

Akhilleusz és a Teknős

Herbály Milos

DOI: 10.14267/VILPOL2026.01.16

Lewis Carroll, az Alice Csodaországban című könyv szerzője matematikus is volt, aki 1895-ben írt egy rövid szöveget Akhilleusz és a teknősbéka versenyéről a Mind című folyóiratban. A rövid szöveg teljes terjedelmében itt érhető el: <https://web.mat.upc.edu/rafael.cubarsi/intro/What%20the%20Tortoise%20Said%20to%20Achilles.pdf>. A szöveg jól bemutatja, hogyan következnek egymásból a logikai állítások, és vajon létezik-e olyan végső pont, ahol a bizonyítás már kétségtelenül sikeres és nincs további teendő. A történet arra ösztönöz, hogy átgondoljuk: mit is jelent tulajdonképpen az, hogy valami „logikusan következik” valamiből.

Akhilleusz szeretné a Teknőst rávenni arra, hogy fogadja el Z állítást, mivel A és B alapján ez szükségszerű következtetésnek tűnik. A Teknős azonban minden alkalommal elismeri az addig felsorolt premisszákat, de mindig hozzátesz egy újabbat: „Ha A és B és C és ... igazak, akkor Z igaz.” Ezzel a módszerrel soha nem jut el a konklúzió elfogadásához, mert minden új lépés után újabb feltételes állítást talál ki.

Carroll története játékosan világít rá, milyen abszurd lenne, ha mindent a végtelenségig megkérdőjeleznénk. A Teknős kitartása nagyon tanulságos: ha valaki nem fogadja el a logikus következtetést, mint „eszközt”, akkor ő a gondolkodásunk keretei között „meggyőzhetetlen”. Valahol el kell fogadnunk egy bizonyos következtetési szabályt önmagáért. Ha ezt nem tesszük meg, minden bizonyítás végtelen regresszusba fulladna. Úgy járnánk, mint Akhilleusz, aki próbál túljárni a Teknős eszén.

A logika, hogy egy igaznak vélt állításból újabb állításokat és feltevéseket képezünk, egy olyan folyamat, „találmány”, amely alapvetően határozza meg az emberi gondolkodást, ez által lehetővé téve a fejlődést. Erre itt egy nagyon jó példa: már nagyon régóta próbált az ember arányt találni a kör kerülete és annak átmérője között. Eleinte azt hitték, ez három, majd később kiderült, hogy kicsit nagyobb, aztán egyre nagyobb pontossággal próbálták meghatározni. Az ókorban szinte minden országban, minden matematikával foglalkozó tudós más és más közelítést alkalmazott, végül a tizenhetedik század második felében Lambert bizonyította, hogy a π irracionális. Ezt majdnem kétezer évig nem tudták, mégis elképesztő eredményeket értek el a geometria területén, amelyeket egészen a tizenkilencedik századig nem sikerült túlszárnyalni.

Számomra a történet egyik legérdekesebb üzenete az, hogy az emberi gondolkodásnak vannak határai. Bármennyire próbáljuk a logikai következtetéseket explicitté tenni, mindig marad valami, amit nem lehet további szabályokkal magyarázni. A matematika is ilyen: vannak axiómák és következtetési szabályok, amelyeket nem bizonyítunk, hanem elfogadunk, és erre építünk. Mint a már említett geometria, amely az első axiomatikus alapokra épülő ismeretterület.

Érdemes egy másik aspektusát is megnézni a történetnek, hogy ez egyfajta kritikája a túlzott racionalizmusnak. A logika önmagában nem „kényszerít” senkit semmire, csak azok fogadják el a következtetést, akik elfogadják a logika kereteit. A Teknős ezzel szemben szándékosan nem elismeri el ezt a keretrendszert, ezért Akhilleusz minden próbálkozása kudarcra van ítélve.

Mennyire alapvető dolog a bizonyítás..., mégis a legegységértelműbbeket is könnyen meg lehet kérdőjelezni. A matematikában és más természettudományokban természetesnek vesszük, hogy bizonyos következtetési szabályok működnek, de Carroll története is megmutatja, hogy ha ezeket külön-külön akarjuk igazolni, hamar azt vehetjük észre, hogy értelmetlenné váltak.