.1-6 táblázatokban láthatók.

Sorszám	Megnevezés	Logikai csoport	Valószínűség	Hatás ¹
1.	Piacvesztés	1	2	3
2.	Piaci reagáló képesség lassulása	1	3	4
3.	Államigazgatási szintű elvárások	1	3	3
4.	Felhasználó szintű elvárás	1	3	4
5.	Rendezetlen irattárolás	2	5	4
6.	Rendezetlenség újratermelése	2	4	5
7.	Nem található dokumentumok	2	4	5
8.	Költséges és időigényes visszakeresés	2	5	5
9.	Adatvédelmi előírások be nem tarthatósága	3	3	4
10.	Információs vagyonszétválás	3	3	4
11.	Egységes ügyviteli rendszer hiánya	4	4	5
12.	Szervezetenként eltérő ügyvitel	4	5	4
13.	Belső helyzetfeltárás hiánya	5	3	4
14.	ISO minősítés nem megszerezhető	6	3	4
15.	Felsővezetői elvárásnak nem megfelelés	7	3	4

5.1 táblázat: A társasági ügyvitel kezelési rendszer beruházás megvalósításával összefüggő kockázati tényezők (hatástényező: az egy felhasználóra jutó változó költség)

¹ Habár a mintapéldában több hatástényezőt is azonosítottunk, a folyamatot – a könnyebb áttekinthetőség érdekében csak az egy felhasználóra jutó változó költségre mutatom be. Természetesen a Monte Carlo szimulációs modellnél valamennyi hatástényező együttes hatása is meg fog jelenni.

A szakértők az azonosított kockázati tényezőket hét logikai csoportba (5.2 táblázat) sorolták. Az egyes kockázati tényezők által generált események² bekövetkezési valószínűségeinek becsléséhez az 5 fokozatú ordinális skálán a 5.3 táblázatban található százalékos értékeket rendelték. Ezután következett annak azonosítása, hogy a bekövetkező események mire fejtik ki hatásukat (hatástényezők megnevezése), majd ezen hatások nagyságának becslése. Megállapodtak abban, hogy a jelen esetben a beruházások működési pénzáramára ható tényezők közül a felhasználók száma, az egy felhasználóra jutó bevétel és az egy felhasználóra jutó változó költség a releváns. Illusztrációként az egy főre eső változó költség hatástényezőhöz rendelt skálaértékeket mutatja be a 5.4 táblázat.

Logikai csoport megnevezése	Darabszám
Külső piaci tényezők	4
Rendezettség	4
Adatvédelem	2
Ügyvitel szervezés	2
Helyzetfeltárás	1
ISO minősítés	1
Belső elvárás	1

5.2 táblázat: A feltárt kockázati tényezők logikai csoportokba történő sorolása

Skála érték	Tartományok
5	80-100%
4	60-79%
3	40-59%
2	20-39%
1	0-19%

5.3 táblázat: Az azonosított kockázati tényezők által generált események bekövetkezési valószínűségeinek definiálása az ötfokozatú ordinális skálán

Skála érték	Tartomány	1 felhasználóra jutó változó költségek megváltozása
5	Nagyon magas	75-100%
4	Magas	40-75%
3	Közepes	10-40 %
2	Alacsony	5-10 %
1	Nagyon alacsony	1-5 %

5.4 táblázat: Hatástényező változási tartományának definiálása a kockázati tényezők által generált események bekövetkezése esetén az ötfokozatú ordinális skálán

² pl. a 8. számú költséges és időigényes visszakeresés kockázati tényező által generált esemény, hogy egyáltalán nem, vagy lassan és nem hatékony módon lehet hozzáférni a szükséges információkhoz.

A 2. fejezet 2.3 alfejezetében leírt módszer következő lépése volt az egyes kockázati tényezőkhez rendelt bekövetkezési valószínűség értékek és az egyes kockázati tényezők által generált események bekövetkezése esetén azok becsült hatásértékeinek ábrázolása a valószínűség –hatás mátrixban.

Ez látható az 5.5 táblázatban.

H A T Á S	5			6 7 11	8		
	4		4 9 10	2 13 14 15	5 12		
	3	1	3				
	2						
	1						
		0	1	2	3	4	5

V A L Ó S Z Í N Ű S É G

5.5 táblázat: Az eredmények ábrázolása valószínűség –hatás mátrixban

Ahogy erre a 2. fejezet 2.3 alfejezetében is utaltam, a kapott eredmények mátrixban történő ábrázolása azt a célt szolgálja, hogy bárki számára könnyen érthető és vizuálisan is jól áttekinthető képet adjon a folyamat eddigi eredményeiről. Azonban a mátrixban történő ábrázolásnak van egy másik lényeges előnye is. Nevezetesen: már első ránézésre

is látható, hogy melyek lesznek a kritikus kockázati tényezők. Ugyanis a 2. fejezet 2.3 alfejezetében ismertetett (2.1) képlet alapján a kritikus tényezőket mindenképp a nagy valószínűséggel (a skálán általában 4-es és 5-ös értéket kapott tényezők) bekövetkező és bekövetkezés esetén nagy hatást gyakorló tényezők (általában szintén a 4-es és 5-ös értékek) között kell keresnünk. Az, hogy ezek a tényezők ténylegesen kritikusak lesznek-e, az természetesen attól függ, hogy a (2.1) képlet alapján kapott pontszámoknál a szakértői ismeretek alapján hol húzzuk meg azt a küszöbszintet, amely felett a tényezőket kritikusnak tekintjük.

Az adott feladatnál a (2.1) képlet egyszerűsítésével³ a

$$K = P * I \quad (5.1)$$

képlet alapján történt a K kockázati koefficiens értékének meghatározása.

A szakértők – összhangban a fenn leírt általános várakozásokkal - azokat a kockázati tényezőket tekintették kritikusnak, amelyek mind a bekövetkezés valószínűségére, mind a hatásnagyságra 4-es és 5-ös skálaértéket kaptak. Az 5.3 illetve az 5.4. táblázat alapján tehát kritikusak azok a kockázati tényezők, amelyek által generált események bekövetkezési valószínűsége a 60- 100 % közötti tartományban van és bekövetkezésük hatásaként az egy főre eső változó költségnek megváltozása a bizonytalanság figyelembevétele nélkül kapott érték – 40 - +100 %-a. Tehát azok a kritikus tényezők, melyek a (5.1) képlettel alapján kapott összes pontszáma a 16-t eléri, vagy meghaladja.

A kapott eredmények a 5.6 táblázatba kerültek összefoglalásra.

Sorszám	Kritikus tényező megnevezése	Kapott összes pontszám
5.	Rendezetlen irattárolás	20
6.	Rendezetlenség újratermelése	20
7.	Nem található dokumentumok	20
8.	Költséges és időigényes visszakeresés	25
11.	Egységes ügyviteli rendszer hiánya	20
12.	Szervezetenként eltérő ügyvitel	20

5.6 táblázat: Kritikus kockázati tényezők

³ Az egyszerűsítésre az adott lehetőséget, hogy a K kockázati koefficiens meghatározását az 1. lábjegyzetben leírtak miatt csak egy hatástényezőre mutatom be. Ez az egyszerűsítés azért is indokolt lehet, mivel az adott mintafeladatnál sor került a bizonytalanságok hatásainak mélyebb szintű (a tényezők kölcsönhatásainak bemutatására is kiterjedő) számszerűsítésére Monte Carlo szimuláció, illetve reálopció alkalmazásával. Szeretném még megjegyezni, hogy a gyakorlatban sok esetben azonban nincs szükség ilyen mélysztű elemzésre, ezért a különböző hatástényezők együttes hatásának kifejezésére elegendő a 2.1 képlet alkalmazása. Lásd ehhez a 2.3 alfejezetben leírtakat is.

5.3 A kapott eredmények interpretálása

Az 5.6 táblázat adatai alapján megállapítható, hogy az egy főre jutó változó költségek szempontjából a legszámottevőbb kockázati tényező a költséges és időigényes visszakeresés. Ez egyáltalán nem meglepő, hiszen a mai felgyorsult világban elsőrendű követelmény a hatékony és gyors hozzáférés a szükséges információkhoz. Ezért a felhasználó a létesítendő ügyvitel kezelő rendszert akkor tekinti számára hasznosnak, ha bármely keresett dokumentumot könnyen el tud érní. Ennek azonban természetesen vannak előfeltételei. Erre figyelmeztet a kritikus kockázati tényezők közül a társaságon belüli egységes ügyviteli rendszer hiánya és ennek folyományaként a szervezetenként eltérő ügyvitel. Mindez azt jelenti, hogy indokolt a beruházás célkitűzései között szerepeltetni a társaság szervezeti egységei között a horizontális, és a szervezeti egységen belül az egységes vertikális rendszer kialakítását. Mindezek természetesen nagy mértékben befolyásolják az új rendszer bevezetésének sikerességét és a rendszer üzemeltetésével kapcsolatban felmerülő költségek alakulását.

A feltárt kritikus kockázati tényezők másik nagy csoportját képezik a felhasználóktól függő tényezők. Ugyanis az új rendszer bevezetése csak akkor válthatja be a hozzáfűzött reményeket, ha a keletkező dokumentumok bekerülnek a rendszerbe és az üzemeltetésre vonatkozó szabályokat minden felhasználó betartja. Erre utalnak a nem található dokumentumok, a rendezetlen irattárolás és az ezzel összefüggő rendezetlenség újratermelése kockázati tényezők. Nyilvánvaló, hogy bármely korrekt műszaki paraméterekkel rendelkező rendszer sem tudja garantálni a megfelelő működést, ha a bemenő oldalon a szükséges információkat nem tápláljuk be. Ebben az esetben természetesen a rendszer használatának költségei is növekednek, mivel a felhasználó a kívánt dokumentumot például azért nem találja meg, mert az bele sem került a rendszerbe, vagy nem áll rendelkezésére korrekt adat azok elérhetőségének helyéről.

Végül előzetes sejtésünk is beigazolódott. A kritikus kockázati tényezők valóban a valószínűség –hatás mátrix jobb felső sarkába került tényezők közül kerültek ki. Ezt mutatja a 5.7 táblázatban a pirossal megjelölt rész.

A feladat első részének lezárásaként még két technikai megjegyzést szeretnék tenni:

- A fenti eredmények elolvasása után az olvasó könnyen azt gondolhatja, hogy ezeket az eredményeket e bonyolult módszer alkalmazása nélkül is megkaphattuk volna. Ez valóban igaz. Gyakran az élettapasztalataink, az ún. józan ész használata is elvezet a fenti eredményekhez. Ugyanakkor úgy gondolom, hogy éppen ez támasztja alá a javasolt módszer alkalmazhatóságát. Hiszen nem tettünk egyebet, mint

szisztematikusan végrehajtottuk a módszer által javasolt egyes lépéseket és a kapott eredményeket értelmeztük, mely megegyezett a józanész diktálta eredménnyel. Egy lényeges különbség azért még is felfedezhető. A döntéshozók nyugodtabban hozhatják meg döntéseiket, ha szubjektív megérzéseiket objektív módszerek használata is alátámasztja!

- A fenti módszer alkalmazásának más hozadéka is van. Ahogy a 3.2.1 fejezetben is jeleztem, a kapott eredmények a szimulációs modell felépítése során az egyes valószínűségi változó értékváltozási tartományának kijelölésénél is felhasználhatók. Ennek részleteit az 5.4.1 alfejezetben mutatom be.

			6 7 11	8		
H	5					
		4 9 10	2 13 14 15	5 12		
A	4					
		1	3			
T	3					
Á	2					
S	1					
	0	1	2	3	4	5
	V A L Ó S Z Í N Ű S É G					

5.7 táblázat: Kritikus kockázati tényezők ábrázolása a valószínűség –hatás mátrixban

5.4 Kritikus kockázati tényezők hatásainak mélyebb számszerűsítése

A mintafeladat megvalósítását veszélyeztető kockázati tényezők azonosításával, illetve azoknak az egyes hatástényezőkre gyakorolt hatásának első becslésével a 2.1. ábra első

két lépést elvégeztük. Azonban a jelen feladatnál igényként fogalmazódott meg, hogy számszerűsíteni kell a kritikus kockázati tényezők együttes hatását (mely magában foglalja az egyes hatástényezők lehetséges értéke valószínűségi eloszlásának meghatározását, illetve az egyes hatástényezők közötti sztochasztikus kapcsolatok becslését is) a beruházás pénzáramára, illetve értékelni kell azt a lehetőséget, hogy a menedzsment mikor valósítsa meg a bővítő beruházást, hogy a beruházások összhozamát maximalizálni tudja. Ehhez először meg kell határozni a beruházások pénzáramát a bizonytalanságok figyelembevétele nélkül. A számításhoz az alapadatokat a 5.8 táblázat tartalmazza.

	Beruházás I		Beruházás II
Felhasználók száma fő	1000	Felhasználók száma fő	5000
1 felhasználóra jutó bevétel e Ft	100	1 felhasználóra jutó bevétel e Ft	75
1 felhasználóra jutó változó költség e Ft	6,2	1 felhasználóra jutó változó költség e Ft	4,1
Fix költség e Ft	9300	Fix költség	30000
Ebből amortizáció e Ft	7500	Ebből amortizáció e Ft	24500
Társasági adó %	18	Társasági adó %	18
Beruházási költség e Ft	150000	Beruházási költség e Ft	509000
A beruházás élettartama (év)	5	A beruházás élettartama (év)	4

5.8 táblázat: A beruházások alapadatai

A fenti táblázat valójában két beruházás legfontosabb adatait⁴ tartalmazza. Ahogy már a fejezet bevezetőjében is említettem, az első szakaszban egy 1000 felhasználós pilot rendszer megvalósítását tervezi a társaság, majd 2001-ben, vagy 2002-ben készülhet el az 5000 felhasználós rendszer a pilot tapasztalatainak figyelembevételével.

A feladatunk azonban először a hagyományos (a bizonytalanságok figyelembevétele nélkül készült) diszkontált cash-flow módszerrel a két beruházási projekt pénzáramának elkészítése, a projektek jövedelmezőségét mutató nettó jelenértékek kiszámítása. A számítás eredményeit az 1000 felhasználós pilot rendszerre az 1.sz. melléklet, az 5000 felhasználós rendszert 2001.évi megvalósítással a 2.sz.melléklet, 2002.évi megvalósítással a 3.sz. melléklet mutatja be.

⁴ Maradványértékkel egyik esetben sem számoltam. Lásd ehhez még a 4. fejezet 18. lábjegyzetében leírtakat is.

A pénzáram meghatározása nominál értékekkel történt, azaz az egyes tagok nagyságának kiszámításakor a beruházás élettartamának egyes éveire prognosztizált inflációs rátákat is figyelembevettem. Ezek a 5.9. táblázatban láthatók⁵.

Technikai megjegyzés: A táblázatban éves és negyedéves adatok is láthatók. Ennek az az oka, hogy a később a Geometrikus Brown mozgás bizonyításához felhasznált sorozatpróbához, illetve statisztikai illeszkedésvizsgálathoz – a kapott eredmények megbízhatóság érdekében - legalább 20 adatra van szükség. Ennek biztosításra negyedéves cash-flow adatokkal számoltam⁶.

Év	Érték (éves %)	Negyedéves %
2000	8,3	
2001	7	1,5
2002	5	1
2003	4,5	0,875
2004	4,5	0,875
2005	4,5	0,875
2006	4,5	0,875

5.9 táblázat: A számításhoz használt negyedéves inflációs ráta⁷ meghatározása

$$\text{negyedéves inflációs ráta} = \frac{\text{éves inflációs ráta} - 1}{4} \quad (5.2)$$

A nettó jelenérték (NPV) meghatározásához az alábbi éves illetve negyedéves diszkontrátákkal kalkuláltam:

Év	Érték (éves %)	Negyedéves %
2001	16,23	3,8075
2002	15,76	3,69
2003	15,49	3,6225
2004	15,09	3,5225
2005	14,67	3,4175
2006	14,67	3,4175

5.10 táblázat : A számításhoz használt negyedéves diszkontráták⁸ meghatározása

⁵ Forrás: MATÁV Rt. 2000

⁶ A publikációkból ismert olyan módszer, az INNOFINance pénzügyi modell, amely tetszőleges bontásban, akár napi cash-flow-val is tud számolni. Mivel a később ismertetésre kerülő opciók értékelése még pontosabb lehet a gyakoribb idő-bontású cash-flow számítás mellett, ezért a módszer továbbfejlesztése esetén indokolt lehet az előbb említett szoftver használata. INNOFINance Beruházási finanszírozási és pénzügyi döntéstámogató rendszer Fejlesztő: Tánzos Lászlóné dr. - Békefi Zoltán – Kis Zoltán Budapesti Műszaki Egyetem Közlekedésgazdaságtani Tanszék Budapest, 1997. [41]

⁷ Az 5.2 képlet alkalmazásának az alapja a kamatos kamatszámítás. Ha azonban az éves inflációs ráta 1 %, akkor ez a képlet értelemszerűen nem alkalmazható. Ekkor az éves inflációs ráta/4 közelítő képlettel lehet számolni.

⁸ Forrás: MATÁV Rt. 2000. Az 5.3 képlet alkalmazására is érvényesek a 7. lábjegyzetben leírtak.

$$\text{Negyedéves diszkontráta} = \frac{\text{éves diszkontráta} - 1}{4} \quad (5.3)$$

Szeretném továbbá még megjegyezni, hogy a jelzett mellékletekben a pénzáramok kalkulációja feltételezi, hogy a beruházás finanszírozása megoldott, így azok lehetséges változataival nem foglalkozik. Ezt feltételezést az is indokolja, hogy az értekezésben a hagyományos és az általam javasolt módszer eredményeit kívánom összehasonlítani, ezért e szempontjából a finanszírozás kérdése közömbös.

Az 1.sz.melléklet szerint a 1000 felhasználós pilot beruházás megvalósítása esetén az **NPV értéke 144348,48 eFt**. Az 5000 felhasználós projekt NPV értéke pedig 2001. évi beruházás esetén **285239,3 eFt**, míg 2002. évi beruházás esetén **265906 eFt**. A hagyományos DCF módszer alkalmazása tehát azt mutatja, hogy mindkét beruházásnál az eredeti beruházási költséget is figyelembevéve magas NPV értékeket kapunk. Hiszen az első esetben a projekt öt éves időtartama alatt nemcsak a beruházási költség (150000 eFt) térül meg, hanem tiszta profítként majdnem ugyanezt az értéket a projekt kitermeli. Az 5000 felhasználós beruházás esetében a beruházási költségen túl a projekt 4 éves élettartama alatt az eredeti beruházási költség (509000 eFt) körülbelül fele tiszta nyereségként jelenik meg. Érdeemes még arra is felhívni a figyelmet, hogy a projektek nettó jelenértékének összeadhatósági szabályait figyelembevéve a hagyományos módszer azt sugallja, hogy az 5000 felhasználós rendszert már 2001-ben meg kell valósítani. Hiszen ebben az esetben a két beruházás nettó jelenértékének összege mintegy **20 millió** forinttal több.

A hagyományos DCF módszer tehát a menedzsmentnek azt a döntést javasolja, hogy a projekteket, 2000-ben a pilot, 2001-ben pedig a 5000 felhasználós rendszer megvalósításával érdemes megvalósítani. A fenti kalkulációs módszer azonban nem vette figyelembe a számításhoz felhasznált adatokban rejlő bizonytalanságokat. Ahogy erre már a 3. fejezetben utaltam, a bizonytalanságok számszerűsítésére jó lehetőséget teremt a Monte Carlo szimuláció. A következő feladat tehát a szimulációs modell felépítése, melynek részletes leírását a 3.2 fejezet már tartalmazta. Ezért a következőkben csak a gyakorlati alkalmazás legfontosabb lépéseit mutatom be.

Az első feladat tehát a működési pénzáram tényezői közül a valószínűségi változók kiválasztása. A kiválasztás alapja a 3.1 fejezetben bemutatott 3.4 táblázat mely tartalmazza, a működési pénzáramra ható legfontosabb tényezőket. Ezek közül a kiválasztás tulajdonképpen már a kockázati tényezők azonosítása során megtörtént,

amikor a „brainstorming” során a szakértők a lehetséges hatástényezőket azonosították. Ezek a következők voltak:

- felhasználók száma,
- egy felhasználóra jutó változó költség (a kritikus tényezők kiválasztását erre mutattam be),
- egy felhasználóra jutó bevétel.

Ebből következően a többi értékeket (fix költség, beleértve az amortizációt is), a társasági adót, valamint a beruházás költségét biztos értékeknek tekintettem. A beruházások élettartama során forgóeszköz változással, illetve maradványértékkel nem számoltam. A szimulációs modell felépítése során további két megszorítás is indokoltnak látszott:

- Mind az 1000 felhasználós pilot, mind az 5000 felhasználós rendszer esetében a projektek élettartama jól behatárolható, ezért nem szükséges valószínűségi változóként kezelni.
- Mindkét projektnél a teljes élettartam során rendszeres bevételek és kiadások várhatók, ezért nincs jelentősége a pénzáramlások beérkezési és kiadási időpontjának, ezért a pénz időértékét diszkrét tőkésítési időpontokban vettem figyelembe.

A szimulációs modell felépítéshez az első feladat a valószínűségi változók szubjektív becslése. A feladat elvégzésére javasolt módszert a 3.2 alfejezetben részletesen ismertettem. A könnyebb nyomon követhetőség érdekében most csak a főbb lépéseket ismétlem meg:

- az értékváltozási tartomány kijelölése (alsó és felső értékek meghatározása),
- a bizonytalanságot leíró valószínűségi eloszlás meghatározása,
- a valószínűségi változók közötti kapcsolat létének, a kapcsolat irányának és szorosságának (korrelációk) becslése.

5.4.1 Értékváltozási tartomány meghatározása

Az értékváltozási tartomány meghatározásához a 3.2.1.1 alfejezetben javasoltak szerint a kritikus kockázati tényezők kiválasztásához kell visszanyúlni.

Itt – az azonosított hatástényezők közül - ismét az egy főre jutó változó költségnél mutatom be az értékváltozási tartomány kijelölését.

Kritikus tényező megnevezése	Hatás az 5 fokozatú skálán	Az egyes skála értékekhez tartozó %-os eltérés az eredeti értékhez képest	Értékváltozási tartomány %-ban Az 1 főre jutó változó költségre
Rendezetlen irattárolás	4	-30; +45	-30; +60
Rendezetlenség újratermelése	5	-20 ; +60	-30; +60
Nem található dokumentumok	5	-20; +60	-30; +60
Költséges és időigényes visszakeresés	5	-20 ; +60	-30; +60
Egységes ügyviteli rendszer hiánya	5	-20; +60	-30; +60
Szervezetenként eltérő ügyvitel	4	-30; +45	-30; +60

5.11 táblázat: Az egy főre jutó változó költség értékváltozási tartományának kijelölése

Az 5.11 táblázat 3.oszlopa mutatja az egyes kritikus kockázati tényező bekövetkezésének hatására az egy főre jutó változó költségnek a bizonytalanságok figyelembevétel nélkül kalkulált értékhez képesti változását. Például a rendezetlen irattárolás esetében a hatásérték a skálán 4-est kapott, amely azt jelenti, hogy az egy főre jutó változó költségek eredetileg kalkulált értékhez képest. 40-75 % változást enged meg. (5.4 táblázat) A szakértők ez alapján úgy vélték, hogy ezen tartományon belül maximum 30 %-al csökkenhet az eredeti érték (pl. a projekt időtartamának első évében bekövetkező gyors javulás miatt), ugyanakkor 45 %-al nőhet a költség abban az esetben, ha a rendszer bevezetésével remélt előnyök csak a projekt élettartamának 2. évétől következnek be. Ez utóbbi esetben ugyanis nem sikerülhet a rendszer bevezetésétől elvárt azon előnyt kihasználni, hogy ti. a keresett dokumentumhoz az adatbázisban azonnal hozzá lehet férni, hanem először meg kell keresni, hogy a dokumentum létezik-e, és ha igen akkor hol található. Mindez természetesen sok időt vesz igénybe tetemesen növelve a költségeket is. Ugyanígy került meghatározásra a többi kockázati tényező által generált változás értéke. A táblázat utolsó oszlopa az előzőek alapján kijelöli az egy főre eső változó költség értékváltozási tartományát, oly módon, hogy veszi a mind a negatív, mind a pozitív tartományban a legmagasabb értéket. Ez jelen esetben a -30; +60 %-os tartomány. A mintapéldában az egy főre eső változó költség esetében tehát az értékváltozási tartomány 2001.I.negyedévből: (1000 felhasználós pilot esetében 5.8 táblázat alapján)

Az eredeti érték : 6,2 e Ft

Értékváltozási tartomány alsó határa:

$$6,2 * 0,7 = 4,34$$

Negyedéves érték: $(4,34-1)/4 = 0,83$ e Ft

Értékváltozási tartomány felső határa

$$6,2 * 1,6 = 9,92$$

Negyedéves érték: $(9,92-1)/4 = 2,2$ e Ft

A beruházás teljes élettartama alatt (tehát 2005-ig negyedévenként folyamatosan) az értékváltozási tartomány alsó és felső határértékeit az infláció mértékével megnöveltem.

Ugyanígy meghatározásra kerültek a felhasználók száma illetve az egy főre jutó bevétel valószínűségi változók esetében az értékváltozási tartomány alsó és felső határai.

Ezek 2001 I. negyedévben a 1000 felhasználós pilot esetében a következő értékeket vették fel: (5.8 táblázat)

felhasználók száma: 800 –1400⁹ fő (az eredeti értékhez (1000 fő) képest –20; +40 %-os tartomány),

1 főre eső bevétel 21,40 –37,50 e Ft / negyedév (az eredeti értékhez (24,75 e Ft) képest –15; +50 %-os tartomány).

Természetesen ezen értékeket is negyedéves bontásban adom meg, az infláció mértékével folyamatosan növelve a projekt élettartama alatt.

A fentiek meghatározása megtörtént az 5000 felhasználós projekt valamennyi valószínűségi változójára is.

5.4.2 A bizonytalanságot leíró valószínűségi eloszlási görbe meghatározása

A 3.2.1.2 fejezetben leírtak alapján a szakértőket arra kértem fel, hogy a gyakorlatban leginkább előforduló béta eloszlásokat tartalmazó sűrűségfüggvény táblából¹⁰ (3.2 ábra) most már az értékváltozási tartomány ismeretében válasszák ki a három valószínűségi változó esetében leginkább jellemző valószínűségi eloszlás görbéket, és ezáltal az azok alakjára jellemző a; és b paramétereket.

A szakértők a következő véleményt adták:

⁹ Feltételeztük, hogy egy számítógépen több felhasználó is dolgozhat.

¹⁰ A modell felépítésben szereplő három valószínűségi változó (felhasználók száma, egy felhasználóra jutó bevétel és az egy felhasználóra jutó változó költség) lehetséges értékei – gyakorlati tapasztalatok alapján jó közelítéssel folytonosnak tekinthető, így a béta sűrűségfüggvény tábla a feladat megoldásához használható.

	a	b
Felhasználók száma	2	6
1 felhasználóra jutó bevétel	6	4
1 felhasználóra jutó változó költség	2	4

5.12 táblázat: A valószínűségi változók béta eloszlásának jellemző paraméterei

Egyetértettek továbbá abban, hogy a projektek teljes élettartama alatt a fenti értékek állandóak.

5.4.3 Valószínűségi változók közötti kapcsolatok szubjektív becslése

A következő feladat tehát az azonosított valószínűségi változók közötti kapcsolatok szubjektív becslése. A.3.2.1.3 fejezetben ismertetett módszer alapján a korrelációs együtthatókat a 3.1 képlettel becsülhetjük.

Először tehát megkértem a szakértőket arra, hogy adják meg, hogy a 3 valószínűségi változó közül melyik tényezők függenek¹¹ egymástól. Nos teljes volt a konszenzus abban, hogy felhasználók száma és az egy főre jutó változó költségek, valamint a felhasználók száma és az egy főre jutó bevételek függenek egymástól, míg az egy főre jutó változó költségek és az egy főre jutó bevétel egymástól független változók. Ennek megfelelően adódott a szakértők következő feladata a felhasználók száma és az egy főre jutó változó költség, illetve a felhasználók száma és az egy főre jutó bevétel közötti feltételes várható értékek megbecslése. Ehhez szintén a béta sűrűségfüggvény táblából indultak ki. **Teljes volt a konszenzus** abban a tekintetben is, hogy pl. **2001-ben a felhasználók száma és az egy főre jutó bevétel kapcsolatára leginkább a 3;2 paraméterű feltételes sűrűségfüggvény**, míg a **felhasználók száma és az egy főre jutó változó költség között a 4;2 paraméterű sűrűségfüggvény** fejezi a kapcsolatot.

A következő feladat volt a (3.1) egyenletben tagjainak kiszámítása.

A béta sűrűségfüggvény várható értékének meghatározása a következő képlettel történik¹²:

¹¹ A szakértőknek részletesen elmondtam, hogy mit tekintünk köznapi értelemben függetlennek, és mi a sztochasztikus függetlenség fogalma. Lásd ehhez a 3. fejezet 21. lábjegyzetében leírtakat is.

¹² Eurescom Project Extended Investment Analysis of Telecommunication Operator Strategies Deliverable 2 Annex C Heidelberg, 2000 [18]

$$E(X) = \frac{(a+b-2)M + A + B}{a+b} \quad (5.5)$$

ahol: a; b a béta eloszlás sűrűségfüggvényének paraméterei,

M sűrűségfüggvény módusza,

A; B a változási értéktartomány alsó és felső határa.

A módusz meghatározása¹³

$$M = \frac{A(b-1) + B(a-1)}{a+b-2} \quad (5.6)$$

Az 5.6 és 5.5 képletbe behelyettesítve (felhasználók száma 1000 felhasználó 2001.I. negyedév):

$$M = \frac{800(6-1) + 1400(2-1)}{2+6-2}$$

M = 900 fő

$$E(X) = \frac{(2+6-2)900 + 800 + 1400}{2+6}$$

E(X) = 950 fő

Az 5.6 és 5.5 képletbe behelyettesítve (egy főre jutó változó költség 2001.I. negyedév):

$$M = \frac{0,83(4-1) + 2,2(2-1)}{2+4-2}$$

M = 1,17 e Ft

$$E(X) = \frac{(2+4-2)1,17 + 0,83 + 2,2}{2+4}$$

E(X) = 1,3

Az 5.6 és 5.5 képletbe behelyettesítve (egy főre jutó bevétel 2001.I. negyedév):

$$M = \frac{21,40(4-1) + 37,50(6-1)}{6+4-2}$$

M = 31,5

¹³ dr. Andor György: Beruházási döntések számítógépes támogatása doktori (PhD) értekezés Budapest, 1998. 29 oldal [1]

$$E(X) = \frac{(6 + 4 - 2)31,5 + 21,40 + 37,50}{6 + 4}$$

$$E(X) = 31,1$$

A szórások meghatározása¹⁴

$$\sigma_x = \frac{ab(B - A)^2}{(a + b + 1)(a + b)^2} \quad (5.7)$$

Az 5.7 képletbe behelyettesítve (felhasználók száma 1000 felhasználó 2001. I. negyedév)

$$\sigma_x = \frac{2 * 6(1400 - 800)^2}{(2 + 6 + 1)(2 + 6)^2}$$

$$\sigma_x = 86,6$$

Az 5.7 képletbe behelyettesítve (egy főre jutó változó költség 1000 felhasználó 2001.I. negyedév):

$$\sigma_x = \frac{2 * 4(2,2 - 0,83)^2}{(2 + 4 + 1)(2 + 4)^2}$$

$$\sigma_x = 0,04$$

A 5.7 képletbe behelyettesítve (egy főre jutó bevétel 1000 felhasználó 2001.I. negyedév):

$$\sigma_x = \frac{6 * 4(37,50 - 21,40)^2}{(6 + 4 + 1)(6 + 4)^2}$$

$$\sigma_x = 2,38$$

Feltételes várható értékek becslése a felhasználók száma és az egy főre jutó bevétel között 2001-ben

A szakértők a béta sűrűségfüggvény táblából a 3;2 paraméterű feltételes sűrűségfüggvényt választották. Ez alapján $E(Y|X=1000) = 30,6$ e Ft; $E(Y|X=900) = 31,5$ e Ft

A felhasználók száma és az egy főre jutó bevétel közötti korrelációs együttható becslése (3.1)

$$r_{XY} = \frac{86,6[30,6 - 31,1]}{2,38[1000 - 950]} \quad r_{XY} = -0,363$$

¹⁴ dr. Andor György: Beruházási döntések számítógépes támogatása doktori (PhD) értekezés Budapest, 1998. 29 oldal [1]

$$r_{XY} = \frac{86,6[31,5 - 31,1]}{2,38[900 - 950]} \quad r_{XY} = -0,343$$

Természetesen további számításokat is végeztem, melyeket átlagolva a korrelációs együtthatóra **-0,35** érték adódott.

A felhasználók száma és az egy főre jutó változó költség közötti korrelációs együttható becslése 2001-ben.

A szakértők a béta sűrűségfüggvény táblából a 4;2 paraméterű feltételes sűrűségfüggvényt választották. Ez alapján $E(Y|X=1100) = 1,14$ e Ft; $E(Y|X=800) = 1,21$ e Ft.

A 3.1 képlet alapján:

$$r_{XY} = \frac{86,6[1,14 - 1,17]}{0,04[1100 - 950]} \quad r_{XY} = -0,433$$

$$r_{XY} = \frac{86,6[1,21 - 1,17]}{0,04[800 - 950]} \quad r_{XY} = -0,577$$

További számítások alapján a szakértők a felhasználók száma és az egy főre jutó változó közötti korrelációs együtthatót **-0,52**-re választották.

A korrelációs együtthatókat a projekt teljes élettartamára megbecsülték¹⁵. Ezt foglalja össze a 5.13 táblázat.

Év	Felhasználók száma és az egy főre jutó változó költség között	Felhasználók száma és az egy főre jutó bevétel között
2001	-0,35	-0,52
2002	-0,32	-0,47
2003	-0,28	-0,42
2004	-0,25	-0,38
2005	-0,22	-0,34
2006	-0,2	-0,31

5.13 táblázat: Korrelációs együtthatók

¹⁵ A szakértők a két valószínűségi változó közötti közvetlen kapcsolat szorosságát kifejező korrelációs együttható becslésekor Hillier megközelítést a két azonos valószínűségi változó közötti korrelációs együttható időbeli állandóságáról úgy értelmezték, hogy az egy naptári évben (azaz negyedéves bontásban) állandóak tekinthetők, de különböző naptári években eltérő. Lásd ehhez a 3. fejezet 23. és 26. megjegyzését is.

Technikai megjegyzés: A kalkuláció során az egyszerűsítés kedvéért azzal a feltételezéssel éltem, hogy az 5000 felhasználós rendszerrel a szimulációs modellben ugyanezekkel a korrelációs együtthatókkal lehet számolni.

A szimulációs modell felépítéséhez szükséges adatok megbecslése után a következő feladat volt az adatok bevitele a „Crystal Ball”¹⁶ fantázianevű szoftver adatbázisába.

Mind az 1000 felhasználós pilot rendszerre, mind a 2001-ben vagy 2002-ben megvalósítandó 5000 felhasználós rendszerre elkészültek a működési pénzáram bizonytalanságának számszerűsítésére irányuló szimulációs modellek. Az 1000 felhasználós pilot rendszerhez készült kalkulációt a 4.sz.melléklet, az 5000 felhasználós rendszer eredményeit 2001.évi megvalósítással a 5.sz.melléklet, míg 2002.évi megvalósítással az 6.sz.melléklet tartalmazza.

A szimuláció főbb paraméterei a következők:

- szimuláció típusa: Monte Carlo
- kísérletek (mintavételek) száma: 1000-7000¹⁷ között
- véletlenszám generálás kezdési száma : 0
- korreláló véletlenszám generálás: Latin Hypercube
- kísérletek száma a korreláló véletlenszám generáláshoz: 500

A szimuláció befejezése után valamennyi negyedéves működési pénzáramra és mindhárom korábban említett beruházási esetre a szoftver segítségével riportot készítettem, melyet a 7 – 9. sz. mellékletek. (takarékosági okokból csak az 1-1 riportot) mutatnak be.

Itt a riportok közül illusztrációképpen 5.14 táblázatban az 1000 felhasználós pilot rendszer 2001.I. negyedéves pénzáramára kapott eloszlást, valamint a valószínűségi változók közül a már korábban is bemutatott egy főre jutó változó költség bemenő adatait adom meg az azokat megjelenítő csonka béta eloszlás képével együtt.

Assumption: 1 felhasználóra jutó változó költség e Ft

Beta distribution with parameters:

Alpha 6,00

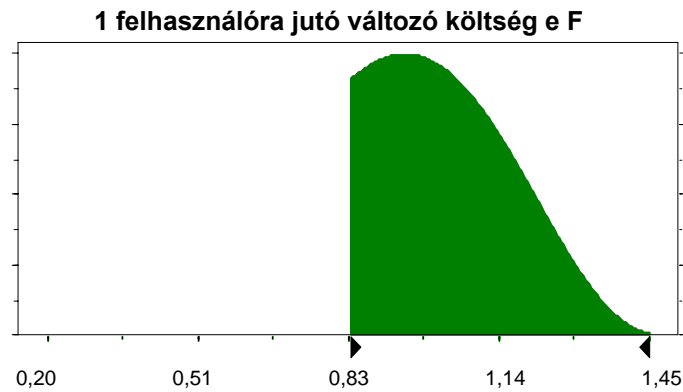
¹⁶ A szoftver az amerikai Decisineering Inc. terméke, tulajdonképpen a Microsoft Excel-ben futó makrók gyűjteménye. A szoftverrel lehetőség van független és függő valószínűségi változók definiálásra (valószínűségi görbék és paraméterek, korrelációs együtthatók megadása), a szimulációs paraméterek meghatározására, a szimulációt követően különböző riportok készítésre, a kapott eredmények statisztikai vizsgálatára, beleértve a chi-négyzet illeszkedésvizsgálatot is. A következőkben a szoftver alkalmazási lehetőségei közül bemutatom a valószínűségi változók definiálást, a szimuláció eredményéről készült riportokat, valamint több állítás (a szimulációval kapott működési pénzáram eloszlása melyik elméleti eloszlásnak felel meg leginkább, illetve annak igazolása, hogy a szimulációval kapott működési pénzáramok természetes alapú logaritmusának időbeli megváltozása normális eloszlású) bizonyítására használt chi-négyzet illeszkedésvizsgálatot is.

¹⁷ A 3.2.2 fejezetben leírtaknak megfelelően a szimulációt több kísérlet számra is lefutattam.

Beta	4,00
Scale	1,50

Selected range is from 0,83 to 2,20

5.14 táblázat: A 1 felhasználóra jutó változó költség bemenő adatai



5.1ábra: egy felhasználóra jutó változó költség csonka béta eloszlása

A korrelációs együtthatókat pedig az alábbi táblázat foglalja össze.

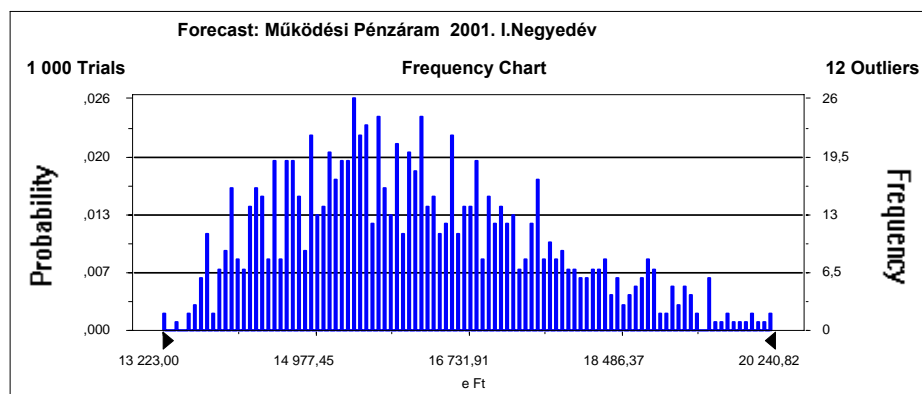
C
c
r
r
e
l
e
t
e
c

v
i
t
r
:

Felhasználók köre fő 2001. I. negyedév (C3)	- 0,52
1 felhasználóra jutó bevétel 2001. I. negyedév (C5)	0,00

5.15 táblázat: Korrelációs együtthatók

A szimuláció eredményeként a 2001 I. negyedévi működési pénzáramlásra 5.2 ábrán látható eloszlást kaptam.



5.2 ábra: Működési pénzáram eloszlása (2001. I. negyedév)

Az 5.16 táblázatban látható a szimulációval kapott működési pénzáram eloszlásának valamennyi statisztikai jellemzője.

Forecast: Működési Pénzáram 2001. I.Negyedév

Summary:

Display Range is from 13 223,00 to 20 240,82 e Ft

Entire Range is from 13 223,00 to 22 888,81

e Ft

After 1 000 Trials, the Std. Error of the Mean is 49,04

Statistics:	Value
Trials	1000
Mean	16 191,50
Median	15 966,09
Mode	---
Standard Deviation	1 550,73
Variance	2404 776,40
Skewness	0,72
Kurtosis	3,48
Coeff. of Variability	0,10
Range Minimum	13 223,00
Range Maximum	22 888,81
Range Width	9 665,81
Mean Std. Error	49,04

5.16 táblázat: Monte Carlo szimuláció eredménye

A táblázatból látható, hogy mind a relatív szórás¹⁸ (kb.10 %), mind a várható érték standard hibája (kb.3 %) kicsi, ezért a kapott eredmény nagy biztonsággal elfogadható. A szimulációt 7000 kísérlettel is elvégeztem, és az eredmények lényeges eltérést (a relatív szórás értéke 9 %, a várható érték standard hibája 2%) nem mutattak. A Crystal Ball szoftverrel chi-négyzet illeszkedésvizsgálatot is végeztem, annak megállapítására, hogy a szimulációval kapott eloszlás melyik eloszlásnak felel meg leginkább. Legtöbb esetben lognormális eloszlást kaptam. A riportok elején ez az összehasonlítás megtalálható.

5.4.4 Az eredmények interpretálása

A szimuláció alkalmazása nélkül az 1000 felhasználós pilot rendszer megvalósításának nettó jelenértéke **144348,48 e Ft**-ra adódott. (1.sz.melléklet) Ez az érték az azonosított kockázati tényezők hatásai miatt **97260,78 e Ft**-ra csökkent. (4.sz.melléklet) Jól láthatóan ez közel **45 %-os** csökkenést jelent. Ez a csökkenés elsőre meglepő lehet. De ha jobban utánagondolunk, ennek alapvető oka – ahogy azt előzetesen is sejteni lehetett -, hogy a nettó jelenérték nagyon érzékeny a felhasználók számának alakulására. A kritikus kockázati tényezők értékváltozási tartomány kijelölő hatása, valamint a béta eloszlás becsült paraméterei következtében ugyanis a felhasználók várható száma 865 főre csökkent a bizonytalanságok figyelembevétele nélkül becsült 1000-rel szemben. (4.sz.melléklet). Ehhez még hozzáadódik az egyes valószínűségi változók közötti kapcsolatok kölcsönhatása, amely együttesen eredményezte a meglepő eredményt. Figyelembevéve a 1000 felhasználós pilot rendszer tervezett beruházási költségét (150 millió Ft), a kapott eredmény még így is jónak mondható.

Az 5000 felhasználós rendszer esetében 2001. évi megvalósítással az eredetileg kalkulált **285239,3 eFt** NPV (2.sz.melléklet) **135524,9 eFt**-ra zsugorodott (5.sz.melléklet), míg 2002. évi megvalósítással az eredeti kalkulációban szereplő **265906 eFt** NPV (3.sz.melléklet) **115630,78 eFt**-ra változott (6.sz.melléklet). A különbségek az 1000 felhasználós pilot rendszerhez képest még inkább szembeötlők. Mivel társaságunknál első alkalommal került sor Monte Carlo szimuláció alkalmazására a működési pénzáramra ható bizonytalanságok számszerűsítése céljából, így még nincs tapasztalat arra nézve, hogy ilyen nagy különbség általában jellemző-e. A rendelkezésre álló irodalmakban sem találtam megbízható adatot ezzel kapcsolatban. Mindenesre megállapítható, hogy érdemes volt a szimulációt elvégezni, mert felhívta a figyelmet arra, hogy a bizonytalanságok hatásait nem figyelembevevő kalkuláció szerint rendkívül jó nettó

¹⁸ A relatív szórás a standard szórás és a várható érték hányadosa.

jelenértékeket a döntéshozónak érdemes óvatosan kezelni. Szeretném azonban azt is megjegyezni, hogy jelen példában mindhárom esetben még így is érdemes a projekteket megvalósítani, hiszen a beruházások megvalósításával a vagyonnövekmény a szimulációs modell felépítése során megfogalmazott feltételek mellett is biztosított.

5.5 Opció árelmélet alkalmazása

Az eddigi vizsgálataim az egyes projekteket külön-külön egymástól függetlenül vizsgálták statikus környezetet feltételezve. Érdemes azonban az egymáshoz kapcsolódó projektek idősorát is elemezni, azaz a projekteket körülvevő dinamikus beruházási lehetőségeket is megragadni. Ez szolgálja az opció árelmélet alkalmazása. Az elméleti hátteret a 4. fejezetben részletesen leírtam, a következőkben a gyakorlati bemutatásra kerül sor.

A reálopció alkalmazásának első feltétele annak az időben sztochasztikusan eszköznek a kiválasztása, amelyre nézve a feltételes követelésekre vonatkozó elvek alapján a beruházás értékelése elvégezhető. A petrokémiai iparban ez lehet a nyers olaj hordónkénti árának változása, a fémiparban a különböző fémek tőzsdei árai, stb. A távközlésben nem található ilyen általános eszköz, melynek alakulásától függően a döntéshozó a beruházási döntéseit optimalizálni tudja. Ezért a konkrét példában az első feladat volt annak megkeresése, hogy alapvetően melyik valószínűségi változó időbeli alakulásától függ a működési pénzáram és ezen keresztül a projektek nettó jelenértékének alakulása. A szimulációs modell értékelése során elmondottakból következik, hogy az eredményre legnagyobb hatással a felhasználók számának változása van. Ez azonban természetesen nem kezelhető úgy, mint az olajár, vagy rézár, amelyre nézve hosszú távú, nyilvánosan hozzáférhető adatsor áll rendelkezésre. Továbbá a reálopció alkalmazásának a távközlésben az is gátat szab, hogy a távközlési eszközöknek nincs vagy csak alig létezik másodlagos piaca és még az sem tekinthető likvidnek, így azok piaci értékéről nyilvános adatok nem állnak rendelkezésre. Ezért egyedül az megoldás látszott elfogadhatónak, - amíg a közeljövőben más tényezőt nem sikerül azonosítani - hogy - a szakértői becslés és értékelés eredményére továbbra is támaszkodva - magát a Monte Carlo szimulációval előállított működési pénzáramot¹⁹ tekintsük a megfelelő eszköznek, és az így nyert adatsort vessük alá megfelelő statisztikai próbáknak, bizonyítandó, hogy az valóban egy sztochasztikus folyamat.

¹⁹ A 4.7 alfejezet 4.2 táblázata alapján, mely egy beruházási lehetőség és a vételi opció paramétereinek közötti analógiát mutatja be. Továbbá lásd ehhez még a 4. fejezet 16,17, és 18. lábjegyzetében leírtakat is.

Mielőtt azonban erre sor kerül, először korrekten meg kell fogalmazni, hogy mi az az opciós lehetőség, amelyet a menedzsment a döntése során megragadhat. A 4.6 fejezetben részletesen ismertettem a reálopciók típusát. A mintapéldában ezek közül az időzítési opció, vagy a növekedési opció megfogalmazása jöhet szóba. Az első esetben azt lehetőséget lehetne megvizsgálni, hogy a például az 1000 felhasználós pilot rendszert már ebben az évben vagy esetleg csak későbbi időpontban (2001-ben, vagy 2002-ben) érdemes-e megvalósítani. A másik lehetőség a növekedési opció megfogalmazása. Ez jelen esetben az jelenti, hogy a reálopció alkalmazásával arra keressük a választ, hogy a már megvalósított pilot rendszer üzembe helyezése után megvalósítsuk-e az 5000 felhasználós rendszert, és ha igen, akkor a beérkező új információk birtokában erre mikor kerüljön sor. Úgy érzem, hogy a jelen példában ez utóbbi jobb lehetőséget nyújt a reálopció alkalmazásának bemutatására, ezért ennek értékét fogom kiszámolni.

5.5.1 Statisztikai próbák a szimulációval előállított működési pénzáram vizsgálatára

Ezek után térjünk vissza annak bizonyítására, hogy a szimulációval előállított működési pénzáram ténylegesen sztochasztikus folyamatot követ-e. A bizonyítási eljárás során tehát azt vizsgálom, hogy a beruházás időtartamának egyes időegységeire (példánkban negyedéves bontásban) a szimuláció során egymástól függetlenül előállított pénzáramokat a továbbiakban időszorként kezelve²⁰, megfelel-e a szükséges kritériumoknak. A 4.2.1 fejezetben részletesen ismertettem, hogy milyen tulajdonságokkal rendelkezik egy sztochasztikus folyamat, és milyen modellek ismeretesek azok leírására az irodalmakban. Tekintettel arra, hogy azt vélelmezem, hogy a beruházás élettartama alatt szimulációval előállított működési pénzáram időintervallumonkénti megváltozása első megközelítésben egy általános Wiener folyamat, ezért az erre vonatkozó statisztikai próbákat fogom elvégezni.

A későbbiek folyamán természetesen azonban azt is bizonyítani kell, hogy a működési pénzáram időegységenkénti megváltozása valójában egy Geometrikus Brown mozgást követ, azaz a trendtag és a sztochasztikusan változó tag nagysága is függ a kezdeti értéktől, azonban az időtől független.

²⁰ A következőkben részletesen ismertett statisztikai próbák elvégzését a – gyakorlati alkalmazhatóságot szem előtt tartva – az a feltételezés teszi lehetővé, hogy a szimulációval kapott működési pénzárama eloszlása – különösen kicsi (10% alatti) relatív szórás esetén – a statisztikai próbák alkalmazása során jól jellemezhető a várható értékkel. Erre a feltételezésre azért van szükség, mert az általános Wiener folyamat egyik feltételének, a két eloszlás függetlenségének bizonyítására elvégezhető a ² illeszkedésvizsgálat, azonban a demonstrációs példában 20 változó esetére ennek elvégzése nagyon időigényes és bonyolult lenne. A másik feltétel igazolására, hogy két vagy több minta azonos eloszlásból (esetünkben normális eloszlásból) származik-e a homogenitásvizsgálat alkalmazható. 20 változó esetében ez szintén bonyolult és hosszadalmas művelet. Természetesen a fenti feltételezés matematikailag nem korrekt, ugyanakkor – az általam javasolt módszer gyakorlati használhatóságát szem előtt tartva – úgy érzem, ez egy célszerű kompromisszum. Ezt tehát azt jelenti, hogyha sikerül bizonyítani, hogy a várható érték időintervallumonkénti megváltozása általános

A 4.2.1 fejezet alapján az első feladat tehát annak a bizonyítása, hogy a szimulációval előállított működési pénzáram időintervallumonkénti megváltozásai egymástól függetlenek tekinthetők.

Erre a szakirodalom különböző statisztikai próbákat pl. sorozatpróba, korrelogram²¹ ajánl. A bizonyításhoz a sorozatpróbát választottam. A következőkben csak a számításokat mutatom be.

Az 5000 felhasználós rendszer esetében 2002. évi megvalósítás esetén a számítások elvégzése után a következő eredményeket kaptam:

Év	Negyedéves várható értékek (e Ft-ra kerekítve)	Várható értékek különbsége	Különbségek átlaga	Átlaggal korrigált különbségek
----	--	----------------------------	--------------------	--------------------------------

Wiener folyamatot követ, akkor a nullhipotézist a teljes eloszlásra úgy fogadom el, hogy az a nullhipotézisnek nem mond ellen. Lásd ehhez a következő megjegyzést is.

²¹ A sorozat-próba egyszerű nemparaméteres próba, annak a nullhipotézisnek a helyességét vizsgálja, hogy a mintaelemek sorozata véletlenszerűnek tekinthető-e. E nullhipotézissel azt az alternatív hipotézist állítja szembe, hogy a mintaelemek sorrendje nem véletlenszerű, hanem abban valamilyen szabályszerűség érvényesül. Az alkalmazás feltétele a következő: a mintaelemek sorrendje egyértelműen értelmezhető legyen, a mintaelemek mindegyike két osztály (X; Y) valamelyikébe legyen besorolható.

A próba végrehajtása a mintában előforduló ún. sorozatok számának vizsgálatán alapszik. A sorozatok számának meghatározása úgy történik, hogy a mintán belül megszámláljuk az X illetve az Y osztályba besorolandó elemek számát. Értelemszerűen a kettő összege éppen megegyezik a teljes elemszámmal. Ezután megvizsgáljuk, hogy az X illetve Y osztályba besorolt elemek száma hogyan viszonyul a teljes elemszámhoz. Ha ez az érték túl kicsi, akkor az arra utal, hogy a minta egymást követő elemei között valamilyen függőség van. Ugyanúgy, ha a sorozatok száma a mintán belül túl nagy, az valamilyen szabályszerűséget – például meghatározott periódus szerinti változást – jelezhet. Ezért a próba végrehajtása tipikusan kétoldali kritikus tartományt igényel. Az alsó és felső kritikus értékek az erre készített táblázatokból olvashatók ki, a próbához választott szignifikancia szinten. Ha a vizsgálat eredménye alapján X illetve Y osztályba besorolt elemek száma a táblázat szerint a kritikus tartományba esik, akkor a nullhipotézist el kell vetni, azaz a mintaelemek sorrendje nem tekinthető véletlennek. Külön kell szólni a minimálisan szükséges mintaelemek nagyságáról és a mintaelemek minőségéről. A szakirodalom a minimálisan szükséges mintanagyságot nem határozza meg, de az eredmény megbízhatósága szempontjából célszerű, ha ennek száma legalább 10 adat. Természetesen ha ennél nagyobb számú adat áll rendelkezésre, az a kapott eredmény megbízhatóságát növeli. A másik fontos terület az eredmény megbízhatóságával kapcsolatban a minta milyensége. A hipotézisvizsgálatok során a szakirodalom feltételezi, hogy a vizsgálathoz egy vagy több FAE minta áll rendelkezésre. Ez vagy végtelen sokaságok véges számú véletlenszerűen realizálódó elemének megfigyelését, vagy véges sokaságokból történő visszatéves egyszerű véletlen mintavételt tételez fel. Szeretném még megemlíteni a szignifikancia szint megválasztásának problematikáját is. A kiválasztást attól kell függővé tenni, hogy az első vagy másodfajú hiba elkövetése ellen szeretnénk-e inkább védekezni. Az első fajú hiba elkövetése azt jelenti, hogy a nullhipotézist annak ellenére elutasítjuk, hogy az a valóságban helyes. Annak a valószínűsége, hogy ezt elkövetjük éppen megegyezik a szignifikancia szinttel. Másodfajú hiba esetén viszont a nullhipotézist elfogadjuk, pedig az a valóságban nem igaz. Ha a kétféle hiba közül inkább az elsőfajú hibát akarjuk elkerülni, akkor kisebb szignifikancia szintet kell választani, míg a másodfajú hiba elkövetése ellen a nagyobb szignifikancia szint választásával lehet védekezni. A gyakorlatban igen elterjedt az 5%-os szignifikancia szint választása, de ez természetesen nem minden esetben lehet indokolt. Hunyadi – Mundruczó – Vita: Statisztika II 33 -35, 164 oldal [5].

2002. I. Negyedév*	55399			
2002. II. Negyedév*	54714	-685		-1290,7
2002. III. Negyedév*	54777	63		-542,7
2002. IV. Negyedév*	54865	88		-517,7
2003. I. Negyedév	58012	3147		2541,3
2003. II. Negyedév	58431	419		-186,7
2003. III. Negyedév	58487	56		-549,7
2003. IV. Negyedév	58427	-60		-665,7
2004. I. Negyedév	59601	1174		568,3
2004. II. Negyedév	60130	529		-76,7
2004. III. Negyedév	60582	452		-153,7
2004. IV. Negyedév	60851	269		-336,7
2005. I. Negyedév	62536	1685		1079,3
2005. II. Negyedév	62940	404		-201,7
2005. III. Negyedév	63387	447		-158,7
2005. IV. Negyedév	63324	-63		-668,7
2006. I. Negyedév	63961	637		31,3
2006. II. Negyedév	64543	582		-23,7
2006. III. Negyedév	65655	1112		506,3
2006. IV. Negyedév	66419	764		158,3
2007. I. Negyedév	67513	1094		488,3
n	20		605,7	

* 2001 évi beruházásból áthozott adat

5.17 táblázat: Sorozatpróba a működési pénzáramra 5000 fő felhasználó 2002. évi beruházással

A statisztikai próba végrehajtása során a nullhipotézis az, hogy a táblázat utolsó oszlopában található, az átlaggal korrigált értékek sorozata véletlen, azaz az egymást követő tagok egymástól függetlenek. E nullhipotézissel azt az alternatív hipotézist állítjuk szembe, hogy a mintaelemek sorrendje nem véletlenszerű, hanem abban valamilyen szabályszerűség érvényesül. A hipotézist akkor fogadjuk el, ha a sorozatok száma sem az alsó, sem a felső kritikus tartományba nem esik.

A próba részletes leírása szerint a bizonyítást az átlaggal korrigált értékekre kell elvégezni. Ehhez a számsorból két osztályt kell képezni. Ez mi esetünkben praktikusán a pozitív és negatív előjelű számok lehetnek. Ezután meg kell adni, hogy hány darab elem tartozik az egyes osztályokba. Jelen esetben a pozitív elemek száma 7, a negatív elemek száma 13, azaz $n_x = 7$; $n_y = 13$. Az összes mintaelemek száma 20.

Figyelemmel a 21. lábjegyzetben a szignifikancia szint megválasztásával kapcsolatban leírtakra, miszerint másodfajú hiba elkövetése (azaz olyan nullhipotézis elfogadása, amely a valóságban hamis) elleni védekezésül, lehetőleg magasabb értéket kell választani, a bizonyításhoz használt táblázatban²² található legmagasabb értéket, az 5%-os szignifikancia szintet választottam.

A táblázat szerint az alsó kritikus érték 6, a felső kritikus érték pedig 15.

Mivel n_x és n_y nem esik sem az alsó, sem a felső kritikus tartományba, azonban a mintaelem szám nem túl nagy ezért megállapítom, hogy a minta adatai nem mondanak ellent a nullhipotézisnek, így az 5000 felhasználós rendszer szimulációval előállított működési pénzáram negyedéves várható értékének megváltozásai egymástól függetlenek tekinthetők, azaz a benne található sorozatok véletlenek.

A. vizsgálat eredménye alapján arra is választ kaptunk, hogy a működési pénzáram negyedéves várható értékének megváltozásából képzett trendtag értéke jelen esetben 605,7 e Ft, amely körül az egyes negyedéves adatok véletlenszerűen ingadoznak, azaz ezek képezik sztochasztikus tagot.

A fenti vizsgálatot továbbá elvégeztem az 1000 felhasználós pilot rendszerre valamint 5000 felhasználós projektre is 2001. évi beruházással.

Az eredmények a 10. sz. mellékletben találhatók. Ebből csak annyit szeretnék kiemelni, hogy mindenesetben sikerült igazolni, hogy a szimulációval előállított működési pénzáram időintervallumonkénti megváltozása egymástól függetlenek tekinthető.

A 10. sz. melléklet táblázatainak eredményeiből az is látható, hogy a trendtag nagysága függ a működési pénzáramok kezdeti értékeitől, ezzel kielégítve a Geometrikus Brown mozgásra jellemző egyik követelményeket is²³. Ezt bizonyítja, hogy a működési pénzáram nagyságának megháromszorozódása a trendtag nagyságát is körülbelül háromszorosára növeli.

Ezt követően a Wiener folyamat másik feltételének igazolása következik, azaz annak az igazolása, hogy a pénzáram várható értékének időintervallumonkénti megváltozása normális eloszlású.

A fenti hipotézis igazolása chi-négyzet illeszkedésvizsgálattal²⁴ végeztem.

²² Hunyadi – Mundruczó - Vita Statisztika II. Kézirat Aula Kiadó Budapest VI. táblázata 373-376 1992 [5]

²³ Lásd. 4.2.1 alfejezet 44-45 oldal.

²⁴ A sokaságok, minták eloszlásának egészére vonatkozó hipotézisek vizsgálatát illeszkedésvizsgálatnak nevezi a szakirodalom. Illeszkedésvizsgálatoknál arra vagyunk kíváncsiak, hogy valamely minta eloszlása tekinthető-e adott eloszlásúnak. A vizsgált mintát valamilyen ismerv alapján k számú részre (kategóriára) bontjuk és megvizsgáljuk, hogy a kategóriákba a mintaelemek milyen relatív gyakorisággal esnek, valamint az az eloszlás, amellyel összevetjük milyen valószínűséggel veszi fel az adott kategóriákat. Ha a rendelkezésre álló minta elég nagy akkor a nullhipotézis helyessége a chi-négyzet próbafüggvény segítségével vizsgálható, amely az előbbieket szerint meghatározott relatív gyakoriságok és valószínűségek alapján a következő képlet szerint számítható:

A próba elvégzése a már korábban említett Crystal Ball szoftverrel történt, az eredményeket az 5.18 – 5.19 táblázatok adja meg. Mivel a szoftver a illeszkedésvizsgálathoz előírja legalább 20 adat meglétét, ezért a vizsgálatot csak 1000 felhasználós valamint a 2002 évi beruházással megvalósuló 5000 felhasználós projektre tudtam elvégezni.

Illeszkedésvizsgálat	
Data Series:	1
Chi-squared p-value:	0,01430588
Distribution:	157,4
Best fit:	Normal
Normal	0,01430588

5.18 táblázat: Chi négyzet illeszkedésvizsgálat eredménye 1000 felhasználós pilot működési pénzáramára

Illeszkedésvizsgálat	
Data Series:	1
Chi-squared p-value:	0,094264318
Distribution:	605,7
Best fit:	Normal
Normal	0,094264318

$$\chi^2 = \frac{(f_i - nP_i)^2}{nP_i} = n \left(\sum_{i=1}^k \frac{g_i^2}{P_i} - 1 \right)$$

Ahol: f_i illetve g_i értékek az adott kategóriába eső relatív gyakoriságok értékei,

n : mintaelem száma,

P_i : annak a valószínűsége, hogy mintával összevetett eloszlás milyen gyakorisággal veszi fel az adott kategóriát.

A chi-négyzet próba a nullhipotézistől való eltérés tényét nagy pozitív értékekkel jelzi, ezért az illeszkedésvizsgálatot jobboldali kritikus tartománnyal kell végrehajtani. A próbafüggvény nagy pozitív értékei azt is jelentik, hogy a chi-négyzet próba, mint illeszkedésvizsgálat igen szigorú hipotézis vizsgálat, ezért a gyakorlat számára 10% körüli szignifikancia szint is elfogadható lehet. Az alfa szignifikancia szinthez felső kritikus értéket kell keresni, amelyet chi-négyzet táblázatból az alábbi képlet segítségével kereshetünk ki:

$$c_f = \chi_{1-\alpha}^2(v)$$

ahol v a szabadságfok, kiszámításának módja : = ? kategóriák száma-1

Ha a próbafüggvény értéke kisebb a felső kritikus értéknél, azaz a próbafüggvény értéke az elfogadási tartományba esik, akkor elfogadhatjuk azt a feltevésünket, hogy a minta normális eloszlású. Az illeszkedésvizsgálatról és azok alkalmazási lehetőségeiről részletes leírás található pl. Lukács Ottó: Matematikai statisztikai példatár Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1987.291- 353 oldal [27].

5.19 táblázat: Chi négyzet illeszkedésvizsgálat eredménye 5000 felhasználós rendszer működési pénzáramára 2002. évi beruházással

A táblázatok alapján az 1000 felhasználós pilot rendszer esetében 1,4 %-os szignifikancia szinten, míg 5000 felhasználós rendszer esetében 9,4 %-os szignifikancia szinten elfogadható az a nullhipotézis, hogy a pénzáramok megváltozásai normális eloszlásúak. Mivel az opció értékeléséhez a bővítő beruházás pénzáramának időbeli megváltozásáról kell bizonyítani, hogy az normális eloszlású, és a jelen illeszkedésvizsgálattal csak a gyakorlatban általánosan alkalmazott 5 %-os szignifikancia szintnél magasabb szinten lehet a nullhipotézist elfogadni, hogy ne kövessék el másodfajú hibát²⁵ további vizsgálatokat kell végezni. Erre jó alkalmat kínál a Black-Scholes formula alkalmazhatóságának vizsgálata.

A 4.7 fejezetben ismertetett formulát ugyanis csak akkor használhatjuk az opció értékének meghatározásához ha azt is sikerül bizonyítani, hogy a működési pénzáram időintervallumonkénti megváltozásának természetes alapú logaritmus is normális eloszlású²⁶. Ezért az 5.17. táblázatban található adatokat alapul véve képeztem a megváltozások természetes alapú logaritmusát, majd ismételt elvégeztem az illeszkedésvizsgálatot. Az 5000 felhasználós rendszerre 2002. évi beruházással a vizsgálat eredményét az 5.20 táblázat mutatja be.

Működési pénzáram várható értékének megváltozása	A megváltozás természetes alapú logaritmus		
685	6,5294		
63	4,1431		
88	4,4773		
3147	8,0542		
419	6,0378		
56	4,0253		
60	4,0943		
1174	7,0681	Data Series:	1
529	6,2708	Chi-squared p-value:	0,011412037
452	6,1136	Distribution:	5,97791
269	5,5947	Best fit:	Normal

²⁵ Hunyadi – Mundruczó - Vita Statisztika II. Kézirat Aula Kiadó Budapest 1992 78. oldal [5]

²⁶ Lásd ehhez a 4.4 alfejezetben az 53-54. oldalon leírtakat is.

1685	7,4295		
404	6,0014	Normal	0,011412037
447	6,1025		
63	4,1431		
637	6,4567		
582	6,3664		
1112	7,0139		
764	6,6385		
1094	6,9976		

5.20 táblázat: A természetes alapú logaritmusú megváltozás normalitásának vizsgálata chi-négyzet illeszkedésvizsgálattal (5000 felhasználós 2002. évi beruházás)

Az 5.20 táblázatból látható, hogy a nullhipotézis, miszerint 5000 felhasználós 2002. évi beruházás esetén a működési pénzáramok időintervallumonkénti megváltozásának természetes alapú logaritmus normális eloszlású, 1,1 %-os szignifikancia szinten igaz. Úgy érzem, hogy a két vizsgálat eredményeit összevetve így megalapozottabban fogadható el a nullhipotézis. Ugyanakkor azt is meg kell említeni, hogy 2001. évi bővítő beruházás esetében a rendelkezésre álló kevés adat hiányában a normalitás vizsgálatot nem tudtam elvégezni. Ezért teljes mértékben indokolt - a módszernek a gyakorlatba történő bevezetése során – ezen statisztikai próbák minden egyes alkalommal történő elvégzése. Csak így lehet majd megnyugtatóan bizonyítani, hogy a szimulációval előállított pénzáram ténylegesen teljesíti a Geometrikus Brown mozgás és a Black-Scholes formula alkalmazásának feltételeit, amely feljogosít a formula következőkben részletezett, korlátozások nélküli alkalmazására.

5.5.2 Opció számításához szükséges paraméterek előállítása

A következő feladat tehát az egyenlet megoldásához szükséges paraméterek megadása. A 4.2. táblázat alapján a reálopció értékének meghatározásához öt paraméterre van szükség. A mintapéldában ezek a következők:

- működési pénzáram jelenértéke (S),
- a beruházási költség jelenértéke (X),
- az opció lejáratáig hátralévő idő (T),
- a kockázatmentes kamatláb (r_f),
- a működési pénzáram volatilitása (σ).

A fenti öt adatból a működési pénzáram jelenértéke, a beruházási költség jelenértéke az 5. és 6. sz. mellékletekben már meghatározásra került.

Most a további három paraméter megadására kerül sor.

Az opció lejáratáig hátralévő idő (ameddig a második projektet változatlan feltételekkel meg lehet valósítani) 1 vagy 2 év.

A kockázatmentes kamatláb meghatározását a 5.21 táblázat szemlélteti.

Év	2000
Kockázatmentes kamatláb meghatározása a 2005/E Államkötvény eladási és vételi hozam átlaga 2005. V.12. Napi Gazdaság 2000. április 12.	
Vételi hozam %	7,6
Eladási hozam %	9,09
Átlag %	8,345

5.21 táblázat: Kockázatmentes kamatláb meghatározása

5.5.3 A működési pénzáram volatilitásának meghatározása

Reményeim szerint itt térül meg először az a fáradságos munka, amelyet az eddigiek során befektettem. Ugyanis a kockázati tényezők azonosítása, a kritikus kockázati tényezők kiválasztása, a kritikus tényezők hatásainak számszerűsítésére a szimulációs modell felépítése nem csak azt a célt szolgálta, hogy jobban megismerhessük a projektünket, pontosabb képet kaphassunk a megvalósítást körülvevő bizonytalanságokról, hanem azt is, hogy az itt nyert adatok segítségével határozzuk meg a reálopció alkalmazáshoz szükséges ötödik paramétert, a volatilitás mértékét is.

A volatilitás meghatározási folyamatnak általam javasolt lépésit részletesen az 4.3 alfejezetben írtam le. A következőkben a mintapélda kapcsán a módszernek a gyakorlatban történő kipróbálása következik.

Ehhez először ismételtelen egy szimulációs modellt kell felépíteni.

A szakirodalom általában azt javasolja, hogy vagy szakértői becsléssel határozzuk meg a volatilitás nagyságát, vagy a múltbeli adatokra, megfigyelésekre támaszkodva, számítsuk ki annak értékét. A becslés természetesen mindig járható út, de társaságunknál még nem alakult ki az ilyen típusú becslések gyakorlata. Ezért elméletileg csak az megoldás tűnik elfogadhatónak, hogy a tőzsdei részvényárfolyamok elemzése alapján adjunk becslést a volatilitás nagyságára. Ugyanakkor természetesen nem bizonyítható, hogy az így becsült érték ténylegesen tükrözi a mintapéldában szereplő működési pénzáram időbeli alakulását. Másrészt a beruházások esetében múltból származó adatok általában nem állnak rendelkezésre, ezért volatilitás ilyen módon történő kiszámítása nem valósítható meg. Mégis ez utóbbi út adta az ötletet a megoldáshoz, amelynek lényege a következő:

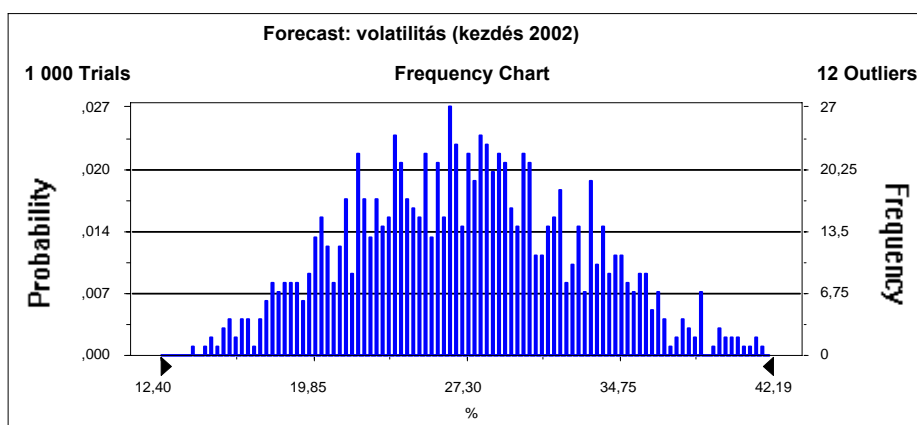
Miért ne tehetnénk meg, hogy a múltbeli adatok megfigyelése helyett, azokat szimulációs modell felépítésével állítjuk elő. Ezután a 4.3 fejezetben a 4.8 – 4.10. képletek – ben javasolt lépéseket követve számítsuk ki először a működési pénzáram időintervallumonkénti várható értéke megváltozásának (idősor) szórását, majd annualizálva az eredményt határozzuk meg a volatilitás nagyságát.

S(i)	u(i)	u(i)-k négyzete	u(i)-k négyzetösszege	u(i)-k összege	u(i)-k összegének négyzete	
55510,78152						
55073,38643	-0,007911	6,258E-05	6,25787E-05	-0,007911	6,258E-05	
54859,3265	-0,003894	1,517E-05	7,77449E-05	-0,011805	0,0001394	
55483,649	0,0113162	0,0001281	0,0002058	-0,000489	2,39E-07	
58258,82943	0,0488073	0,0023822	0,002587952	0,0483184	0,0023347	
58347,59386	0,0015225	2,318E-06	0,00259027	0,0498409	0,0024841	
58767,03864	0,007163	5,131E-05	0,002641579	0,0570039	0,0032494	
59182,87549	0,0070511	4,972E-05	0,002691297	0,064055	0,004103	
60007,98092	0,0138453	0,0001917	0,00288299	0,0779003	0,0060685	
60564,49559	0,0092313	8,522E-05	0,002968207	0,0871316	0,0075919	
60992,55739	0,007043	4,96E-05	0,003017811	0,0941746	0,0088689	
61514,37232	0,008519	7,257E-05	0,003090384	0,1026936	0,010546	
62634,70657	0,0180487	0,0003258	0,003416139	0,1207423	0,0145787	
63579,67425	0,0149743	0,0002242	0,003640369	0,1357166	0,018419	
63668,92374	0,0014028	1,968E-06	0,003642336	0,1371193	0,0188017	
63666,60166	-3,65E-05	1,33E-09	0,003642338	0,1370829	0,0187917	
Működési Pénzáram szórása						0,0130646
n =	15					
időegység (év)	0,25					
Működési Pénzáram volatilitása (annualizált szórás) %-ban						2,6129114

5.22 táblázat: A működési pénzáram volatilitásának meghatározása 5000 felhasználós rendszer 2002. évi beruházással

A fenti gondolatsort követve a 5.22 táblázat első oszlopába beírtam a negyedéves működési pénzáramok szimulációval kapott eredményeit ($S_{(i)}$; várható érték, szórás, terjedelem, a kapott valószínűségi eloszlás típusa), majd rendre meghatároztam az egyes

időszakok folytonos kamatozással számított, de nem annualizált hozamait ($u_{(i)}$), majd képeztem ezen értékek négyzetösszegét, illetve összegük négyzetét. Végül a kiszámított adatokat betöltöttem a már korábban említett Crystal Ball szoftverbe, amely a Monte Carlo szimuláció elvégzése után a működési pénzáramok időintervallumonkénti megváltozásának szórására, illetve a volatilitására meghatározta azok eloszlását, és az eloszlásra jellemző statisztikai értékeket. Az 5000 felhasználós rendszer esetére 2002. évi beruházással a volatilitás eloszlását ábrázolja az. 5.3 ábra.



5.3 ábra: 5000 felhasználós rendszer 2002. évi beruházással működési pénzáram volatilitásának eloszlása

Az ábrából és a 12. sz. mellékletekben található statisztikai riportból is kitűnik, hogy 2002. évi beruházás esetén a várható érték **27,38 %**, a standard szórás értéke pedig **5,73 %**. A további statisztikai mutatók a mellékletben megtalálhatók.

A szimulációval kapott eredményt összehasonlítva, a szakirodalmakban általában javasolt 25-40 %-os volatilitás értékekkel, azt mondhatjuk, hogy a kapott eredmény nagyságrendileg is elfogadható. Azonban a szimulációval történő meghatározással két lényeges előnyhöz is jutottunk:

- az eredményünk kizárólag a saját beruházási projektre vonatkozik, tehát pontosabban tükrözi a működési pénzáram időbeli megváltozásának alakulását,
- másrészt további lehetőséget ad a végső cél az opció értékének meghatározásához, azáltal, hogy az opció kiszámítása során a volatilitás várható értékét fogom felhasználni.

Természetesen ugyanezeket a lépéseket elvégeztem az 5000 felhasználós projektre is 2001. évi beruházással. Az eredményeket a 11. sz. melléklet tartalmazza.

A 11. sz. mellékelt alapján a **volatilitás** várható értéke **26,17 %**, a standard szórás 5,62 %,

Az eloszlás várható értékével – az e fejezet 20. lábjegyzetében ismertetett kompromisszum alapján - való továbbszámolással kielégíthető a Geometrikus Brown mozgás másik feltétele, hogy t_i a trendtagon kívül a sztochasztikus tag sem függvénye az időnek. Az opció számításához szükséges paraméterek meghatározása után a kapott eredményeket az 5.23 táblázat foglalja össze, mely egyben a vételi opció értékének meghatározásához is az alapadatokat szolgáltatja.

1. fázis NPV értéke (e Ft) NPV1	2. fázis működési pénzáram várható érték jelenértéke (e Ft) S	2. fázis beruházási költség (e Ft) X	Kockázat mentes kamatláb (%) r	Volatilitás várható értéke (%) σ	Az opció lejártáig hátralévő idő (év) T
97260,78*	605320,53**	509000	8,345	26,17	1
97260,78*	549241,5 ***	509000	8,345	27,38	2

*Társasági ügyvitel kezelési rendszer beruházás 1000 felhasználóra 2000.évi beruházással

**Társasági ügyvitel kezelési rendszer beruházás 5000 felhasználóra 2001.évi beruházással

***Társasági ügyvitel kezelési rendszer beruházás 5000 felhasználóra 2002.évi beruházással

5.23 táblázat: Reálopció számítási alapadatok

5.5.4 A vételi opció meghatározása a Black-Scholes formula alkalmazásával

Az 4.6 fejezetben leírt eljárás alapján a következő feladat a mintapéldára a vételi opció értékének meghatározása.

Először meg kell fogalmazni magát az opciós feladatot. Ehhez vissza kell nyúlni a mintapélda leírásához. Ebben az fogalmazódott meg, hogy első lépcsőben egy 1000 felhasználós pilot rendszer megvalósítására kerül sor 2000-ben. Ezt követően a pilot rendszer üzemeltetése során szerzett tapasztalatok és az időközben rendelkezésre álló információk alapján kerülhet sor az 5000 felhasználós rendszer telepítésére 2001-ben, vagy 2002-ben. Ez feladat úgy is megfogalmazható, hogy az pilot rendszerbe történő beruházással a társaság opciót szerez az 5000 felhasználós rendszer megvalósítására. Ezt csak akkor váltja be, ha második beruházás megvalósításának időpontjáig olyan információkat kap (pilot rendszer működtetésével kapcsolatos tapasztalatok, információk

a piacról pl arról, hogy mennyiért lehet megvásárolni a szolgáltatást külső szolgáltatóktól, hogyan alakulnak a makrogazdasági feltételek, stb.), amelyek érdekessé teszik az 5000 felhasználós rendszer telepítését.

A feladatnak ilyen történő megfogalmazása már adja a opció számítás korrekt megfogalmazását is. Hiszen az 5000 felhasználós beruházás megvalósítása egy növekedési (vételi opciós analógia) opciót hordoz magában, és a megvalósításra – az 1000 felhasználós pilot rendszer üzemeltetésével kapcsolatos tapasztalatok megszerzésének időigénye miatt – csak az opció lejártának időpontjában kerülhet sor, azaz európai opcióról beszélünk.

Az opciós feladat megfogalmazásából következően az opció értékének kiszámítására alkalmazható a Black-Scholes formula, és az előzőekben bizonyítottam, hogy fennállnak a feltételek az analitikus megoldáshoz. Azonban a bizonyítási eljárás, több esetben olyan feltételezéseket tartalmazott (pl. azt, hogy működési pénzáram időintervallumonkénti megváltozása lognormális eloszlású csak úgy tudtam igazolni, hogy az illeszkedésvizsgálatot a várható érték időbeli megváltozására végeztem el, valamint a formula alkalmazásához a negyedéves időintervallum elég durva) amelyek miatt nem teljesen megnyugtató a Black-Scholes formula alkalmazása. Ezért az opció értékére kapott eredmény ellenőrzésére egy numerikus módszert, binomiális fák módszerét is alkalmazni fogom.

Néhány szakkönyv²⁷ tartalmazza az analitikus megoldás alapján számított vételi opció értékeket tartalmazó táblázatot. Azonban a későbbi széles körű gyakorlati alkalmazásra is gondolva - ahogy azt már a 4.6 fejezetben említettem - elkészült a Microsoft Excel –ben futtatható makró, amely az egyes paraméterek bármely értékéhez azonnal kiszámítja a vételi opció értékét.

A kiszámításához Luehrman eljárását²⁸ alkalmaztam, úgy hogy a működési pénzáram jelenértékét és a volatilitás paramétert az előző szimulációkból kapott várható értékekkel adtam meg. A számításokat $T=1$, illetve $T=2$ évre is elvégeztem. Az eredményeket a 5.24 és 5.25 táblázatok mutatják be

Megnevezés	Rövidítés	Érték

²⁷ pl. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek II. kötet Budapest, 1993 Függelék 6-7. táblázat [7]

²⁸ lásd 4.7. alfejezet

1000 felhasználós pilot rendszer projekt nettó jelenértéke (e Ft)	NPV 1	97260,78
2. fázis jövőbeli pénzáram jelenértéke (e Ft)	S	605320,53
Beruházási költség jelenértéke (e Ft)	X	469795,5605
Kockázatmentes kamatláb	r	0,08345
2. fázis jövőbeli pénzáram jelenértéke osztva beruházási költség jelenértékével	NPV_q	1,28847648
Jövőbeli pénzáram volatilitása	σ	0,2617
Az opció lejáratáig hátralévő idő (év)	T	1
Volatilitás szorozva az opcióig hátralévő idő négyzetgyökével		0,2617
Vételi opció értéke		0,244168192
Vételi opció értéke szorozva a 2. fázis jövőbeli pénzáram jelenértékével (e Ft)		147800,0195
NPV 1 és a 2. fázis jövőbeli pénzáramának a vételi opcióval szorzott együttes értéke (e Ft)		245060,7995

5.24 táblázat: Vételi opció értékének meghatározása , ha az 5000 felhasználós projekt beruházásra 2001-ben kerül sor

Megnevezés	Rövidítés	Érték
1000 felhasználós pilot rendszer projekt nettó jelenértéke (e Ft)	NPV 1	97260,78
2. fázis jövőbeli pénzáram jelenértéke (e Ft)	S	549241,5
Beruházási költség jelenértéke (e Ft)	X	433610,7439
Kockázatmentes kamatláb	r	0,08345
2. fázis jövőbeli pénzáram jelenértéke osztva beruházási költség jelenértékével	NPV_q	1,26666949
Jövőbeli pénzáram volatilitása	σ	0,2738
Az opció lejáratáig hátralévő idő (év)	T	2

Volatilitás szorozva az opcióig hátralévő idő négyzetgyökével		0,3872
Vételi opció értéke		0,267000109
Vételi opció értéke szorozva a 2. fázis jövőbeli pénzáram jelenértékével (e Ft)		146647,5403
NPV 1 és a 2. fázis jövőbeli pénzáramának a vételi opcióval szorzott együttes értéke (e Ft)		243908,3203

5.25. táblázat: Vételi opció értékének meghatározása , ha az 5000 felhasználós projekt beruházásra 2002-ben kerül sor

5.5.5 A vételi opció meghatározása a binomiális fák módszerével

Ahogy azt korábban ígértem, a vételi opció értékét a binomiális fák módszerével is kiszámolom. Az eljárás menetét részletesen tartalmazta a 4.5 fejezet. A számításokhoz ugyanazokat az adatokat használom fel, mint a Black-Scholes formula alkalmazása során két kivétellel. Az egyik kivétel a volatilitás értéke. Ennek megbecslésére ugyanazokat a szakértőket kértem fel, akikkel korábban is együttműködtem²⁸.

A szakértők a volatilitás értékére a következő értékeket adták: $\sigma_1 = 20\%$; $\sigma_2 = 25\%$; és $\sigma_3 = 30\%$.

Ezért a számításokat mindhárom volatilitás értékkel elvégeztem.

A másik kivétel, hogy a szemben a formulában használt negyedéves időintervallummal a binomiális modellben a lépésköz egy év.

A részletes számításokat a 25%-os volatilitás értékre mutatom be.

A 4.18 – 4.20. egyenletek alapján:

$$u = e^{0,25 \cdot 1} \quad u = 1,284$$

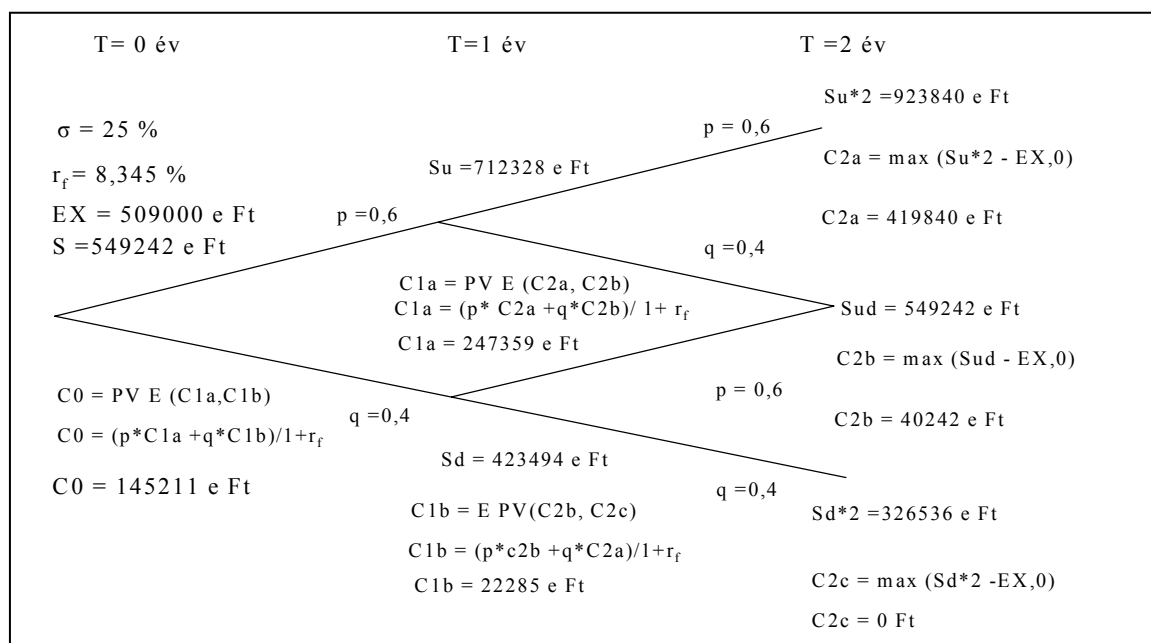
$$d = 1/1,284 \quad d = 0,779$$

$$p = ((\exp(0,08345) - 0,779)/(1,284 - 0,779)) \quad p = 0,6$$

$$q = 1 - p \quad q = 1 - 0,6 = 0,4$$

A számítás részletes menetét és eredményét az 5.4 ábra tartalmazza.

²⁸ A becslési folyamat megkönnyítése céljából ismerttem a szakirodalom által ajánlott, korábban a 4.3 alfejezetben e dolgozatban is részletezett lehetőségeket.



5.4. ábra: A vételi opció értékének meghatározása 2002-ben történő megvalósuló bővítő beruházás esetén ($\sigma = 25\%$)

Ugyanezt a számítást elvégeztem a 2001-ben megvalósuló bővítő beruházás esetére, melynek eredményeként a vételi opció jelenértékére 152 878 e Ft-ra adódott. (13.sz. melléklet)

A részletek mellőzésével a 20 illetve 30 %-os volatilitással számolva az 5.26. táblázatba foglalt vételi opció értékeket kaptam: (13. sz. melléklet)

Volatilitás %-ban	Az opció lehívásáig hátralévő idő (év)	Vételi opció értéke (e Ft)
20	1	140314
20	2	130550
30	1	162070
30	2	152879

5.26. táblázat: A vételi opció értékének meghatározása 2001-ben, illetve 2002-ben megvalósuló bővítő beruházás esetén ($\sigma = 20\%$; 30%)

Az 5.26 táblázat alapján látható, hogy előzetes várakozásomnak megfelelően az opció értéke függ a volatilitás értékétől, és minél nagyobb a volatilitás értéke, annál értékesebb az opció. Azonban – várakozásommal ellentétben - a volatilitás mértékének 50 %-os emelkedése mindössze az opció értékének maximum 15 %-os növekedését vonja maga után.

A másik következtetés, hogy a Black-Scholes formula és a binomiális fák módszerének alkalmazása – ugyanazt a volatilitás értéket feltételezve - közelítőleg azonos eredményt adott, annak ellenére, hogy a binomiális modellben 1 éves lépésközzel, a formula használata során pedig negyedéves intervallummal végeztem a számítást. Meg kell azonban jegyezni, hogy a formula alkalmazásával a 2001. és 2002. évi megvalósítás opció értéke között elhanyagolható a különbség, ugyanez a binomiális fák esetében kb. 7 %. Ez megnyugtató a tekintetben, hogy a mintafeladat esetében a menedzsment jól előkészített és szakmailag kellően megalapozott döntés-előkészítő anyag alapján hozhatja meg döntését.

Érdeemes volna azonban a jövőben a binomiális fák módszerének szélesebb körű alkalmazására törekedni. Ez különösen akkor igaz, ha a későbbiek során a távközlés területén mégis sikerül azonosítani olyan tényezőt – melynek időbeli alakulására hosszabb távú és nyilvános adat áll rendelkezésre, és amelyre bizonyítható, hogy időbeli megváltozása Ito folyamatot követ, a binomiális fák módszerével akkor is értékelhetők lesznek az opciós feladatok, ha a Black-Scholes formula nem használható²⁹. Ezzel kiküszöbölhető lesz az a probléma is, hogy az általam javasolt módszer szerint- minden alkalommal bizonyítani kelljen, hogy a beruházás szimulációval kapott pénzárama megfelel a Black-Scholes formula alkalmazáshoz szükséges feltételeknek.

5.6 Az eredmények interpretálása; a Monte Carlo szimulációval és az opciós árelmélet alkalmazásával kapott eredmények összehasonlítása

Az értékelés elvégzéséhez ismét célszerű a kapott eredményeket táblázatba összefoglalni³⁰.

	NPV1 e Ft	NPV 2 e Ft	NPV 1+ vételi opció értéke e Ft
--	----------------------------	-----------------------------	--

²⁹ pl. lehetőség nyílik amerikai és összetett opciók értékelésére is, amelynek – véleményem szerint – a jövőben egyre nagyobb jelentősége lesz a reáleszközök területén. A mintafeladat esetén így azt lehetőséget is értékelni tudnánk a ha bővítő beruházást az opció lejáratáig bármikor megvalósíthatnánk.

³⁰ Az értékeléshez a Black-Scholes formula alkalmazásával kapott eredményeket használok fel. Erre azért van lehetőség, mert a két módszerrel meghatározott opció értéke között - az értékelés szempontjából nincs lényeges különbség - azaz a végkövetkeztetést alapvetően nem befolyásolja. Ahol mégis lehet különbség, arra az értékelés során külön kitérek.

5000 felhasználós üzemviteli rendszer 2001. évi megvalósítással	97260,78	135524,94	97260,78 + 147800,02 = 245060.8
5000 felhasználós üzemviteli rendszer 2002. évi megvalósítással	97260,78	115630,78	97260,78 + 146648,54 = 243909,20

5.27 táblázat: A Monte Carlo szimulációval és az opciós árelmélet alkalmazásával kapott eredmények összehasonlítása

A Monte Carlo szimuláció alkalmazásával kapott eredmény is azt mutatja, hogy az üzemviteli rendszer megvalósítása a társaság számára gazdasági szempontból előnyös. Erre utal, hogy a hagyományos DCF módszerhez képest módosított nettó jelenérték a projekt 5 éves élettartamát figyelembevéve a társaság által elvárt hozamot meghaladva körülbelül 100 millió forint hasznot hoz az 1000 felhasználós pilot rendszer megvalósításával. A projekt megtérülési ideje **valamivel több mint 3 év**, amely jónak mondható. Tisztán gazdasági szempontból az 5000 fős rendszer megvalósítása is profitábilis, akár 2001-ben, akár 2002-ben valósul meg a beruházás. A szimulációval módosított nettó jelenérték a még 4 éves élettartam esetében is mindkét esetben pozitív, a projekt megtérülési ideje 2001.évi megvalósítással körülbelül **3 év**, 2002.évi megvalósítással valamivel **több mint 3 év**. Ha csak ezt a második beruházást nézzük, akkor a döntéshozók számára ez is elfogadható. A második beruházásnál azonban azt is figyelembe kell venni, hogy annak megvalósítására csak később, 1 illetve 2 év múlva kerülhet sor. Ezért az abban szereplő adatok a beruházás elkezdéséig pozitív vagy negatív irányban még lényegesen módosulhatnak. Ezt a döntéshozók a dinamikus környezetben rejlő opciós lehetőségek megragadásával tudják figyelembe venni. Ez indokolja a reálopció alkalmazását. Az elvégzett opció számítás azt mutatja, hogy ha a társaság ebben az évben az 1000 felhasználós pilot rendszert megvalósítja, akkor 5000 felhasználós rendszer megvalósítására 2001.évi megvalósítással **147800 e Ft**, (binomiális módszerrel **140314 –162070 e Ft**) 2002.évi megvalósítással **146648 e Ft** (binomiális módszerrel **130550 –152879 e Ft**) opciós értékhez jut. Figyelemmel a pilot rendszer tervezett 150 millió forintos beruházási költségére a vételi opció értéke nagyon magas. **Mindez azt**

jelenti, hogy stratégiai szempontból is érdemes a pilot rendszert megvalósítani, hiszen a pozitív jelenértéken túl egy, a hagyományos NPV összegét meghaladó opció birtokába is kerül a cég. Az már az opció lejáratáig hátralévő időig beérkező információktól függ, hogy az opciót ténylegesen be is váltja, azaz megvalósítja az 5000 felhasználós ügyviteli rendszer beruházást.

Az eredmények értékelése során szólni kell arról is, hogy az opciós érték tulajdonképpen egy stratégiai érték, amely nem jelenti azt, hogy a pilot rendszer beruházással keletkező nettó jelenérték fizikai értelemben is megnő a vételi opció értékével, azaz ennyivel több tényleges profit keletkezik. Az opció számítás haszna a stratégiai gondolkodás formálásában rejlik. A szakirodalmakban ugyanis találhatunk olyan példákat, ahol egy beruházást a hagyományos DCF módszerrel történt értékeléssel a menedzsment nem valósít meg, mivel a nettó jelenérték negatív. Azonban, ha megvizsgálják a kapcsolódó beruházásokat is az opciós lehetőségek megragadásával, akkor előfordulhat, hogy a stratégiai nettó jelenérték alapján a beruházást mégis érdemes megvalósítani. Másképpen megfogalmazva ez azt jelenti, hogy ha a csatlakozó beruházást is most azonnal valósítanánk meg, akkor az opció értéke nulla lenne, és a negatív nettó jelenértékű beruházás megvalósítását a menedzsment elutasítaná. A távközlés területén tipikus példa erre a platformok (hálózatok) megvalósítása, amelyekre a későbbiek folyamán különböző szolgáltatások építhetők. Valószínűleg egy platform megvalósítása önmagában nem hoz profitot, de megteremti annak lehetőségét, hogy a piac által igényelt időpontban a szolgáltatással meg lehessen jelenni. Az opció értéke tehát azt a stratégiai értéket számszerűsíti, hogy az éppen rendelkezésre álló információk alapján milyen beruházást, melyik időpontban lehet a legnagyobb profittal megvalósítani.

Visszatérve a mintapéldára, megállapítható, hogy a kalkuláció időpontjában (azaz 2000-ben) rendelkezésre álló információk alapján a pilot rendszer megvalósítását követően az 5000 felhasználós rendszer **2001-ben vagy 2002-ben történő megvalósítása egyformán javasolható.** Ha azonban a binomiális fákkal kapott eredményt vesszük figyelembe, akkor a bővítő beruházás időpontjául **inkább a 2001. évi beruházás** a preferált. Az 5000 felhasználós rendszer tényleges megvalósítása attól függ, hogy a pilot rendszer létrehozásával és működtetésével kapcsolatban milyen tapasztalatokat szerez a társaság, és ezeket a beruházás pénzáramának kalkulációjába beépítve kiszámíthatja, hogy melyik időpontban történő megvalósítás esetén lesz a nettó jelenérték maximális. Ha a pilot rendszer megvalósítása mégsem váltaná be a hozzáfűzött reményeket, akkor is **legfeljebb**

150 millió forint beruházási költség veszne kárba, és a második beruházás tervezett 509 millió forint beruházási költsége más célokra lesz felhasználható.

5.7 A javasolt módszer értékelése

Itt megint érdemes egy pillanatra megállni. Ugyanis ismét el lehet mondani, hogy a mintapéldában is szereplő új rendszer megvalósítása során sok esetben – csupán ésszerű megfontolások alapján is – érdemes először egy kisebb méretű pilot rendszert megvalósítani, majd ennek tapasztalatai alapján a bővítést egy későbbi időpontban elvégezni. Ha ez igaz, akkor milyen többletet ad a döntéshozó számára az opció számítás alkalmazása. Nos a válasz egyértelmű. Olykor a legjobb tapasztalatokkal rendelkező gyakorlati szakemberek számára is fontos, hogy megérzéseiket különböző módszerek alkalmazásával alátámasszák, vagy éppen elvessek. Másrészt megérzésekre hagyatkozva, csak a véletlennek köszönhető, hogy a döntéshozó az optimális döntést hozza meg. Az opció számítással a döntéshozó kezébe olyan eszköz kerül, amely folyamatosan és objektíven tudja értékelni a környezetben végbemenő változásokat, számszerűsíteni tudja a fellépő kockázatokat és azonnal tud reagálni az új kihívásokra (amerikai opció esetén). A napjainkban egyre inkább minden területen megjelenő versenyhelyzetben ez egyáltalán nem mellékes. Úgy gondolom, hogy ez az igazi értéke az alkalmazásnak.

Érdemes egy kicsit azon is elgondolkozni, hogy a mintapéldában elvégzett különböző vizsgálatok, elemzések, számítások, melyek végrehajtása nyilvánvalóan sok időt emészt fel, adnak-e annyi többlet információt, amely megéri a ráfordítandó munkavégzést. Ha végiggondoljuk, hogy a munka során milyen eredményeket értünk el (a megvalósítást veszélyeztető kockázati tényezők feltárása, ezek közül a kritikus kockázati tényezők kiválasztása, ezen tényezők hatásainak számszerűsítése, a beruházás megvalósításával kapcsolatos stratégiai érték meghatározása), akkor azt kell mondani, hogy a döntéshozók számára nagyon sok új információ vált ismertté a tervezett projekt(ek) megvalósításával kapcsolatosan, amely az indításra vonatkozó döntést realisabb alapokra helyezi. Például a mintapéldában is láttuk, hogy a bizonytalanságok hatásainak figyelembevétele nélkül készült és a bizonytalanságok hatásait a kockázati tényezők feltárása révén figyelembevevő pénzáram között, lényeges (körülbelül 50 %-os) különbség adódott. A javasolt eszközök alkalmazásával továbbá lehetőségünk van a folyamatos visszacsatolásra, azaz az újabb és újabb információk alapján a számítások folyamatos frissítésére, és értékelésre. Azt hiszem, hogy a javasolt módszer bevezetésének ez komoly előnye.

Nem elhanyagolható szempont azonban az sem, hogy jóllehet a javasolt rendszer egységes egészet képez, mégis önálló modulokból áll. Így nem szükséges minden esetben valamennyi elemet végigcsinálni. Elképzelhető olyan eset is, hogy csak a kockázati tényezők feltárására kerül sor, mivel a cél nem egy konkrét beruházási projekt megvalósítása, hanem például egy keretjellegű kockázatfelmérés, ún. kockázati térkép készítése. Egy másik esetben a feladat megfogalmazásából adódóan nem szükséges opció számításokat elvégezni, elegendő a Monte Carlo szimuláció használata. Erre példa lehet egy olyan beruházás, amelynek megvalósítást nagy fokú bizonytalanság övezi, ezért indokolt lehet azok hatásainak számszerűsítésére a szimuláció alkalmazása, ugyanakkor pozitív döntés esetén a projektet azonnal meg kell valósítani, ezért az opció értéke nulla.

Természetesen azon is el lehet gondolkozni, hogy érdemes-e minden beruházási projekt döntés-előkészítési folyamata során a javasolt eszközöket igénybe venni. A válasz azt hiszem egyértelműen nem. Ezért a széles körű bevezetés előtt el kell készíteni egy ajánlást, amely megfogalmazza, hogy milyen feltételek esetén szükséges a javasolt módszer alkalmazása. Ilyen feltétel lehet például a beruházási költséghez egy küszöbszint meghatározása, amely felett kötelező az alkalmazás.

Mindent egybevetve úgy érzem, hogy a módszer egyes új elemeinek kifejlesztésébe, illetve meglévő elemeinek adaptálásába befektetett munka nem volt hiábavaló, mert olyan eredmény jött létre, amely körültekintő használattal a felhasználók számára előnyökkel jár. A munka során azonban – részben az 5.5 alfejezetben jelzett megoldatlanul maradt problémák áthidalása céljából - kirajzolódtak a továbbfejlődés irányai is, melyekkel a következő fejezetben fogok részletesen foglalkozni.

6. A továbblépés lehetőségei

Az előzőekben elméletben és gyakorlati példán keresztül is bemutatott javaslat a beruházások megvalósítását körülvevő bizonytalanságok és kockázatok kezelésére természetesen nem meríti ki a teljes eszköztárat. Ezért röviden szeretném összefoglalni azokat az irányokat, amelyek mentén – véleményem szerint - a javaslat továbbfejleszhető.

Ezek a következők:

- Már a bevezetőben is említettem, hogy a javaslatomban nem kívánok foglalkozni a nem diverzifikálható (vagy más néven piaci) kockázatok mértékét kifejező tőke alternatívaköltségének meghatározásával. A bevezetőben említett modern portfólió elméletre számos pénzügyi modell támaszkodik. Ezek közül legismertebb a CAPM (Capital Asset Pricing Model, tőkepiaci árfolyamok modellje), valamint az APT (Arbitrage Pricing Theory, arbitrált árfolyamok elmélete)¹. Mindkét modell alkalmas annak meghatározására, hogy mekkora legyen az a hozamküszöb-szint, amely felett érdemes a pénz egy adott projektbe fektetni, másképp megfogalmazva a nettó jelenérték pozitív lesz. Ez a hozamküszöb-szint a tőke alternatívaköltsége, amelyet a pénzáram diszkontálása során alkalmazunk. Természetesen ennek a küszöbszintnek az értéke minden projekt esetében más és más, attól függően, hogy az adott beruházás mennyivel járul hozzá a jól diverzifikált portfólióhoz. Ennek nagyságát az előbb említett modellek meghatározzák, azonban a gyakorlatban történő megvalósítás magyarországi viszonyok között elég nehézkes. A magyar részvénytőzsiacra ugyanis még nem teljesülnek a hatékony tőkepiac legfontosabb feltételei. Ezért a portfólióhoz való hozzájárulás érzékenységét mérő projekt béta megbecslése csak komoly fenntartások mellett lehetséges. dr. Andor korábban már többször említett értekezése javaslatként fogalmazza meg, hogy a Monte Carlo szimulációs modell felépítése során a pénzáramlás egyes valószínűségi változóihoz sztochasztikusan kössük hozzá a piaci portfóliót leíró valószínűségi változókat, és szimulációval határozzuk meg a projekt bétáját². Úgy érzem, hogy ez egy kitűnő javaslat, amelynek mentén elindulva érdemes lenne gyakorlati alkalmazhatóságot kidolgozni. Ez nemcsak a fenn említett problémára adhatna megoldást, hanem tovább javítaná a pénzáram kalkulációk minőségének javítására irányuló erőfeszítések eredményességét.

¹ lásd. Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek 1. Kötet Budapest, 1993. 159-170 oldal [7]

A szakkönyv részletesen tárgyalja a CAPM és az APT modell felépítését, érvényességét és szerepét a tőkepiaci árfolyamok modelljében.

² Dr. Andor György: Beruházási döntések számítógépes támogatása doktori (PhD) értekezés Budapest, 1998. 41-50 oldal [1]

- Az értekezésemben a szimulációs modell felépítését a pénzáram típusok közül csak a működési pénzáramra mutattam be. Azonban a gyakorlatban sokszor előfordul, hogy a kezdő pénzáram, azaz a beruházási költségek is bizonytalanok. Különösen nagy értékű, vagy több lépcsőben megvalósítandó beruházás esetén mindenképpen indokolt a beruházási költségeket körülvevő bizonytalanságok számszerűsítésre is a Monte Carlo szimulációt alkalmazni³.
- Az 4.3 és az 5.5.5 alfejezetben is említettem, hogy a távközlés területén az opció értékének meghatározásához nem sikerült annak a sztochasztikusan jól modellezhető tényezőnek az azonosítása, amelynek időbeli alakulására vonatkozóan feltételes a menedzsment jövőbeli döntésének iránya, és amelynek időbeli alakulásától függ (korreláltságuk egyhez közeli) a projekt jövőbeli pénzáramlásának jelenértéke. Ameddig ezt nem sikerül megtalálni, addig – az általam javasolt módszer szerint - minden egyes beruházási projekt esetében el kell végezni a szükséges statisztikai próbákat, bizonyítandó, hogy a jövőbeli pénzáram időintervallumonkénti megváltozása ténylegesen Ito folyamatot követ-e. Ezért tehát a közeljövő egyik feladata ezen tényező pontos definiálása a távközlési beruházások opciós értékeléséhez⁴.
- Ezzel párhuzamosan érdemes lenne az általam javasolt módszer továbbfejlesztésén is gondolkodni. Itt arra gondolok, hogy a mintapéldában használt negyedéves cash-flow helyett hasznos lenne napi pénzáramot meghatározni a korábban már említett INNOFINance program⁵ alkalmazásával.
- A reálopció értékének meghatározása során többször említettem, hogy a mintapéldában alkalmazandó számítás csak európai típusú vételi opció kiszámítására érvényes. Sok esetben azonban sokkal inkább amerikai opcióról kell beszélni, mint európairól. Az európai opciót csak a lejárat napján lehet beváltani, az amerikaiat pedig a lejárat napjáig bármikor. Éppen ezért ez sokkal értékesebb lehet például időzítési opcióknál, amikor egy elhalasztott beruházást azonnal meg kell kezdeni, ha a piaci információk alapján a legnagyobb profitot hozza. Ugyancsak érdemes volna a modellt kiterjeszteni eladási és összetett opciókra is, azaz meghatározni az optimális időpontját egy beruházási projektből való kiszállásnak, illetve értékelni egy projekt felfüggesztésének és újraindításának lehetőségét. Ilyen opciók értékelésére jól

³ Lásd. ehhez még a 3.1.1 fejezetben leírtakat is

⁴ Ezt annak ellenére is fontosnak tartom, hogy – ahogy azt többször is jeleztem – a reáleszközök piaca nem hatékony, ezért a reálopció alkalmazása korlátokba ütközik.

⁵ Korábban már hivatkoztam rá a 5. fejezetben. 6. lábjegyzet.

alkalmazható a binomiális fák módszere. Ezért meg kell vizsgálni a binomiális modell széles körű alkalmazásának lehetőségét.

- A napjainkban tapasztalható egyre erősödő versenyhelyzetben a javasolt modellek használhatóságát kritikusan kell szemlélni. Itt elsősorban arra gondolok, hogy hallgatólagosan eddig az volt a feltételezésünk, hogy csak egyetlen vállalkozás van a piacon, és ez a vállalkozás a piaci információk alapján igyekszik optimalizálni a beruházásait. De mi a helyzet abban az esetben, ha egy versenytárs is - alkalmazva ugyanezeket az eszközöket - ugyanarra a döntésre jut, mint a mi vállalkozásunk, és számításai szerinti optimális kapacitással ugyanakkor jelenik meg egy új termékkel a piacon, mint mi. Ez adott esetben fölösleges kapacitások kiépítéséhez vezethet. Így az egyik, vagy mindegyik vállalkozás is azzal a problémával kerül szembe, hogy a tervezett kapacitások kihasználatlanok maradnak, és ennek megfelelően a még alaposan elkészített kalkuláció mellett is a tervezetnél kisebb nyereséget realizálhat, vagy súlyosabb esetben kénytelen veszteséget elszenvedni. Ennek kiküszöbölésére alkalmazható a játékelmélet, mellyel számos szakkönyv foglalkozik⁶. Ennek ismertetése nem feladata értekezésemnek. Azonban szeretném megemlíteni, hogy a fenti problémát érzékelve felmerült az az ötlet, hogy érdemes volna a kockázatelemzés, ezen belül az opció számítás eredményeit a játékelméleti modellbe beépíteni, ezáltal biztosítva a piacon szereplő valamennyi versenytárs számára a tervezett kapacitásra vonatkozó optimális stratégia kialakítását. Munkatársaimmal közösen kidolgoztuk ennek elvi alapjait, mely több fórumon is publikálásra került⁷. Az elvi alapok gyakorlatba történő átültetése jelenleg is folyamatban van, mely azonban még további komoly erőfeszítéseket igényel.
- Végül, de nem utolsósorban szeretném megemlíteni, hogy bármely csodálatosan kidolgozott módszer is csak annyit ér, amennyit az eredményeiből a gyakorlatban profitálni lehet. Ezért rendkívül fontos a 2.fejezetben csak felületesen érintett kockázatmenedzselési technikák alkalmazása és a folyamatos visszacsatolás. Ez csak egy szisztematikusan felépített, a gyakorlatba fokozatosan bevezetett rendszerrel képzelhető el.

⁶ Szidarovszky F.- Okuguchi, K.: The Theory of Oligopoly with Multiproduct Firms, Springer Berlin, 1990.[46]

⁷ Rozalia Konkoly – István Fekete – Attila Gyürke: Evaluation of Uncertainties in Investment Projects Third European Workshop on Techno-economics for Multimedia Networks and Services Aveiro, Portugália 1999. [47]

IRODALOMJEGYZÉK

1. Dr. Andor György: Beruházási döntések támogatása doktori (PhD) értekezés Budapest, 1998.
2. Beruházási kézikönyv vállalkozásoknak, vállalatoknak Szerkesztette: Fekete István, Dr. Husti István Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1999.
3. Bácskai – Huszti – Meszéna – Mikó –Szép : A gazdasági kockázat és mérésének módszerei Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó Budapest, 1976.
4. Alkalmazott statisztika I. Szerkesztette: Dr. Szabó Gábor Csaba Műegyetemi Kiadó, 1993.
5. Hunyadi L – Mundruczó Gy: – Vita L: Statisztika II. kézirat Aula Kiadó 1992.
6. Kerepesi Katalin – Romvári Edit: Közgazdaságtan mérnököknek Műegyetemi Kiadó 1999.
7. Brealey – Myers. Modern vállalati pénzügyek I. és II. 2. kiadás, Budapest, 1993.
8. Farkas Ádám: Opciók árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben Doktori értekezés Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Budapest, 1995.
9. Görög Mihály: Bevezetés a projekt menedzsmentbe Aula Kiadó Budapest, 1993.
10. Bengt G. Nilsson: Risk Assessment Tetra Pak International EIRMA Round Table Paris, 1998 december 14-15.
11. Fekete István: Kockázati tényezők gyűjtése és értékelése Magyar Távközlés 2000/1. szám 43-46 oldal
12. Illés Istvánné: Társaságok pénzügyei SALDO Pénzügyi Tanácsadó és Informatikai Rt Budapest, 1998.
13. Neil G. Cohen: Vezetői pénzügyi döntések Nemzetközi Menedzserközpont 1996.
14. Vékás István: Finanszírozás Gazdaságtan Aula Kiadó Budapest, 1996.
15. Mikolasek András- Sulyok Pap Márta: A vállalatfinanszírozás elméleti kérdései Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem Pénzügyi Intézet Budapest, 1996.
16. David B. Hertz: Risk Analysis in Capital Investment Harward Business Review 42 (January – February 1964)
17. David B. Hertz – Thomas H: Risk Analysis and Its Applications, Wiley&Sons New York , 1983.
18. Eurescom Project Extended Investment Analysis of Telecommunication Operator Strategies Deliverable 2 Annex C Heidelberg, 2000

19. Evans, D.A. – Forbes, M.S: Decision Making and Display Methods: The Case of Prescription and Practice in Capital Budgeting The Engineering Economist, Vol. 39. No. 1 pp. 87-92, 1993.
20. Jarvenpaa, S. Graphic: Displays in Decision Making – the Visual Salience Effect Journal of Behavioral Decision Making Vol.3. pp. 247-262. 1990
21. MacKay,D.B. – Villarreal, A : Performance Differences in the Use of Graphic and Tabular Displays on Multivariate Data Decision Sciences Vol. 18. Pp. 535 –546. 1987.
22. Merran Evans – Nicholas Hastings – Brian Peacock: Statistical Distributions John Wiley&Sons Inc. 1993
23. Dr. Papp Ootó: Hálótervezés módszertana és alkalmazástechnikája Egyetemi Jegyzet BME Mérnöktovábbképző Intézet, Budapest, 1983
24. Eilon, S.C. – Fowkes, T.R.: Sampling Procedure for Risk Simulation Operational Research Quarterly Vol.24. pp. 241-252. 1973.
25. J.C. Hull : Dealing with Depedence in Risk Simulations Operational Research Quartely Vol. 28. pp. 201-213. 1977.
26. C. S. Park – G.P. Sharp-Bette: Advanced Engineering Economics John Wiley&Sons Inc. 1990.
27. Lukács Ottó: Matematikai statisztikai példatár Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1987.
28. F.S. Hillier: The Evaluation of Risky Interrelated Investments, North Holland Amsterdam pp. 87-98 1969.
29. Idősorok analízise Szerkesztette: Tusnádi Gábor, Ziermann Margit Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1986.
30. T.E. Copeland –J.F. Weston: Financial Theory and Corporate Policy 3rd. Edition J. Wiley&Sons Inc. New York 1992
31. S.C. Myers: Financial Theory and Financial Strategy Interfaces 14 (January – February 1984)
32. D.R. Cox- H.D. Miller: The Theory of Stochastic Processes Chapman&Hall London, 1965.
33. Malkiel: Bolyongás a Wall Streeten NBK. Budapest, 1993.
34. J.C. Hull: Options, Futures and other Derivative Securities Prentice-Hall New Yersey, 1993.

35. Timothy A. Luehrmann: Investment Opportunities as Real Option: Getting Started on the Numbers Harvard Business Review pp. 51-67 (July-August 1998)
36. K. Ito: On Stochastic Differential Equations Memoirs, American Mathematical Society, no 4. 1951.
37. F. Black – M. Scholes: The Pricing of Options and Corporate Liabilities Journal of Political Economy (May –June 1973)
38. J.C. Cox- S.A. Ingersoll: An intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices Econometrica, 1985.
39. L. Trigeorgis: Real Options and Interactions with Financial Flexibility Financial Management (Autumn 1993)
40. Diethelm Würz: Monte Carlo Simulation of Option Prices Zürich, 1998
41. INNOFINance Beruházási finanszírozási és pénzügyi döntéstámogató rendszer Fejlesztő: Tánczos Lászlóné dr., Békefi Zoltán, Kiss János Budapesti Műszaki Egyetem Közlekedésgazdaságtani Tanszék Budapest, 1997.
42. Crystal Ball Reference Manual
43. H. M. Markowitz: Portfolio Selection Journal of Finance 7. évf. 1952. március
44. M:G. Kendall: The Analysis of Economic Time-Series Journal of the Royal Statistical Society 1953.
45. H.V. Roberts: Statistical versus Clinical Prediction of the Stock Market Kézirat University of Chicago 1967. május
46. Szidarovszky F.- Okuguchi, K: : The Theory of Oligopoly with Multiproduct Firms, Springer Berlin, 1990.
47. Rozalia Konkoly – István Fekete – Attila Gyürke: Evaluation of Uncertainties in Investment Projects Third European Workshop on Techno-economics for Multimedia Networks and Services Aveiro, Portugália 1999.
48. Espen Gaarder Haug: The Complete Guide to Option Pricing Formulas McGraw-Hill 1998.
49. Fekete István: A beruházási kockázatok elemzése és kezelése II. Magyar Távközlés 1998/12. szám 23-28 oldal
50. Módszerek a beruházási tevékenység kvantitatív elemzéséhez Szerkesztette: Meszéna György Akadémia Kiadó, Budapest 1985
51. Stephen Grey: Pratical Risk Assessment for Project Management John Wiley&Sons Inc. 1995.

52. Averill M. Law – W. David Kelton: Simulation Modelling & Analysis 2nd Edition McGraw-Hill 1991.
53. István Fekete: Analysis & Management of Investment Risks QSDG Magazine June/July 2000, Vol.3 No. 2 pp. 43-46
54. Prékopa András: Valószínűségelmélet: Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1974
55. Deák I: Véletlenszám-generátorok és alkalmazásuk, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1986.
56. J.C. Cox, S.A. Ross és M. Rubinstein: Option Pricing: A Simplified Approach Journal of Economics 7 (October 1979)