A FUNDAMENTÁLIS SKÁLA ALKALMAZÁSÁRÓL DÖNTÉSELMÉLETI KERETBEN[1]

TEMESI JÓZSEF
Budapesti Corvinus Egyetem

A páros összehasonlítási mátrix elemeinek meghatározása kritikus láncszem a mátrixot felhasználó döntési módszerek esetében. Az alkalmazások nagy része ezt Saaty fundamentális skálájának segítségével végzi, a kilencfokozatú skála egyes elemeit verbális értékelésekkel ellátva. A verbális skála tulajdonságainak vizsgálatával aránylag levés szerző foglalkozik, ezek a publikációk főként arra fókuszálnak, hogy a becsléshez szükséges legjobb arányskálát megalkossák. A cikk első részében ezzel a kérdéskörrel foglalkozunk, azonban figyelmünket nem a konverzióra (a szóbeli értékek valamely ismert arányskálára történő lefordítására) fordítjuk, hanem a szóbeli skála interpretációjának nehézségeire. Az egyének különbözőképpen értelmezik a szóbeli értékeket, ezt több kutatás alátámasztja. Ez az egyéni döntéshozatalban akár elhanyagolható is lehet, azonban a csoportos döntések aggregációs módszereinek alkalmazásakor eltorzítja az eredményt. A cikk második része a skálaértelmezések eseteit és azok hatásait elemzi, visszavezetve olyan döntéselméleti megfontolásokra, amelyek szakirodalomban az egyéni és csoportos döntések leírásánál torzító tényezőként igazolhatóan megjelennek, és javaslatot tesz ezeknek a hatásoknak a páros összehasonlítási mátrixok elemeinek verbális skálán történő előállításának empirikus elemzésére. Egyéni döntéshozatal esetén a becslésnél kapott értékek értelmezésében, csoportos döntéshozatalnál a megfelelő aggregációs módszer megtalálásában nyújthatnak segítséget ezeknek az elemzéseknek az eredményei.

A cikk egy folyamatban lévő kutatás előkészítő szakaszának terméke. Némi hezitálás után ajánlom Vörös Józsefnek, mivel bízom abban, hogy ő, aki egy-egy publikációt hosszú éveken keresztül érlel, amíg végül azt megfelelőnek nem érzi a tudós kollégák bírálatainak keresztüzébe küldeni, bizonyára meg fogja érteni, hogy már a kutatás elején – amikor még több a sejtés, mint az eredmény – sem árt, ha a hozzáértők hozzászólhatnak az új elképzelésekhez. Egy ilyen műfajban írt kézirattal tisztelgek tehát kollégám, barátom töretlen ívű szakmai pályafutásának jelentős naptári fordulóján, kívánva neki további nyugodt és eredményes munkával eltöltött éveket.

1 Páros összehasonlítások verbális skáláiról

A páros összehasonlítási mátrixok a többtényezős döntéshozatal módszertanában kiemelt és közkedvelt helyet foglalnak el, többek között az Analytic

[1] Beérkezett 2020. november 29. E-mail: `jozsef.temesi@uni-corvinus.hu`.

Hierachy Process (AHP – Saaty, 1980) is ezt használja fel az alapadatok (általában preferenciaértékek) generálásához. A páros összehasonlítási mátrixok egyes tulajdonságait egyik előző Szigma cikkemben részletesen elemeztem (Temesi, 2017). Ebben a tanulmányban egyetlen aspektust emelek ki, az ún. skálaproblémát, ezt is leszűkítve azonban a verbális skálák numerikus értékekké történő transzformálásának kérdéskörére.

A páros összehasonlítási **A** mátrix kvadratikus, a_{ij} eleme az i-edik tényező (alternatíva) j-edik tényezővel (alternatívával) történő összehasonlításának értékét adja meg. A mátrix diagonális elemeinek értéke 1, a diagonálisra szimmetrikus elemek pedig egymás reciprokai, azaz csak egyikük mérésére van szükség, a másikat automatikusan állítjuk elő. A reciprok tulajdonság annak a következménye, hogy arányskálát használunk, vagyis a páronkénti preferencia értékek meghatározásánál a döntéshozónak arányokban kell gondolkodnia: valamely tényező hányszor jobb (preferáltabb) a másiknál?

A döntéshozatali alkalmazások megoszlanak abban a tekintetben, hogy a mátrix elemeit a döntéshozó kvantitatív (numerikus értékekkel ellátott skálán) vagy kvalitatív módon (szóbeli értékekkel ellátott skálán) adja meg. Általában közmegegyezés van abban, hogy a döntéshozó jobban tudja kezelni a verbális skálát. Ha viszont egy szóbeli skála szolgáltatja a páros összehasonlítások értékeit, akkor előtérbe kerül a konverzió kérdése, ugyanis enélkül a preferencia- vagy súlyértékekre vonatkozó számítások nem végezhetők el.

Az AHP úgynevezett fundamentális skáláját szokás kiindulópontként tekinteni – általában az összehasonlíthatóság miatt. Ez a skála 1-től 9-ig tartalmaz numerikus értékeket, a hozzájuk rendelt szóbeli megfelelők az *1. táblázatban* találhatók, két összehasonlított tényező preferencia-intenzitására vonatkozóan (az eredeti elnevezésekkel együtt).

A táblázat egyben konverziós táblázat is, amennyiben egy konkrét alkalmazás során a döntéshozó az abban szereplő szóbeli értékekkel dolgozott. (Mivel a párok összehasonlításakor az első kérdés általában az, hogy egyenlően fontosak-e, vagy az egyik fontosabb-e a másiknál, ha a válasz az, hogy az egyik fontosabb, akkor az összehasonlítás ennek a tényezőnek a szempontjából történik, azaz az 1. táblázat szóbeli értékei elegendőek. A páros összehasonlítási mátrix szimmetrikus elemeit ekkor a reciprok értékek szolgáltatják. Így a mátrix lehetséges diszkrét elemei 1/9 és 9 között vannak.)

Numerikus értékek	Szóbeli értékek
1	Azonos fontosságú (Equal importance)
2	Enyhén fontosabb (Weak)
3	Közepesen fontosabb (Moderate importance)
4	A közepesnél valamivel fontosabb (Moderate plus)
5	Erősen fontosabb (Strong importance)
6	Több mint erősen fontosabb (Strong plus)
7	Nagyon erősen, kimondottan erősen fontosabb (Very strong or demonstrated importance)
8	Nagyon-, nagyon erősen fontosabb (Very, very strong)
9	Abszolút fontosabb (Extreme importance)

1. táblázat. A Saaty-féle fundamentális skála

Az AHP becslési módszere olyan arányskálát tételez fel, amelyben a döntéshozó pontos számszerű válaszokat tud adni arra a kérdésre, hogy az egyik tényező hányszor fontosabb a másiknál, és ezek a válaszok nem csak annyiban konzekvensek, hogy nem kerülnek ellentmondásba (tranzitívak), hanem egy ennél erősebb feltételt is teljesítenek, vagyis bármely három tényező esetén igaz az, hogy $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}$, ahol az i, j és k a tényezők indexei, az a értékek pedig a numerikus válaszok (az A mátrix elemei). Ha ez így van, akkor az A mátrix konzisztens (és a legtöbb szakértő ezt egyben a döntéshozó konzisztens voltával is társítja).

Saaty a valós gyakorlatra és a pszichometriai szakirodalom egyes áramlataira hivatkozva elveti (bár megengedi) a számszerű értékek használatát, és az 1. táblázat fundamentális szóbeli skáláját javasolja. Ez több gondot is jelent: az értelmezés nehézségein túl például a véges, diszkrét skála beépített inkonzisztenciáját. Mivel azonban a skála a gyakorlatban megfelelően működik és a ráépített inkonzisztencia-mutató is elfogadottá vált, az elmúlt mintegy 40 évben az AHP-modellezők fő eszközévé vált.

Sokan próbálkoztak azonban azzal, hogy a numerikus skálát kiigazítsák. Ezek a javítások a skála egyes gyengéit külön-külön célozták meg. Franeka és Kresta (2014), Meesariganda és Ishizaka (2017), valamint Goepel (2019) összegyűjtötték a leginkább elterjedt skálákat és összehasonlító vizsgálatokat is végeztek. A *2. táblázatban* találhatóak ezek a skálák. A táblázatból látható, hogy a kiindulás az x fundamentális skálaértékekből történik, így állnak elő a c skálaértékek. A táblázat utal az egyes skálák szerzőire is.

Lényeges, és nyomatékosan felhívjuk rá a figyelmet, hogy a numerikus skálák elemzése ennek a cikknek nem témája, a meglévő numerikus skálákat a konverzió egyik lehetőségeként tárgyaljuk. Ebben azonban nyilvánvalóan segítséget jelent, ha ismerjük azok tulajdonságait.

Elnevezés, szerzők	Skálaértékek
Lineáris (Saaty 1980)	$c = a \cdot x$, $a > 0$; $x = \{1, 2, \dots, 9\}$
Hatvány (Harker, Vargas 1987)	$c = x^a$, $a > 1$; $x = \{1, 2, \dots, 9\}$
Geometriai (Lootsma 1989)	$c = a^{x-1}$, $a > 1$, gyakran $\sqrt{2}$; $x = \{1, 2, \dots, 9\}$, $\{1, 1.5, \dots, 4\}, \dots$
Logaritmikus (Ishizaka et al. 2010)	$c = \log_a(x + a - 1)$, $a > 1$; $x = \{1, 2, \dots, 9\}$
Négyzetgyök (Harker, Vargas 1987)	$c = \sqrt[a]{x}$, $a > 1$; $x = \{1, 2, \dots, 9\}$
Aszimptotikus (Donegan, Dodd 1992)	$c = \tanh^{-1} \frac{\sqrt{3}(x-1)}{14}$, $x = \{1, 2, \dots, 9\}$
Inverz lineáris (Ma, Zheng 1991)	$c = 9/(10 - x)$, $x = \{1, 2, \dots, 9\}$
Kiegyensúlyozott (Salo, Hämäläinen 1997)	$c = w/(1 - w)$, $w = \{0.5, 0.55, 0.6, \dots, 0.9\}$
Kiegyensúlyozott hatvány (Elliott 2010)	$c = (\sqrt[n-1]{9})^{x-1}$, $x = \{1, 2, \dots, n\}$

2. táblázat. Kiigazított arányskálák származtatása

Franeka és Kresta (2014) a skálákat áttekintve arra jut, hogy konzisztencia és variancia szempontjából vizsgálva azokat, csoportok alkothatók. Ha a döntéshozó a magasabb konzisztenciát részesíti előnyben, akkor a négyzetgyökös vagy a logaritmikus skála közül érdemes választania, ha viszont a preferenciaértékek nagysága érdekli, akkor jobb a hatvány- vagy a geometrikus skála.

Goepel (2019) úgy találja, hogy egyes skálák összenyomottabbak, mások széthúzottabbak – a diszkriminációs erő különbözik. A bizonytalanság és a szóródás is változó. Saaty skálája jó kompromisszum.

A korai alkalmazások tapasztalatai során először a verbális és numerikus skálák közötti választás kérdése került előtérbe. Az erre vonatkozó kísérletek közül Huizing és Vrolijk (1997) egyik korai cikkét érdemes megemlíteni, akik szerint ugyan magától értetődő, hogy a szóbeli skálát mindenki másként értelmezi, ám megvizsgálandó, hogy emiatt érdemes-e áttérni a numerikus skálák alkalmazására. Kísérleteik szerint az AHP számításoknál a szóbeli és a numerikus skálák ugyanazt a sorrendet és hasonló pontértékeket adják, miközben a verbális némileg inkonzisztensebb és jobban széthúzza a különbségeket. Fő eredményük szerint, ha nem tudjuk az egyének értelmezését a szóbeli skáláról, akkor a döntés minősége kissé romlik. Ha viszont a konkrét pontértékek nem annyira fontosak, akkor a verbális skálát javasolják, mert az könnyebben alkalmazható.

Pöyhönen, Hämäläinen és Salo (1997) teszteket végeztek annak megállapítására, hogyan működnek az egyes skálák, és azt találták, hogy az 1-9 skálánál jobban működnek egyes alternatív numerikus skálák, főleg a konzisztenciát tekintve. Témánk szempontjából azonban érdekesebb az a következtetésük, hogy a kísérleti személyek között erős eltérések voltak a szóbeli skála értelmezésében, sőt, ez még az adott problémától – annak tartalmától – is függött. Megemlítik, hogy voltak olyan döntéshozók, akik függetlenítették magukat a szóbeli értékek 1. táblázatbeli jelentésétől, és válaszaikat az adott problémához igazítva az 1 és 9 közötti értékeket felhasználva, azok közé kalibrálták be.

A téma a 2010-es években merült fel újra. Dong et al. (2013) az egyéni értelmezések különbözőségének áthidalására azt javasolja, hogy minden döntéshozó numerikus skáláját egy lingvisztikai modell segítségével generáljuk. A nyelvi skálához tranzitív kalibráció szükséges, ez megadja azt az egyéni karakterisztikát, amiből egy nemlineáris programozási modell segítségével kiszámíthatjuk a numerikus értékeket 5 különböző szakirodalmi skála felhasználásával (ezek a 2. táblázat általuk kiválasztott elemei). Wang et al. (2014) a verbális skálával összhangban lévő numerikus skála származtatásához egy olyan paraméteres arányskála modellt javasolnak, amelyik alkalmas arra, hogy az egyének skáláit a paraméterek bizonyos tartományaiban a már elterjedt skálákkal (lásd 2. táblázat) összehasonlítva versenyképesen kiigazítsa.

Mindaddig azonban, amíg egyetlen döntéshozó valós problémáját (vagy akár egy hipotetikus döntési feladatot) oldunk meg, a verbális és numerikus skála közötti választás nem feltétlenül kritikus, még akkor sem, ha a verbális esetben a konverzió nem egyszerű. Irodalmi áttekintésünk leginkább azt mutatja, hogy a kutatások, elemzések a numerikus skálák technikai javítását célozták, kevesebb hangsúly esett a szóbeli skálákra és azok konverziós problémáira. Rokou és Kirytopoulos (2014) cikke azonban nagyon erőteljesen világít rá arra, hogy a felvetett problémák csoportos döntéshozatal esetén olyan mértékben felerősödnek, hogy magának a döntésnek az érvényességét kérdőjelezik meg. Csoportos döntéseknél ugyanis a végső pontértékeket két módon adhatja meg a csoport:

Konszenzussal: megegyeznek valamilyen eljárásban, ahol a csoport kvázi egyénként működik, és együtt alakítják ki a páros összehasonlítási mátrixot – ez egyértelmű és elfogadható eredményt adhat (persze a részletek fontosak: van-e vétó, iteráció, stb.).

Az egyéni értékek aggregálásával: ha nincs mód a konszenzusos eljárásra. Ez sokszor megesik a probléma jellege miatt, vagy a döntéshozók összehozásának hiányában. A gyakorlatban az aggregálás általában medián vagy aritmetikai, geometriai átlag segítségével történik. A baj akkor van, ha az egyének a skálaértékeket nem azonos módon értelmezik, használják – ekkor az átlag által megjelenített végeredmény félrevezető lesz.

Például a Saaty skálán ugyanazt az összehasonlítást az egyik csoporttag 6-tal, a másik 7-tel jellemzi, mivel más szintet lő be magának. Hétköznapi példa az iskolai osztályozás: az egyik osztályban szigorú tanár osztályoz, a másikban enyhébb. Vagy: ugyanazt a dolgozatot mindkét osztályban mindkét tanár értékeli és osztályozza. A két osztály különböző tanárok által adott értékeléseinek átlaga (a csoportértékek) akár jelentősen eltérhet – miközben kimutatható, hogy ennek oka kizárólag a skáláról alkotott eltérő felfogás.

Szerintük a megoldás az, ha a számszerű értékekre történő átfordítás egy referenciarendszer megtanulása révén, azonos elven történik. Ekkor a csoportos döntés menete:

1. Egyéni értékelés: a csoporttagok egyéni felfogásuk szerint megteszik a páros összehasonlításokat.

2. Kalibrálás: mindenki kap egy sztenderdizált feladatot, ahol jól mérhető arányok vannak. Az összehasonlítások száma duplája a skálaértékeknek, két kérdés mindegyikre. Amelyiket a döntéshozó nagyjából eltalálja, az marad változatlan, a többit módosítjuk.

3. Aggregálás a kalibrált értékekkel. Meesariganda és Ishizaka (2017) szerint a verbális értékek numerikus értékekké történő konvertálására kínált skálák (2. táblázat) közül történő választáshoz nincs fogódzó. Ezért új utat javasolnak a konverzió megközelítésére. Ez az út hasonló ahhoz, amit Rokou és Kirytopoulos (2014) javasol – ez nem véletlen, ők is a csoportos döntések oldaláról jutnak el ide. Ismert értékekkel bíró referencia eljárást javasolnak az egyén értékeléseihez legjobban illeszkedő skála megtalálásához. A referencia feladat: ismert alakzatok összehasonlítása. Ennek révén 9 ismert skála közül kiválasztható minden egyénhez a legjobban illeszkedő skála (euklideszi távolságot alkalmazva). A valós döntésnél ezután ezt használják a konverzióra. A konvertált értékeket egyénenként beviszik az AHP-be, hogy a becslés mel-

lett egyéni konzisztencia indexek is számolhatók legyenek. A megfelelő egyéni végeredményekből átlagolt értékeket használják a csoportos döntéshozatalhoz.

2 A páros összehasonlítás mátrix fundamentális skála által generált elemeinek érzékenysége

Mint az eddigi tárgyalásból látható, a döntéshozónak a skálákra vonatkozó látásmódja, értelmezési attitűdje változó. Általában elmondható, hogy bár az AHP-alkalmazások száma az operációkutatási és döntési folyóiratokban jelentős, és ezekben az alkalmazásokban a fundamentális skála használata a leggyakoribb, ritka az olyan eset, amikor a problémához és/vagy a döntéshozóhoz illeszkedő egyedi skála megtalálása fontos szerepet kapna. Leginkább Lootsma munkásságát tekinthetjük kivételnek (lásd például Lootsma (1989)).

A továbbiakban – elsősorban Arrow (1979) és Kahneman (2013) munkáira támaszkodva – arról lesz szó, hogy a fundamentális skála a technikai problémákon és az egyéni értékelések összehasonlításának a csoportos döntéshozatalban történő alkalmazásának buktatóin túl kognitív döntéshozatali kérdéseket is felvet. Egy illusztratív példa segíti a következtetések bemutatását:

> *Egy négy felnőtt gyermekkel rendelkező apa végrendeletet készít, 100 millió forintot akar rájuk hagyni készpénzben. Úgy dönt, hogy ezt a pénzt a négy gyerek általa elismert szükségletei szerint osztja el.*

A végrendelkezőnek erős elképzelései vannak a dologról, sokat gondolkodott rajta. A legtöbbet Andornak adná, azután Boglárka, majd Csaba következne, végül pedig a legkevesebbet Diana kapná. De mekkorák legyenek az összegek?

Az ügyvéd nagy híve a páros összehasonlítás módszerének, ezért rábeszéli arra, hogy a felosztásban a végrendelkező ezt használja: nem gond, hiszen csak hat kérdést kell megválaszolnia. Ezek például így szólnak: ,,Boglárkának vagy Csabának van szüksége több pénzre? Ha Boglárkának (Csabának), akkor *hányszor* nagyobb az ő szükséglete?" Válaszolnia csak a következő skálán lehet: egyforma, éppen csak nagyobb, kicsit nagyobb, érezhetően nagyobb, nagyobb, jóval nagyobb, sokkal nagyobb, nagyon sokkal nagyobb, szinte korlátlanul nagyobb – azaz a fundamentális skálát (annak egy változatát) kínálja fel. Elmagyarázza neki, hogy ne különbségekben, hanem arányokban gondolkodjon a szükségletekre gondolva, azaz egy 100 millióval kielégíthető szükségletet összehasonlítva egy 50 millióval kielégíthető szükséglettel ugyanazt (vagy közel hasonlót) kell válaszolnia, mint amikor egy 20 millióval és egy 10 millióval kielégíthető szükségletet hasonlít össze. Azt is elmondja, hogy így a szubjektív szükségletekről az apa fejében lévő elképzelés egy súlyrendszerré számolható majd át, az pedig megfeleltethető az örökség arányainak.

1.1. A végrendelkező az AD, BC, AB, CD, AC, BD sorrendben kapja a kérdéseket. Mindegyiknél az első (örökös) a nagyobb szükségben lévő.

Mivel úgy gondolja, hogy Andornak *sokkal nagyobb* szüksége van pénzre, mint Dianának, válaszait konzekvens módon ehhez igazítva az *AD sokkal nagyobb*, BC kicsit nagyobb, AB éppen csak nagyobb, CD nagyobb, AC nagyobb, CD jóval nagyobb válaszokat adja. Ezt az ügyvéd lefordítja az 1-9 skálára, és így $AD = 7$, BC = 3, AB = 2, CD= 5, AC = 5, BD = 6.

Írjuk fel a páros összehasonlítási mátrixot! A továbbiakban az egyszerűség kedvéért a mátrixok szimmetrikus elemei közül csak az egyiket adjuk meg, az alsó háromszög reciprok elemeit nem írjuk be.

	A	B	C	D
A	1	2	5	7
B		1	3	6
C			1	5
D				1

Az AHP modellje szerinti súlybecslés ekkor 51,2; 30,1; 13,9; 4,8.

Ez egyben a 100 millió forint felosztását is jelenti, vagyis ennél a változatnál maradva ezek az összegek kerülnek be a végrendeletbe.

1.2. Legyen a végrendelkező konzekvens, mint az előbb, csak most Andor szükségleteit *jóval nagyobbnak* gondolja, mint Dianáét. Válaszai ekkor: *AD jóval nagyobb*, BC kicsit nagyobb, AB éppen csak nagyobb, CD érezhetően nagyobb, AC érezhetően nagyobb, BD nagyobb, azaz $AD = 6$, BC = 3, AB = 2, CD = 4, AC = 4, BD = 5. A mátrix:

	A	B	C	D
A	1	2	4	6
B		1	3	5
C			1	4
D				1

Az így számított súlyok (összegek): 49,0; 30,8; 14,5; 5,7.

1.3. Az ügyvéd megmondja még azt is, hogy ő a szóbeli skálát hogyan fogja számokkal helyettesíteni. Ekkor a végrendelkező a fejében lévő preferenciáknak megfelelően úgy igyekszik megadni válaszait, hogy azok a skálán az általa nagyjából elképzelt milliós összegek arányait tükrözzék. Mivel direktben Andornak mintegy 40 millió adna, Dianának pedig 10 milliót, ezért az $AD = 4$ értéknek megfelelő *érezhetően nagyobb* válasszal kezd, majd a BC éppen csak nagyobb, AB éppen csak nagyobb, CD érezhetően nagyobb, AC éppen csak nagyobb, BD kicsit nagyobb válaszokkal folytatja, azaz a többi érték BC = 2, AB = 2, CD = 4, AC = 2, BD = 3.

	A	B	C	D
A	1	**2**	2	4
B		1	**2**	3
C			1	2
D				1

Az így számított súlyok (összegek): 43,5; 28,6; 18,2; 9,7.

A vastagon jelölt esetekben hezitált az 1 és a 2 között. Ha ezeket az eseteket különböző értékekkel belevesszük a tárgyalásba, nem kapunk lényegesen különböző súlyokat. Például, ha BC = 1, AB = 1, akkor az eredmény:

	A	B	C	D
A	1	**1**	2	4
B		1	**1**	3
C			1	2
D				1

A súlyok (összegek): 37,7; 29,7; 22,5; 10,0.

Következtetések

a. *A megoldás során a döntéselméletben vizsgált viselkedésformák közül egy, vagy több érvényes lesz.* Megjelenhet a *horgonyhatás (anchoring),* amikor a döntéshozó valamelyik skálaértéket egy bizonyos összehasonlítandó elemhez hozzáköti és minden összehasonlítást ennek megfelelően végez. Amennyiben az összehasonlításban szereplő értékek közül a legnagyobbat a skála valamelyik pontjához rögzíti, ezzel ,,szűkíti" a skálát.

Érdemes megjegyezni, hogy ha ezt a szűkítést elkerülendő azt javasoljuk, hogy az értékek két szélső pontjának ,,hányadosának" tekintse a skála jobboldali végpontját (9), akkor ez több kognitív problémát okozhat:

- annyira erősen a konkrét esethez köti a skálát, hogy egy olyan halmazban, amelynek az addig vizsgált eset értékei a részhalmazát képezik, egészen más preferencia-arányok jönnek ki a részhalmazra (a páros összehasonlításban *nem működik az alternatíváktól való függetlenség),*

- a döntéshozó számára a konkrét esetben nem életszerű, *zavaró lesz a fundamentális skála értelmezése* (a végrendeleti példában a 40 milliót például a 10 millióhoz viszonyítva korlátlan szükségletkielégítő képességűnek kell gondolnia),

- ami még kellemetlenebb, és a példából jól látszik, az 1.3 példában implicite elgondoltnak látszó arányok (4:1) széthúzása (9:1) a végeredmény értelmezését egy másik síkra helyezi: a végrendelkezőnek el kell magyarázni, hogy az 1.1–1.2 példákban az általa gondolt felosztástól erősen eltérő arányok szerinti elosztás kimondottan a skálaértelmezés technikája miatt következik be, és döntse el, hogy ezt megfelelőnek találja-e?

A döntéselméleti-pszichológiai probléma az, hogy a verbális skála kvalitatív tényezőkre vonatkozó preferenciák számszerűsítésére szolgál, vagyis a példában a gyerekeknek az apa fejében élő szükségletkielégítési szintjét hivatott kifejezni, nem csak a sorrendet. Ehhez a preferencia-relációban szereplő ,,melyik preferáltabb" kérdést a ,,hányszor preferáltabb" kérdésre cseréli úgy, hogy a verbális skála a kért intenzitás-arányokat csak közvetve fejezi ki – a végeredményt teljes mértékben befolyásoló számszerű skálaértékeket (amelyeket alapesetben a válaszoló nem ismer) a konverzió során a módszer adja meg. Vegyük észre, hogy az 1.1.-1.3. súlyvektorok a Saaty-féle inkonzisztencia indexet alkalmazva mind erősen konzisztens mátrixokból származnak. Ezek a vektorok elemeik arányaiban és különbségeiben erőteljesen eltérnek egymástól. Az eltéréseket nem a konzisztencia magyarázza, hanem a skála értelmezése a döntéshozó által. Sajnos a módszert nem lehet úgy alkalmazni, hogy a végeredményt a döntési módszer megtanítása (a páros összehasonlítás fundamentális skálájának elmagyarázása) ne befolyásolja.

b. *A döntéshozó ismeretei a szóbeli skáláról alapvetően befolyásolhatják a végeredményt* még abban az esetben is, ha pontosan megértette az arányskálán történő preferencia-kifejezés lényegét. Nem mindegy, hogy a döntéshozó tudja-e, hogy a szóbeli skála elemeihez milyen értékeket rendelünk. Az 1.1. és 1.2. súlyok lényegesen különböznek az 1.3. súlyrendszertől, mert az utóbbinál az ismert skálaarányt használta a válaszadáskor. Ez a jelenség megfeleltethető a *szövegezési hatásnak (framing).*

c. *Nincs meg a preferenciaprofilok teljessége*: például maximum 729 preferenciasúly állítható elő egy 3 elemű feladatnál. A négyelemű örökösödési esetnél látjuk, hogy például a 40, 30, 20, 10 felosztás nem érhető el, egyszerűen azért, mert a skála értékei erre nem adnak lehetőséget.

3 A további munka irányai

Érdemes empirikusan megvizsgálni azt, hogy a hipotetikus példa szerinti viselkedési módok valós környezetben hogyan működnek. Egy olyan csoportos döntési feladat konstruálása célszerű, ahol mind a döntéshozók (a csoport) létszáma, mind a vizsgált tényezők száma áttekinthetően nagy, hiszen a cél a válaszadóknak a skála értelmezésére, alkalmazására vonatkozó elemzése. Ugyanakkor az eredményeknek statisztikailag is szignifikánsnak kell lennie, így 6 tényező (15 kérdés a párokról) és kétszer 20-25 alany (két független csoport) bevonását javasoljuk.

Az egyénenkénti megoldás során mindkét csoport tagjai ugyanazt a feladatot kapják, ugyanazokkal az instrukciókkal és egyforma tesztlapokkal (a kérdések sorrendje azonos). Az egyetlen eltérés az, hogy az egyik csoport esetében a szóbeli fundamentális skála önmagában van megadva, a másik csoport esetében viszont zárójelben a skálához tartozó értékek is szerepelnek. A lekérdezés után a páros összehasonlítási mátrixok inkonzisztencia indexének kiszámolása következik, és az első elemzésnél kihagyjuk azokat, akiknél az index értéke 0,1 fölött van. (Megjegyzendő, hogy ha a csoportok között ebben nagyobb eltérés mutatkozik, akkor ez is az eredmények között számolható el, és további vizsgálata lehet indokolt.) A megmaradt mátrixokra vonatkozóan az alábbi kérdések elemezhetők, először külön-külön az egyes csoportokra:

- a felhasznált skálaelemek gyakorisága,
- a felhasznált skálaterjedelem,
- a (sajátérték módszerrel számolt) becsült értékek jellemzői.

A csoportokon belül ezek révén vizsgálható a horgonyhatás, illetve a skála szűkítésének vagy kiterjesztésének esetei. Ha a két csoport eredményeit hasonlítjuk össze, akkor a szövegezési hatásról kapunk információt.

Ezután ismertetjük az eredményeket a tesztalanyokkal, és – anélkül, hogy megbeszélést tartanánk arról – egy újabb feladat megoldására kérjük fel őket. Ennek feltétlenül hasonlónak kell lennie az előzőhöz, ha ez esetleg nem derül is ki magától értetődően a feladat szövegéből. Az újabb feladat eredményei összehasonlíthatók az előzővel annak tükrében, hogy egyfajta tanulás történt az előző feladat megoldásainak ismertetése által.

Az első feladat egyéni értékeivel és a második feladat egyéni értékeivel is csoportdöntést alkotunk, az aggregálást aritmetikai és geometriai átlaggal is végrehajtva. A csoportdöntéseket bemutatjuk a csoportok tagjainak, és megkérdezzük őket arról, hogy azzal elégedettek-e, s ha nem, akkor miért?

Ha a 2. szakaszban tárgyalt hatásokat részben vagy egészében sikerül detektálni, akkor újabb kérdések vethetők fel, például a konverzió legmegfelelőbb módját illetően.

Irodalom

1. Arrow, K. J. (1979): *Egyensúly és döntés. Válogatott tanulmányok,* Közgazdasági és Jogi Kiadó, Budapest.
2. Donegan, H. A., Dodd, F. J., McMaster, T. B. M. (1992): A New Approach to AHP Decision-Making, *Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician),* 295–302.
3. Dong, Y., Hong, W-C., Xu, Y., Yu, S. (2013): Numerical scales generated individually for analytic hierarchy process, *European Journal of Operational Research,* 229(3), 654–662.
4. Elliott, M. A. (2010): Selecting numerical scales for pairwise comparisons, *Reliability Engineering & System Safety,* 95(7), 750–763.
5. Finan, J. S., Hurley, W. J. (1999): Transitive calibration of the AHP verbal scale, *European Journal of Operational Research,* 112, 367–372.
6. Franeka J., Kresta, A. (2014): Judgment scales and consistency measure in AHP, *Procedia Economics and Finance,* 12, 164–173.
7. Goepel, K. D. (2019): Comparison of Judgment Scales of the Analytical Hierarchy Process – A New Approach, *International Journal of Information Technology & Decision Making,* 18(2), 445–463.
8. Harker, P., Vargas, L. (1987): The theory of ratio scale estimation: Saaty's analytic hierarchy process, *Management Science* 33(11), 1383–1403.
9. Huizingh, K. R. E., Vrolijk, H. C. J. (1997): A comparison of verbal and numerical judgments in the analytic hierarchy process, *Organizational Behavior and Human Decision Processes,* 70, 237–247.
10. Ishizaka, A., Balkenborg, B., Kaplan, T. (2010): Influence of aggregation and measurement scale on ranking a compromise alternative in AHP, *Journal of the Operational Research Society,* 62, 700–710.
11. Kahneman, D. (2013): *Gyors és lassú gondolkodás,* HVG Könyvek Kiadó
12. Liu, D., Juanchich, M., Sirota, M., Orbell, S. (2020): The intuitive use of contextual information in decisions made with verbal and numerical quantifiers, *Quarterly Journal of Experimental Psychology,* 73(4), 491–494.
13. Lootsma, F. (1989): Conflict resolution via pairwise comparison of concessions, *European Journal of Operational Research,* 40, 109–116.

14. Ma, D., Zheng, X. (1991): 9/9-9/1 Scale Method of AHP, In: *2nd Int. Symposium on AHP,* Vol. 1, Pittsburgh, 197–202.
15. Meesariganda, B. R., Ishizaka, A. (2017): Mapping verbal AHP scale to numerical scale for cloud computing strategy selection, *Applied Soft Computing,* 53, 111–118.
16. Pöyhönen, M. A., Hämäläinen, R. P., Salo, A. A. (1997): An experiment on the numerical modelling of verbal ratio statements, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis,* 6(1), 1–10.
17. Rokou, E., Kirytopoulos, K. (2014): A Calibrated Group Decision Process. *Group Decision and Negotiation,* 23, 1369–1384.
18. Saaty, T. L. (1980): *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation,* McGraw-Hill, 1980
19. Salo, A. A., Hämäläinen, R. P. (1997): On the measurement of preferences in the analytic hierarchy process, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis,* 6, 309–319.
20. Temesi, J. (2017): Páros összehasonlítási mátrixok elemeinek interaktív meghatározása verbális skála esetén, *Szigma,* 58(3-4), 111–131.
21. Wang G., Liang L., Cui Z., Chen J. (2014): Studies of Numerical Scale Pedigree in Correspondence with Verbal Scale. In: Wen, Z., Li, T. (eds): *Foundations of Intelligent Systems.* Advances in Intelligent Systems and Computing, Vol. 277. Springer, Berlin, Heidelberg, 719–729.

IMPACTS OF FUNDAMENTAL SCALE ON THE FINAL SCORES IN PAIRWISE COMPARISONS

Elicitation of the elements of a pairwise comparison matrix (PCM) is a crucial step in the application of certain multi-attribute models. The Analytic Hierarchy Process (AHP – Saaty, 1980), and other PCM-based methods use Saaty's fundamental scale frequently. The values of the scale from 1 to 9 have verbal interpretation, and the decision maker can choose without knowing the quantitative scores. Properties of the verbal scale have less attention in the literature; the focus of the publications is on finding the best ratio scale for estimating the preference values. The first part of this paper deals with the scale; however, the analysis concentrates on the interpretation of the elements of the verbal scale, conversion to one of the well-known ratio scales is not in our focus. Individual interpretation of the verbal scale differs, as it has been described in Pöyhönen, Hämäläinen és Salo (1997), and recently in Dong et al. (2013). The differences are important in the case of group decision making, because if the usual aggregation techniques have been applied, they could lead to biased results, as it was described in the paper of Rokou and Kirytopoulos (2014). The second part of this paper analyses various cases of scale interpretation, concluding in some comments based on the works of Arrow (1979) and Kahneman (2013). The paper proposes a systematic empirical approach for investigating the potential impacts. It aims to contribute to a new empirical study in this field. The application of the scale raises questions on cognitive aspects of decision making. An illustrative example helps to understand them.

Example. Father of two sons and two daughters is going to make a will. He decides to distribute his fortune of HUF 100 million according to the needs of his children. He has been thinking a lot, and the conclusion is that Andor (A) would get more than Boglárka (B), Csaba (C) follows her, and Diana (D) is at the end of the list. The question is the amount of money for each of them to be inherited.

The lawyer just completed a decision making course, and his idea is to use pairwise comparisons for determining the shares. It could be an easy job, as there are only six questions to be answered. For instance: „If Andor needs more than Boglárka, how do you think, how much stronger are his needs as to her needs?" The possible answers are in Table 1 (Fundamental scale of Saaty). The father agrees, and they start questioning in the following order: AD, BC, AB, CD, AC, BD. (Don't forget, that the first person has always stronger needs.)

1.1. Comparing the needs of Andor and Diana, his needs are *very strong* compared to hers. Consequently, the other answers are as follows: moderately strong, weak, strong, strong, strong plus; converting to the numerical scale, they are: $AD = 7$, BC = 3, AB = 2, CD= 5, AC = 5, BD = 6. The PCM below contains the elements in the upper right triangle only (the reciprocals do not appear here). The AHP estimation of weights corresponds to the potential share: 51,2; 30,1; 13,9; 4,8.

	A	B	C	D
A	1	2	5	7
B		1	3	6
C			1	5
D				1

1.2. If the answers reflect to the fact, that the needs of Andor are only *stronger* than the needs of Diana, the new elements of the matrix are $AD = 6$, BC = 3, AB = 2, CD = 4, AC = 4, BD = 5, and the shares are 49,0; 30,8; 14,5; 5,7.

1.3. Suppose that the lawyer gives information about the numerical values, and the father thinks that Andrew would need around 40 million and Diana needs around 10 million. His answers would reflect to that ratio, therefore his answers in the process of eliciting the elements of the PCM are $AD = 4$, BC = 2, AB = 2, CD = 4, AC = 2, BD = 3. The estimated shares are now: 43,5; 28,6; 18,2; 9,7.

The example indicates that some of the observed behavioural rules of decision theory are present. *Anchoring effect* means that the decision maker chooses one element answering the first question, and all other answers will be consistent to that first one (the anchor). Choosing alternate elements from the verbal scale the final scores (and ratios) will be different. The differences can be explained by the choice of the decision maker, which depends on his interpretation on the scale elements. Having more information on the scale will influence the answers. Knowing the numerical values the decision maker can adjust his answers to the ratios of these values. If a decision-aiding process (teaching process) is in progress before or during the elicitation, it has an impact on the final result. This is the well-known *framing effect* in decision theory. In group decision making it is crucial to have a common understanding of the scale. The last part of the paper draws the plan of an empirical experiment to analyse the behaviour of decision makers in a close to real-world environment.