A BIZTOSÍTÁSI PIAC MODELLEZÉSE TŐKEKÖVETELMÉNY KORLÁT MELLETT[1]

VARGA VERONIKA – ÁGOSTON KOLOS CSABA
Budapesti Corvinus Egyetem

Az Európai Unióban a biztosítótársaságok működését a 2016 óta hatályos Szolvencia II direktíva szabályozza. A szabályrendszer olyan tőkekövetelményt ír elő a társaságok számára, mely egy 99,5%-os kockáztatott érték (Value at Risk, VaR) feladatként határozható meg. Ebben a tanulmányban a tőkekövetelmény korlát egyensúlyi árakra és profitokra gyakorolt hatását vizsgáljuk. Szimultán árdöntést hozó és várható profitjukat maximalizáló, egyforma tőkenagysággal rendelkező vállalatok mellett bevezetjük a tőkekövetelmény korlátot. Ekkor egyensúlyban a várható kárnagyságnál (nettó díj) magasabb árak is kialakulhatnak, és a biztosítók akár pozitív profitra is szert tehetnek. Bizonyos paraméterek mellett előfordulhat, hogy kevesebb nagyobb tőkéjű vállalat vagy akár a monopol piac is alacsonyabb egyensúlyi árakat tesz lehetővé.

Kulcsszavak: biztosítási piac, Bertrand-modell, tőkekövetelmény-korlát, Szolvencia II, VaR. *JEL:* D43, G22

1 Bevezetés

A 2008-as pénzügyi válság után a pénzügyi és biztosítási szektor szabályozása központi kérdéssé vált. Az Európai Unióban (EU) 2016 óta a biztosítási piac szabályozására a Szolvencia II direktíva vonatkozik. A keretrendszer minden EU tagállamban érvényes, egyforma követelményekkel biztosítja a tulajdonosok és a biztosítottak védelmét. A szabályozás olyan mértékű tőkekövetelményt ír elő a vállalatoknak, hogy a következő évre vonatkozó fizetésképtelenség valószínűségét 0,5% alatt tartsák, tehát a rendelkezésre álló tőkének a felmerülő veszteségeket 99,5%-os valószínűséggel fedeznie kell. Ez a tőkekorlát nagyban befolyásolja a biztosítótársaságok alapvető működését, díj- és tartalékkalkulációját.

Közgazdasági terminológiát használva ez a tőkeszint egy 99,5%-os biztonsági szintű kockáztatott érték (Value at Risk, vagy másképpen VaR). A cikkben elemzett korlát szerint a biztosítók tőkéjének és az értékesítésből származó bevételének 99,5%-os valószínűséggel fedezni kell a várható kárkifizetéseket. Modellünkben a biztosítók tőkeszintjét egyformának és adottnak tekintjük, és a tőke tartásának költsége van.

[1]Beérkezett 2024. február 27. DOI: https://doi.org/10.15170/SZIGMA.55.1244. E-mail: veronika.varga@uni-corvinus.hu.

A tanulmány fő célja, hogy meghatározza a tőkekövetelmény korlát megjelenésének egyensúlyi árakra és profitokra gyakorolt hatását. A biztosítótársaságok viselkedését Bertrand-modell keretében vizsgáljuk, ahol a szereplők kockázatsemlegesek, és a várható profitjukat maximalizálják.[2]

Hagyományos termékpiacon akár már két egyforma költségű vállalat esetén is az egyensúlyi árak megegyeznek a határköltséggel (hasonlóan a tökéletes versenyhez), ezt a jelenséget szokás Bertrand-paradoxonnak nevezni. A Bertrand-modellnek számos kiterjesztése ismert, melynek következtében a paradoxon nem feltétlenül teljesül, magasabb árak alakulnak ki, és a vállalatok pozitív profitra is szert tehetnek. Ilyen például az árgarancia megjelenése, amikor kontinuum sok szimmetrikus egyensúly elérhető, így a vállalatok számos esetben pozitív profittal zárhatnak (Dixit és Nalebuff, 2008). Wambach (1999) bizonytalan költségek, Polborn (1998), és Ágoston és Varga (2020) várható hasznosságot maximalizáló vállalatok esetén példát mutattak arra, hogy a biztosítási piacokon pozitív profit is kialakulhat árversenyt folytató vállalatok mellett is.

Biztosítási piacot elemez oligopol modell keretében Banyár és Regős (2012). Tanulmányukban felhívják a figyelmet, hogy biztosítási termékek esetén fontos szerepe lehet a közvetítői rendszernek. Banyár és Regős (2012) egy elméleti keretben bemutatja, hogy nagyfokú verseny mellett is tapasztalható áremelkedés. Az elméleti modell megállapításira alapozva az elérhető adatokon tesztelik is a modellt. Érdekes, hogy a tanulmány konklúziója bizonyos pontokon egybeesik e kutatás eredményeivel, de fontos azt is hangsúlyozni, hogy a két modell feltevései alapjaiban mások.

A Bertrand-modell használata mellett empirikus érvek is vannak. Piaci struktúrák empirikus vizsgálatának egyik bevett kerete a Panzar és Rosse modell (Panzar és Rosse, 1987). Ezt a modellt biztosítási piacokra alkalmazták szerte a világban (Coccorese (2010), Camino-Mogro et al. (2019)), Varga és Madari (2023) magyar adatokon tesztelte a modellt, eredményeik szerint a magyar biztosítási piacra a monopolisztikus verseny jellemző.

A tőkekövetelmény-korlátra tekinthetünk egyfajta kapacitáskorlátként is, melynek irodalma igen kiterjedt. A biztosító kellően sok szerződést le tud „gyártani”, komoly fizikai akadályokkal nem szembesül[3], viszont csak annyi szerződést tud értékesíteni, amennyit a tőkekorlát megenged számára. Ha ennél több szerződést ad el, akkor felügyeleti szankciók lépnek életbe, amelynek célja, hogy a biztosítókat eltántorítsák a korlát megsértésétől. Modellünkben a biztosítók egy fix összegű büntetéssel szembesülnek a korlát megsértése esetén, ami elég nagy ahhoz, hogy semmiképp se legyen érdemes a tőkekövetelmény korlátot figyelmen kívül hagyni. A tőkekövetelmény korlát és a kapacitáskorlát közötti analógia egyrészről kézenfekvő, de a másik oldalról van egy lényeges eltérés is, a tőkekövetelmény korlát által megengedett

[2]Ez az elemzési keret előfordul más tanulmányokban is, lásd például Schlesinger és Graf von der Schulenburg (1991).

[3]Köszönettel tartozunk egyik bírálónk megjegyzéséért, hogy a biztosítótársaságok esetén is léteznek fizikai korlátok, mint pl. a munkatársak száma, de az értékesített szerződések számát jellemzően nem ezek a tényezők korlátozzák.

szerződésszám függ a termék árától, ami nem jellemző termékpiacok esetén.

A Szolvencia II direktíva tanulmányozása széleskörű (Doff, 2016): néhány tanulmány az új szabályozás melletti portfólió optimalizálással és az eszközallokációval foglalkozik (Kouwenberg, 2018; Escobar et al., 2019), mások a befektetési és viszontbiztosítási stratégiákat vizsgálják a VaR korlát mellett (Bi és Cai, 2019; Zhang et al., 2016). Habár a direktíva következményeinek elemzésére láthatunk számos példát, az árakra gyakorolt hatásának eredményeit nem sokan vizsgálták. Dutang et al. (2013) épít nem-kooperatív játékot annak tanulmányozására, hogy hogyan alakulnak a piaci árak, a piaci részesedés és a tőketartalék szintje nem-élet biztosítási piacon tőkekövetelmény mellett. Mouminoux et al. (2021) több periódusúvá bővíti a modellt, amelyben meghatározza a hosszú távú piaci részesedéseket, a vezetővé válás és csődbe menési valószínűségeket és a szabályozott piactól való eltérés mértékét.

A tőkekorlát bevezetése anomáliákat okozhat a biztosítási piacon. A korlát nélkül a biztosítók nettó áron értékesítenék a szerződéseket, a korlát bevezetésével azonban kontinuum sok szimmetrikus egyensúlyi ár válik elérhetővé, vagy egyéb esetekben előfordulhat, hogy egyensúlyban csak egy vállalat tevékenykedik a piacon. Ezek az egyensúlyi árak akár pozitív profitot is biztosíthatnak a vállalatok számára. Másik érdekes eredmény, hogy mutatható olyan példa, melyben a vállalatok számának csökkenése (kisebb mértékű verseny) alacsonyabb lehetséges egyensúlyi árakhoz vezet. Néhány nagyobb tőkéjű vállalat vagy akár egy monopólium alacsonyabb árakat szabhat, mely a fogyasztók szempontjából előnyösebb helyzet.

A 2. szekcióban bemutatjuk a modellkeretet, majd a 2.1 szekcióban bevezetjük a tőkekorlátot. A 3. részben leírjuk a fő eredményeket, a kapott egyensúlyi árakat és várható profitokat és ezek komparatív statikai vizsgálatát. Végül a 4. részben összegezzük a fő állításokat, és felvázoljuk a további kutatási lehetőségeket.

2 A modell

Nem-kooperatív játékként modellezzük a piacot, a szereplők a biztosítótársaságok, halmazukat jelölje I $(i = 1, \dots, I)$. Bertrand-oligopóliumot feltételezünk, a játékosok a díjakról[4] (P_i) döntenek szimultán módon. Minden biztosítótársaság egyforma és adott C nagyságú tőkével rendelkezik, ez nem döntési változó.

A potenciális ügyfelek a kockázatuk szempontjából egyformák, minden ügyfelet ugyanakkora q $(0 < q < 1)$ valószínűséggel ér egy K $(K > 0)$ nagyságú anyagi veszteség. Az ügyfelek kockázatát $K \cdot \kappa_j$ módon írjuk le, ahol κ_j q paraméterű Bernoulli-eloszlású valószínűségi változó. Feltesszük továbbá, hogy az ügyfelek kockázatát leíró κ_j valószínűségi változók egymástól függetlenek. Az ügyfelek biztosítás vásárlásával tudják fedezni a kockázatukat.

[4] Az angol terminológiában a „premium" szó az elterjedt, nem a „price", így a továbbiakban az árra díjként hivatkozunk, Banyár és Vékás (2016) részletesen bemutatja pénzügyi termékek esetén az ár és a díj megkülönböztetésének szükségességét.

Amennyiben egy ügyfél rendelkezik biztosítással, és a kár bekövetkezik, akkor a biztosító teljes kártérítést nyújt, az egész K nagyságú veszteséget fedezi. A biztosítók mind teljes biztosítást kínálnak, így az ügyfelek csak a biztosítás díja alapján döntenek. Más szempontból az értékesített termék homogén, az ügyfelek közömbösek, hogy hol vásárolják meg.

Az ügyfelek biztosításra vonatkozó rezervációs ára azonban különböző. A heterogén rezervációs árakat egy $D(P)$ keresleti függvény reprezentálja, amely megmutatja, hogy adott P díj mellett a piac mekkora része vesz biztosítást. A könnyebb számíthatóság érdekében a leggyakrabban használt lineáris keresleti függvény (Mas-Colell et al. (1995), biztosítási piacon Kliger és Levikson (1998)) helyett az alábbi formát használjuk: $D(P) = \frac{\alpha^2}{P^2}$ (, ha $qK \leq P$ és $\alpha > 0$). Ez a függvény az izoelasztikus keresleti függvények családjába tartozik, melynek használata az elméletben (Tramontana et al., 2010) és a gyakorlatban (Huang et al., 2013) is elterjedt, biztosítási modellek esetén is alkalmazott (Hao et al., 2018).

Mossin tétele alapján nettó díjon (qK) minden ügyfél vásárolna biztosítást (Mossin, 1968), így a keresleti függvény a nettó díj helyén veszi fel maximumát: $N_{\max} = \frac{\alpha^2}{q^2K^2}$. Az inverz keresleti függvény $D^{-1}(n) = \frac{\alpha}{\sqrt{n}}$ (, ha $qK \leq P$) mutatja az értékesített szerződések számát: n, ahol $n \leq N_{\max}$.

Fontos feltétel továbbá, hogy a biztosítók nem válogathatnak az ügyfelek között, a megszabott P_i díj mellett náluk jelentkező ügyfeleket mind kötelesek kiszolgálni.[5]

Jelölje $n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i})$ az i társaságnál vásárló ügyfelek számát P_i díj mellett. A vastaggal jelölt $\mathbf{P}_{-i}$ díjvektor mutatja a megszabott díjakat az i biztosító kivételével. Az ügyfelek a legolcsóbb díjat szabó társaságtól vásárolnak, ha több biztosító ugyanakkora díjat szab, akkor egyenletesen oszlanak el közöttük. Legyen $P_{\min}$ a legalacsonyabb elérhető díj a piacon, és legyen $\mathcal{M}$ az a halmaz, amiben az összes olyan $i = 1, \ldots, I$ index szerepel, amire $P_i = P_{\min}$, jelölje $|\mathcal{M}|$ az $\mathcal{M}$ halmaz számosságát, mely megmutatja, hány biztosító szabta ezt a díjat. Így az i társaság által értékesített szerződések száma:

$$n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i}) = \begin{cases} \frac{1}{|\mathcal{M}|} D(P_i), & \text{ha } i \in \mathcal{M} \\ 0, & \text{ha } i \notin \mathcal{M}\,. \end{cases}$$

2.1 A tőkekövetelmény korlát bevezetése

A biztosítás kockázatos üzletág, a piacra lépésnek és a működésnek is szigorúan szabályozott feltételei vannak. Többek között minden társaságnak rendelkeznie kell megfelelő szintű szavatolótőkével, mely biztosítja a társaság

[5]A biztosítók számos EU tagállamban kötelezve vannak rá, hogy a kiszabott díjon minden ügyfélnek értékesítsék a biztosítást (92/49/EEC, 1992), ez a diszkrimináció elkerülését biztosítja egészség- és gépjármű felelősségbiztosítások esetén. Az évnek egy kijelölt időszakában („open enrollment"), az ügyfelek választhatnak vagy cserélhetnek biztosítótársaságot, azoknak pedig kötelességük kiszolgálni őket. Így feltételezzük a modellben, hogy a kihirdetett P díjon a biztosító az összes nála jelentkező ügyfelet köteles kiszolgálni, ahogy például Polborn (1998) modelljében is.

fizetőképességét nem várt kockázatok fellépése esetén is. A Szolvencia II szabályozás alapkövetelménye, hogy a csőd valószínűsége fél százalék alatt maradjon egyéves időtávon. Ez matematikailag egy egyéves 99,5%-os kockáztatott érték (Value at Risk) feladatnak feleltethető meg.

VaR_β egy kockázati mérték, mely megmutatja az adott biztonsági szint mellett elérhető maximális veszteséget adott időintervallumon. Ha X egy folytonos valószínűségi változó $F(\cdot)$ eloszlásfüggvénnyel, akkor $\mathrm{VaR}_\beta(X) = \inf\{x \mid F(x) \geq \beta\}$ β konfidenciaszinten. Az i biztosító teljesíti a tőkekorlátot, ha a C nagyságú tőkéje és a P_i díjon történő értékesítésből származó bevételei a kárkifizetéseket 0,995 valószínűséggel lefedik:

$$\mathrm{Prob}\left(\sum_{j=1}^{n_i} K\kappa_j > C + n_i P_i\right) < 0,005\ , \tag{1}$$

ahol n_i egész szám jelöli, hogy az i biztosító hány darab szerződést értékesít. Ha n_i elég nagy, akkor a $\sum_{j=1}^{n_i} K\kappa_j$ kifejezés eloszlása közelíthető normális eloszlással $n_i qK$ átlaggal és $\sqrt{n_i q(1-q)}K$ szórással. A normális eloszlás közelítést használva az (1) egyenlet átírható adott P_i-re vonatkozóan, így a minimális tőke korlátja (MCR, minimum capital requirement) az alábbi alakot ölti:

$$\mathrm{MCR}(n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i}), P_i) = n_i(qK - P_i) + \sqrt{n_i}\phi\sqrt{q(1-q)}K\ , \tag{2}$$

ahol $\phi = \Phi^{-1}(0.995)$ és $\Phi(x)$ a sztenderd normális eloszlás sűrűségfüggvénye.

1. Megjegyzés. *Könnyen látható, hogy kétszer annyi szerződés értékesítéséhez kevesebb, mint kétszer annyi biztonsági tőkére van szükség. Általánosan a szerződések számának* $(1+a)n_i$ *mértékű növekedésével a tőkekövetelmény kisebb, mint* $(1+a)\mathrm{MCR}(n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i}), P_i)$*, ahol* $a > 0$*, a minimális tőkekövetelmény csökkenő mérethozadékú* n_i*-ben.*

A vállalatok a várható profitjukat maximalizálják. Mindegyik biztosítóvállalat C tőkét tart. A tőketartásnak költsége van, mert a biztosító elesik a tőke után kapható kamattól (rC). Ez egy fix költség, akkor is szembesül vele a társaság, ha nem értékesít szerződést. E nélkül a tőke nélkül a biztosító nem léphetne be a biztosítási piacra. Az i társaság várható profitja

$$n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i})(P_i - qK) - rC,$$

ha ez teljesíti a tőkekorlátot (azaz $\mathrm{MCR}(n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i}), P_i) \leq C$). Ha nem teljesíti, akkor a vállalat egy A nagyságú büntetéssel szembesül, mely részben a biztosítási felügyelet által kiszabott bírság, részben pedig a társaság hírnévveszteségének következtében fellépő anyagi veszteség.[6] Az A büntetés

[6]Ha egy biztosító megsérti a tőkekövetelményre vonatkozó szabályozást, akkor a felügyelet felszólítja, hogy készítsen egy reális tervezetet, melyben ismerteti, hogy a felmerült tőkeszükségletet hogyan pótolja vagy a kockázati kitettséget hogy csökkenti két hónapon belül. A felügyeleti hatóság megköveteli a biztosítótól a szavatolótőke-szükséglet

mértéke olyan nagy, hogy kedvezőbb nem értékesíteni, mint büntetés mellett profitábilis szerződéseket eladni. Az i biztosító várható profitja:

$$\pi_i(P_i, \mathbf{P}_{-i}) = \begin{cases} n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i})(P_i - qK) - rC\ , & \text{ha } \mathrm{MCR}(n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i}), P_i) \leq C \\ n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i})(P_i - qK) - rC - A\ , & \text{ha } \mathrm{MCR}(n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i}), P_i) > C. \end{cases}$$

A biztosító várható profitjára ezentúl profitként hivatkozunk. Az 1. megjegyzés alapján megállapítható, hogy kétszer annyi eladott szerződés esetén a profit több, mint kétszer akkora lesz ugyanazon ár mellett. A profit egy része a technikai eredmény, ami a várható profit kamatveszteség és esetleges büntetés nélküli része: $\mathrm{TR}_i = n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i})(P_i - qK)$.

A (2) egyenlet átrendezhető oly módon, hogy adott n és C értékek esetén megmutatja a minimális díjat, amellyel már teljesül a tőkekövetelmény korlát. A minimális díj követelmény (MPR, minimum premium requirement):

$$\mathrm{MPR}(n_i, C) = qK - \frac{C}{n_i} + \frac{\phi\sqrt{q(1-q)}K}{\sqrt{n_i}}\ . \tag{3}$$

A (3) egyenlet első része a nettó díjként interpretálható. A második tag n_i-ben növekszik, minél több szerződést értékesítenek, annál kevesebb tőke jut egy szerződésre, így a működés kockázatosabbá válik, ami magasabb díjjal ellensúlyozható.[7] A harmadik tag csökkenő n_i-ben, ugyanis ha a szerződésszám növekedésével az egész portfolióra vonatkozó variancia (kockázat) csökken, akkor alacsonyabb díj is megengedhető.[8]

Az $\mathrm{MPR}(n_i, C)$ kifejezést maximalizálhatjuk n_i-ben, ekkor megkapjuk az adott tőkeszint melletti legmagasabb díjat. A kifejezés a maximumát az alábbi pontban veszi fel: $\hat{n}_i = \frac{4C^2}{\phi^2 q(1-q)K^2}$, ahol a maximális díj szintje:

$$\mathrm{MPR}_{\max} = qK + \frac{\phi^2 q(1-q)K^2}{4C}. \tag{4}$$

Könnyen ellenőrizhető, hogy a $\frac{4C^2}{\phi^2 q(1-q)K^2}$-nél kisebb értékekre az MPR görbe növekszik n_i-ben, míg nagyobb értékekre csökken n_i-ben. A (3) kifejezésből látható az is, hogy ahogy n_i tart végtelenhez, úgy tart az MPR függvény a qK értekhez.

2. Állítás. *Tegyük fel, hogy a piacon a biztosítók díjai olyanok, hogy az i vállalat minden esetben tud n_i mennyiséget értékesíteni, ha $P_i = \mathrm{MPR}(n_i, C)$*

---

mértékének pótlását vagy kockázati profiljának csökkentését a szavatolótőke-követelmény teljesítésének biztosítása érdekében. Amennyiben ez nem történik meg, vagy a felügyelet nem tartja elfogadhatónak a tervet, esetleg a pénzügyi helyzet tovább romlik, akkor a felügyelet korlátozhatja vagy meg is tilthatja a biztosító szabad rendelkezését az eszközei felett (DIRECTIVE 2009/138/EC, 2009).

[7] Ha a vállalatnak elég nagy a tőkeszintje (kevés szerződésszám mellett), akár negatív díj is kialakulhat mint minimális követelmény, de ez csupán egy matematikai összefüggés, és nem igazán releváns valós piaci szituációkban.

[8] A (3) formula az előforduló kárnagyságnál (K) is magasabb minimális díjszintet is adhat eredményül, ilyen áron a fogyasztók nem vásárolnának biztosítást, ez az eredmény a normális eloszlással való közelítés miatt adódhat, értelmes paraméterkombinációk mellett az MPR érték kisebb, mint a K kárnagyság, részletesen lásd az A mellékletben.

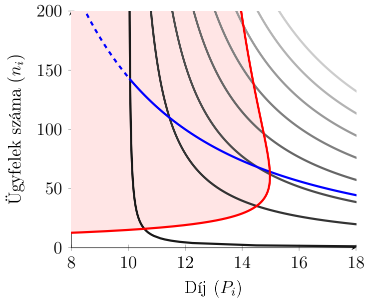
díjat választ. Adott tőkeszintet feltételezve ekkor a $P_i(\mathrm{MPR}(n_i, C) - qK)$ *szorzat növekvő* n_i*-ben, tehát a várható profit növekszik az* MPR *függvény mentén.*

Bizonyítás. A profit felírható az alábbi módon, az $\mathrm{MPR}(n_i, C)$ görbére felhasználva a (3) kifejezést:

$$n_i(P_i - qK) - rC = \big(\mathrm{MPR}(n_i, C) - qK\big)n_i - rC =$$

$$\left(qK - \frac{C}{n_i} + \frac{\phi\sqrt{q(1-q)}K}{\sqrt{n_i}} - qK\right)n_i - rC = -(1+r)C + \sqrt{n_i}\phi\sqrt{q(1-q)}K$$

A várható profit növekszik n_i-ben. □



1. ábra. A keresleti függvény, izoprofit görbék és az MPR tőkekorlát ábrázolása a $(P_i,\, n_i)$ térben, ahol $q = 0{,}1$, $K = 100$, $C = 300$, $r = 3\%$, $\alpha = 120$.

Az *1. ábra* szemlélteti az izoprofit görbéket, a keresleti függvényt és az MPR görbét. A vízszintes tengely mutatja az árakat, míg a függőleges a szerződések számát. Az MPR görbének nem létezik inverz függvénye, így „görbeként" hivatkozunk rá (piros görbe). A pirossal színezett rész azokat a díj és értékesített szerződés számpárokat mutatja, melyek nem érhetőek el a biztosítók számára, ebben az esetben megsérülne a tőkekorlát, így a görbétől jobbra versenyezhetnek a biztosítók büntetés nélkül. A szürke görbék az izoprofit görbéket jelölik, azokat a díj-szerződés számpárokat, melyek ugyanakkora profitot eredményeznek; minél világosabb színűek, annál magasabb a várható profit.

3. Állítás. *Az inverz keresleti függvénynek és az* MPR *görbének (fix tőkeszint mellett) pontosan egy metszéspontja van a* $(0, \infty)$ *intervallumon. Ez az alábbi pont:*

$$\tilde{n_i} = \frac{\left(-(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha) + \sqrt{(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha)^2 + 4qKC}\right)^2}{4q^2K^2},$$

a díj ebben a pontban a következő, jelölje P_U*:*

$$P_U = \frac{2\alpha qK}{-(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha) + \sqrt{(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha)^2 + 4qKC}}. \tag{5}$$

Ez a legalacsonyabb díjszint, ami mellett egyetlen biztosító egymaga ki tudja szolgálni az egész piacot büntetés nélkül.

Bizonyítás. A B mellékletben. □

A nettó díjnál alacsonyabb díjon nem éri meg működtetni a biztosítót. A díj a metszéspontban magasabb, mint qK, ha

$$\frac{\alpha}{C}\phi\sqrt{\frac{1}{q}-1} > 1\ .$$

Ha a díj a metszéspontban kevesebb, mint a nettó díj (qK), akkor a tőkekorlátnak nincs jelentősége, a vállalatok úgy versenyeznek egymással, mintha nem is kellene ezt figyelembe venniük.

4. Megjegyzés. *Ez a metszéspont az* MPR *függvény maximumától balra (azaz az* MPR *görbe növekvő részén) helyezkedik el, ha az alábbi feltétel teljesül:*

$$1 > \frac{\phi^2(1-q)\left(-(\phi\sqrt{q(1-q)}K-\alpha)+\sqrt{(\phi\sqrt{q(1-q)}K-\alpha)^2+4qK\overline{C}}\right)^2}{16qC^2}\ . \tag{6}$$

Az a tény, hogy a metszéspont a növekvő vagy a csökkenő szakaszon helyezkedik el, alapvetően befolyásolja a piacon kialakuló egyensúlyi helyzetet.

3 Az egyensúlyok alakulása

Az összehasonlíthatóság érdekében tekintsük először a tőkekorlát nélküli modellt. Ebben az esetben Bertrand-oligopol piacon egyensúlyban minden biztosító a nettó díjon (qK) értékesíti a biztosítást. A várható technikai eredmény nulla, negatív profitként a fix költség realizálódik.

A következőkben bevezetjük a modellbe a tőkekövetelmény korlátot és megvizsgáljuk az egyensúlyi árak és profitok alakulását, illetve a különböző paraméterváltozók egyensúlyra gyakorolt hatását. Egy biztosító addig hajlandó szerződéseket értékesíteni, míg az ebből származó technikai bevétel, $n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i})(P_i - qK)$ nemnegatív. A piacon kialakuló egyensúlyi helyzetet befolyásolja, hogy a kereslet és a tőkekorlát metszéspontja a görbe növekvő vagy csökkenő részén helyezkedik el, így ezt a két esetet külön vizsgáljuk.

3.1 Egyensúly a tőkekorlát növekvő részén

Először megvizsgáljuk azt az esetet, amikor az MPR görbe emelkedő része a releváns, aminek feltétele a (6) kifejezésben található.

Az MPR és a keresleti görbe metszéspontját P_U jelöli, ezt az (5) egyenlet adja meg. A kereslet I-ed része az alábbi alakban adható meg: $D_I(P) =$

$\frac{D(P)}{I} = \frac{\alpha^2}{IP^2} = \frac{\alpha'^2}{P^2}$, ennek inverze: $D_I^{-1}(n) = \frac{\alpha}{\sqrt{I}\sqrt{n}}$. Így ez egy módosított paraméterű keresleti függvény, ahol $\alpha' = \frac{\alpha}{\sqrt{I}}$.

Legyen P_L az MPR és a módosított keresleti függvény, $D_I(n)$ metszéspontja, ez a legalacsonyabb díj, mely mellett a piac $1/I$ részét kiszolgáló biztosító teljesíti a tőkekorlátot.

$$P_L = \frac{2\frac{\alpha}{\sqrt{I}}qK}{-(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \frac{\alpha}{\sqrt{I}}) + \sqrt{(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \frac{\alpha}{\sqrt{I}})^2 + 4qKC}} \tag{7}$$

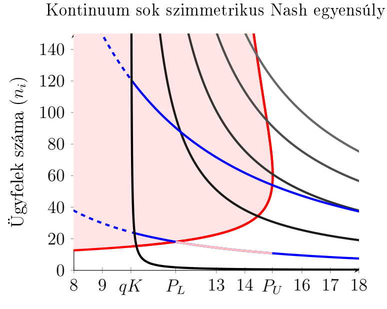
5. Állítás. *Ha $P_U > qK$, akkor kontinuum sok szimmetrikus Nash-egyensúly létezik a $[\max(qK, P_L), P_U]$ intervallumon.*

Bizonyítás. Mivel a növekvő szakaszon helyezkedik el a metszéspont, így teljesül az alábbi összefüggés: $P_L < P_U$.

Tegyük fel, hogy minden vállalat az adott intervallumon szab ugyanakkora díjat, $P_E \in [\max(qK, P_L), P_U]$. Ekkor egyetlen vállalatnak sem éri meg egyoldalúan eltérnie ettől a piaci helyzettől, ilyenkor ugyanis a technikai eredmény nemnegatív. Magasabb díj mellett egyetlen ügyfél sem választaná a biztosítót, így a technikai eredmény 0 lenne. Alacsonyabb díj mellett minden ügyfél az adott biztosítót választaná. Ekkor az köteles lenne mindenkit ki is szolgálni, ami mellett már nem teljesülne a tőkekövetelmény korlát. Így büntetést kellene fizetnie, ekkor a várható profit: $n_i(P_i, \mathbf{P}_{-i})(P_i - qK) - rC - A$, ami kedvezőtlenebb, mintha egyáltalán nem értékesítene szerződést, a korábbi, A paraméterre adott feltételek miatt.

P_U értéknél magasabb díj szintén nem lehet egyensúlyi, hiszen ebben az esetben egy biztosító egyoldalú díjcsökkentéssel megszerezheti az egész piacot, ami magasabb várható profitot eredményez számára.

A qK erteknél alacsonyabb díj nem lehet egyensúlyi, hiszen ekkor a technikai eredmény negatív, magasabb díjjal nulla technikai eredmény is elérhető lenne, így ettől megéri akár egyoldalúan is eltérni. Hasonlóan belátható, hogy P_L díjnál alacsonyabb egyensúlyi díj sem lehetséges, hiszen ekkor minden vállalat megszegi a korlátot, köteles büntetést fizetni, ami magasabb díj szabásával elkerülhető lenne. □



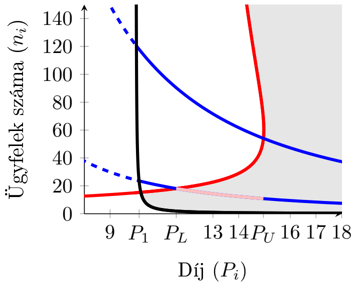
2. ábra. $q = 0{,}1, K = 100, C = 300, r = 1\%, \alpha = 110, I = 5.$

A kontinuum sok egyensúlyi díjat szemlélteti a *2. ábra.* A piros görbe a tőkekövetelmény korlát, a kék görbék jelzik a keresletet és a kereslet I-ed részét, a szürke görbék az izoprofit görbék. Minden elérhető díj a P_L és P_U értékek között lehetséges egyensúlyi díj, amennyiben minden vállalat egyforma díjat szab. Ekkor a piac a rózsaszín görbén helyezkedik el, minden biztosító az adott díj mellett jelentkező ügyfelek I-ed részét szolgálja ki, a tőkekorlát teljesülése mellett.

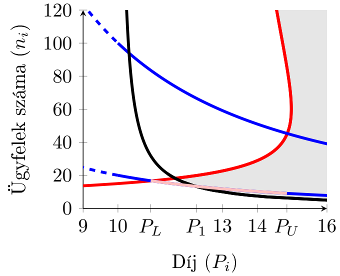
A 2. ábrán látható konkrét esetben a legalacsonyabb elérhető egyensúlyi díj P_L, mivel ez magasabb, mint a nettó díj értéke. E mellett a díj mellett hajlandóak a legtöbben biztosítást vásárolni. A legmagasabb lehetséges egyensúlyi díj P_U. Ezen az díjon, akár már egy biztosító is le tudja fedni a piacot büntetés fizetése nélkül.

A biztosítótársaságok profitja is fontos kérdés. Láthattuk, hogy a technikai eredmény minden egyensúlyban nemnegatív, de a vállalatokat ezen kívül kamatveszteség is éri, így maga a profit ettől függően lehet akár pozitív vagy negatív is. *A 3. ábrán* látható fekete görbe jelöli a nulla izoprofit egyenest, ilyen díj és szerződésszám párok mellett a biztosítók várható profitja nulla, ettől balra a várható profit negatív, jobbra pedig pozitív. Ha a kamatláb elég nagy, akkor minden lehetséges Nash-egyensúly negatív profitot eredményez (3. ábra c) rész). Alacsonyabb kamatláb mellett találhatunk olyan esetet, mikor negatív és pozitív profit is előfordul az egyensúlyi díjak között (3. ábra b) rész), míg a másik szélsőséges esetben, ha $P_L > qK$ és a kamatláb elég alacsony, akkor minden potenciális egyensúlyi díj pozitív profitot eredményez (3. ábra a) rész).

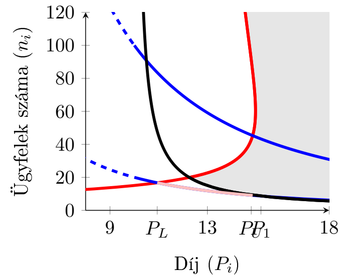
Létezhet olyan egyensúly, ahol a vállalatok profitja negatív, mivel a szerződések értékesítéséből származó bevétellel csökkenthetik a kamatveszteségüket a szereplők. De hosszú távon a negatív profit azt jelzi, hogy a szektor nem jövedelmező. Másrészről a pozitív profit lehetősége új belépőket vonzhat a piacra.



(a) $q = 0{,}1, K = 100, C = 300, r = 1\%, \alpha = 110, I = 5.$



(b) $q = 0{,}1, K = 100, C = 300, r = 10\%, \alpha = 100, I = 5.$



(c) $q = 0{,}1, K = 100, C = 300, r = 15\%, \alpha = 100, I = 5.$

3. ábra. A profit alakulása egyensúlyban

Az egyensúlyi díjintervallumot a modellben szereplő paraméterértékek is befolyásolják. Érdemes megvizsgálni, hogy mely változók hogyan hatnak az egyensúlyi díjakra. Az alacsonyabb biztonsági szint (ϕ) megengedése alacsonyabb egyensúlyi díjakat tesz lehetővé a piacon. A (3) kifejezésből látható, hogy a ϕ érték csökkentése (azaz a biztonsági szint csökkentése) következtében az MPR függvény balra tolódik, így P_U és P_L értékek alacsonyabbnak adódnak.

További érdekes kérdés, hogy a vállalatok számának növekedése (a verseny növekedése) hogyan befolyásolja az egyensúlyi díjintervallumot. A biztosítók számának növekedése (magasabb I paraméter érték) esetén P_U értéke változatlan, míg P_L csökken. P_U a legalacsonyabb díj, melyen egy biztosító egymaga is képes lefedni a piacot büntetés nélkül, az (5) képletből is látszik, hogy ennek értéke nem függ a vállalatok számának alakulásától, azaz az I paramétertől, így ez az érték nem változik.

A lehetséges egyensúlyi díjak intervallumának alsó végpontja azonban csökken, hiszen I értékének növelése az MPR görbét nem befolyásolja, míg a kereslet I-ed része csökken, lefele mozdul. Mivel a metszéspontról feltételeztük, hogy a növekvő szakaszon található, így ez balra mozdul, P_L értéke csökken. Ez az érvelés pont fordítva igaz, amennyiben az MPR görbe csökkenő része a releváns.

E szerint az egyensúlyi díjak halmazában újabb alacsonyabb díjak is elérhetővé válnak a verseny növekedése következtében. A vállalatok számának növekedésével a piacon lévő össztőke szintje is növekszik. Felmerül a kérdés, hogy ez okozza-e a lehetséges díjcsökkenést a szektorban. Ezért megnézhetjük, milyen hatása van a biztosítószám növekedésének, ha közben a piacon található össztőkét rögzítjük.

6. Állítás. *A vállalatok növekedésének hatására, rögzített össztőkeszint mellett (minden egyes vállalat $\frac{C}{I}$ tőkével rendelkezik) P_U és P_L értéke is növekszik.*

Bizonyítás. Rögzített össztőkeszint esetén P_U alakja az alábbira módosul:

$$P_U^C(I) = \frac{2\alpha qK}{-(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha) + \sqrt{(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha)^2 + 4qK\frac{C}{I}}},$$

ami I-ben növekszik. Hasonlóan P_L alakja az alábbira módosul:

$$P_L^C(I) = \frac{2\frac{\alpha}{\sqrt{I}}qK}{-(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \frac{\alpha}{\sqrt{I}}) + \sqrt{(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \frac{\alpha}{\sqrt{I}})^2 + 4qK\frac{C}{I}}}.$$

Meghatározható, hogy P_L szintén növekvő I-ben, lásd C melléklet. Ebben az esteben az MPR görbe és a kereslet I-ed része is változik. Ez az állítás általánosan igaz, akkor is, ha a görbe csökkenő része releváns. □

A 6. állítás a közgazdaságtanban szokatlan eredményre vezet: koncentráltabb piacon alacsonyabb díjak alakulhatnak ki. Láthatjuk, hogy az összeolvadások tiltása akár kedvezőtlenül is érintheti a fogyasztókat. Előfordulhat az is, hogy a monopólium a fogyasztók számára alacsonyabb díjon értékesíti a szerződéseket.

Monopol esetben $P_L = P_U = P_s$. Mivel a monopolista nem kényszerül versenyezni konkurenseivel, ezért megszabhat P_s-nél magasabb díjat is. Tegyük fel, hogy P_M biztosítja a legnagyobb technikai eredményt a biztosítóknak tőkekorlát nélküli esetben. Belátható, hogy $P_M = 2qK$. Így a monopólium ekkora díjat szab. Ez abban az esetben nem lehetséges, ha e mellett nem teljesül a tőkekorlát, azaz $P_M < P_s$. Így a monopolista $\max\{P_s; P_M\}$ díjat szab egyensúlyban a tőkekorlát mellett. Ha $qK < P_L$ és $P_M < P_L$, akkor a monopólium alacsonyabb díjat szab, mint az oligopol piacon tapasztalható egyensúlyi díjak. Így a monopol piac alacsonyabb díjhoz is vezethet, mint az oligopol piac, ami a fogyasztók számára vonzóbb.

3.2 Egyensúly a tőkekorlát csökkenő részén

Ebben a részben bemutatjuk a piaci egyensúlyi díjakat azokban az esetekben, amikor az MPR görbe csökkenő része releváns. Ilyen helyzetekben más típusú egyensúlyi helyzetek is kialakulhatnak.

Az a tény, hogy az MPR görbe és a keresleti függvény metszéspontja az MPR csökkenő szakaszán van, nem feltétlenül jelenti azt, hogy a az MPR és a kereslet I-ed részének metszéspontja is a csökkenő részen van. Ha megnézzük a (7) kifejezést, látható, hogy ahogy a vállalatok száma tart végetlenhez, úgy tart P_L értéke nullához. Míg az MPR függvény határértéke végtelenben qK, így a görbe növekvő szakaszán kell lennünk.

Kellően nagy I paraméterek mellett, ha $P_L < P_U$, kontinuum sok Nash-egyensúly van, az előző fejezetben tárgyalt helyzethez hasonlóan.

7. Állítás. *Tegyük fel, hogy I vállalat van a piacon, és teljesül, hogy $P_L > P_U$. Ha $P_M \leq P_U$, csak egyetlen Nash-egyensúlyi helyzet van: az egyik tetszőleges cég P_U díjat szab, a többiek magasabb díjat mondanak.*

Bizonyítás. Tegyük fel, hogy a vállalatok az alábbi díjakat szabják: $P_1, \ldots P_I$, melyek minimuma: $P_{\min}$. Két eset lehetséges: a) $P_{\min} > P_U$, ebben az esetben megéri az egyik vállalatnak egy kicsivel alacsonyabb díjat szabni, mint $P_{\min}$. Ezen az díjon a biztosító megszerzi az egész piacot, ami magasabb profitot eredményez. b) $P_{\min} = P_U$, és több, mint egy vállalat szabja ezt az díjat. Ebben az esteben a vállalatok veszteségesek, mert nem teljesül a tőkekorlát, büntetést kell fizetniük. Ha egy vállalat szabja csak a P_U díjat, és $P_M \leq P_U$, akkor ez egy Nash-egyensúly. Ha $P_M > P_U$, akkor ez nem Nash-egyensúly, hiszen egy kicsit magasabb díjjal nagyobb profitot lehetne elérni. □

Amennyiben a $P_M \leq P_U$ feltétel nem teljesül, a folytonos stratégiák halmazán nem adható meg tiszta egyensúly. A 6. állításból tudjuk, hogy rögzített össztőke szint mellett a biztosítók számának növelése növeli P_U és P_L értékeit. Így alacsonyabb egyensúlyi díjak érhetőek el, ha néhány nagy tőkével rendelkező biztosító operál a piacon, a vállalatok összeolvadása (tőkéjük egyesítése) kedvező lehet az ügyfelek számára. Szintén megállapítható, hogy a monopólium alacsonyabb díjat szabhat, mint az oligpolol piac, csak a feltétel változik kissé: $P_M < \min\{P_L; P_U\}$.

4 Összegzés

A tanulmány a Szolvencia II direktíva tőkekövetelmény-korlátjának egyensúlyi díjakra és profitokra gyakorolt hatását vizsgálja Bertrand-modellben. A tradicionális termékpiacon árverseny esetén már szimmetrikus vállalatokat feltételező duopol piacon is nulla profitot érnek el a vállalatok. Biztosítási szektor modellezésekor azonban magasabb díjak és profitok is kialakulhatnak az értékesített szolgáltatásból fakadó bizonytalanság miatt. A tőkekorlát bevezetése is hasonló eredményre vezet.

A korlát következtében egyforma tőkével rendelkező biztosítók szimultán árdöntése során két típusú egyensúly adódhat. Kontinuum sok szimmetrikus egyensúlyi díj vagy egyetlen biztosító a piacon. Mindkét esetben előfordulhat, hogy ezekkel az díjakkal pozitív technikai eredményt érnek el a vállalatok, ha a nettó díjnál magasabb díjon sikerül értékesíteni. Ha a kamatláb elég alacsony, akkor ez a tőketartás miatt fellépő kamatveszteséget is ellensúlyozni tudja, így a várható profit is lehet pozitív.

A biztonsági szint csökkentése és a biztosítók tőkeszintjének növelése alacsonyabb díjakat tesz elérhetővé. Míg a vállalatok számának növekedése a piacon található össztőke rögzítése mellett díjnövelő hatású. Ilyenkor az egy vállalatra jutó tőkeszint a szereplők számának növekedésével csökken, tehát a fogyasztók kevesebb, de nagyobb tőkével rendelkező biztosítótársaság esetén jobban járhatnak. Ez szélsőséges esetben monopol piacra is teljesülhet. A kapott eredmények erősen függenek a modell feltevéseitől, mely szerint oligopol piacon szimultán árdöntést hozó, várható profitjukat maximalizáló biztosítókat tételeztünk fel. További érdekes kutatási kérdés lehet a különböző tőkével rendelkező biztosítók vizsgálata, illetve a tőkedöntés endogenizálása, hiszen ez is nagyban befolyásolja, hogy egy vállalat mekkora költséggel szembesül, és mennyire alacsony díjat szabhat.

Irodalom

1. Ágoston, K. Cs. és Varga, V. (2020). Bertrand-árverseny állománypreferenciák mellett a biztosítási piacokon. *Szigma,* 51(2), 149–167.
2. Avis, D., Rosenberg, G. D., Savani, R. és von Stengel, B. (2010). Enumeration of Nash equilibria for two-player games. *Economic Theory,* 42, 9–37.
3. Banyár, J. és Regős, G. (2012). Paradoxical price effects on insurance markets. *Economic Modelling,* 29, 1399–1407.
4. Banyár, J. és Vékás, P. (2016). A pénzügyi termékek ára. *Közgazdasági Szemle,* 63, 380–406.
5. Bi, J. és Cai, J. (2019). Optimal investment–reinsurance strategies with state dependent risk aversion and VaR constraints in correlated markets. *Insurance: Mathematics and Economics,* 85(C), 1–14.
6. Camino-Mogro, S., Armijos-Bravo, G. és Cornejo-Marcos, G. (2019). Competition in the insurance industry in Ecuador: An econometric analysis in life and non-life markets. *The Quarterly Review of Economics and Finance,* 71, 291–302.
7. Coccorese, P. (2010). Information Exchange as a Means of Collusion: The Case of the Italian Car Insurance Market. *Journal of Industry Competition and Trade,* 10, 55–70.
8. COUNCIL DIRECTIVE 92/49/EEC of 18 June 1992 on the coordination of laws, regulations and administrative provisions relating to direct insurance other than life assurance and amending Directives 73 /239/EEC and 88/357/EEC (third non-life insurance Directive).
9. D'Arcy, S. P. és Doherty, N. A. (1990). Adverse Selection, Private Information, and Lowballing in Insurance Markets. *The Journal of Business,* 63(2): 145–164.
10. DIRECTIVE 2009/138/EC (2009). Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II). *Official Journal of the European Union* L 335/1.
11. Dixit, A. K. és Nalebuff, B. J. (2008). *The Art of Strategy.* W. W. Norton & Company New York London, 2008.
12. Doff, R. (2016). The Final Solvency II Framework: Will It Be Effective? *The Geneva Papers, 2016,* 41(4), 587–607.
13. Dutang, C., Albrecher, H., Loisel, S. (2013). Competition between non- life insurers under solvency constraints: a game-theoretic approach. *European Journal of Operational Research,* Elsevier, 2013, 231(3), 702–711.

14. Escobar, M., Kriebel, P., Wahl, M. és Zagst, R. (2019). Portfolio optimization under Solvency II. *Ann. Oper. Res. (2019)* 281(1), 193–227.
15. Hao, M., Macdonald, A. S., Tapadar, P. és Thomas, R. G. (2018). Insurance loss coverage and demand elasticities. *Insurance: Mathematics and Economics,* 79(1), 15–25.
16. Huang, J., Leng, M. és Parlar M. (2013). Demand functions in decision modeling: A comprehensive survey and research directions: Demand functions in decision modeling. *Decision Sciences,* 44(3), 557–609.
17. Kliger, D. és Levikson, B. (1998). Pricing insurance contracts - an economic viewpoint. *Insurance: Mathematics and Economics,* 22(3), 243–249.
18. Kouwenberg, R. (2018). Strategic asset allocation for insurers under Solvency II. *Journal of Asset Management,* 19(7), 447–459.
19. Mas-Colell, A., Whinston, M., és Green, J. (1995). *Microeconomic Theory.* Oxford University Press.
20. Hao, M., Macdonald, A. S., Tapadar, P., Thomas, R. G. (2018). Insurance loss coverage and demand elasticities. *Insurance: Mathematics and Economics,* 79, 15–25.
21. Mondal, W. I. (2013). The Health Insurance Exchange: An Oligopolistic Market In Need Of Reform *Journal of Business & Economics Research,* 11(12), 569–576.
22. Mossin, J. (1968). Aspects of Rational Insurance Purchasing. *Journal of Political Economy,* 76(4), 553–568.
23. Mouminoux, C., Dutang, C., Loisel, S., Albrecher, H. (2021): On a Markovian Game Model for Competitive Insurance Pricing. *Methodology and Computing in Applied Probability.* https://doi.org/10.1007/s11009-021-09906-1
24. Panzar, J. C, és Rosse, J. N. (1987): Testing for 'monopoly' equilibrium. *The Journal of Industrial Economics,* 35(4), 443–456.
25. Polborn, M. K. (1998). A Model of an Oligopoly in an Insurance Market. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory,* 23(1), 41–48.
26. Rothschild, M. és Stiglitz, J. (1976). Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information. *The Quarterly Journal of Economics,* 90(4), 629–649.
27. Schlesinger, H. and Graf von der Schulenburg, J. M. (1991). Search costs, switching costs and product heterogeneity in an insurance market. *The Journal of Risk and Insurance,* 58, 109-119.
28. Sonnenholzner, M. és Wambach, A. (2004). Oligopoly in Insurance Markets. In: Teugels, J. and Sundt, B. (eds). *Encyclopedia of Actuarial Science.* Wiley, Chichester, UK (2004).
29. Stiglitz, J. (1977). Monopoly, Non-Linear Pricing and Imperfect Information: The Insurance Market. *The Review of Economic Studies,* 44(3), 407–430.
30. Tramontana, F., Gardini, L. és Puu, T. (2010). New properties of the Cournot duopoly with isoelastic demand and constant unit costs. WP-EMS Working Papers Series in Economics, Mathematics and Statistics. 2010/06.
31. Varga, V. és Madari, Z. (2023). The Hungarian insurance market structure: an empirical analysis. *Central European Journal of Opeartions Research,* 31, 927–940.
32. Wambach, A. (1999). Bertrand competition under cost uncertainty. *International Journal of Industrial Organization,* 17(7), 941–951.

33. Zhang, N., Jin, Z., Li, S. és Chen, P. (2016). Optimal reinsurance under dynamic VaR constraint. *Insurance: Mathematics and Economics,* 71(C), 232–243.

A melléklet

A K paraméternél magasabb MPR értékek nem értelmezhetőek. Ez az eset akkor áll fenn, ha

$$qK - \frac{C}{n_i} + \frac{\phi\sqrt{q(1-q)}K}{\sqrt{n_i}} > K\ .$$

A feltétel teljesül, ha

$$K\big(n_i(q-1) + \phi\sqrt{n_i}\sqrt{q(1-q)}\big) - C > 0\ ,$$

ami nem igaz, ha n_i kellően nagy.

B melléklet

A 3. állítás bizonyítása. Az MPR és a keresleti görbe metszéspontja:

$$\frac{\alpha}{\sqrt{n_i}} = qK - \frac{C}{n_i} + \frac{\phi\sqrt{q(1-q)}K}{\sqrt{n_i}}$$

Átrendezéssel kapható:

$$0 = qKn_i + \sqrt{n_i}(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha) - C\ ,$$

ami $\sqrt{n_i}$-ben négyzetes kifejezés. A megoldóképletet alkalmazva:

$$(\sqrt{n_i})_{1,2} = \frac{-(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha) \pm \sqrt{(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha)^2 + 4qKC}}{2qK}$$

A diszkrimináns mindig pozitív, így két gyök van. Az alábbi kifejezésből negatív érték adódik $\sqrt{n_i}$-re:

$$(\sqrt{n_i})_{1,2} = \frac{-(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha) - \sqrt{(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha)^2 + 4qKC}}{2qK}\ ,$$

ami az értelmezési tartományon kívül esik, így a metszéspontra az alábbi értéket kapjuk:

$$n_i = \frac{\left(-(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha) + \sqrt{(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha)^2 + 4qKC}\right)^2}{4q^2K^2}$$

A díj ebben a metszéspontban:

$$P = \frac{2\alpha qK}{-(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha) + \sqrt{(\phi\sqrt{q(1-q)}K - \alpha)^2 + 4qKC}}$$

C melléklet

A 6. állítás bizonyítása. A (7) kifejezést bővítsük $\sqrt{I}$ értékkel:

$$P_L = \frac{2\alpha qK}{-(\sqrt{I}\phi\sqrt{q(1-q)}K-\alpha)+\sqrt{(\sqrt{I}\phi\sqrt{q(1-q)}K-\alpha)^2+4qKC}}\,, \quad (8)$$

A (8) kifejezés számlálója nem függ I értékétől. A nevezőt jelölje $D(I)$. $D(I)$ deriváltja az alábbi:

$$\frac{dD(I)}{dI} = -0.5\frac{\phi\sqrt{q(1-q)}K}{\sqrt{I}} + 0.5\frac{2(\sqrt{I}\phi\sqrt{q(1-q)}K-\alpha)}{\sqrt{(\sqrt{I}\phi\sqrt{q(1-q)}K-\alpha)^2+4qKC}}0.5\frac{\phi\sqrt{q(1-q)}K}{\sqrt{I}} = 0.5\frac{\phi\sqrt{q(1-q)}K}{\sqrt{I}}\left(\frac{(\sqrt{I}\phi\sqrt{q(1-q)}K-\alpha)}{\sqrt{(\sqrt{I}\phi\sqrt{q(1-q)}K-\alpha)^2+4qKC}}-1\right).$$

Látható, hogy

$$\frac{(\sqrt{I}\phi\sqrt{q(1-q)}K-\alpha)}{\sqrt{(\sqrt{I}\phi\sqrt{q(1-q)}K-\alpha)^2+4qKC}} < 1\,,$$

Felhasználva, hogy $\frac{dD(I)}{dI} < 0$, így $D(I)$ egy csökkenő függvény I-ben. Ha $D(I)$ csökkenő, akkor P_L függvény I növekvő függvénye; így ahogy nő a vállalatok száma, úgy nő P_L.

MODELLING INSURANCE MARKET UNDER SOLVENCY CAPITAL REQUIREMENT

Since 2016 the operation of insurance companies in the European Union is regulated by the Solvency II directive. According to the EU directive the capital requirement should be calculated as a 99.5% of Value at Risk. In this study, we examine the impact of this capital requirement constraint on equilibrium premiums and profits. We discuss the case of the oligopoly insurance market using Bertrand's model, assuming profit maximizing insurance companies, with the same level of capital facing Value at Risk constraints. The equilibrium premium can be higher than the net premium, and the companies may achieve positive expected profit. Under certain parameters, the monopoly market or on oligopoly with a few companies with higher capital can ensure lower premium.